

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛІКАРСЬКОЇ СЕКЦІЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XVII.

ПІД РЕДАКЦІЄЮ

Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО, Дра ІВАНА РАКОВСЬКОГО
і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XVII.

REDIGIERT VON

Dr. WLADIMIR LEWYČKYJ, Dr. IWAN RAKOWŠKYJ
u. Dr. STEPHAN RUDNYČKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1916.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка.

З М І С Т.

	Стор.
1. <i>Др. Володимир Кучер</i> , Електромагнетна теорія лучистого тиснення	1—15
2. <i>Др. Роман Цегельський</i> , Із сучасних дослідів над магнетизмом (2 таблиці)	1—58
3. <i>Dr. B. Kalicun</i> , Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind (III. Mittheilung)	1—8
4. <i>Др. Нестор Гаморак</i> , Деякі мікрохімічні прикмети продихового апарату у рослин (2 таблиці)	1—28

I N H A L T.

	Seite
1. <i>Dr. Volodymyr Kučer</i> , Elektromagnetische Theorie des Strahlungsdruckes	1—15
2. <i>Dr. Roman Cehelskýj</i> , Aus gegenwärtigen Untersuchungen über den Magnetismus	1—58
3. <i>Dr. B. Kalicun</i> , Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind (III. Mittheilung)	1—8
4. <i>Dr. Nestor Hamorak</i> , Einige mikrochemische Eigenschaften des Spaltöffnungsapparates	1—28

Електромагнетна теорія лучистого тиснення.

написав

Володимир Кучер.

В с т у п.

Електромагнетна теорія світла, збудована Cl. Maxwell-ем, дозволяє до дуже цікавих вислідів, а іменно, що поверхня кожного тіла, на яке паде світляна хвиля, дізнає певного рода тиснення, яке називаємо нині лучистим тисненням. Це тиснення удалось вже навіть означити чисельно на одиницю поверхні і як досвідці дальші показали, рівнає ся воно лучистій енергії, яка містить ся в одиниці об'єму в случаю зовсім чорної поверхні тіла т. з. що згадана поверхня тіла поглотила всю енергію падаючих лучів.

Першим, якому прийшло на думку тиснення світла на поверхню ним освітлену, був Kepler (1619); однак пояснював він его, як взагалі всі світляні явища в тодішніх часах, емісійною теорією. На основі сего тиснення старав ся Kepler вже пояснити хвости комет. Зі смертю Kepler-а однак пішла в забуте також его думка про лучисте тиснення, а підняв її знов до значіння Euler (1746). Досвідком викрити це тиснення старали ся насамперед De Mairan та Du Fay. Але обом не удалось отримати ясних вислідів. Це саме можнаб віднести також до вислідів, отриманих досвідною дорогою через Fresnel a (1825), Zöllner-a, Bartoli-ого та Crookes-a; проби послідного довели до відкриття радіометричних явищ. Аж П. Лебедевом (1901) удалось вказати досвідною дорогою істнування лучистого тиснення; ему першому довелось отримати висліди, які годились з теоретичними обчисленнями. Опісля Nichols і Hull (1902) робили поміри лучистого тиснення і дійшли до дуже точних дат, які лише

$$U = \frac{1}{2} \iiint \operatorname{div} \mathfrak{d} \cdot \varphi \cdot dv + \frac{1}{2} \iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot dS.$$

Знаємо однак, що :

$$\mathfrak{d} = \frac{k}{4\pi} \mathfrak{E},$$

де k є постійною діелектричною; для етеру $k = 1$, отже :

$$\mathfrak{d} = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{E}.$$

З огляду на III. маємо :

$$\operatorname{div} \mathfrak{d} = 0. \quad 1)$$

По узглядненню сего в посліднім вираженню на енергію, отримаємо :

$$U = \frac{1}{2} \iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot dS,$$

що після теореми Gauss-а можна перетворити на :

$$\iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot dS = \iiint \operatorname{div} \mathfrak{d} \cdot \varphi \cdot dv - \iiint \left(\mathfrak{d}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathfrak{d}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathfrak{d}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dv.$$

Перший член правої сторони з огляду на 1.) є зером, а остане лише другий. Отже електрична енергія представить ся, як :

$$U = - \iiint \left(\mathfrak{d}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathfrak{d}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathfrak{d}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dv.$$

А що :

$$\mathfrak{E}_x = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \mathfrak{E}_y = - \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \mathfrak{E}_z = - \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

тому по вставленню тих реляцій в посліднє рівнянє на U , отримаємо :

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\mathfrak{E}_x \mathfrak{d}_x + \mathfrak{E}_y \mathfrak{d}_y + \mathfrak{E}_z \mathfrak{d}_z) dv.$$

або :

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\mathfrak{E} \mathfrak{d}) dv.$$

В нашім случаю беремо під увагу плоску філю, яка розходить ся в напрямі осі z . Вої величини, які впливають на зміну величини філі, є тоді функціями лише двох змінних, а се: z і часу t . В тім случаю :

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = 0.$$

Електрична енергія такої філі на одиницю обєму буде :

$$U = \frac{1}{2} \mathfrak{E}_x \mathfrak{d}_x.$$

По узягледненю однак, що:

$$b_x = \frac{1}{4\pi} \mathcal{E}_x,$$

дістанемо:

$$U = \frac{1}{8\pi} \mathcal{E}_x^2. \quad 2)$$

З електродинаміки знов знаємо, що вектор на магнетну силу $\mathfrak{H}$ представляє ся все як curl векторового потенціалу пр. $\mathcal{A}$, зі складовими: $\mathcal{A}_x, \mathcal{A}_y, \mathcal{A}_z$, отже:

$$\mathfrak{H} = \text{curl } \mathcal{A}. \quad 3)$$

Похідна вектору $\mathcal{A}$ зі згляду на час t дає нам силу індукції. Коли-зівставимо реляцію 3) в рівняннє II., тоді легко побачимо, що:

$$\mathcal{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}.$$

По заступленю $\mathcal{E}$ послїдним вираженнєм в реляції 2), дістанемо:

$$U = \frac{1}{8\pi c^2} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial t} \right)^2 \quad 4)$$

Зовсім аналогічно можна обчислити електрокінетичну енергію T . Поступимо тут в той спосіб, що ролю вектора $\mathcal{E}$ заступимо вектором $\mathfrak{H}$, а вираженнє діелектричного пересунення $4\pi b$ заступимо магнетною індукцією $\mathfrak{B}$. З огляду на се одержимо:

$$T = \iiint (\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}) dv.$$

А що для етеру $\mathfrak{H} = \mathfrak{B}$, тому напишемо:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \mathfrak{H}^2 dv.$$

В нашім случаю філя має напрям ося z , отже:

$$\mathfrak{H}_x = 0, \mathfrak{H}_z = 0,$$

і остає, що:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \mathfrak{H}_y^2 dv.$$

З розвинення знов взору $\mathfrak{H} = \text{curl } \mathcal{A}$, дістанемо:

$$\mathfrak{H}_y = \frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{A}_z}{\partial x}.$$

Але для плоскої філії в напрямі ося z також складові потенціалу векторового $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A}_y = 0, \mathcal{A}_z = 0, \text{ лише } \mathcal{A}_x \neq 0,$$

тому:

$$\mathfrak{H}_y = \frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z}.$$

З огляду на це:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \left(\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} \right)^2 dv,$$

а на одиницю об'єму:

$$T = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} \right)^2. \quad (5)$$

Ціла отже енергія філі в одиниці об'єму вносять:

$$W = U + T = \frac{1}{8\pi} \left\{ \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} \right)^2 \right\}.$$

Докажемо тепер, що обі енергії електромагнетної філі в собі рівні. В тій цілі розважимо ще деякі взори з електродинаміки.

Густина найзагальнішої електричної струї складає ся з проведеної струї, із струї діелектричного пересунення та з конвекційної струї, іменно:

$$u = i + \frac{\partial b}{\partial t} + qv, \quad (6)$$

де i є проведеною струєю, $\frac{\partial b}{\partial t}$ — струєю діелектричного пересунення, а qv конвекційною струєю. Але в нашій ситуації маємо до діла тільки ві струєю діелектричного пересунення; перший і третій складники рівняння 6) відпадають, остає лише:

$$u = \frac{\partial b}{\partial t},$$

або:

$$u = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}.$$

Коли знов $\mathcal{E}$ виразимо через силу індукції і підставимо в останнє рівняння, тоді дістанемо:

$$u = \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_x}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Дальше знаємо з електродинаміки, що вир магнетного поля $\mathfrak{H}$ є пропорціональний до густоти струї u , а іменно:

$$\text{curl } \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{c} u, \quad (2)$$

або:

$$u = \frac{c}{4\pi} \text{curl } \mathfrak{H}.$$

Коли в тім рівнянні за $\mathfrak{H}$ підставимо 3), то отримаємо:

$$u = \frac{c}{4\pi} \text{curl }^2 \mathcal{H},$$

¹⁾ M. Abraham. — A. Föppl: Theorie d. Elektr. B. I. 1907. §§ 64—65.

²⁾ L. c. § 62.

або на основі взору з векторової аналізи про curl^2 , маємо:

$$u = \frac{c}{4\pi} (\nabla \text{div} \mathcal{A} - \nabla^2 \mathcal{A}).^{1)}$$

А що:

$$\text{div} \mathcal{A} = 0,$$

тому остане ся лише:

$$u = -\frac{c}{4\pi} \nabla^2 \mathcal{A}.$$

В останнім взорі треба знов узгляднити, що: $\mathcal{A}_y = \mathcal{A}_z = 0$, та що всі величини, які спричиняють якунебудь зміну Филі, є функціями t і z ; по узглядненю сего отримаємо:

$$u = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial z^2}. \quad 9)$$

Коли тепер зіставимо рівняня 7. і 9. з собою, тоді отримаємо таке рівняннє другого ряду:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial z^2}. \quad 10)$$

Інтегралом сего рівняня є функція такого типу:

$$\mathcal{A}_x = f(z - ct).$$

По аріжничкованню її раз з огляду на t , а другий раз з огляду на z і по вставленю одержаних вартостей в 4) і 5), отримаємо такі взори на U і T :

$$U = \frac{1}{8\pi c^2} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{8\pi} f'^2,$$

$$T = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} \right)^2 = \frac{1}{8\pi} f'^2,$$

отже:

$$U = T.$$

Вся енергія даної плоскої Филі складає ся в половині з електричної, а в половині з електрокінетичної енергії. Приймім, що e представляє нам чисельну вартість обох енергій, тоді ціла енергія систему виносить:

$$W = 2e.$$

Вислідом істнованя тих двох енергій є тисненє в напрямі розходження Филі т. є. в напрямі осі z , якою величина рівнає ся сумі обох тих енергій то є т. зв. густоті енергії W . Вартість отже, лучистого тисненя виносить:

$$p = W = 2e. \quad 11)$$

¹⁾ L. c. § 28.

Послідній взір походить від Maxwell-а; его можна приміняти лише до тіл зовсім блискучих і то для случаю, коли лучі падають нормально. Коли спроможність відбивання є $r < 1$, тоді дістанемо на лучисте тиснене з огляду на 11) такий взір:

$$p = e(1 + r).$$

* * *

Загальна теорія лучистого тиснення.

Взір Maxwell-а нічого не говорить нам про пондеромоторичні сили, які ділають на границі двох осередків. Вислід з взорів Maxwell-а остають тільки так довго важні, як довго ділання пондеромоторичних сил складають ся із самого лучистого тиснення, а електромагнетні натуги зовсім на внутрішні елементи об'єму не ділають. Hertz показав однак в своїй електродинаміці, що взір сей не можна уважати як загальний случай. Тому будемо старати ся із електродинамічних рівнянь Hertz-а для тіл в руху найти загальну форму для лучистого тиснення.

Возьмім під увагу осередок, який порушає ся зі шкороштію v , тоді для него сила магнетного поля $\mathfrak{H}$ буде визначена рівнянем:

$$\text{I'. } ^1) \quad \text{curl } \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \left\{ 4 \pi i + \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \text{curl} [v \mathfrak{E}] + v \text{div } \mathfrak{E} \right\}.$$

Подібно друге рівняне для електричної сили $\mathfrak{E}$:

$$\text{II'. } ^2) \quad \text{curl } \mathfrak{E} = \frac{1}{c} \left\{ -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \text{curl} [v \mathfrak{H}] + v \text{div } \mathfrak{H} \right\}.$$

В рівняню II'. зникне третій член, бо як више ми заложили $\text{div } \mathfrak{H} = 0$; те саме діє ся з третім членом правої сторони рівняня I'. з огляду, що $v \text{div } \mathfrak{E}$ представляє індукційну струю, яка є зером, бо вона в сім случаю витворює те саме магнетне поле, що проведена струя.

Помножім I'. і II'. через $\frac{c}{4\pi}$, а опісля перше через $\mathfrak{E}$, а друге через $\mathfrak{H}$ і зінтегруймо їх над простором v та додаймо оба рівняня, то отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{E} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \mathfrak{H} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right\} dv + \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{E} \text{curl} [v \mathfrak{E}] + \mathfrak{H} \text{curl} [v \mathfrak{H}] \right\} dv = \\ = \frac{c}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{H} \text{curl } \mathfrak{E} - \mathfrak{E} \text{curl } \mathfrak{H} \right\} dv - \iiint (\mathfrak{E} i) dv. \end{aligned}$$

В последнім рівняню маємо чотири інтеграли; назвім їх по черзі кождий в осібно через I_1, I_2, I_3, I_4 , тоді последнє рівняне буде мати форму:

¹⁾ M. Abraham — A. Föppl: Theorie der Elektrizität, Bd. I. 1907. § 94. ²⁾ Ibidem.

$$I_1 + I_2 = I_3 - I_4.$$

Розберім тепер з фізичної сторони значіння кожного інтегралу з особна. Перший з них:

$$I_1 = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\mathfrak{H}^2 + \mathfrak{E}^2) dv,$$

означає зміну електромагнетної енергії з часом t ; інтеграл знов I_2 :

$$I_2 = \frac{1}{4\pi} \iiint \{ \mathfrak{E} \operatorname{curl} [\mathfrak{v} \mathfrak{E}] + \mathfrak{H} \operatorname{curl} [\mathfrak{v} \mathfrak{H}] \} dv,$$

представляє працю, яка походить від тиснень, що діляють на елементи об'єму v . Третій інтеграл можемо написати ще так:

$$I_3 = -\frac{c}{4\pi} \iiint \{ \mathfrak{E} \operatorname{curl} \mathfrak{H} - \mathfrak{H} \operatorname{curl} \mathfrak{E} \} dv,$$

або:

$$I_3 = -\frac{c}{4\pi} \iint [\mathfrak{E} \mathfrak{H}] dS,$$

де S означає поверхню, яка обмежує простір v . Послідній взір є нічим іншим, як від'ємним вектором Poynting-a; він означає приплив лучистої енергії через поверхню dS . — Четвертий інтеграл:

$$I_4 = - \iiint (\mathfrak{E} i) dv,$$

подає нам частку енергії, яка перемінялась в тепло Joule-a.

Розвинім тепер інтеграл I_2 виконуючи назазначені діляння під знаком інтегрування, то отримаємо:

$$\begin{aligned} I_2 = & -\frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} (\mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) + \frac{\partial v_y}{\partial y} (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_z^2) + \frac{\partial v_z}{\partial z} (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2) \right] + \right. \\ & \left. + [\mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y \cdot c + \mathfrak{E}_y \mathfrak{E}_z \cdot a + \mathfrak{E}_z \mathfrak{E}_x \cdot b] \right\} dv - \\ & -\frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} (\mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + \frac{\partial v_y}{\partial y} (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_z^2) + \frac{\partial v_z}{\partial z} (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2) \right] + \right. \\ & \left. + [\mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y \cdot c + \mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z \cdot a + \mathfrak{H}_z \mathfrak{H}_x \cdot b] \right\} dv, \end{aligned}$$

де a, b, c мають слідуєче значіння:

$$a = \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}, b = \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}, c = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}.$$

Інтеграл I_2 , як вже вище ми згадали, представляє працю, котра походить від пондеромоторичних сил, пр. L . Для простішої форми вираження на L впровадьмо ще слідуєчі знаки:

$$\mathfrak{x}_x = \frac{1}{8\pi} \{ (-\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + (-\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) \}.$$

$$\mathfrak{X}_y = \mathfrak{Y}_x = -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y + \mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y)$$

$$\mathfrak{Y}' = \frac{1}{8\pi} \{ (\mathfrak{H}_x^2 - \mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + (\mathfrak{E}_x^2 - \mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) \}$$

$$\mathfrak{Y}_z = \mathfrak{Z}_y = -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z + \mathfrak{E}_y \mathfrak{E}_z)$$

$$\mathfrak{Z}_x = \frac{1}{8\pi} \{ (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2 - \mathfrak{H}_z^2) + (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 - \mathfrak{E}_z^2) \}$$

$$\mathfrak{Z}_x = \mathfrak{X}_z = -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_z \mathfrak{H}_x + \mathfrak{E}_z \mathfrak{E}_x).$$

Тоді отримаємо:

$$I_z = L = \iiint \left\{ \mathfrak{X}_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \mathfrak{Y}_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \mathfrak{Z}_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \mathfrak{X}_y \cdot c + \mathfrak{Y}_z \cdot a + \mathfrak{Z}_x \cdot b \right\} dv.$$

Коли останнє рівняння інтегруємо щераз частково, то одержимо:

$$\begin{aligned} L = & \iiint \left\{ v_x \left(-\frac{\partial \mathfrak{X}_x}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{Y}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Z}_x}{\partial z} \right) + v_y \left(-\frac{\partial \mathfrak{X}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{Y}_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Z}_y}{\partial z} \right) + \right. \\ & + v_z \left(-\frac{\partial \mathfrak{X}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{Y}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Z}_z}{\partial z} \right) \Big\} dv + \iint \left\{ v_x [-\mathfrak{X}_x \cos(nx) - \mathfrak{X}_y \cos(ny) - \right. \\ & - \mathfrak{X}_z \cos(nz)] + v_y [-\mathfrak{Y}_x \cos(nx) - \mathfrak{Y}_y \cos(ny) - \mathfrak{Y}_z \cos(nz)] + \\ & \left. + v_z [-\mathfrak{Z}_x \cos(nx) - \mathfrak{Z}_y \cos(ny) - \mathfrak{Z}_z \cos(nz)] \right\} dS, \end{aligned}$$

або в скороченій формі:

$$12) L = \iiint \{ \mathfrak{X}_x \cdot v_x + \mathfrak{X}_y \cdot v_y + \mathfrak{X}_z \cdot v_z \} dv + \iint \{ \mathfrak{X}'_x v_x + \mathfrak{X}'_y v_y + \mathfrak{X}'_z v_z \} dS,$$

де $\mathfrak{X}_x$, $\mathfrak{X}_y$, $\mathfrak{X}_z$ та $\mathfrak{X}'_x$, $\mathfrak{X}'_y$, $\mathfrak{X}'_z$ означають:

$$\mathfrak{X}_x = - \left(\frac{\partial \mathfrak{X}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}_x}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}_x}{\partial z} \right)$$

$$\mathfrak{X}_y = - \left(\frac{\partial \mathfrak{X}_y}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}_y}{\partial z} \right)$$

$$\mathfrak{X}_z = - \left(\frac{\partial \mathfrak{X}_z}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}_z}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}_z}{\partial z} \right),$$

$$\mathfrak{X}'_x = - (\mathfrak{X}_x \cos(nx) + \mathfrak{X}_y \cos(ny) + \mathfrak{X}_z \cos(nz))$$

$$\mathfrak{X}'_y = - (\mathfrak{Y}_x \cos(nx) + \mathfrak{Y}_y \cos(ny) + \mathfrak{Y}_z \cos(nz))$$

$$\mathfrak{X}'_z = - (\mathfrak{Z}_x \cos(nx) + \mathfrak{Z}_y \cos(ny) + \mathfrak{Z}_z \cos(nz)).$$

З рівняння 12) бачимо, що пондеромоторичні сили складаються з двох частин, а іменно з сил $\mathfrak{X}$, які діляють на елементи об'єму dv , та з сил $\mathfrak{X}'$, що діляють на граничну поверхню dS .

Возьмим тепер під увагу спеціальний випадок, а іменно, що філа паде в площі (yz); тоді маємо:

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = 0, \text{ та } \mathfrak{H}_x = 0,$$

а всі похідні з огляду на y і z зникають. Що стане ся тепер із силами першого рода $\mathfrak{X}$? В сім спеціальному випадку:

$$\mathfrak{X}_x = -\frac{\partial \mathfrak{X}_x}{\partial x} = \frac{1}{8\pi} \left(\mathfrak{H}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} + \mathfrak{H}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} \right);$$

а що:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} = 0,$$

так само:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} = 0,$$

тому:

$$\mathfrak{X}_x = 0.$$

А дальше:

$$\mathfrak{X}_y = 0, \mathfrak{X}_z = 0,$$

з чого слідує, що:

$$\mathfrak{X}_y = 0, \mathfrak{X}_z = 0.$$

Всі отже поперемоторичні сили, що діляють на об'єм v , зникають, остають лише сили, які діляють на граничну поверхню S . На тій поверхні маємо $\cos(nz) = 1$, отже:

$$\mathfrak{X}'_x = 0, \mathfrak{X}'_y = \mathfrak{Y}_z, \mathfrak{X}'_z = \mathfrak{Z}_z, \quad (13)$$

де перечеркнення в горі означає пересічну вартість.

Приймим, що послідні рівняня справджує слідуєча вартість для $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}$:

$$\mathfrak{E} = A e^{i\vartheta},$$

де A є амплітудою дрогання, а ϑ означає:

$$\vartheta = 2\pi \left(\frac{-z \cos \varphi + y \sin \varphi}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right);$$

притім φ є кутом падання, λ довготою філі, τ періодом дрогання.

Означім вартість на електричну силу впадаючої філі:

$$\mathfrak{E}_i = A_i e^{i\vartheta}$$

для відбитої філі знов:

$$\mathfrak{E}_r = A_r e^{i(\vartheta + \varepsilon)},$$

де ε означає фазу, тоді сума дійсних частин обох виражень:

$$\mathfrak{E}' = \text{real. part. з } e^{i\vartheta} (A_i + A_r e^{i\varepsilon})$$

буде представляти повну електричну силу філі. Легко тепер запримити, що:

$$(A_i + A_r e^{i\varepsilon}) e^{i\vartheta} = (A_i + A_r \cos \varepsilon) \cos \vartheta - A_r \sin \vartheta \sin \varepsilon;$$

положимо даліше:

$$A_i + A_r \cos \varepsilon = A_1 \cos \omega$$

а:

$$A_r \sin \varepsilon = A_1 \sin \omega,$$

тоді дійсна частина для $\mathfrak{E}$:

$$\mathfrak{E}' = A_1 \cos(\omega + \vartheta),$$

з заміткою, що: $A_1^2 = A_i^2 + A_r^2 + 2 A_i A_r \cos \varepsilon$,

а:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{A_r \sin \varepsilon}{A_i + A_r \cos \varepsilon}.$$

В граничній площі:

$$\mathfrak{H}_x = -\mathfrak{H} \cos \varphi = -\mathfrak{E} \cos \varphi,$$

$$\mathfrak{H}_z = \mathfrak{H} \sin \varphi = \mathfrak{E} \sin \varphi,$$

тому:

$$\frac{1}{8\pi} \bar{\mathfrak{H}}_x^2 = \frac{1}{16\pi} (A_i^2 + A_r^2 - 2 A_i A_r \cos \varepsilon) \cos^2 \varphi,$$

$$\frac{1}{8\pi} \bar{\mathfrak{H}}_z^2 = \frac{1}{16\pi} (A_i^2 + A_r^2 + 2 A_i A_r \cos \varepsilon) \sin^2 \varphi,$$

а даліше:

$$\frac{1}{4\pi} \bar{\mathfrak{H}}_x \cdot \bar{\mathfrak{H}}_z = -\frac{1}{8\pi} (A_i^2 - A_r^2) \cos \varphi \sin \varphi,$$

притім перечеркнення означають пересічні вартості.

Впровадимо даліше для $\mathfrak{E}^2$ т. зв. її пересічну квадратну вартість, отже:

$$\bar{\mathfrak{E}}^2 = \frac{1}{2} A^2.$$

котра послужить нам до обчислення тиснення фплі на поверхню S .

Тиснене се спричинене силами $\mathfrak{X}'$ є в звязи з гу-
стотою енергії фплі W . Коли W_i буде відносити ся до впадаючої
фплі, W_r знов до відбитої фплі, то після взорів електромагнетної
теорії світла маємо:

$$W_i = \frac{1}{8\pi} A_i^2, \quad W_r = \frac{1}{8\pi} A_r^2.$$

По узглядненю послідних взорів в рівнянях для $\mathfrak{X}'$ отримаємо:

$$\mathfrak{X}_x' = 0$$

$$\mathfrak{X}_y' = -\frac{1}{4\pi} \bar{\mathfrak{H}}_y \cdot \bar{\mathfrak{H}}_z = (W_i - W_r) \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\mathfrak{X}_z' = \frac{1}{8\pi} [(\bar{\mathfrak{H}}_y^2 - \bar{\mathfrak{H}}_z^2) + \bar{\mathfrak{E}}^2] = (W_i + W_r) \cos^2 \varphi.$$

Площа, від котрої фплі відбиває ся, дізнає тиснення p , якого
напряв є згідний з площею падання, а з осію z заключає кут пр. φ .
Напряв тиснення визначимо в сей спосіб:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\mathfrak{X}_y'}{\mathfrak{X}_z'} = \frac{W_i - W_r}{W_i + W_r} \operatorname{tg} \varphi.$$

Що до величини тиснення p , то в воно вислідною ділання сил $\mathfrak{X}'$, іменно:

$$p = \sqrt{\mathfrak{X}_x'^2 + \mathfrak{X}_y'^2 + \mathfrak{X}_z'^2},$$

або по вираженню складових $\mathfrak{X}'$ через густоту енергії, отримаємо:

$$p = \sqrt{(W_i - W_r)^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + (W_i + W_r)^2 \cos^4 \varphi},$$

або:

$$p = \cos \varphi \sqrt{W_i^2 + W_r^2 + 2 W_i W_r \cos 2 \varphi}.$$

Рівняне се в загальною формою на лучисте тиснення.

Коли r означати буде рефлексійну спроможність, то заходить буде така звязь між W_i а W_r :

$$r = \frac{W_r}{W_i},$$

а дальше:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1 - r}{1 + r} \operatorname{tg} \varphi.$$

В наслідок сего маємо:

$$p = W_i \cos \varphi \sqrt{1 + 2 r \cos 2 \varphi + r^2}.$$

Для зовсім відбиваючої поверхні в рефлексійна спроможність $r = 1$, тому

$$\operatorname{tg} \psi = 0, \text{ отже } \psi = 0,$$

і одержимо:

$$p = 2 W_i \cos^2 \varphi.$$

Для зовсім чорної поверхні $r = 0$, отже:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi, \text{ т. зн. } \psi = \varphi,$$

в наслідок чого:

$$p = W_i \cos \varphi.$$

В першій случаю напрям тиснення p в згідний з осню z , в другій случаю в він зовсім згідний з напрямом падаючої філі. Коли лучі падали бн нормально на поверхню, тоді $\varphi = 0$, а також $\psi = 0$, а для тиснення p отримаємо форму:

$$p = W_i (1 + r),$$

а ся форма в саме формою Maxwell-а, вище наведеною.

Для зовсім блискучої поверхні $r = 1$, тоді:

$$p = 2 W_i,$$

а для зовсім чорної поверхні $r = 0$, отже:

$$p = W_i.$$

Лучисте тиснення для зовсім блискучої поверхні рівнає ся подвійному лучистому тисненню зовсім чорної поверхні.

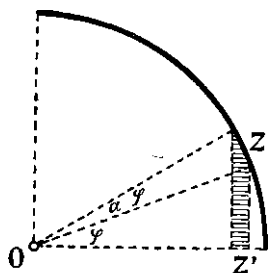
Лучисте тисненє порожнього простору.

В порожнім просторі промінюванє розходить ся рівномірно у всіх напрямках. Подумаймо собі в такому просторі зовсім блискучу поверхню; най її трафляє світляна Філа під кутом φ . Заложім дальше, що у всіх напрямках з 0 (Фіг. 1) виходять лучі і падають на елемент кулистої стрєфи ZZ' , якого поверхня

$$dF = 2\pi \sin \varphi d\varphi.$$

Густота цілої висвяної енергії вивосьть:

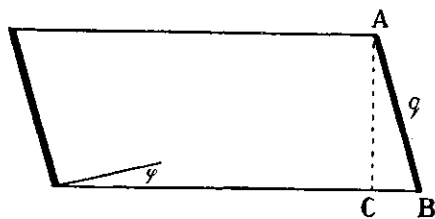
$$\begin{aligned} W &= 2\pi \varepsilon \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \\ &= -\frac{\pi \varepsilon}{2} \cos 2\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi \varepsilon, \end{aligned}$$



Фіг. 1.

притім ε означає емісійну спроможність.

Коли q представляє величину промінюючої поверхні AB (Фіг. 2), то тисненє на поверхні AC в безглядних одиницях вивосьть:



Фіг. 2.

$$dp' = 2 \frac{dW}{AC \cdot c}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^{10};$$

або:

$$dp' = \frac{2}{c} \frac{dW}{q \cos \varphi}.$$

Кожному елементови поверхні AC відповідає аналогічний елемент поверхні AB

$\frac{1}{\cos \varphi}$ разів більший. Тому тисненє на одиницю поверхні AB є $\cos \varphi$ разів менше від dp' . А що напрям того тисненя замикає з нормальною до AB кут φ , тому:

$$dp = dp' \cos^2 \varphi = \frac{2 dW \cos \varphi}{c \cdot q};$$

тисненє знов на одиницю поверхні ε :

$$dp = 2 \frac{dW}{c} \cos \varphi = \frac{4\pi \varepsilon}{c} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi.$$

По зінтегрованю отримаємо:

$$p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\pi \varepsilon}{c} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{4}{3} \frac{\pi \varepsilon}{c}.$$

В случаю нормальних лучів до поверхні, густина енергії буде :

$$W_e = \frac{2 W}{c}.$$

Коли знов енергія промінює під кутом, який лежить між φ а $(\varphi + d\varphi)$, тоді будемо мати :

$$W_e = 4 \pi \varepsilon \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \varphi \cos \varphi d\varphi}{c \cos \varphi} = \frac{4 \pi \varepsilon}{c}.$$

По вставленю послідної вартости у взорі на p , дїстанемо :

$$p = \frac{1}{3} W_e$$

а се значить, що лучисте тиснене в порожнім просторі на зовсім відбиваючу поверхню рівнає ся третій части цілої густоти енергії фвлі.

Із сучасних дослідів над магнетизмом.

написав

др. Роман Цегельський.

1. Вступ.

Відповідно до сучасного стану науки ділимо всі тіла з огляду на їх магнетні прикмети на три групи: на діямагнетні, парамагнетні і ферромагнетні. До першої групи належить переважна часть елементів¹⁾ і хемічних сполук; між останніми подибуємо товщеві і ароматичні сполуки. До парамагнетних тіл належить менша часть елементів і розмірно невелике число хемічних сполук, головнo соли хрому, мангану, заліза, ніклю, кобальту і міді. Ферромагнетними тілами є залізо, нікель, кобальт, манган, магнетит і піротит, вкінці деякі амальгами і стопи ферромагнетних металів, головнo стопи Heusler'a.

Потреба сего поділу проявила ся вже давно. Почин до того дав ще Brugmanns 1778 р. Він досліджував магнетні прикмети богатих тіл. Між иншим найшов, що часово стають магнетними сірчан, азотан і хлорак заліза (залізаві сполуки), як в ціпкім, так і в розпущенім стані. Заразом зробив епохальне відкритє, що магнетні бігуни відпихають чистий візмут. В творі його, що вийшов в Leyden 1778 п. з. Magnetismus...²⁾, стрічаємо натяки на поділ тіл на згадані три групи („omne ferrum, omneque corpus ferrum continens, eo ipso dum trahitur, polos recipiat“; p. 72). Однак перший

¹⁾ Доси досліджено, на скільки мені відомо, магнетні прикмети 69 елементів; між ними є 35 діямагнетними тілами, 31 парамагнетними, 4 ферромагнетними.

²⁾ Гл. Rapports présentés au congrès internationale de physique. Tome II. Paris 1900. H. Du Bois. Propriétés magnétiques de la matière pondérable p. 461.

Примітка. Редакція Збірника полишає термінологію і номенклатуру автора.

Ред.

товчок до поставлення проблеми на загальній основі дав Faraday¹⁾ у половині XIX віка. Він перший поставив тезу, що магнетизм се загальна прикмета матерії. Звісні його основні спроби зі штабкою із заліза і з візмуту. Перша уставляє ся у сильнім магнетнім поліу рівнобіжно до ліній сил, а друга нормально. Відповідно до поведення тіл у магнетнім поліу ділить Faraday всі тіла на парамагнетні, що поводять ся так, як залізо, і на діамагнетні, яких магнетні прикмети нагадують візмут. Після Faraday-а роблено дуже багато дослідів і то у різних напрямках. Однак загальний успіх їх був слабкий мимо накопичення материялу так, що вони мало причинили ся до прояснення проблеми, а навіть протинно замотували його. Доперва новіші часи принесли рішучий зворот. Систематичні і докладні досліди Pierre-a Curie-a з кінця XIX. віка стали вихідною точкою модерних магнетних дослідів і дали основу новим магнетним теоріям Langevin-a і Weiss-a, що при помочи теорії електронів розв'язують в цілости магнетний проблем відповідно до теперішнього стану науки.

Поділ тіл на згадані три класи виступає ясно, коли придивимо ся ближше їх магнетній вразливості (Suszeptibilität, Erregbarkeit) κ . Сим виразом називаємо відношене степеня намагнетизованя I тіла до магнетизуючої сили (сили магнетного поля H). Отже $\kappa = \frac{I}{H}$.²⁾ І так магнетна вразливість κ парамагнет-

них і діамагнетних тіл є взагалі сталою величиною і від сили поля H незалежною; однак κ перших є додатне, а других від'ємне. За те инакше є у ферромагнетних тіл. Хоч поверховно нагадують вони парамагнетні тіла н. пр. тим, що у одних і других виступають однакові бігуни у магнетнім поліу, то однак заходить між ними велика ріжниця, а саме магнетна вразливість κ ферромагнетних тіл не є сталою величиною, лише є функцією сили поля H , залежить від магнетних ціль, що передше ділали на дане тіло, і досягає високої

¹⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III. Bd. 1897. p. 1120 і слідуючі.

²⁾ Для яснійшого розуміння пригадую, що степень намагнетизованя є магнетним моментом одиниці об'єму. Коли магнетний момент рівномірно намагнетизованого тіла є $\mathcal{M}$, а його об'єм V , то $I = \frac{\mathcal{M}}{V}$; магнетний момент се добуток із сили бігуна і віддаленя обох бігунів. Коли-ж тіло нерівномірно намагнетизоване, то беремо елемент об'єму, якого довгота $= d\lambda$ і рівнобіжна до магнетної осі, і називаємо скількість магнетизму, що вкриває одиницю кінцевих поверхень ds елементарного об'єму, знаком I . Тоді є магнетний момент сего елементарного об'єму $I ds d\lambda = I dv$. Положим $I ds = m$, отже магнетний момент елементарного об'єму є $m d\lambda$, а степень намагнетизованя $I = \frac{m d\lambda}{dv}$. Сила магнетного поля H є се механічна сила, з якою ділає поле на одиничний магнетний бігун.

вартості¹⁾. Тут також виступає у великій степені явище гістерези, відкрите найперше Warburg-ом²⁾, а коерцитивна сила значна. При тім всім χ завжди додатне. Дальше треба згадати, що магнетна вразливість парамагнетних і діамгнетних тіл дуже слаба. Н. пр. χ плинного кисня вносять після дослідів Kamerlingh-a Onnes-a і Albert-a Perrier-a³⁾ при температурі — 208·2° С кругло $+284 \cdot 10^{-6}$ одиниць С. G. S., при звичайній температурі (20°) є після P. Curie-a⁴⁾ χ кисня $= +0 \cdot 14 \cdot 10^{-6}$, а магнетна вразливість води рівна $-0 \cdot 75 \cdot 10^{-6}$ при 18° С.⁵⁾ Менше більше того самого ряду величини є вразливості інших парамагнетних і діамгнетних тіл. За те н. пр. питома магнетна вразливість заліза χ себто відношене магнетної вразливості χ до густоти D , отже $\frac{\chi}{D}$ досягає в полях нижших від 10.000 С. G. S. при темпер. 18° С вартість 236.⁶⁾

На перший погляд здається, що є три групи від себе зовсім відокремлені. Однак вже Faraday показав, що залізо при вишій температурі стає слабо магнетне. Те саме можна сказати про всі ферромагнетні тіла. Взагалі стають вони у вишій температурі парамагнетними, як се дослідив Curie⁷⁾. Кожде з них має питому собі температуру т. зв. температуру трансформації, при якій перемінює ся у парамагнетну відміну. Так то вже сама температура розсуває стіну поміж парамагнетними і ферромагнетними тілами. За те зміна температури не захитала окремого становища діамгнетних тіл. Однак можна всі групи зближити до себе при помочи хемічних перемін, як вказують на се хочби досліді Pascal-a⁸⁾.

Досліді над впливом температури на магнетні прикмети тіл вело багато фізиків. Перед роботами Curie-a замітні у сім напрямі досліді Plücker a, Wiedemann-a і Hopkinson-a. Plücker⁹⁾

¹⁾ Лише манган має розмірно малу вразливість, однак квалітативно має ферромагнетні прикмети (Гл. Fr. Heusler u. E. Take. Phys. Zs. XIII, 1912, S. 897).

²⁾ Warburg. Wied. Ann. Bd. XIII, p. 141; Freiburger Berichte VIII, 8. Dezember 1880; Congrès internat. de phys. 1900. Paris. II. p. 509.

³⁾ Kamerlingh Onnes and Albert Perrier. Communications. Leiden. 116. 1910. p. 33.

⁴⁾ P. Curie. Oeuvres. Paris. 1908. Propriétés magn. des corps. p. 326. (У Curie-a подана питома вразливість χ , а $\chi = \frac{z}{D}$; D = густина).

⁵⁾ Du Bois. Congrès internat. 1900. II. p. 504.

⁶⁾ Du Bois. Ibid. p. 465.

⁷⁾ P. Curie. Oeuvres p. 329.

⁸⁾ Pascal. Annales de chim. et de phys. VIII. série XVI. Paris 1909. p. 571.

⁹⁾ Wiedemann. Elektrizitätslehre. p. 1016 (Curie. Oeuvres. p. 234).

досліджував вплив температури на діямагнетні тіла. З дослідів, які він проводив над стеариною, сіркою, ртуттю і візмутом, виходить, що діямагнетизм перших трох тіл мимо підвищування температури не змінює ся, за те діямагнетна вразливість візмуту маліє, коли ogrівати його. Wiedemann¹⁾ досліджував вплив температури на парамагнетні соли і зробив замітне відкритє, що магнетна вразливість їх меншає wraz з підвищуванєм температури; при тім є термічний співчинник магнетної вразливости однаковий для всіх ним досліджуваних парамагнетних солий. Після Wiedemann-a є він майже такий сам, як термічний співчинник розширення обєму газів, і виносить 0.00323 між 15° а 80° C. Відповідно до сего подав він $\kappa_t = \kappa_0 (1 - \alpha t)$, де κ_0 є магнетна вразливість при 0°, κ_t магнетна вразливість при t° , а α термічний співчинник. Plessner²⁾ потвердив дослїди Wiedemann-a і найшов $\alpha = 0.00355$ між 15° а 60° C. Замітні також праці Hopkinson-a³⁾, що досліджував прикмети ферромагнетних тіл аж до температури трансформації. Дослїди сих, як і инших фізиків, що працювали перед Curie і підчас його діяльности, мають багато недостач. Передовсїм вони несистематичні, по другє магнетні поля, які уживано, були розмірно слабї, а також границї температури не надто широкі. І так в. пр. робив Hopkinson свої дослїди найбільше до 770° C, а силу поля змінював в межах від 2 до 40 одиниць (C. G. S.). В наслідок сих і инших недостач годї було до недавна поставити загальну теорію магнетизму, що не лише змогла би описати поодинокі магнетні явища, але також подавала би звязь між магнетними прикметами всіх тіл. Сї причини спонукали Р. Curie⁴⁾ взяти ся до систематичного дослїду магнетних прикмет тіл при можливо ріжних умовах температури, тиснення і сили магнетного поля. Межі температури посунав він до 1375°, а силу поля змінював в межах від 25 до 1350 одиниць C. G. S. Крім того досліджував він також перебіг трансформації ферромагнетних тіл.

Дослїди Curie-a посунули справу значно вперєд і уможливили поставленє нових магнетних теорій, що обняли магнетні явища у загальний спосіб. Зараз по нїм являють ся праці Weiss-a і товаришів, що подають матерїял, обильний в дослїди над магнетизмом кристалів і над ферромагнетними тілами. При тім посунули ся межї

¹⁾ Wiedemann. Elektrizitätslehre. p. 960. Poggend. Annal. CXXVI, 1865, p. 1.

²⁾ Plessner. Wied. Annal. XXXIX, 1890, p. 336.

³⁾ Hopkinson, Phil. Trans. 1889. p. 443 (зелїзо). — Proceed. R. S. XLIV, 1888, p. 317. (нікель). — Proceed. R. S. 1889, 1890. (Curie. Oeuvres. p. 235).

⁴⁾ Curie. Oeuvres. p. 233, 235.

поля до 50.000 Гавсів, а границі температури пішли далеко в гору і в долину. В останніх роках помітні також з одної сторони праці Pасca-а, що подають докладні дослідні над магнетизмом багатьох елементів і хемічних сполук таї старають ся прояснити звязь між магнетними прикметами тіл і їх хемічним складом, з другої сторони дослідні магнетних прикмет тіл, переведені під проводом Kamerlingh а Onnes а при дуже низьких температурах.

2. Діамагнетні тіла.

Дослідні діамагнетної вразливости тіл сполучені з великими трудностями тому, що вона дуже слаба, а найменші занеачищення можуть легко закрити правдиву величину її. І так н. пр. вистане міліонова частина примішки зеліа, щоби закрити діамагнетні прикмети візмуту в полю 100 Гавсів¹⁾. Тому не диво, що поміри в багатьох случаях недокладні, а деколи годі було рішити, чи тіло діамагнетне чи парамагнетне. Задля тої причини мусить ся уважати на те, щоби досліджуване тіло було хемічно чисте.

Загальні вислідні праць над діамагнетними тілами дадуть ся представити в отсей спосіб. Доси не повело ся ще ніколи сконстатувати, щоби магнетна вразливість діамагнетних хемічно однородних тіл змінила свій знак під впливом самої лише зміни поля, температури або густоти. Противно, як якийсь елемент є діамагнетний, годі щонебудь висновувати із сего про магнетні прикмети його сполук. Н. пр. мідь є діамагнетною, а багато сполук її є парамагнетними²⁾. Так само із діамагнетних сполук годі виводити діамагнетизм якогось елементу. Також не найдено ріжницї між питомою вразливістю розпущених і ціпких діамагнетних субстанцій. Вплив сили поля на діамагнетну вразливість дуже слабкий; тому весів Curie в межах від 50 до 1350 Гавсів лише з малими виймаками сконстатувати, що $I = f(H)$ є прямою лінійю. Також ствердив Curie, що діамагнетна вразливість не залежить від температури. Що найбільше можна сказати, що термічний співчинник магнетної вразливости дуже малий, а саме є він того самого ряду, що термічний співчинник розширення ціпких тіл.

Зміни хемічного і фізикального стану діамагнетних тіл впливають лише дуже слабо на діамагнетні прикмети. Мабуть останні

¹⁾ Pascal. Recherches magnétochimiques. Ann. Chim. Phys. VIII, série. t. XIX. 1910. p. 9.

²⁾ Du Bois. Congrès. internat. physique. II. 1900. p. 493.

залежать лише від найдрібніших частинок матерії. Н. пр. перехід у плинний стан не впливає зовсім на дімагнетну вразливість потасової салітри (точка таяння 350°), білого фосфору (т. таяння 44°), йоду (т. т. 104°), сірки (т. т. 110°); те саме бачимо у сірки при переміні її у всілякі аллотропічні відміни. Впрочім сей закон несповнений у всіх тіл докладно; у багатьох тіл сконстатовано більшу або меншу згідність із загальним правилом.

Виймкове місце займають візмут і антимон; їх магнетна вразливість маліє дуже швидко, коли збільшаємо температуру. У візмуту відбуває ся переміна магнетної вразливости при огріванню після лінеарного закона. Також замітним є явище, що розтоплений візмут має магнетну вразливість 25 разів меншу, як цїпкий¹⁾.

По сїм загальнім перегляді придивім ся ближше деяким спеціальним случаям. Найперше возмім воду. Богато дослідників мірило її магнетну вразливість, а вислїди помірив не дуже відбігають від себе. І так н. пр. G. Quincke дістав 1885. р. $\kappa = -0.793.10^{-6}$, P. Curie 1895. р. $\kappa = -0.737.10^{-6}$, H. Du Bois 1888. р. $\kappa = -0.831.10^{-6}$, G. Jäger і St. Meyer 1899. р. $\kappa = -0.641.10^{-6}$. Середна вартість сих і инших помірив дає $\kappa = -0.753.10^{-6}$. Сї обчислення відносять ся до 18°C і до порожнї. Після них приймає du Bois питому вразливість води $\chi = -0.75.10^{-6}$. Однак з новіших дослідів виходить низша вартість вразливости води, а саме хитає ся вона докруги числа $0.73.10^{-6}$. Після найновіших помірив W. J. de Haas-a і P. Drapier-a²⁾, переведених в полї 40.000 Гавсів при 21° , виходить χ води $-0.747.10^{-6}$ супроти воздуха³⁾, а $-0.721.10^{-6}$ супроти водня. Сила поля не має ніякого впливу на вразливість води. Се доказано навіть для піль, що досягають 40.000 Гавсів. Так само незамітний вплив температури. Після Curie-a змінєє ся χ навіть не о 1.5% межі $+20^{\circ}\text{C}$ а $+189^{\circ}\text{C}$; инші дослідники нашли термомагнетні співчинники від -1 до -2 тисячні на 1° .⁴⁾

Curie робив поміри також над кристалічним кварцом. Вислїд їх був такий, що питома магнетна вразливість його показала ся у всіх напрамах однакова. Вартість її $\chi = -0.441.10^{-6}$. Під впливом висшої температури χ збільшає ся мабуть, однак се збільшенє так незначне, що в межах експериментальних похибок можна вважати χ незалежним від температури⁵⁾.

¹⁾ P. Curie. Oeuvres p. 328.

²⁾ W. J. de Haas u. P. Drapier, Ann. d. Phys. 42. 1913. p. 673.

³⁾ Для повітря $\kappa = 0.027.10^{-6}$ при 18°C . Гл. під ²⁾.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internation. p. 504, 505.

⁵⁾ Curie. Oeuvres. p. 261 і 262.

Також незміняє ся χ потасової салітри в межах від 18° до 420° . Се тим більше замітне, що потасова салітра топить ся при 350° . Отже ту маємо приклад на се, що зміна фізичного стану не впливає на діамagnetну вразливість. Величина єї є — $0.329 \cdot 10^{-6}$ при 18° .¹⁾ Так само не зауважав Curie замітних термомагнетних змін у теллюру, кухонної соли, потасового хлораку і сірчану в цїпкім станї, авї для фосфору, йоду і сірки в цїпкім і плиннім станї.

У антимону замітна велика зміна χ з температурою. Для звичайної відміни його виносить χ около — $1 \cdot 10^{-6}$; воно зменшає ся постійно з підвищенням температури; при 540° виносить воно $0.468 \cdot 10^{-6}$. χ другої відміни, одержаної електролітичною дорогою, значно менше. Цїлком відрубним є поведене візмуту. З підвищенням температури зміняє ся його магнетна вразливість χ після лінеарного закона, який Curie²⁾ подає в отсїй формі $10^6 \chi_t = 1.35 [1 - 0.00115(t - 20)]$, де t означає температуру. При 20° одержав Curie $\chi = -1.35 \cdot 10^{-6}$; подібно находимо у Ettinghausen-a³⁾ $\chi = -1.37 \cdot 10^{-6}$. Після формулки Curie-a находимо для температури — 182°C $\chi = -1.68 \cdot 10^{-6}$, однак Fleming і Dewar нашли при помочи помірїв для тої самої температури $\chi = -1.59 \cdot 10^{-6}$; видко закон лінеарної переміни не відносить ся до так низьких температур⁴⁾. При точці таяня (273°) є χ цїпкого візмуту рівне — $0.957 \cdot 10^{-6}$, а χ розтопленого візмуту стає 25 рази слабше і не зміняє ся між 273° а 408° ; його вартість є — $0.038 \cdot 10^{-6}$; сей наглий скок магнетної вразливости відбуває ся в інтервалї меншім як 2° , при чім не зауважано термомагнетної гістерези⁵⁾. Се замітне термомагнетне поведене візмуту ствердили вповнї у найновїйшій часї K. Honda⁶⁾ і M. Owen⁷⁾.

Долучена фіг. 1. подає звязь між питомою магнетною вразливістю χ кількох діамagnetних тїл, а температурою в степенях Цельзія. На фігурі бачимо ясно характеристичні прикмети згаданих тїл. Вісь відрізних обіймає температури, а вісь рядних подає вартости $\chi \cdot 10^6$. Фігура рисована після P. Curie-a.

Не від річи буде подати також дослїди Pascal-a, зроблені в останніх літах. Вони подають обильний матеріал, дуже совісно

¹⁾ Curie. Oeuvres. p. 261.

²⁾ Curie. Oeuvres. p. 269.

³⁾ Ettinghausen. Wied. Ann. XVII. p. 272.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 503.

⁵⁾ Curie. ibid. p. 270.

⁶⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910, p. 1027.

⁷⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

опрацьований, з якого Pascal успів добути кілька інтересних законів, а також подати залежність магнетних прикмет тіл від їх хемічного складу. І так знаходить він, що атомова магнетна вразливість χ_a металюїдів, себто добуток із питомої магнетної вразливості і атомового тягару росте враз з атомовим тягарем. Се доказує він при помочи висновків із вислідів не лише своїх праць, але також праць Curie-а і Koenigsberger-а. Низше поданий перегляд вартостей — $10^7 \cdot \chi_a$, упорядкований після ростучих атомових тягарів і груп металюїдів.

I.	II.	III.
<i>Cl</i> 209.5	<i>S</i> 156	<i>P</i> 274
<i>Br</i> 319.2	<i>Se</i> 240	<i>Sb</i> 775
<i>I</i> 465	<i>Te</i> 389	<i>Bi</i> 1896.

Із сих вартостей виводить Pascal рівнянє $\chi_a = -10^{-7} \cdot e^{\alpha + \beta a}$, де a означає атомовий тягар, а α і β сталі величини, залежні від вартісности металюїдів. На α і β подає Pascal ось які вартости для поодиноких груп:

α	β
I. 2.195,	0.00380
II. 2.058,	0.00418
III. 2.2806,	0.00505

Перші елементи сих груп н. пр. F , N не підлягають експоненціальному заонові, а кисень є парамагнетний¹⁾.

Pascal досліджував також прикмети всіляких газів, головню зложених, і дійшов в суперечности до праць Quincke-а до вислїду, що вони є з виїмком кияня і азотавого окису (NO) діямагнетними тілами, котрих питома вразливість є ряду 10^{-6} . Однак Quincke оперував газами, що мали троха воздуха і найшов їх всіх парамагнетними. Вирочім вислїди його праць дуже непевні; ся непевність пояснює ся легко малою питомою вразливістю газів в умовах, в яких робить ся досвїди, а дальше тим, що міряні магнетні сили газів дуже слабї. Тому Pascal скроплював гази; через те збільшав їх густоту 1000 рази, а вислїди ставали тоді певнійшими. На основі його праць, як і давнійших²⁾, можна припускати, що магнетна вразливість газів не залежить від температури і від тиснення при якім-небудь фізичнім стані їх. Сей здогад стверджує ся також сим, що

¹⁾ Pascal. Recherches magnétochimiques. Annal. Chim. Phys. VIII. série. t. XIX. p. 16—18.

²⁾ Du Bois. Congr. intern. p. 505.

спроможність скручування площі поляризації не змінює ся в хвилі скроплювання газів.

З дослідів над сими зложеними газами вивів Pascal зв'язь між молекулярною вразливістю їх χ_m (= добуток із питомої магн. вразливості і молекулярного тягару m) а числом атомів молекула n . Ся зв'язь є лінійна і має вид: $\chi_m = -23.3 \cdot (5 + n) \cdot 10^{-7}$; відси $\chi = -1.04 \cdot (5 + n) \cdot 10^{-10}$.¹⁾ Сі закони доказав Pascal для SO_2 , NH_3 , C_2N_2 , N_2O_3 , N_2O_4 .²⁾

Опісля найшов він аддитивний закон для діамagnetних елементів в органічних сполуках. Після того закона зберігають діамagnetні елементи свої магнетні прикмети у згаданих сполуках так, що можна обчислити їхнє χ_m із питомих вразливостей поодиноких елементів. Коли-ж крім діамagnetних елементів входить в органічну сполуку якийсь парамагнетний н. пр. кисень, то він набуває особливих магнетних прикмет, які зберігає незмінно у всіх аналогічно збудованих сполуках, а деколи стає навіть діамagnetним. Се правило дасть ся виразити формулою:

$$\chi_m = \sum \alpha \chi_A + \lambda, \text{ де } \chi_A, \chi_B, \chi_C, \dots$$

є атомовими магн. вразливістями елементів $A, B, C \dots$, введеними прямо з дослідів на діамagnetними тілами або одержаними посередно для ксеню. Стала λ залежить від структури молекула і рівнає ся нулю для сполук з нормальними вязаннями. Подібні досліді вів вже Henrichsen³⁾; він найшов також для деяких тіл товщового ряду $\chi_m = \sum \alpha \chi_A$. α є число атомів того самого первня у хемічній сполучі.

Міряючи молекулярну магнетну вразливість багатьох насичених сполук товщового ряду і примінюючи аддитивний закон, обчислив Pascal атомову магнетну вразливість кількох елементів, при яких заходили доси неясности. І так найшов для водня $\chi_a = -31 \cdot 10^{-7}$, для вугля $\chi_a = -62.5 \cdot 10^{-7}$ (згідно із своїми експериментальними помірами⁴⁾), для азоту $\chi_a = -58 \cdot 10^{-7}$. Одно з таких обчислень наводимо за Pascal-ем. Коли н. пр. приглянемо ся гомологічному рядови насичених товщових сполук, то побачимо, що два безпосередно по собі слідуєчі члени ряду ріжняють ся від себе о родень CH_2 . Сему родневи відповідає приріст молекулярної магнетної враз-

¹⁾ Бо $\chi_m = \chi \cdot m = \frac{\chi}{D} \cdot m = \chi \cdot \frac{m}{D}$, де D є густота, а $\frac{m}{D} = 22.412 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$ при 0° і нормальнім тисненню.

²⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série, t. XIX, 1010. p. 18—23.

³⁾ Henrichsen. Wiedem. Annal. XXXIV. 1888. p. 180.

⁴⁾ Зближені вартости одержано для χ_a вугля, спрепарованого з цукру в лабораторії Bossha. Гл. М. Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

ливості все о таку саму величину, а саме о — $123 \cdot 5 \cdot 10^{-7}$, як се подає Pascal¹⁾, беручи середню вартість. Впрочім се річ не нова. Подібне спостереження зробили давнійше А. Wleügel і Р. Henrichsen²⁾, котрі також доказали, що молекулярна вразливість метамерних і ізомерних сполук однакова. Н. пр. вартості $\chi_m \cdot 10^{-7}$ є:

для C_6H_{14}	796	Ріжниця
C_8H_{18}	1037	$2 \times 120 \cdot 5$
$C_{10}H_{22}$	1297	2×130 ; так само
для CH_3OH	228	
C_2H_5OH	357	129
C_3H_7OH	479	122
$C_8H_{17}OH$	1092	$5 \times 122 \cdot 6$

Як сказано, є середня вартість $\chi_{CH_2} = 123 \cdot 5 \cdot 10^{-7}$, а відси $\chi_C = \chi_{CH_2} - \chi_{H_2} = \chi_{CH_2} - 2\chi_H = -10^{-7}$. $(123 \cdot 5 - 61) = -10^{-7} \cdot 62 \cdot 5$. Атомову магн. вразливість водня, обчислену на основі аддитивного закону Pascal-ем, ствердили вповні Kammerlingh Onnes і Perrier³⁾, що робили поміри над плинним воднем. Вони нашли $\chi_H = -27 \cdot 10^{-7}$; отже ріжниця є дуже незамітна.

Про ролю сталої λ у рівнянню $\chi_m = \sum a \chi_A + \lambda$ довідаємо ся, беручи під увагу ароматичні сполуки. Коли би ми н. пр. обчисляли χ_m бензолу, додаючи $6\chi_C + 6\chi_H$, то вийшло би — $558 \cdot 10^{-7}$; однак експеримент дає χ_m бензолу = — $574 \cdot 10^{-7}$. Те саме одержимо для інших сполук, що виводять ся з бензолу. Отже бензолеве ядро відповідає як раз сталій λ , яка виносить для нього — $15 \cdot 10^{-7}$. Подібну прикмету бачимо і в сполуках нафталіни, для котрої $\lambda = -63 \cdot 3 \cdot 10^{-7}$ і т. и. Із тих всіх дослідів потягнув Pascal висновок, що комплікація замкнених ланцюхів органічних сполук збільшає значно діамagnetизм їх молекул⁴⁾.

Інтересні також досліді Pascal а над киснем, а зглядно над магнетними прикметами його у хемічних сполуках. Як звісно, кисень є досить сильно магнетним. Його атомова вразливість виносить поверх $+15 \cdot 000 \cdot 10^{-7}$. Однак він тратить майже зовсім свої магнетні прикмети у сполуках, а навіть може деколи поводити ся, як дія-

¹⁾ Pascal. Ann. chim. phys. ibid. p. 28 і слідуючі.

²⁾ A. Wleügel u. P. Henrichsen. Wied. Ann. XXII. 1884. p. 121; XXXIV. 1888. p. 180; XLV, 1892. p. 38. (Гл. Du Bois. Congrès internat. p. 505).

³⁾ Kammerlingh Onnes und A. Perrier. Communications from phys. lab. Leiden nr. 122, p. 10. (Гл. також Pascal. Ann. chim. phys. IX. série, 25, 1912. p. 289).

⁴⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série. t. XIX. 1910. p. 31—35.

магнетний елемент. Се найшов Pascal¹⁾, студіюючи металічні кисневі родні, а відтак при дослідах над органічними сполуками. В останнім разі показало ся, що великий вплив на магнетні прикмети кисня має положене його серед других атомів хемічної сполуки. І так н. пр. у насичених алькоголів (CH_3OH , $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ і т. д.) є атомова вразливість кисня $X'_0 = -48 \cdot 10^{-7}$, у товщевих насичених альдегідів (CH_3CHO , $\text{C}_2\text{H}_5\text{CHO}$ і т. д.) є кисень злегка парамагнетним; його $X''_0 = +17 \cdot 25 \cdot 10^{-7}$; подібно у кетонів є $\chi''_0 = +18 \cdot 10^{-7}$. За те у товщевих квасів (HCOOH , CH_3COOH , і т. д.) є кисень знов діамагнетним; його $\chi_{\text{O}_2} = -83 \cdot 10^{-7}$ (для обох киснів разом, що находять ся в молекулі останніх сполук). Сі числа найшов Pascal, примінюючи аддитивний закон. Відтак займав ся він органічними сполуками із сіркою і азотом та деказав, що оба сі елементи задержують свої діамагнетні прикмети в сполуках, і то перший в цілости, а другий улягає лише злегка впливови структури молекула²⁾).

У своїй новійшій праці³⁾ справджує Pascal свої давніші вислуди і на основі нового багатого експериментального матеріялу досліджує звязь між структурою молекула а магнетними прикметами. Між иншим доказує він вплив многократних вязань на питому магнетну вразливість, що обявляє ся деколи в значнім обниженю діамагнетизму. Н. пр. присутність одного етиленічного вязаня обнижує χ о $57 \cdot 10^{-7}$, а для подвійного вязаня $\text{C}=\text{N}$ оксимв, гідрозинів і азометивів є $\lambda = +85 \cdot 10^{-7}$. Протинний вплив має перстенева структура. Вона завеіди підвищує діамагнетну вразливість. Се підвищенє виносить н. пр. для кожного атому вугля в бензолу — $2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}$, разом для цілого ядра — $15 \cdot 10^{-7}$, подібно для більше скомплікованих сполук.

Дальші дослуди Pascal-а мають інтерес радше для хеміків, а загальний висновок з них редукує ся до отних слів. Магнето-хемічна аналіза, розважно ужита, може віддати добру прислугу у вишукуваню молекулярної структури хемічних сполук так само, як і инші фізикально-хемічні методи; заразом не є виключеним, що вона достарчить колись ужиточних інформацій про структуру атомів і про суть вартісности елементів.

¹⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série t. XVI. p. 567; t. XIX. 1910. p. 36. і прочі.

²⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. VIII. série. t. XIX. 1910. p. 57 і 58.

³⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. IX. série. t. 25. 1912. p. 289.

3. Парамагнетні тіла.

Досліди магнетних прикмет парамагнетних тіл є доволі тяжкі іза того, що парамагнетна вразливість, подібно як і діямагнетна, є дуже невелика. Тому найдрібніші примішки ферромагнетного металю можуть зробити поміри зовсім ілюзоричними. Коли н. пр. χ якогось парамагнетного тіла вносить 10^{-6} , а ми умістимо його у магнетнім полю, якого сила рівна 5.000 C. G. S., то питомий степеь намагнетизована¹⁾ досягне вартости $+0.005$ C. G. S., рівночасно виносити ме питомий степеь намагнетизованя зелізних занечищень кругло 250 C. G. S., т. є. 50.000 рази більше. Отже вистарчить $\frac{1}{5000}\%$ занечищень із зеліза, щоби закрити зовсім парамагнетні явища. Те саме відносить ся також до діямагнетних тіл, як се згадано више²⁾. Тому не дивно, що праці ріжних дослідників давали не раз незгідні, а часом і противні висліди, а доперва новішими чачами по приміненю докладніших метод одержано певніші. Дуже багато дослідів роблено над парамагнетними солями, і то безводними, скристалізованими і розпущеними.

З поміж праць давніших фізиків заслугують на увагу праці G. Wiedemann-a³⁾. Передовсім сконстатував він аддитивний закон для парамагнетних розчинів, а саме найшов, що магнетизм сільного розчину рівний сумі магнетизмів розчинника тай розпущеної соли. Відси рівняне $\chi = \chi' g' + \chi'' (1 - g')$, де χ' відповідає соли, χ'' розчинникови, а χ розчинови. Коли χ' і χ'' мають протевні знаки, то можна в сім разі так зложити розчин, що $\chi = 0$, а $\chi' = \frac{g' - 1}{g'} \cdot \chi''$.

Такі немагнетні розчини є добрим і певним засобом для магнетних дослідів над розпущеними солями тим більше, що магнетна вразливість парамагнетних розчинів не залежить від сили поля, а немагнетні розчини остають такими і в полю, якого сила досягає 40.000 C. G. S. Згаданий закон ствердили du Bois і O. Liebknecht⁴⁾, а висліди помірів, на основі його роблених, покривають ся вповні з вислідами, які инші фізики одержали другими методами.

¹⁾ Питомий степеь намагнетизованя (S) се є магнетний момент одиниці маси. Коли маса тіла є M , то $S = \frac{M}{M}$, а що в случаю рівномірного намагнетизованя є степеь намагнетизованя $I = \frac{M}{V}$ (гл. стр. 2), то означуючи густоту знаком D , маємо:

$$S = \frac{M}{V \cdot D} = \frac{I}{D}$$

²⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. p, 483.

³⁾ Wiedemann. Pogg. Ann. CXXVI. p. 8, 1865. Du Bois. Congrès intern. phys. p. 484. 485.

⁴⁾ Du Bois u. O. Liebknecht. Ann. d. Phys. 1, 1900. p. 178.

Магнетна вразливість солей є також незалежна від природи розчинника, бодай в першому зближенні¹⁾. Дальше доказав Wiedemann, що питома магнетна вразливість цінких кристалічних солей в загальї така сама, як розпущених солей; є лише небогато виїмків. Противно безводні цінкі соли мають низшу вразливість.

Замітні також досліди над відношенем парамагнетної вразливості до сили магнетного поля. Для багатьох тіл найшли Wiedemann²⁾, Schuhmeister³⁾ і Eaton⁴⁾, що парамагнетна вразливість не залежить від поля, а відтак Н. du Bois⁵⁾ дійшов до висновку, що ступень намагнетизованя I всіх простійше зложених течий, розпущених солей і газів є пропорціональний з силою поля H . Той сам вислід одержав також Curie⁶⁾. Належить ще додати, що до подібного вислїду прийшли у новішій часї Honda⁷⁾ і Owen⁸⁾. З їх дослідів над магнетною вразливістю пара- і діаманетних елементів виходить, що вона здебільша незалежна від поля, а залежність її від поля у прочих елементів можна пояснити примісками ферромагнетних тіл н. пр. заліза. Також замітним є, що Owen в нїоднім случаю не найшов гістерези (магнетного припізнєня). Сим, що парамагнетні тіла мають вразливість, незалежну від сили поля, нагадують вони діаманетні субстанції. Однак заходить між ними крім противного знаку також ся значна ріжниця, що зміна температури має на парамагнетну вразливість значний вплив тоді, як діаманетна взагалї незалежна від температури. А саме найшов Curie⁶⁾, що вона відворотно пропорціональна до абсолютної температури. Ся звязь виражає ся рівнанєм $\chi = \frac{C}{T}$, де C є сталою величиною, залежною від природи даного тіла. Н. пр. для кисня найшов Curie: $10^6 \cdot \chi = \frac{33.700}{T}$ поміж 20° а 450° . Сей закон відповідає в першій приближеню заковови лінеарної переміни питомої магнетної вразливості парамагнетних солей, який відкрив Wiedemann, а ствердив Plessner⁹⁾. Заразом найшли оба останні вчені,

¹⁾ Du Bois. Congrès intern. ibid.

²⁾ G. Wiedemann. Poggend. Ann. CXXVI. p. 8.

³⁾ Schuhmeister. Wiener Berichte. LXXXIII.

⁴⁾ Eaton. Wied. Ann. XV. d. 225.

⁵⁾ Du Bois. Wied. Ann. XXXV. p. 187.

⁶⁾ Curie. Oeuvres p. 328.

⁷⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910. p. 1027.

⁸⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

⁹⁾ Порівн. Wiedem. Elektrizitätslehre. III. S. 960; Plessner ibid.; Plessner. Wied. Ann. 39. p. 336. 1890.

що термічний співчинник парамагнетних солей α майже такий самий, як термічний співчинник розширення газів. Закон Wiedemann'a має вид: $\chi_t = \chi_0 (1 - \alpha t)$, де χ_t вразливість при температурі t , а χ_0 при 0° . Відси виходить приблизно $\frac{1}{\chi_t} \cdot \frac{d\chi_t}{dt} = -\frac{1}{T}$, а дальше $\chi_t = \frac{C}{T}$.¹⁾ Curie дійшов до сего закону, піддаючи новій рахубі вартости, знайдені Wiedemann-ом і Plessner-ом. Описля зробив він сам магнетні поміри над залізавим сірчаном, розпущеним у воді (5·35%-ий розчин) і найшов докладне ствердження гіперболічного закона, як се подають низше наведені числа:

t	$10^6 \cdot \chi$	T	$\chi T \cdot 10^6$
+ 12° C	85·8 C. G. S.	285° абс.	24500 C. G. S.
+ 46° "	75·6 "	319° "	24100 "
+ 108° "	63·2 "	381° "	24100 "

Також провірив Curie сей закон для ціпких безводних солей, висушених через ogrіванє до 250°, взявши під розвагу поміри Plessner-a²⁾. Однак сконстатував, що заходять також неточности, як н. пр. для сірчану ніклю. І для инших тіл повело ся Curie-ви³⁾ доказати закон відвортної пропорциональности температура, при чім поклав він в основу свої поміри. Крім того годить ся згадати ще про поміри Fleming-a і Dewar-a, зроблені над спорешкованими кристалами манганавого сірчану у плиннім воздуху. Вони найшли також гіперболічний закон, як се бачимо з отсх чисел:

t		- 182° C,	+ 25° (степ. Celsi-a)
T		91° C,	298° (абс. темп.)
χ		349,	105 (довільн. одиниць)
$T\chi$		31800,	31300 (" ")

Після імени виваходчика названо сей закон законом Curie-a, а добуток $\chi \cdot T = C$ сталою Curie-a⁴⁾.

Графічне представленє закону Curie-a буде найуспішнійше тоді, коли, пішовши за прикладом Curie-a, зьбогартмуємо рівнанє $\chi = \frac{C}{T}$ і одержанє рівнанє $\log \chi = \log C - \log T$ зобразимо на рисунку. Тоді дістанемо для парамагнетних тіл самі прямі лінії,

¹⁾ Curie. Oeuvres, p. 281.

²⁾ Curie. ibid. p. 285.

³⁾ Curie. Oeuvres p. 327.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. II. p. 486.

як се бачимо на фіг. 2, де $\log \chi$ є на осі рядних, а $\log T$ на осі відірзних. Тангента кута нахлоненя сих прямих є -1 , отже вони до себе рівнобіжні.

Однак новіші досліди показують, що закон Curie-а не опановує всіх парамагнетних тіл. Особливо замітним є, що парамагнетні елементи лише в малій мірі годять ся з законом Curie-а. Honda¹⁾ успів доказати його лише для палляду, згідно з помірами Curie-а²⁾, а Owen³⁾ лише для елементів: *Ce*, *Nd*, *Pr*, *Er*. При дуже низьких температурах наступають збочення від закону відвортної температури також у парамагнетних тіл, що при звичайній температурі зовсім точно годять ся з ним. Н. пр. кисень, що у інтервалі кілька сот степенів поводить ся згідно із згаданим законом, при дуже низькій температурі (у плиннім стані), не підходить під нього; за те відносить ся тоді до нього рівнане $\chi_m \sqrt{T} = A$, де A є сталою величиною, як се виходить з помірів Kamerlingh-а Onnes-а і Perrier-а⁴⁾. При найнижших температурах, які можна досягнути, а саме при температурі цїпкого водня зближає ся χ кисня до сталої вартости. Під проводом Kamerlingh-а Onnes-а⁵⁾ переведено в останніх двох роках в лабораторії в Leiden цілий ряд студий над парамагнетними субстанціями при дуже низькій температурі і на основі їх можна більшу часть сих тіл звести до отсих трех типів: I. До першого типу належать тіла, для яких закон $\chi T = C$ важний аж до температури плинного кисня; при ще низьких температурах маліє добуток χT . Сюди належать н. пр. кристалічний *FeSO₄*, кристалічний *MnSO₄*. II. У инших субстанцій починає χT маліти, як лише температура спаде низше комнатної температури (н. пр. у безводного *MnSO₄*), в сїм разі відносить ся мабуть до них рівнане $\chi(T + \Delta) = \text{const.}$, де Δ є сталою величиною. Важність сего рівнання сягає лиш від звичайної температури до температури плинного азоту; при ще низькій температурі являють ся нові збочення. III. У платини і деяких инших тіл змінє ся вразливість χ лише мало що з температурою, однак в інтервалі між температурою плинного азоту і плинного водня χ майже незалежне від температури.

Перейшовши загальні прикмети парамагнетних тіл, пригляньмо ся кільком замітнішим случаям. Найперше возьмім на увагу кисень, котрого магнетні прикмети ми вже в части обговорили. Пи-

¹⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910, s. 1027.

²⁾ Curie. Oeuvres p. 286.

³⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912, p. 657.

⁴⁾ Kamerlingh Onnes a. A. Perier. Commun. phys. lab. Leiden Nr. 116.

⁵⁾ E. Oosterhuis. Com. Suppl. Nr. 31 to Nr. 133—144, 1913.

тому вразливість його мірено нераз, а вартости її годять ся добре що до ряду величини зі собою, коли відносять ся до тої самої температури. І так найшов Н. du Bois 1888 р. при 15°C і при тисненню 1 атмосфери $\chi = 88 \cdot 10^{-6}$ (відносно до порожні), G. Quincke 1888. р. для 16°C при тисненню від 1 до 8 атмосфер $\chi = 92 \cdot 10^{-6}$, а при тисненню 40 атм. $\chi = 118 \cdot 10^{-6}$, P. Curie 1892 р. для 20° при 18 атм. $\chi = 115 \cdot 10^{-6}$, R. Hennig 1893. р. для 25° при 1–4 атм. $\chi = 93 \cdot 10^{-6}$, Fleming і Dewar 1898. р. для плинного кисня при -182° $\chi = 285 \cdot 10^{-6}$. Коли зведемо при помочи закону Curie-а наведені вартости магнетної вразливости на абсолютну температуру 291° , одержимо вартости, що хитають ся між $87 \cdot 10^{-6}$ і $117 \cdot 10^{-6}$, отже досить згідні висліди, як взяти на увагу трудність помірів. Інтересними є також досліди над впливом тиснення на магнетну вразливість кисня. Всі дослідники годять ся, що магнетна вразливість χ при сталій температурі пропорціональна до тиснення. З того виходить, що пятама вразливість χ не залежить від тиснення, що ствердив також Curie. Як сполучимо закон $\chi = \frac{C}{T}$ із законом

Boyle-а і Mariotte-а, одержимо рівняне: $\chi = \frac{BP}{T^2}$, де B є сталою величиною, а P тисненем. Останнє рівняне годить ся вповні з дослідями, як се вже сказано¹⁾.

З вартостей найдених для кисня і зі складу повітря можна легко обчислити обговорювані величини для повітря. Коли приймемо, що χ азоту можна понехати (воно дуже мале), а при тім знаємо, що температура не має впливу на магнетні прикмети азоту, дістанемо для повітря:

$$\chi = \frac{0.2310 C}{T}, \quad \kappa = \frac{0.2094 B P}{T^2};$$

при тім прийнято, що повітря має 0.2310 кисня в одиниці маси, а 0.2094 в одиниці об'єму. Вартости C і B треба взяти від кисня.

Curie вивів в згоді з сими висновками для повітря $10^6 \cdot \chi_t = \frac{7830}{T}$, а відтак експериментом найшов для 24°C : $10^6 \chi_{24} = 26.6$, а з формулки виходить 26.3. Отже справджене сих виводів є достаточне.

З прочих газів є лише азотавий окис $N_2 O_2$ парамагнетним, що доказано частійше, а саме виходить се з помірів Quincke-а, Ефимова, Toepler-а і Hennig-а, прочі всі доси досліджувані

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. p. 487–490; Curie. Oeuvres. p. 272–278.

гази є діямагнетні, як се недавно доказав Pascal. Його молекулярна вразливість виносить всего $\frac{1}{3}$ молекулярної вразливості газового кисня при тих самих внішніх умовах¹⁾.

Інтересні є досліді над металами. Між ними найліпше пізнано магнетні прикмети ферромагнетних металів, котрі будуть обговорені окремо, і прикмети міді, що є в звичайній температурі діямагнетною. Однак як перші, так і послїдна дають багато парамагнетних сполук. Про вплив температури на парамагнетні соли вже була мова. Тому треба лише згадати інші характеристичні прикмети їх. А саме найшов G. Wiedemann²⁾, що молекулярна вразливість розпущених солий катіона означеної вартісности не залежить від природи аніона. Отже н. пр. χ_m всіх залїзавих солий є однакове. Сей закон ствердив Quincke³⁾, що уживав при помірах иншої методи, як Wiedemann. Опісля доказали Liebknecht і Wills⁴⁾ те саме майже загально для 36 розчинів солий. Для прикладу наводимо числа з помірів їх над солями залїза і міді:

Назва соли	χ_m	$C. m^5)$
Fe I ₂	0·01282	3·74
Fe S O ₄	0·01272	3·70
Fe (N H ₄) ₂ (S O ₄) ₂	0·01263	3·69
Fe Cl ₃	0 01353	3·95
Fe Br ₃	0·01482	4·32
Fe ₂ (S O ₄) ₃	0·01515	4·41
Fe (N H ₄) (S O ₄) ₂	0·01510	4·40
Fe (N H ₄) (C ₂ O ₄) ₂	0·01533	4·46
Fe (N O ₃) ₃	0 01352	3·94
Cu Cl ₂	0·00165	0·48
Cu Br ₂	0·00157	0·46
Cu S O ₄	0·00164	0·48
Cu (N O ₃) ₂	0·00163	0·48

Однак не для всіх металів є сей закон сповнений, н. пр. у солий залїза є значні збоченя, за те у міді, мангану, ніклю, хрому, кобальту замітна незвичайна згідність з наведеним законом.

¹⁾ Du Bois. Congrès internation. p. 492; Wüllner. Experimentalphysik. 1897. III. p. 1145; Pascal. Ann. Chim. Phys. VIII. série, t. XIX, p. 18.

²⁾ Du Bois. Congrès intern. p. 495; Wiedem. Elektrizitätslehre. 2. Auflage. III. Bd. § 1270—1289; Wüllner. III. p. 1143.

³⁾ Quincke, Wied. Ann. XXIV. p. 347. XXXIV. p. 403. Wüllner. ibid. p. 1143.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. II. p. 495. Ann. Phys. I. p. 178, 1900.

⁵⁾ C = стала Curie-а, m = молекулярний тягар.

Колиж метал є в аніоні н. пр. в хромані, манганані, залізані, то магнетні прикмети його цілковито змінюють ся, а навіть можуть перейти у діамagnetизм. Се спостережене, зроблене ще Wiedemann-ом¹⁾, стверджено опісля; в недавнім часі одержав те саме Pascal²⁾ і розширив на більше скомпліковані сполуки, доказуючи, що метал, входячи у скомплікований йон або в коллоїд, затрачує у новій сполуці часть або і всі магнетні прикмети, які має у нормальних солях.

Магнетизм розчинів солей заліза, кобальту, ніккю, хрому і мангану досліджував недавно також Paul Drapier³⁾. Після нього є розчини лише тоді парамагнетні, коли металі є в них свободними йонами; колиж йони скомпліковані н. пр. у розчині ціанової соли (Blutlaugensalz), або у коллоїдальній формі, то розчини є слабо парамагнетні або і зовсім ні. Розчини, у яких молекули не улягають диссоціації н. пр. Fe_2Cl_6 в етері, не є магнетні.

Вкінці важним є питане, чи є яка звязь між діамagnetними і парамагнетними тілами. Се питане рішено у додатний спосіб. А саме сконстатовано, що діамagnetні елементи можуть давати парамагнетні сполуки (н. пр. Cu Br_2 , Cu Cl_2) і противно парамагнетні елементи дають нераз діамagnetні сполуки (н. пр. Mg O , Al_2O_3)⁴⁾. Видко у хемічних сполуках виступають взаїмні ділання атомів на себе так сильно, що магнетний характер змінє ся. При сій нагоді добре згадати, що подібні взаємини між парамагнетними і ферромагнетними тілами сконстатовано в багатьох случаях⁵⁾.

4. Ферромагнетні тіла.

В тісній звязи із парамагнетними тілами стоять ферромагнетні. Одні і другі мають магнетну вразливість однакового знаку; в одних і других змінє ся вона сильно під впливом температури. Не те бачимо у діамagnetних субстанцій; їх вразливість взагалі незалежна від температури, а се вказувало би на те, що суть діамagnetизму лежить у внутрі молекула. Крім того треба замітити, що перехід із ферромагнетного стану у парамагнетний розмірно легкий; вистарчить лише підвишити температуру до певного характеристичного

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 498.

²⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. 1909. 8. série. XVI. p. 531; Journ. Phys. 7, 1908, p. 921.

³⁾ P. Drapier. Journ. chim. phys. 7, p. 385. 1909.

⁴⁾ Meyer. Ann. d. Phys. 1, 1900, p. 668; Koenigsberger. Wied. Ann. 66, 1898, p. 698; Ann. d. Phys. 1, 1900, p. 175.

⁵⁾ Honda. Phys. ZS. 11, 1910, p. 1079.

ступеня. Протилежно зміна температури не переводить діамagnetних прикмет у магнетні; тут треба радикальнійшого чинника, яким є хемічні впливи.

Однак є також великі різниці між парамагнетними і ферромагнетними тілами. По перше ферромагнетна вразливість змінює ся враз з силою поля, по друге намагнетизоване залежить не лише від магнетних сил, що в даній хвилі ділають, але також від сил, що передше ділали. Вкінці замітним є також особливий вплив температури на перебіг намагнетизованя ферромагнетних тіл.

Коли сила поля росте від зера в гору, то ступень намагнетизованя є зразу пропорціональний до намагнетизованя; отже магнетна вразливість κ є сталою величиною. Опісля росте намагнетизоване повільнійше, як сила, і зближає ся до maximum: до т. зв. магнетного насиченя. Типовим прикладом сего є перстень або безконечно довгий тоненький циліндр із чистого мягкого заліза. У нього є для сили поля $H < 1$ C. G. S. вразливість κ рівна около 30 одиницям. Опісля росте κ враз із силою поля і досягає maximum для ступеня намагнетизованя I , що виносить звиш 400. Вкінці для $H > 10$ починає I рости щораз повільнійше і зближає ся до насиченя¹⁾. Для прикладу подаємо вартости намагнетизованя I кількох ферромагнетних тіл при насиченю для температури 18°.

	Fe	Co	Ni
I	1850,	1370,	580,
$\frac{I}{\delta} = S$	236,	158,	65.

Дальшою характеристикою ферромагнетизму є магнетне припізнєнє або т. зв. гістереза. Суть сего явища, відкритого вперше Warburg-ом²⁾, полягає в тім, що при зменшуваню сили поля тій самій силі відповідає сильнійше намагнетизованє, як при збільшуваню; отже силі zero відповідати ме якийсь додатний ступень намагнетизованя, т. зв. магнетний останок (Remanenz), який можна усунути, уживаючи певної від'ємної магнетної сили поля т. зв. коерцитивної сили. Крім сеї гістерези пізнано ще інші роди. Н. пр. гістереза виступає також при обертаню ферромагнетного тіла в однороднім полі (поміж бігунами сильного електромагнета), а також при огріваню і остуджуваню ферромагнетних тіл. Над сим ведено дуже багато інтересних дослідів, а літературу сего предмету до 1900. р. подав сам Warburg³⁾.

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 464—467.

²⁾ Warburg. Wied. Ann. Bd. XIII. S. 141.

³⁾ Warburg. Congrès internat. de phys. 1900. II. L'hystérésis p. 509.

Найдовше годить ся спинити на впливі температури на криву намагнетизованя ферромагнетних тіл. Сей вплив прояснив у великій мірі Р. Curie¹⁾. Досліджуючи залежність питомого намагнетизованя від сили поля при різних степенях температури, найшов він для м'якого заліза, що вище 756° питома магнетна вразливість його χ не залежить від сили поля; се обсервував він для пільмежи 25 і 1300 C. G. S. одиниць. Отже вище 756° став залізо парамагнетне; воно трансформує ся. Щоби краще подати сю залежність від температури, зображує її Curie при помочи логаритмічних співв'язних. І так на осі відірзних подає він логаритми абсолютної температури, а на осі рядних логаритми питомої вразливості χ . Зображені в той спосіб криві $L\chi = f(LT)$ мають особливий вигляд, як се бачимо на фіг. 2. Curie подає на сій фігурі кілька кривих. Три горішні відносять ся до заліза, дві другі до інших ферромагнетних тіл, а долішні прямі до парамагнетних тіл; останнє є очевидним, коли пригадаємо собі, що для парамагнетних тіл $\chi = \frac{C}{T}$, а $L\chi = LC - LT$ є рівнянням прямої із співв'язником напрямку $tg\alpha = -1$.

Пригляньмо ся кривим заліза, що відповідають полям різної сили. Вони сходять ся із собою вище 750° . Опісля біжить одна крива, спільна різним полям, однак перебіг її не однаковий; як бачимо з фігури, складає ся вона із 4 частин, відділених від себе точками *b*, *c*, *d*, *e*. Curie пояснює сей нерівномірний перебіг кривої тим, що залізо переходить при висших температурах у аллотропічні відміни. І так при температурі 756° переходить залізо із звичайного стану т. зв. області α у стан β . Стан β зображений на фігурі кривою *ac* і лежить поміж 756° а 920° . Він є перехідовий поміж ферромагнетним а парамагнетним. Серед нього подибуємо дві відміни, відділені точкою *b*, що відповідає температурі 860° . У першій мале магнетна вразливість враз з температурою після гіперболічного закону, у другій ся переміна відбуває ся трохи скорше. В стані γ поміж 920° і 1280° є χ відворотно пропорціональне до абсолютної температури; залізо є тоді парамагнетне; відповідно до того є на фігурі часть кривої *cd* прямою, рівнобіжною до других парамагнетних прямих. При 1280° зростає χ нагло о $\frac{2}{3}$ своєї вартости, а поміж 1280° а 1366° (границя дослідів Curie-а) одержуємо пряму *ef*, що є мабуть продовженням кривої *ab*. Коли би крива бігла від *a* до *f* у нормальний спосіб так, як поміж *a* і *b*, то

²⁾ Curie. Oeuvres. p. 306. і дальші.

ми одержали би криву, що докладно відповідала би кривим нижчих ферромагнетних тіл, як н. пр. нікелю і магнетиту¹⁾.

Curie робив також дослідн над білим чагуном (литим залізом), що не був надто чистий, бо містив в собі крім вугля фосфор, сїрку і аршеник, а крім того над ніклем і магнетитом. Для першого найшов він температуру трансформації близько 670°. Другої трансформації нема, а таяне чагуна не має мабуть жадного впливу на степень намагнетизованя його. Між 850° а 1267° можна представити вислїди при помочи прямої, що біжить рівнобіжно до парамагнетних прямих. Для сеї прямої $\epsilon 10^6 \chi = \frac{38500}{T}$. — Температура трансформації нікелю лежить після Curie-а близько 340°, а поміж 373° а 806° є магнетна вразливість його незалежна від поля. Температура магнетної трансформації магнетиту ($Fe_3 O_4$) лежить близько 535°, а магнетна вразливість його не залежить від поля в межах від 550° до 1370°. При температурах, вищих від 850°, має магнетит парамагнетні прикмети, його вразливість є тоді відворотно пропорціональна до температури і дасть ся представити рівнянєм $\chi \cdot 10^6 = \frac{2800}{T}$.²⁾

Дослїди над сими кількома ферромагнетними тілами вказують на те, що вони всі трансформують ся при певній температурі у парамагнетні тіла, а тоді магнетна вразливість стає незалежна від поля, бодай для досліджуваних піль (нижше 1350 одиниць). Однак магнетна вразливість їх ще досить велика, коли порівнаємо їх з парамагнетними тілами. Із зростом температури маліє χ , а навіть стає величиною того самого ряду, що χ парамагнетних тіл. Замітною річю є, що пряма кисня, яка зображає звязь між χ і T у логаритмічній видї, продовжена накриває ся з прямою м'якого заліза між 925° а 1280°. Колиж приймемо, що закон переміни кисня поміж 15° а 450° важний і для вищих температур, то зможемо зробити висновок, що питома магнетна вразливість заліза і кисня однакова поміж 925° а 1280°. Гіперболічний закон температури опановує ферромагнетні тіла при високих температурах; отже він є мабуть граничним законом, до якого прямує закон переміни питомої магнетної вразливости кожного ферромагнетного тіла, коли підвищимо температуру достаточнo понад температуру трансформації³⁾.

¹⁾ Curie. Oeuvres p. 316 і 317.

²⁾ Curie. Oeuvres. p. 321 і д.

³⁾ Curie. Oeuvres p. 330.

Магнетну вразливість м'якого заліза при низких температурах досліджували Fleming і Dewar¹⁾. Вони нашли лише слабе обниження її при температурі плинного воздуха; те саме було також при температурі плинного водня. З другої сторони доказано, що χ ферромагнетних тіл в загальї збільшає ся при ogrіvanню; часом се збільшанє поступає безмежно, особливо близько самої магнетної трансформації. Тоді саме дів ся се нагло і тому можна в сей спосіб точнійше спрецізувати температуру трансформації. Після того подали її Osmond, Lydall і Pocklington²⁾: 320°C для ніклю, около 1100°C для кобальту і 870° для чистого заліза. Занечищена обнижають сю температуру значно і спричиняють нераз значну термомагнетну гістерезу. Після найновіших дослідів вважає Weiss³⁾ точками Curie-а: 774° для електролітичного заліза, 1110° для кобальту, 364° для ніклю, 581° для магнетиту і 319° для піротину.

Обговоривши загальні прикмети ферромагнетних тіл, добре буде згадати також про анальгїю, яку замітив Р. Curie⁴⁾ між зміною їх магнетних прикмет під впливом температури і сили поля а зміною густоти газів під впливом температури і тиснення. Ся анальгїя о стілько важна, що дала почин до нової теорії ферромагнетних тіл, теорії Weiss-а. Щоби її зрозуміти, пригляньмо ся функціям $F(S, H, T) = 0$ і $\Phi(D, p, T) = 0$; перша відносить ся до магнетного тіла, друга до газів, при чім S є питомим степенем намагнетизованя, D густотою газу, а p тисненєм. У сій анальгїї відповідає S густоті D , а H тисненю p . Для ферромагнетних тіл висше температури трансформації і для парамагнетних є $S = C \cdot \frac{H}{T}$,

де C є сталою величиною⁵⁾. Так само є для газів високо поверх критичної температури $D = \frac{1}{R} \cdot \frac{p}{T}$, де R є сталою величиною. Законом Mariotte-а і Gay Lussac-а відповідає закон незмінности магнетної вразливости підчас зміни сили поля і закон відверненої абсолютної температури.

Порівнаймо ближе перемену степеня намагнетизованя під впливом температури в сусідстві температури трансформації при рівночасно незміннім полю з анальгїчним явищем у газів; тоді по-

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 467.

²⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. p. 467.

³⁾ Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

⁴⁾ Curie. Oeuvres p. 330.

⁵⁾ Бо $\chi = \frac{S}{H}$, а також $\chi = \frac{C}{T}$; отже $S = C \cdot \frac{H}{T}$.

бачимо, що зовсім подібно перебігують густота останніх під впливом температури у сусідстві критичної температури, коли тиснене полишимо сталє. Сю аналогію перебігу обох функцій $S = \Psi(T)$ і $D = \Psi_1(T)$ видимо добре на фігурах 3. і 4. Перша зображує криві однакового тиснення, сконструювані Amagat-ом для двокису вугля, друга криві заліза для різних піль, нарисовані Curie-м. Густота двокису вугля брана відносно до води. Крива переходу двокису вугля у плинний стан зазначена на фігурі точками.

Приглянувши ся перебігови обох систем кривих, зауважуємо, що криві $S = \Psi(T)$ заліза для обсервованих піль 50, 100, 300, 1000, 1300 одиниць є поміж 740° а 760° схожі на криві двокису вугля $D = \Psi_1(T)$ поміж 0° а 258° для тиснення поміж 75 а 200 атмосфер. Коли температура обнижає ся, криві $S = \Psi(T)$ зближають ся поміж 750° а 740° , а понизше 740° віддаляють ся від себе. А у газів зауважано, що криві $D = \Psi_1(T)$ зближають ся постійно, коли температура обнижає ся. Між тим для води (досвідчи Amagat-a) криві зближають ся до себе між 200° а 45° , а відтак віддаляють ся від себе поміж 45° а 0° .

Се порівнянє о стілько хосенне, що насуває на думку нові досвідчи. Н. пр. густота газу збільшає ся wraz з обниженєм температури тим нагальнійше, чим тисненє низше. Коли тисненє слабше, як критичне, то наступає нагла контракція і переміна в теч. Так само степенє намагнетизованя збільшає ся wraz з обниженєм температури тим нагльйше, чим слабша сила поля. Отже можна собі поставити питанє, чи се збільшенє намагнетизованя не відбувати меть ся нагло при достаточнo слабій силі поля. Можна би дальше досліджувати, чи існує критична точка і критичні сталі для магнетних явищ і т. д.

Із загальної точки погляду можна думати, що магнетні трансформації н. пр. заліза при 756° є привязані до означеної температури для кожного магнетного тіла, подібно як наглі контракції газів відбувають ся при означених температурах.

Вкінци зі становища молекулярної теорії можна би сказати подібно, як для газів, що нагле збільшанє степеня намагнетизованя наступає як-раз тоді, як степенє намагнетизованя магнетних частиць є достаточнo сильний, щоби вони могли на себе взаїмнo реагувати. Однак, навівши сї аналогії, остерігає Curie, щоби не приписувати їм надто великого значіння. Бо сї аналогії не можна строго перевести. І так н. пр. ізотерми $S = g(H)$ і $D = g_1(p)$ не дуже подобають на себе.

В останнім десятиліттю звернули на себе увагу також магнето-кристалічні досліди над ферромагнетними тілами, а крім того магнетні прикмети стопів, поміж якими подибуємо часто ферромагнетні явища. Магнето-кристалічні явища досліджував вперше Poisson ще 1823 р., опісля займалися ними Faraday, Plücker, Tyndall, Knoblauch, Grailich, Lang, W. Thomson, Stenger, Koenig, Koenigsberger, Lehman¹⁾. Особливі прикмети магнетних кристалів відносять ся до всіх трьох груп магнетних субстанцій. Полягають вони в тім, що намагнетизоване здовж різних осей кристалів в всілякої величини, деколи заходять навіть ріжниці що до ряду величини.

Поміж магнетними кристалами заслуговують головно на увагу ферромагнетні; деякі з них мають досить правильні магнетні прикмети. А тому, що ферромагнетні тіла, як н. пр. залізо, не є ізотропними тілами, лише зложені із дуже дрібоньких кристалів, можна припускати, що ближше пізнане прикмет ферромагнетних кристалів причинить ся до розуміння ферромагнетних явищ. Ферромагнетних тіл, що мають виразні кристалічні прикмети, є лише два: кристалічний магнетит (Fe_3O_4) і піротин (сірчак заліза неозначеного ближше складу). Дуже докладні досліди над прикметами їх перевів Р. Weiss. Найперше провадив він досліди над магнетитом²⁾. Сей мінерал кристалізує в правильнім укладі, а поведене його у магнетнім полі зовсім відмінне від поведення ізотропних тіл. Його ступень намагнетизованя має взагалі инший напрям, як напрям сили поля, а також величина його змінює ся із зміною напрямку поля. Здовж головних осей сконстатував Weiss в полі 150 C. G. S. намагнетизованя, що відносять ся до себе, як 15:18:19. В головній осі є намагнетизоване найменше; найвища його вартість $I = 435$.

Далеко інтересніші є магнетні прикмети піротину. Weiss³⁾ досліджував кристали піротину ріжного походження і відповідно до поведення їх у магнетнім полі ділить їх на нормальні і аномальні. Перші походять з Morro Velho в Бразилії. Вони показують в супротивности до других велику правильність під магнетним зглядом. Кристали їх на перший погляд належать до гексагонального укладу. Ступень намагнетизованя шестигранної призми з піротину може для всіх напрямів в основі прибрати значну величину; за те є намагне-

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 506; Wüllner. Experimentalphysik. III. 1897. S. 1146.

²⁾ P. Weiss. Journ. de phys. 3-e série t. VII. 1899. p. 542; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1905. S. 325.

³⁾ Weiss. Journ. de phys. IV. série. t. 4. 1905. p. 469.; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. loco citato.

тизоване нормально до сеї площі майже рівне зеро. Сю визначну площу, що містить завсїди в собі вектор намагнетизованя, зове Weiss магнетною площею. Коли поле наклонене до сеї площі, то напрям і величина намагнетизованя у магнетній площі відповідає складовій поля у сїй площі.

Відповідно до сих прикмет магнет притягає піротивну кулю, коли вона завішена на нитці так, що її магнетна площа є рівнобіжна до лній сил. Як вона нормальна до них, то притягане не наступить.

Перші дослїди над магнетною площею піротиву дали зразу дуже замотаний вислїд. Однак Weiss-ови повело ся із сего на перший погляд замотаного вислїду витягнути дуже важні висновки, що відразу кидають ясне свїтло на прикмети піротиву. І так найшов він, що кристал піротиву складає ся з трех простїйших кристалів, явх магнетні площі накривають ся і лише є скручені зглядом себе о 120° . Сї три кристали осягають взагалї ріжний степень намагнетизованя; деколи виступають головню магнетні прикмети одного кристалу, а магнетні прикмети обох других майже не виступають. З останного рода кристалів випровадив Weiss прикмети простого нормального кристалу. Вони дадуть ся зібрати в отсих кількох словах: У магнетній площі простого кристалу є два характеристичні напрями, до себе нормальні, у яких сила поля і намагнетизоване мають той сам напрям. Оден із сих напрямів є напрямом легкого намагнетизованя, а другий напрямом тяжкого намагнетизованя. У першім напрямі вистарчають вже слабї поля, щоби довести степень намагнетизованя до насиченя. У нормальнім напрямі до першого субстанція поводить ся так, неначе би против намагнетизованя ділало якесь сильне відмагнетизовуюче поле, якого причину треба глядати у кристалічній структурі. Сила сего поля виносить 7300 Гавсів. Коли поле має довільний напрям і довільну величину, то степень намагнетизованя має инший напрям, а величина його залежно від напрямку ріжна. Коли на фіг. 5. OA представляє напрям легкого намагнетизованя, а OC тяжкого, то підчас обороту поля довкруги точки O одержимо ось що. Тодї як вектор поля описує площу фігури, почавши від OA до OE , вектор намагнетизованя описує дугу AB лучем, що відповідає насиченю; коли-ж вектор поля зближає ся у своїм обороті до OC , тоді вектор намагнетизованя, що доси оставав позаду першого, описує в одній хвилі тятиву BD рівнобіжну до напрямку легкого намагнетизованя, щоби опісля описувати дугу насиченя DE . Однак для піль вище 7300 Гавсів описує вектор намагнетизованя повне коло насиченя.

Уживаючи піль величини кількох сот Гавсів, не зауважав Weiss намагнетизованя піротину нормально до магнетної площі. Але як поле досягнуло величини кількох тисячів одиниць, показалося слабе намагнетизоване піротину нормально до магнетної площі. Магнетна вразливість χ виносила в сїм напрямі $314 \cdot 10^{-6}$.

Коли піротин завдячує свої магнетні прикмети у сїм напрямі залізови, яке містить в собі, то, узглядиючи густоту його в піротині ($= 1.76$), дістанемо питому магнетну вразливість сего заліза $\chi = 175 \cdot 10^{-6}$, а атомову $\chi_a = a \chi = 56 \chi = 0.0098$. Це число годить ся з атомовою вразливістю заліза, виведеною на основі помірів du Bois над парамагнетними солями; остання рівнає ся 0.0074^1). З того виходить: „Атомсва вразливість заліза в піротині у напрямі нормальнім до магнетної площі є рівна атомовій вразливості заліза у парамагнетних солях“. Отже бачимо, що піротин ферромагнетний у магнетній площі, а парамагнетний в напрямі нормальнім до неї.

Не таку правильність бачимо в аномальнім піротині. Його прикмети нагадують лише дуже загально прикмети нормальних кристалів. І так н. пр. нема у них так замітної різниці між магнетною площею а иншими напрямими. Н. пр. Weiss найшов для трех різних аномальних кристалів для слабих піль у напрямі нормальнім до магнетної площі намагнетизоване, що виносило $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{17}$ і $\frac{1}{42}$ намагнетизованя у сїй площі. Для піль тої самої величини годі навіть найти слід намагнетизованя у згаданім напрямі нормального кристалу; воно виносить для нього і в найсильїйших полях $\frac{3}{850}$ рівнобіжного намагнетизованя²). У магнетній площі аномального кристалу подибуємо ті самі групи кристалів, що в нормальнім кристалі. І з них випровадив Weiss прикмети простого кристалу. Важна заходить різниця обох родів піротину також в напрямі тяжкого намагнетизованя; коли для нормального є відношене складової поля H_D до складової намагнетизованя $I \sin \varphi$ у сїм напрямі завжди сталою величиною так, що $\frac{H_D}{I \sin \varphi} = \frac{7300}{47}$ (порівн. фіг. 6.), то для аномальних кристалів не має сей закон жадного значіння.

Досліди над гістерезою в піротині показують також велику різницю обох родів. В нормальних кристалах є гістереза розмірно невелика, в аномальних значна. Однак годі на сїм місці розводити ся довше над тям явищем.

¹) Weiss. Journ. de phys. 1905 p. 829.

²) Du Bois. Congrès internat. 1900. p. 494—496.

³) Weiss. Journ. de phys. 1905 p. 504.

Придивім ся тепер впливови температури на магнетизм піротину. Його досліджували Weiss і Kunz¹⁾. Передовсім найшли вони, що різниці між прикметами обох родів піротину ростуть wraz з підвищенням температури. Н. пр. крива намагнетизованя нормального піротину $I = \varphi(t)$ виглядає наче відповідна крива заліза. При 319° лежить температура трансформації. Остуджуючи піротин одержуємо ту саму криву. Инакше є з кривою намагнетизованя аномального піротину; при кождоразовім ogrіваню і остуджуваню виходять ріжні криві $I = \varphi(t)$, що вказує на сильну термічну гістерезу. Зміна температури має також вплив на групу кристалів, із яких зложений кристал піротину. Однак в нормальнім кристалі угрупованє вертає ся по остудженю до давного стану, а в аномальнім відбувають ся переміни степенів намагнетизованя поодиноких складових кристалів, що не вертають по остудженю ані до давних величин ані до первісного взаємного відношеня; також вплив часу є ту замітний.

Кінчаючи обговорювати ферромагнетні тіла, хочемо згадати кількома словами про стопи. Поміж ними є найбільше характеристичні сї, що повстали через стопленє слабомагнетних або навіть і діамагнетних металів. Їх відкрив Fr. Heusler²⁾ 1898. р. і від його імени загально називають їх Heusler-овими. Є се стопи мангану, що містять в собі крім мангану або мангану і міді ще один елемент н. пр. Al, Sn, As, Sb, Bi, B . Найсильнійше ферромагнетні є стопи, зложені із Al, Mn, Cu . Хоч для глину $\kappa = +1.88.10^{-6}$, для міді $\kappa = -0.82.10^{-6}$, а для мангану що найбільше $\kappa = +100.10^{-6}$, то помимо того стопи із сих трех металів мають магнетну вразливість ряду заліза; н. пр. магнетна вразливість їх доходить при насиченю до $\frac{3}{4}$ вразливости литого заліза³⁾. Температура трансформації ріжних Heusler-ових стопів є ріжна. Вона лежить, почавши від 350° в долину. Також повело ся доказати явище гістерези у сих стопах⁴⁾.

Ферромагнетизм їх приписує Heusler хемічній сполуді складових металів; після нього носителем ферромагнетних прикмет мангано-глинового бронзу є молекул складу $Al_n(Mn Cu)_{3n}$. Література сих замітних стопів дуже велика, хоч відкрито їх недавно.

¹⁾ Weiss et Kunz. Journ. de phys. 4, 1905, p. 847.

²⁾ Richarz. Phys. Zeitschr. 1911. S. 151; Heusler u. Take. Phys. Zeitschr. 1912. S. 897.

³⁾ Fr. Heusler, W. Starck, E. Haupt. Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 5, 1903, S. 219.

⁴⁾ Asteroth. Ibid. 10, 1908, S. 21.

При кінці сего розділу треба ще додати, що ферромагнетні метали можуть на відворот затрачувати свої прикмети у стопах і давати парамагнетні стопи, подібно, як се діє ся у солях н. пр. стопи заліза з ванадом, заліза з глином, ніклю з хромом, кобальту з хромом. В сім разі повстають мішані кристали з обох складових металів або хемічні сполуки¹⁾.

5. Langevin-ова теорія парамагнетизму і діямагнетизму.

До недавніх часів не було ні одної теорії магнетизму, що позволялаб обіймати всі магнетні явища в одноцільний спосіб. Кожда давніша теорія мала розмірно значні недостаті. І так стара теорія одного магнетного флюїда, себто віжної нетяжкої субстанції, що проникає тіла подібно як давній гіпотетичний флюїд теплоты, не могла довго остояти ся тому, що не годна була пояснити всіх магнетних явищ. Її наслідниця, теорія двох магнетних флюїдів, годить ся вправді з фактами, однак не може вдоволити тому, що властиво описує лише обсервовані факти, а всілякі нововідкриті магнетні прикмети приписує обом гіпотетичним флюїдам; за те на істноване обох флюїдів не дає жадного доказу. Відтак перенесено оба флюїди до поодиноких молекулів і намагнетизоване тіл приписувано упорядкованю напрямів молекулів; після сеї теорії молекули уставляють ся рівнобіжно до себе, звертаючись в оден бік полудневними бігунами, в яких є нагромаджений полуднево-магнетний флюїд, а північними бігунами з відповідним флюїдом у противний бік (Poisson). Спадкоємницею сеї молекулярної теорії є гіпотеза Ампер-а²⁾, що становить великий крок вперед. Ампер-ови³⁾ саме завдячуємо досліди над притяганем і відпиханем проводів, у яких пливе електрична струя, як також досліди над магнетними прикметами соленоїдів. Сі досліди спонукали його заступити молекулярні магнети елементарними електричними струями, що пливають у молекулах тіл, а площа їх є нормальна до осей давних молекулярних магнетиків. В немагнетнім стані є сі елементарні струї неупорядковані, а в магнетнім полі осей їх уставляють ся рівнобіжно

¹⁾ Honda. Phys. ZS. 11, 1910, p. 1079.

²⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III 1897, p. 1009; Ampère. Ann. de chim. et de phys. XV. p. 70, 170.

³⁾ Wüllner. Experimentalphys. III. p. 924, 985, 988. Ampère. Ann. de chim. et de phys. XV, XX. Ampère. Mémoire sur la théorie de phénomènes électrodynamiques. p. 266.

до напрямку поля. Ся теорія оснований ся, розуміє ся, на факті, що колова струя ділає на віддаль так само, як магнет, котрого вісь рівнобіжна до осі струї, а момент M рівний добуткови із струї i і поверхні S , обмеженої проводом: ($M = i \cdot S$). Дальше висновує Ампер, що проводи, в яких кружать струї, не мають зовсім опору, бо инакше єї струї мусїли би перестати кружити.

Однак теорія Ампера не надає ся зовсім до виясненя діямагнетних явищ. Се спонукало W. Weber-а¹⁾ придумати для діямагнетних тіл окрему теорію. Він займав ся головню візмутом і на основі дослідів над ним поставив гіпотезу, що його молекули не годні обертати ся і що в його молекулах є колові проводи без жадного опору. Колиж до візмуту або до иншого діямагнетного тіла зближимо магнет, то на згадані проводи починають ділати електромоторичні сили індукції. Вони збуджують індукційні струї, що кружити муть в сих проводах, хочби електромоторична сила щезла. Бо закон Ома не може відносити ся до сих проводів без опору. Ось так перемінати муть ся молекули діямагнетних тіл під впливом магнету у тревалі магнети, але так, що відповідно до правила Ленца будуть вони звернені до магнетового бігуна своїми рівноіменними бігунами; наслідок того є взаїмне відпиханє. Колиж віддалимо магнет від діямагнетного тіла, тоді збудить ся у елементарних проводах останнього знов електромоторична сила. Вона рієна електромоторичній силі, що повстає при зближаню магнету, але напрям її противний. Тому нищить вона попередні електричні струї у молекулярних проводах і тіло тратить свій діямагнетизм. З того виходить, що діямагнетизм ніколи не є тревалий, а се дійсно доказано.

Як бачимо, обі останні теорії, як Ампера, так Вебера, не дають одноцільного образу магнетних явищ. Передовсім ділить не-проходима безодня діямагнетні і магнетні тіла, а в теорії Ампера не слідно ріжницї між парамагнетними і ферромагнетними тілами. Дальше не говорять нам теорія Ампера нічого про причини повстаєня елементарних струй ані про те, що піддержує їх. Максвелл²⁾ старав ся обі теорії сполучити, але не розв'язав проблему, не маючи достаточного знаня будови молекулів.

Однак сегодня можна поставити магнетну теорію, що краще вдоволяє всі вимоги тому, що з одної сторони поспішила на поміч

¹⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III. 1897, p. 1132.

²⁾ Langevin. Sur la théorie du magnétisme. Journal de Physique. IV. 1905. p. 678.

теорія електронів, з другої сторони пізнано докладнійше магнетні явища, як се було за часів Ampère-a і Weber-a. Сеї задачі підняло ся кількох дослідників, як Voigt, I. I. Thomson, Langevin. Перші оба не розв'язали проблему у вдоволяючий спосіб, а спеціально теорія Voigt-a зовсім не пояснює закону Curie-a, що відносить ся до парамагнетних тіл і до ферромагнетних при висшій температурі, ані не подає причин незалежності діамagnetизму від температури. За те повело ся Langevin-ови¹⁾ при помочи теорії електронів змодифікувати ідеї Ampère-a і Weber-a у відповідний спосіб, подати виразно пояснене діамagnetних і парамагнетних явищ і разом узглядити всі закони магнетних прикмет, як н. пр. закон Curie-a.

Після теорії електронів вважаємо матерію агломератом електричних центрів або електронів, що, порушаючи ся в етері, витворюють магнетне поле. Останнє є аналогічне з полем, яке витворює елемент електричної струї. Сила сего поля є пропорціональна до наряду електрона і швидкості його. На витворенє його зуживає ся енергія пропорціональна до квадрату швидкості електрона; ся енергія є рівноважна з енергією самоіндукції струї, а форма її така, як кінетичної енергії. Отже електрони мають наслідком свого наряду якусь певну безвладність і мабуть безвладність матерії є взагалі лише електромагнетного походження. Теорія електронів спромогла пояснити дуже багато явищ, а нові досліди скріпляли її основу щораз більше. Також особливости Zeeman-ового явища повело ся Lorentz-ови пояснити у знаменитий спосіб на тлі електронової теорії, а навіть предвидіти. Електромагнетні і світляні лучі завдячують свій початок електронам, що кружать у нутрі молекулів в замкнених проводах і дізнають прискорення. З періоди дрогання світла, що виносить около 10^{-15} секунд, висновуємо, що час обігу електронів τ у їх проводах є величиною такого самого ряду. Тези електронової теорії можна легко перенести на Ampère-ові елементарні струї. Найперше треба приписати причину сих струї електронам, що кружать у нутрі молекулів. Відтак легко доказати, як се зробив Langevin, що кружляючі електрони дають на віддаль такий самий магнетний момент $M = \frac{eS}{\tau}$, як струї, для яких $M = Si$ (e = наряд електрону). Инакше сказавши, провід, здовж якого порушає ся електрон, є рівноважний з проводом, у яким пливе струя

¹⁾ Langevin. Journal de Phys. ibidem. Annal. de chim. et de phys. VIII. série. 5. 1905. p. 70.

з нагугою $i = \frac{e}{\tau}$. Наведене рівняння можемо написати також у формі

$M = e \bar{A}$, де $\bar{A}$ є середньою поверхневою швидкістю. Кожний молекул містить після Langevin-a саме тільки елементарних струй, кілька в ній електронів. А що кожна елементарна струя має якийсь магнетний момент, то цілий молекул відповідає магнетови, якого момент рівний геометричній сумі магнетних моментів поодиноких елементарних струй. І тепер може наступити два случаи, або сей вислідний магнетний момент рівний зеру або різнять ся від зера. Се явище тісно звязане з внутрішньою структурою молекула. В першій случаю зносять ся взаємно магнетні ділання елементарних струй у вишнім просторі, хоч мимо того струї не перестають існувати; заразом не є виключене, що молекул може у молекулярнім віддаленю витворювати менше або більше скомпліковане електромагнетне поле.

Під впливом вишнього магнетного поля настає за всегди зміна в елементарних струях і то діамагнетна, зовсім так, як уявляв собі Weber. Однак діамагнетні прикмети, що є після сеї думки загальними прикметами матерії, виступають на зверх лише тоді, як вислідний магнетний момент молекула рівний зеру: тоді саме є матерія діамагнетною у звичайнім значіню того слова. Колиж вислідний магнетний момент різнять ся від зера, тоді прулучує ся до первісного магнетного явища ще й друге, а саме молекули, наче малі магнетики, звертатимуть ся своїми осями у напрям вишнього магнетного поля. Тоді тіло є парамагнетне або ферромагнетне залежно від того, чи взаємні ділання між молекулярними магнетами слабкі, як н. пр. у газів і розчинів, або сильні, як у деяких ціпких тіл; в останнім разі грають вони визначну ролю. Як являє ся парамагнетизм, то він все значно сильніший від первісного діамагнетизму і закриває його зовсім. І дійсно найдено експериментом, що парамагнетні сталі є взагалі більші у порівнянню з діамагнетними. Тому ясно, що так остро від себе відмежовані парамагнетні і діамагнетні тіла.

Огже всі тіла стають діамагнетними під впливом вишнього поля і при тім все одно, чи тіло впровадимо в магнетне поле, чи збудимо магнетне поле в просторі, у яким субстанція находить ся. Langevin доказав се¹⁾, а заразом обчислив зміну магнетного моменту під впливом вишнього магнетного поля. Вона виносить для одного електрону, що кружляє нормально до напрямю поля H :

¹⁾ Langevin. Ann. Chim. phys. VIII. série. 5, 1905. p. 87.

$\Delta M = -\frac{He^2 S}{4\pi m}$ ¹⁾, де m є маса електрону. Знак сего додаткового моменту протилежний до знаку зовнішнього поля, отже явище є діамagnetне і то без огляду на знак вислідного моменту молекула.

Діамagnetний момент є дуже маленькою величиною. Бачимо се з отсх висновків. З візріця на діамagnetний момент виходить, що діамagnetна вразливість одного електрону є $\kappa = \frac{e^2 S}{4\pi m}$. Коли-ж

на одиницю об'єму припадає N однакових електронів, то діамagnetна вразливість одиниці об'єму $\kappa' = \frac{Ne^2 S}{4\pi m} = \frac{\rho}{4} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{S}{\pi}$, де ρ є густота

електронів. У виразі κ' визначну роль грає відношенє $\frac{e}{m}$, а що воно

для від'ємних електронів 1000 рази більше, як для додатних, то звідси виходить, що головна часть діамagnetної модифікації припадає на долю від'ємних електронів. — Тепер возьмім для простішого рахунку случай, що електрони кружать в колових орбітах.

Тоді $\kappa' = \frac{\rho}{4} \left(\frac{e}{m}\right)^2 r^2$. В случаю води є $\kappa'_s = +0.8 \cdot 10^{-6}$; густота ρ від-

ємних електронів, з яких зложена лише часть молекула, є менша від 1, а мабуть значно більша від $\frac{1}{2000}$ ²⁾; $\frac{e}{m} = 1.8 \cdot 10^7$, як се зна-

не з численних обчислень. Тоді для луча орбіти r дістаємо: $10^{-10} < r < 4 \cdot 10^{-9}$. Сі числа годять ся з молекулярними розмірами. Прецінь знаємо, що луч молекула є трохи більший від 10^{-8} ; отже в молекулах можуть зовсім добре помістити ся орбіти електронів. Як бачимо, луч електронових орбіт дуже малий, тим самим діамagnetна модифікація є лише дуже незначна.

Впрочім докажемо се, порівнюючи діамagnetний приріст моменту ΔM з первісним моментом електрону M . Тому, що $M = \frac{e S}{\tau}$,

а $\Delta M = -\frac{He^2 S}{4\pi m}$, є $\frac{\Delta M}{M} = \frac{H \tau}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} < 10^{-9} H$; се висовуємо відси,

що $\frac{e}{m} = 1.8 \cdot 10^7$ для від'ємних електронів, а для додатних ще менше,

а τ є величиною ряду 10^{-15} подібно як у світлі. Щоби $\frac{\Delta M}{M} = 1$,

¹⁾ Langevin. Journ. de phys. IV. 1905. p. 686.

²⁾ Густота електронів $\rho = Nm$; а що густота води = 1, то $\rho < 1$. Однак тому, що $m = \frac{1}{2000}$ атому водня, то $\rho > \frac{1}{2000}$.

мусіло би бути $H = 10^9$. Однак доси знані поля мають силу 10^5 в найліпшій ситуації; вони модифікують магнетний момент елементарної струї що найбільше о одну десятитисячну частку первісної вартості.

Подібно як магнетний момент елементарної струї, так само середня сила її $\frac{e}{\tau}$ змінює ся мало що під час витворювання зовнішніх магнетних полів, які знаємо досв. Далше треба зазначити, що дуги орбіти, бодай в ситуації кола, не змінює ся під впливом зовнішнього поля, коли приймемо, що електрон порушує ся під впливом центральної сили. Доказ на се перевів Langevin для колових орбіт¹⁾. За те змінює ся лише період обігу τ в такій самій мірі, як сила струї $\frac{e}{\tau}$ і момент $\frac{eS}{\tau}$, т. зн. о $\frac{1}{10000}$ первісної вартості. Ся маленька зміна періоду відповідає докладно явищу Zeeman-а; відомо прецінь, що навіть дуже сильне магнетне поле модифікує лише слабо періоду дуги світла. Отже через збудження зовнішнього магнетного поля змінює ся сила елементарних струй і то так, що період електронів, які порушують ся в однім напрямі, росте, а період електронів протилежного напрямку маліє. Такі самі зміни спричинюють явище Zeeman-а. Незвичайно мала сила останнього стверджує невизначеність діаманетної модифікації.

Крім того можна зробити висновок, що загальна основа Zeeman-ового ефекту доказує загальність діаманетних явищ. Навіть в залізі, для котрого доказано ефект Zeeman-а, нагромад під впливом зовнішнього поля діаманетна зміна елементарних струй. Отже діаманетизм є так само загальною прикметою матерії, як явище Zeeman-а, лише в багатьох ситуаціях він закритий сильнішим парамагнетизмом.

Як вище сказано, не змінюють елементарні проводи своєї форми під впливом зовнішнього магнетного поля, а також сила їх струї майже не змінює ся, як се виходить із слабкої якості діаманетизму. Тому легко буде перейти до пояснення парамагнетизму, беручи під розвагу, що магнети складають ся з подібних елементарних струй, і узгадуючи взаємні діляння елементарних струй магнету на струї в данім тілі, які відбувають ся після законів електродинаміки.

Як первісний магнетний момент молекула рівний нулю, то під час збудження зовнішнього поля не настувають жадне инше явище

¹⁾ Langevin. Ann. chim. phys. VIII. s. 5, 1905. p. 96—99; Journ. de phys. IV. 1905. p. 687.

крім діямагнетної модифікації, бо взаємні ударення між молекулами не уляжуть ніякій зміні. Внїшнє поле не буде мати впливу на рух молекулів і він буде відбувати ся так само, чи буде діямагнетна модифікація, чи ні. Коли-ж субстанція є в термічній рівновазі, то міжмолекулярні удари не змінюють зовсім середного розміщення електронів; отже розгін (*Bewegungsgroße*) електронів задержує ся в цілості серед сих ударів і для того діямагнетний момент не змінєє ся ізза термічного руку молекулів. Тому, що чисто діямагнетна модифікація не змінєє руху молекула як цілості, а той рух саме спричинює явища теплоти, то відси виходить, що діямагнетна модифікація не заколючує термічної рівноваги. Отже температура зовсім не змінить ся в наслідок появи її. Навідворот середмолекулярні рухи електронів дуже мало залежать від температури, як видко се із спектральних дослідів¹⁾. Відси маємо висновок, що діямагнетна стала змінєє ся дуже мало з температурою і є майже незмінна, як се найшов Р. Curie у своїх дослідях. Однак теорія діямагнетних тіл не була би повна, коли би поминуло ся особливіші примети візмуту. Як знаємо, маліє його діямагнетна стала із піднесенем температури після лінеарного закона. I. I. Thomson²⁾ поясняє сей виїмок, приймаючи, що у візмуті, як впрочім і у других металах, є крім середмолекулярних електронів ще і багато інших, що порушують ся свобідно поміж молекулами; ці свобідні електрони дають металам спроможність проводження, а під впливом внїшнього магнетного поля скривлюють ся їх дороги у діямагнетнім змислі. Підвисшенє температури може впливати на скорість тих свобідних електронів, на їх дороги і на їх число. А тому що у візмуті ці дороги дуже довгі, то там пояснює ся його відмінне поведене.

Приходимо тепер до другого случаю. Вислідний магнетний момент молекулів не є рівний зеру. Під впливом внїшнього магнетного поля наступить також тепер діямагнетна модифікація, як впрочім в кождім тілі. Однак крім того старає ся внїшнє поле уставити магнетні осі молекулів рівнобіжно до напруму поля. Через те змінєє ся рух молекулів як цілостий; кінетична енергія одних молекулів більшає, других меншає. Сі молекули, яких осі рівнобіжні до поля, мати муть більшу кінетичну енергію, як виші. Т. зв. термічна рівновага буде заколючена. Однак в наслідок взаїмних межимолекулярних ударів в случаю газу або розчину варівнає ся температура, а молекулярні магнети звернуть ся переважно у напрямі

¹⁾ Langevin Journ. de phys. 689. IV., 1905.

²⁾ I. I. Thomson. Rapp. du Congrès internat. T. III. 1900. p. 148.

внїшнього поля. Тодї саме виступить парамагнетне явище. З причини нового розміщення молекулів підвищить ся також температура коштом роботи, виконаної внїшнім полем. Ся робота спричинює приріст моменту dM , отже величина її є $dW = H dM$. Щоби температуру даного тіла в найпростїйшїм случаю, отже в случаю газу, удержати у первїсній висотї, треба забрати йому теплоту, рївноважну із сею роботою:

$$dQ = H dM = H \left(\frac{\partial M}{\partial H} dH + \frac{\partial M}{\partial T} dT \right).$$

Тому, що $\frac{dQ}{dT}$ є повною рїзничкою, виходить $M = f\left(\frac{H}{T}\right)$, а в случаю, коли намагнетизоване пропорціональне до сили поля, одержимо $M = k \cdot \frac{H}{T}$. Останнє рївнанє є якраз законом Curie-а, який найшов він експериментальною дорогою.

Термодинаміка не дає способів на се, щоби найти форму функції f . Однак Langevin поміг собі, дошукуючи ся аналогїю між поведенем молекулярних магнетів у магнетнім полі і поведенем молекулів якогось газу у полі гравітації. В сїй цілі бере він під розвагу якусь газову масу, замкнену у резервуарі, на яку не ділає тяготна сила. В такїй газовій масі буде розміщене молекулів рївномірне, густота газу буде всюди однакова. Подібно буде з розміщенням осей молекулярних магнетів, коли газ є поза магнетнім полем; вони будуть звернені у всїх можливих напрямках і то рївномірно у цілій газовій масі.

Колиж у першїм случаю газ прийде під вплив гравітаційного поля, то молекули одержать прискоренє на долину, і як би не було міжмолекулярних ударень, то небавом мали би долїшні частинки газу більшу скорість, як горїшні. Однак ся рїзниця скоростий не годить ся з термічною рївновагою, яка наступить в наслідок безнастанних міжмолекулярних ударень. В цілій газовій масі настане нова термічна рївновага. Остаточним вислїдом буде обвиженє тяготної точки газової маси і підвишенє температури. Щоби первїсну температуру удержати, треба забрати газови теплоту, яка є рївноважна добуткови з тягару його і обниженє тяготної точки. При помочи термодинамічної методи можна доказати, що се обниженє тяготної точки є відворотно пропорціональне до абсолютної температури. По вирівнанню температури буде розміщенє молекулів в газі ось яке. Найбільше буде їх там, де потенціальна енергія найменша, отже в найнижших точках резервуару. Закон сего розміщення молекулів подав Boltzmann у своїй „Теорії газів“ (1 часть). Після

нього є відношене густоти газу у двох точках, поміж якими змінює ся потенціальна енергія одного молекула о W , рівна ввазови $\frac{W}{e^{rT}}$, де T є абсолютна температура, r газова молекулярна стала.

Аналогічно можемо робити досліди над молекулами газу, що розміщують ся під впливом внішнього магнетного поля. Рухови на долину у першім случаю відповідає у магнетнім полю оборот молекулів з положень найбільшої потенціальної енергії у положене найменшої потенціальної енергії т. є. з напрямів нормальних до поля у напрями, рівнобіжні до поля. По приверненню термічної рівноваги будуть молекули переважно звернені своїми магнетними осями у напрям поля. Відповідно до повисшого закону Boltzmann'a находимо, що густота магнетних осей, припадаюча на одиницю просто-

рового кута, змінює ся пропорціонально до виразу $e^{\frac{MH \cos \alpha}{rT}}$, де $MH \cos \alpha$ означає дотичну зміну потенціальної енергії. Отже число молекулів, яких магнетні осі лежать у просторовім куті $d\omega$, вино-

сить $dn = K \cdot e^{\frac{MH \cos \alpha}{rT}} \cdot d\omega$. Як за елемент просторового кута виберемо кулистий пояс, то дістанемо $d\omega = 2\pi \sin \alpha \cdot d\alpha$, де α може змінювати ся від 0 до π . Коли N є числом молекулів цілого тіла, то одержимо

$$N = 2\pi K \int_0^\pi e^{a \cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi K}{a} (e^a - e^{-a}) \quad \text{I),}$$

$$\text{де} \quad a = \frac{MH}{rT} \quad \text{II).}$$

$$\text{Відси} \quad K = \frac{Na}{4\pi \operatorname{Sh} a} \quad \text{I}^1).$$

Вислідний магнетний момент всіх N молекулів має, розуміє ся, напрям поля і рівнає ся сумі складових поодинових моментів того самого напрямку. Коли в одиниці обему є якраз N молекулів, то вислідний момент дає отсей степень намагнетизованя

$$I = \int M \cos \alpha \, dn = \int_{-1}^{+1} 2\pi MKx e^{ax} dx,$$

де положено $\cos \alpha = x$.

А тому, що

$$\int_{-1}^{+1} x e^{ax} dx = 2 \left(\frac{Ch a}{a} - \frac{Sh a}{a^2} \right), \text{ то } I = MN \left(\frac{Ch a}{Sh a} - \frac{1}{a} \right) \quad \text{III).}$$

¹⁾ $Sh = \sin. \text{ hyperbol};$ подібно $Ch = \cosin. \text{ hyperbol.}$

Отже I є для певної маси газу функцією самого a т. є $\frac{H}{T}$; сей вислід годить ся з попереднім вислідом, введеним на основі термодинаміки.

I стає зером, коли $a=0$, а се наступає для $H=0^1$). За те є $I_0=MN$ для безконечно великого a . Сей вартість I є найбільша і відповідає насиченю, а тим самим явищу, що всі молекулярні магнети звернені у напрям поля. Як субстанції далеко до насичені, то, розвиваючи $Ctgh a$ в ряд і задержуючи лише два члени, одержимо:

$$I = MN \cdot \frac{a}{3} \quad \text{IV)}$$

Відси

$$I = \frac{M^2 N}{3 \cdot n \cdot T} H \quad \text{V)},$$

а магнетна вразливість

$$\kappa = \frac{M^2 N}{3 r T} \quad \text{VI)}.$$

Бачимо, що вона відворотно пропорціональна до абсолютної температури, як сего жадає закон Curie-a.

Дуже легко обчислити намагнетизоване в насиченім стані I_0 , коли дані прочі величини. І так маємо

$$\kappa = \frac{M^2 N}{3 r T} = \frac{M^2 N^2}{3 N r T} = \frac{I_0^2}{3 p},$$

де p є тиснене газу, під яким міримо κ . Колиж вставимо за κ вартість найдену для кисня при нормальнім тисненню і нормальній температурі, рівну $1.43 \cdot 10^{-7}^2$), а тиснене $p=10^6$, то $I_0^2=0.43$, $I_0=0.65$. Кисень є у плиннім стані 500 рази густійший, тому для плинного кисня $I_0 > 325$, тим самим мало що менше від намагнетизованя заліза. Отже бачимо, що плинний кисень має сильні магнетні прикмети, а се годить ся з досьвідом.

Інтересною річю буде подати скорість обігу електронів у кисни. В тій цілі приймемо, що магнетний момент молекулу кисня походить від одного лише електрона, а наряд останнього рівний нарядови йону водня при електролізі; дальше припустимо, що електрон кружляє в коловій дорозі, якої луч однаковий з лучем молекула повітря. На 30. стр. мали ми: $M = \frac{Se}{r}$ або в иншій формі $M = \frac{evr}{2}$,

¹⁾ $\frac{Ch a}{Sh a} = Ctgh a = \frac{1}{a} + 2^2 \cdot \frac{B_1}{2!} a - 2^4 \cdot \frac{B_2}{4!} a + \dots$, де $B_1 = \frac{1}{6}$, $B_2 = \frac{1}{30}$ і т. д. (Числа Bernouilli; гл. Dziwiński. Wykłady matem. I. стр. 600).

²⁾ Curie. Oeuvres p. 327. Число, подане Curie-м, відносить ся до одиниці маси.

де v є скоростью обігу електрона, а r лучем орбіти його. Тому

$$I_0 = MN = Ne \frac{vr}{2}.$$

На основі електролізи знаємо, що $Ne = 1.22.10^{10} = 0.4$ електромагн. одиниць. Отже при нормальних умовах тиснення і температури є:

$$0.65 = 0.4 \times \frac{1.5.10^{-8}}{2} \cdot v, \text{ а } v = 2.10^8. ^1)$$

Ся скорість є того самого ряду, що скорість електронів в молекулах, найдена иншими способами. Із сих виводів виходить, що вислідний магнетний момент молекула кисня може походити від елементарної струї лише одного електрона, а магнетні ділання инших елементарних струй можуть взаїмно зносити ся. Відси виводить Langevin, що в магнетних молекулах лише оден або що найбільше кілька електронів ріжнить ся від прочих і спричинює магнетні прикмети, а инші електрони співділають лише при витворюваню діамagnetного поля. Можна здогадувати ся, що сї відмінні електрони розложені на обводі молекула і грають ролю у хемічних процесах. Тому був би оправдачий глибокий вплив фізикальних і хемічних перемін на парамагнетні тіла тоді, як діамagnetні в загалі не улягають так дуже сему впливови.

Як вже вище згадано, парамагнетний газ огріває ся, коли впровадимо його у магнетне поле. Се огріте можна легко обчислити. Підчас намагнетизованя дістає газ на одиницю обєму енергію:

$$+ \int H dI = \kappa \cdot \frac{H^2}{2}; \text{ колиж приймемо, що газ задержує сталый обєм,}$$

$$\text{а його питоме тепло при незміннім обємі є } c, \text{ то маємо: } cdT = \frac{\kappa H^2}{2}.$$

При нормальних условилах тиснення і температури є для 1 cm^3 кисня в одиницях C. G. S. $c = 10^{-4}$ (кругло), $\kappa = 1.43.10^{-7}$. Відси $\Delta T = 0.8.10^{-11}. H^2$. Для поля $H = 10000$ выносить підвишенє температури кисня не більше, як $\frac{1}{1000}$ степеня, а для $H = 40000$ доходить ледви до $\frac{1}{100}$; отже огріте дуже слабе.

Ось так виглядає Langevin-ова теорія діамagnetних і парамагнетних тіл. Вона є досить проста подібно, як проста є кінетична теорія ідеальних газів. Як одна, так і друга не займає ся міжмолекулярними діланнями. Останні виступають в течах і цїпких тілах, котрих теорія далеко більше скомплікована. Подібно теорія ферромагнетних тіл повинна бути більше зложена, бо у ферромаг-

¹⁾ Langevin. Ann. chim. phys. VIII. 5. 1905. p. 121.

нетних тіл виступає сильне молекулярне поле, котре вже є з природи, а також міжмолекулярні ділання входять в гру.

Мимо добрих прикмет, як ясности, прозорости і zarazом квалітативної згоди з фактами заходить потреба модифікації теорії Langevin-a. І так н. пр. вже ся засаднича теза теорії, що молекули дімагнетних тіл не улягають напрямлюючому діланню поля, захитала ся під впливом дослідів А. Cotton-a і Н. Mouton-a¹⁾ над подвійним переломанем чистих течий у магнетнім полі; останнє явище аналогічне до феномену Керр-а в електростатичнім полі. Оба автори доказали, що багато органічних течий ароматичного ряду, як нітробензол, бензол, монобромарифталіни і т. д. набувають у магнетнім полі прикмети, подвійно переломлювати світло; се переломанє є додатне, пропорціональне до квадрату поля і стоїть в тісній звязи із будовою молекулів. Досліди Cotton-a і Mouton-a довели їх до висновку, що, хоч згадані течі є дімагнетними тілами, треба приписати їх молекулам можливість орієнтувати ся під впливом поля. Щоби погодити се з теорією Langevin-a, приймають оба автори, що орбіти електронів в молекулі мають особливе розміщенє. Сю гіпстезу можна добре уявити собі на прикладі двох орбіт електронів, як се подають вони за P. Weiss-ом. Отже уявляємо собі дві колові орбіти, яких осередки лежать на тій самій прямій; крім того мають вони поза магнетним полем однаковий час обігу τ і однаковий луч. Електрони, що описують ці орбіти, кружать у противнім змислі. Молекул з такою групою електронів не має вислідного моменту, отже є дімагнетний; однак сей дімагнетизм не є ізотропний. Коли молекул прийде у магнетне поле і то так, що вісь, на котрій лежать осередки обох орбіт, буде рівнобіжна до сили поля, то дістане вона після теорії Langevin-a

$$\text{момент } 2 \delta M = 2 \frac{e S \delta \tau}{\tau^2} = 2 \frac{e^2 H S}{4 \pi m}; \text{ колиж однак умістамо мо-}$$

лекул в полі, якого лінії сил замикають з осью кут α , тоді входити ме в гру лише складова поля у напрямі осі, а вислідний мо-

$$\text{мент буде } 2 \delta M \cos \alpha = 2 \frac{e^2 H}{4 \pi m} \cos \alpha, \text{ при чім припускаємо, що}$$

площа орбіт незмінна відносно до осей молекулів і що орбіти оста-

¹⁾ А. Cotton et H. Mouton. Ann. de Chim. et de Phys. VIII. série. t. XIX, Paris 1910. p. 153; Ann. de Chim. et de Phys. VIII. série. t. XX. Paris 1910. p. 194. Journ. de Phys. 1911. Cinquième série. I. p. 5.

ють колами. Заразом буде ділати на молекул пара сил, пропорційнальна до квадрату поля:

$$2 H \delta M \cos \alpha \sin \alpha = 2 \frac{e^2 H^2}{4 \pi m} \cos \alpha \sin \alpha.$$

Коли в молекулі є n таких пар електронів, а їх орбіти до себе рівнобіжні, то пара сил, що намагає ся обернути молекул, є n рази більша. Ось так можна собі здати справу з того, що діамagnetні молекули можуть також улягати напрямлюючому діланю поля.

Крім висше наведеного явища стоїть ще одна річ на перепоні безоглядному прийняттю теорії Langevin-a, а саме те, що не всі діамagnetні тіла мають вразливість незалежну від температури і поля (се бачили ми добре передовсім у візмуті і антимоні), а знов не всі парамагнетні тіла повнують ся точно законови Curie-a. Особливо новійші дослїди Hond-в¹⁾ і Owen-a²⁾ ведені в інтервалі — 170° до 1200° показують, що у переважної частини діамagnetних елементів вразливість залежить від температури. Се, як також факт, що парамагнетна вразливість часто відступає від закону Curie-a, спонукали E. Schrödinger-a³⁾ доповнити теорію Langevin-a. Він робить се в той спосіб, що приймає дві причини діамagnetизму, перша є Langevin-ова, друга має свою причину у свободних електронах проводу (Leitungselektronen). Останні скручують свої дороги під впливом магнетного поля у діамagnetнім змислі. Приймаючи образ Lorentz-a що до констатувцї металів і послугуючи ся Maxwell-евим законом розміщення скоростий молекулів, обчисляє Schrödinger магнетну вразливість одиниці об'єму, що походить від свободних електронів, і одержує

$$\kappa = -\frac{1}{3} \frac{e^2}{m} \lambda^2 N \left(1 - 2 \alpha^2 + 4 \alpha^3 e^{\alpha^2} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx \right)$$

де поодинокі знаки мають отсе значінє: e наряд електрона, m його маса, λ свободна довгота дороги електрона, N число всіх електронів в одиниці об'єму,

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\lambda e H}{m \sqrt{c^2}}$$

H = сила поля, c = середна скорість електрона, $sg \alpha$ = знак α .

¹⁾ Honda. Ann. 32. p. 1027. (1910).

²⁾ Owen. Ann. 37, p. 657. (1912).

³⁾ Erwin Schrödinger. Zur kinetischen Theorie des Magnetismus. Sitzungsber. der Akad. d. Wissensch. in Wien. Math. naturw. Klasse. Bd. CXXI, Abt II. a. Juli 1912.

α є (упротив 1 дуже мале, навіть для найсильніших знаних піль ($H = 5 \cdot 10^4$), бо після Riecke¹⁾ $\lambda = 6 \cdot 10^{-8}$ см для всіх металів,

$\sqrt{c^2} = 10 \cdot 7 \cdot 10^6$ cm/sec. при 180°), а $\frac{\epsilon}{m} = 1 \cdot 79 \cdot 10^7$; отже є

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 5 \cdot 10^{-3}.$$

Тому можемо в першій зближенні покласти $\kappa = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\epsilon^2}{m} \lambda^2 N$.

Однак κ обчислені після сеї формулки і обсервовані значно різнять ся від себе. Особливо виступають різниці ярко для найліпше проводячих металів: мідь і срібла. І так обчислене κ міді вивносить $178 \cdot 10^{-6}$, а найдене Hond-ом і Owen-ом $0 \cdot 76 \cdot 10^{-6}$; обчислене κ срібла є $202 \cdot 10^{-6}$, а найдене Hond-ом і Owen-ом $2 \cdot 10^{-6}$.

Щоби усунути сю незгідність, припускає Schrödinger²⁾, що в багатьох случаях діамagnetизм свободних електронів закритий по часті парамагнетизмом. В загалі є після Schrödinger-а три причини магнетної вразливості:

1. Індукція в елементарних проводах звязаних електронів (Langevin-овий діамagnetизм, незалежний від температури).

2. Напряблююче діланє поля на магнетні молекули (Langevin-овий парамагнетизм, Curie-євий закон пропорціональної вразливості до відверненої абсолютної температури).

3. Скривленє доріг свободних електронів у магнетнім полі (κ змінє ся з температурою враз з $N \lambda^2$).

Вразливість, яку обсервуємо, є сумою всіх трех членів.

У сильно парамагнетних металів (*Ce, Ne, Pr, Er*), що сповняють докладно закон Curie-а, переважає 2-га причина тому, що вони мабуть не мають високої спроможности проводу. Парамагнетні гази (O_2) і електродліти також в згоді з законом Curie-а, але у них відпадає причина 3., бо нема свободних електронів.

Добрі ізолятори, як *P, S, SiO₂*, у яких відпадає також 3-а причина, мають діамagnetну вразливість, незалежну від температури.

Мідь має безперечно скритий парамагнетизм³⁾, закритий сильним діамagnetизмом свободних електронів тим більше, що соли міді парамагнетні.

¹⁾ Riecke. Phys. ZS. 1909. p. 512.

²⁾ Schrödinger. ibid. p. 13.

³⁾ Гл. дослідя Gray-а і Rossa. Phys. ZS. 10, p. 59. 1909.

Коли возьмемо під увагу точніший вираз на χ , а саме

$$\chi = - \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{m} \cdot \lambda^2 N (1 - 2\alpha^2),$$

то в той спосіб впровадимо залежність від сили поля H , бо α є пропорціональне до H . Ся залежність є дуже слаба тому, що α , як ми вище бачили, є незвичайно мале навіть у високих полях. В кождім разі діамагнетна вразливість свободних електронів слабне в міру зросту сили поля; однак при найкориснійших умовах і при ужитю найсильнішого доси знаного поля вносять сей убуток діамагнетизму найбільше $\frac{3}{4}\%$. Вище сказане відносить ся до звичайної температури. Тому, що з маліючою температурою росте λ , а c^2 маліє, буде убуток діамагнетизму при низьких температурах більший. Schrödinger обчисляє приблизно, що в температурі киплячого водня у найсильніших полях повинна маліти вразливість міді бодай о четвертину своєї вартости, коли припустити, що парамагнетизм міді не залежить від поля. Коли б H росло безконечно, то тоді мусіли би ми брати повну (первісну) формулку на χ , а вираз у скобці дав би $\frac{3}{2}\alpha^{-2}$. Відси вийшло би, що намагнетизоване для дуже високих піль відворотно пропорціональне до поля H .

Теорія Schrödinger-а дає гарне доповнене Langevin-ової, однак має сю хибу, що верифікація її тяжка. Н. пр. возьмім случай міді; ту виступають після гіпотези його аж три причини магнетної вразливости, однак тяжко буде дослідити експериментом, кільки припадає на долю кожного члена магнетної вразливости. Дальше слабою стороною є дуже велике число припущень і zaloжень, що на основі їх ся теорія розвинена¹⁾.

Вкінці треба згадати також проби модифікації Langevin-ової теорії, переведені при помочи теорії квантів, при чім в основу покладено досліди парамагнетних тіл при дуже низькій температурі.

Відповідно до сего виводить P. Debye²⁾ рівняне $\chi = \frac{C}{T} \cdot \frac{\varepsilon}{ekT}$, де ε є квантом енергії, C і k сталі величини. Коли T досить високе, то се рівняне дає приблизно закон Curie-а; для дуже низьких температур відповідає воно добре магнетним прикметам плинного і цїпкого кисня. E. Oosterhuis³⁾ знов відступає від zaloження, що після нього вивів Langevin свою теорію і що висказує пропорціональність між оборотовою енергією U і температурою T , а замість нього приймає за Einstein-ом і Stern-ом на оборотову енергію молекула з двома степенями свободи (Freiheitsgrade) вираз

¹⁾ Schrödinger. p. 3.

²⁾ P. Debye. Arch. sc. phys. et nat. 3², p. 151.

³⁾ E. Oosterhuis. Commun. Suppl. Nr. 31, 1913.

у виді $U = \frac{h\nu}{ekT - 1} + \frac{1}{2}h\nu$, де ν є скількість оборотів молекула

в одиниці часу (Frequenz), h і k сталі теорії Planck-a. Після сєї гіпотези молекул має навіть при температурі абсолютного зера енергію, якої величина рівна $\frac{1}{2}h\nu$. Коли-ж враз з Einstein-ом і Stern-ом кладемо $\nu^2 = 2\nu_0 \cdot \frac{U}{h}$, де ν_0 є вартостію числа ν при дуже

низьких температурах, одержимо: $\frac{1}{\chi} = C(T + \Delta)$. Стала $\Delta = \frac{1}{6} \frac{h\nu_0}{k}$

і має для різних тіл різню вартість. Субстанції, яких Δ дуже мале, є згідні із законом Curie-a н. пр. безводний $MnSO_4$. Протівно н. пр. платина відступає від нього тому, що для неї $\frac{h\nu_0}{k} = 1500$;

видко, її енергія при температурі абсолютного зера дуже велика. Тому, що ν_0 є відворотно пропорціональне до моменту безвладности молекула I^1), більших збочень від закону Curie-a можна сподівати ся лише у тіл з легкими молекулами н. пр. у безводного $MnSO_4$. За те н. пр. $Gd_2(SO_4)_3 + 8H_2O$ має дуже тяжкий молекул, обтяжений ще до того 8 молекулами води. Тому збочення його від закону Curie-a ледви слідні навіть у пліннім водні²). З величини моменту безвладности I безводного і кристалічного $MnSO_4$ обчислив Oosterhuis віддаль між осередками молекулів кристалічної води і молекулу сірчаву; вона виносить 4.4×10^{-9} , отже є менша від луча молекула (луч молекула водня $= 1 \times 10^{-8}$). З того виходить інтересний висновок, що молекули кристалічної води по часті вникають у нутро молекулів солей.

Згадані модифікації теорії Langevin-a не можуть ще вповні задоволити і виповнити всі недостачі її. Доперва тоді буде можна відповідно змодифікувати її, коли стане до розпорядимости ще більший чисельний матеріал, а молекулярна фізика osiąгне ще більший ступень розвитку, як до тепер.

6. Weiss-a теорія ферромагнетних тіл.

A) Теорія молекулярного поля.

У своїй роботі про магнетні првкмети тіл вказав P. Curie³) на аналогію поміж критичною температурою газів а температурою

¹) Бо $U = \frac{1}{2} I \cdot (2\pi\nu)^2$. Для $T=0$ є $\frac{1}{2} h\nu_0 = \frac{1}{2} I(2\pi\nu_0)^2$ (з рівняня на U в тексті) або $\nu_0 = \frac{h}{4\pi^2 I}$.

²) Kamerlingh Onnes a. A. Perrier. Commun. phys. lab. Leiden. Nr. 122. 1912. ³) P. Curie. Oeuvres p. 330.

трансформації ферромагнетних тіл. Langevin¹⁾, подаючи свою теорію парамагнетизму, висказав думку, що для пояснення ферромагнетних прикмет треба буде втягнути міжмолекулярні ділання; останні введено в теорію неідеальних газів і течій, а відносини між ними і ідеальними газами подібні до відносин між парамагнетними і ферромагнетними тілами. Ідучи за сим слідом поставив Р. Weiss²⁾ теорію ферромагнетних тіл, що пояснює дуже гарно їх прикмети і до тепер годять ся вповні з вислідами досвіду. Коли порівнаємо сю теорію з Langevin-овою, то насуває ся нам на думку відношене законів ідеальних газів до закону van der Waals-a. Як знаємо, поставив останній гіпотезу про міжмолекулярні ділання газів і течій; через те виступає у сій теорії внутрішнє тиснене, що додає ся до зовнішнього. Подібно впровадив Р. Weiss молекулярне поле; воно додає ся до зовнішнього і пояснює при помочи законів парамагнетизму сильний ступень намагнетизованя ферромагнетних тіл.

Гіпотеза Р. Weiss-a представляє ся ось як. Ділане всіх молекулів ферромагнетного тіла на оден з поміж них є рівноважне (еквівалентне) з магнетним однородним полем, яке є пропорціональне до ступеня намагнетизованя тіла і має той сам напрям, що магнетизм його. Се поле є $H_m = NI$, де N є стала, а I ступень намагнетизованя. Коли зведемо останній на молекулярне намагнетизоване т. зн. магнетний момент ірамомолекула σ_m при помочи рівняня: $I = \frac{D}{m} \sigma_m$, де D є густина, а m молекулярний тягар, одержимо рівняне:

$$H_m = N \frac{D}{m} \sigma_m \quad 1).$$

Заразом треба зазначити, що на даний молекул ділають лише молекули, обняті його сферою ділання.

Сі міжмолекулярні ділання спричиняють по думці Р. Weiss-a самотійне (spontan) намагнетизоване ферромагнетних тіл. Се треба розуміти так. Ферромагнетні тіла можуть мати магнетні прикмети і без впливу зовнішнього поля подібно, як в деяких случаях течі задержують свій стан скупности помимо того, що зовнішнього тиснення зовсім нема; лише внутрішнє тиснене піддержує

¹⁾ Langevin, Journ. de Phys. IV. 1905. p. 678.

²⁾ Р. Weiss. Journ. de Phys. 1907. p. 661; 1911. p. 900; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1911. s. 718; Les idées modernes sur la constitution de la matière. Conférences faites en 1912. Paris 1912. p. 832. La théorie du rayonnement et les quanta. Rapp. de la réunion a Bruxelles. Langevin p. 393. Paris 1912.

їх плинний стан. Однак заходить питане, чому се самостійне намагнетизоване не проявляє ся на зверх? Таж лише внішне поле, що дідало колись або ділає тепер, робить ферромагнетні тіла магнетними! На се дає Weiss отсе пояснене. Ферромагнетні тіла складають ся з дуже багатьох маленьких кристаликів; кождий з них магнетизує ся самостійно в напрямі, данім його формою і внутрішньою кристалічною будовою. Напрям намагнетизованя є в кождім кристалі взагалі ріжний; він змінєє ся від кристалику до кристалику так, що звичайно середній магнетизм цілого тіла рівнає ся зеру, коли, розуміє ся, кристалики достаточнo малі. Внішне поле не збуджує намагнетизованя, воно лише чинить його доступним обсервації, звертаючи його у поодиноких частях субстанції в оден напрям. І коли дійсно стане ся се для кождої части тіла, тоді зможемо обсервувати самостійне намагнетизоване у його дійсній величині; але на те треба дуже сильного поля. Після сего погляду нема основної ріжницї між намагнетизованим тілом і таким, що даєть ся сильно намагнетизувати. Оба намагнетизовані до насиченя, лише в першім намагнетизоване всюди рівнобіжне, в другім неупорядковане.

Внішне поле змінєє лише дуже незначно степенъ намагнетизованя, спричинений внутрішнім полем тому, що останне в порівнаню з найсильнішими знаними магнетними полями є дуже велике. Тому в дальшій виводі можемо покищо обмежити ся на случай, що внішнього поля нема, а є лише внутрішнє H_m . Коли введемо його у рівнанє II) стр. 36. одержимо:

$$\alpha = \frac{\sigma_{m0} N D}{m R T} \cdot \sigma_m, \quad 1) \quad 2)$$

де σ_{m0} є найбільша вартість величини σ_m (ві осягає σ_m при 0° абсолютної скалі, при якій нема термічного руху і напрямляюче діланє поля не дізнає ніякої перешкоди), R газова стала, віднесена до грамомолекула ($R = 83.155 \times 10^6$ ергів на степенъ). Се рівнанє, зображене на фігурі 7., як пряма OA .

З другої сторони Langevin-ове рівнанє для парамагнетних тіл (гл. 36. стр. III. рівнанє) можна написати в виді:

1) Рівнанє $\alpha = \frac{MH}{rT}$ відносить ся до якоїнебудь маси тіла. Тому, що степенъ намагнетизованя $I_0 = MN_1$, де N_1 є числом молекулів тіла, маємо

$$\alpha = \frac{I_0 H}{N_1 r T} = \frac{D}{m} \frac{\sigma_{m0} H}{N_1 r T} = \frac{\sigma_{m0} H}{R T}, \text{ де } R \text{ є газова стала, віднесена до грамомолекула.}$$

Вставляючи за H вартість з 1), одержимо 2).

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \operatorname{cotgh} a - \frac{1}{a}. \quad 3)$$

Оба останні рівняння дають зв'язь поміж σ_m і T . Послідня величина міститься в a , тому треба ці рівняння розв'язати і знайти із них систем незвісних a , $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$. Сю розв'язку найлегше переводить ся графічною дорогою. А саме рівняне 3) дає криву OAB . Ця крива має в початку співрядних тангенту, якої співчинник на пряму рівнає ся $\frac{1}{3}$; вона сама простягає ся в ∞ і має асимптоту $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 1$ для $a = \infty$. Крива OAB перетинає ся з прямою OA в двох точках: O і A . В точці O є $a = N$, $H_m = 0$, $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 0$; вона зображує безперечно несталий (nicht stabil) стан. Сталий стан є даний точкою пересічи A . Напрямний співчинник прямої OA залежить від температури. Чим вона низша, тим він менший, а тим самим точка пересічи A , отже дана вартість σ_m , пересуває ся у напрямі абсолютного насичення. Останнє буде для $T = 0$, бо тоді $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 1$. Тому то в сусідстві температури абсолютного зера можна легко одержати майже повне насичення ферромагнетних тіл, що доказали Kamerlingh Onnes і P. Weiss для заліза, нікелю і кобальту.

Коли-ж температура підносить ся, пряма OA буде що раз стрімкіша, а тим самим намагнетизоване ставати ме слабше. Вкінці прийдемо до температури 0 , для якої пряма OA стає стичною. Її співчинник на пряму є тоді:

$$\frac{m R \Theta}{\sigma_{m0}^2 \cdot N D} = \frac{1}{3}. \quad 4)$$

Температура Θ се є температура трансформації ферромагнетних тіл або т. зв. точка Curie-а. Повише її субстанція не магнетизує ся самотійно, лише під впливом внішнього магнетного поля, отже стає парамагнетна. Як з повишого виходить (гл. стр. 14.), мають парамагнетні тіла характеристичну сталу, звану сталою Curie-а. Між нею а точкою Curie-а можна легко знайти зв'язь. Знаючи, що для парамагнетних тіл a навіть у найвищих полях одержує дуже малі вартості (гл. стр. 37.), можемо обмежити ся лише до найвищих членів ряду, у який розвиваємо $\operatorname{cotgh} a$ рівняня 3) і одержимо:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{a}{3}. \quad 5)$$

А що
$$a = \frac{\sigma_{m0} H}{R T} \quad 6)$$

(гл. стр. 45. в нотці), то співчинник молекулярного намагнетизованя

$$\chi_m = \frac{\sigma_m}{H} = \frac{\sigma_{m0}^2}{3 R T}, \quad 7)$$

а молекулярна стала Curie'a

$$C_m = \chi_m \cdot T = \frac{\sigma_{m0}^2}{3 R}. \quad 8)$$

Коли сполучимо 8) з 4), одержимо

$$\Theta = \frac{C_m}{m} \cdot N D \quad 9)$$

або
$$\Theta = C N D, \quad 9 a)$$

де C є сталою Curie'a, віднесеною до одиниці маси. Це рівняння дуже вигідне, бо на основі його можна обчислити сталу молекулярного поля N при помочі величин, що дають ся мірити безпосередно.

Через злуку рівнянь 2) і 4) вийде отся інтересна зв'язь між температурою і молекулярним намагнетизованєм:

$$\frac{I}{\Theta} = \frac{3}{a} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}, \quad 10)$$

котра wraz з рівнянем 3) дає закон зміни самостійного намагнетизованя в залежності від температури.

Сей закон стверджено для магнетиту, для піротину у значній частині температурного інтервалу, для стону $Fe_2 Ni$ в інтервалі від 0° до Θ° , але для заліза, нікю і кобальту сконстатовано лише приблизну згоду з рівнянем 10).

Доси обговорювали ми стан ферромагнетних тіл під впливом внутрішнього поля; тепер возьмемо під увагу також зовнішнє поле H_a . Отже маємо рівняння:

$$H = H_a + N I, \quad 11)$$

де H є ціле поле, що ділає на субстанцію, а $N I$ внутрішнє. В тім случаю одержить рівняння 6) вид:

$$a = \frac{\sigma_{m0}}{R T} \left(H_a + N \frac{D}{m} \sigma_m \right) \quad 12)$$

і дасть в зв'язи з 5):

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{\sigma_{m0}}{3 R T} \left(H_a + N \frac{D}{m} \sigma_m \right).$$

Відки виходить

$$\sigma_m \left(T - \frac{N D \sigma_{m0}^2}{3 m R} \right) = \frac{\sigma_{m0}^2 H_a}{3 R}$$

або з огляду на 8) і 9)

$$\sigma_m (T - \Theta) = C_m H_a.$$

Тому, що $\chi_m = \frac{\sigma_m}{H_a}$, одержимо

$$\chi_m (T - \Theta) = C_m. \quad (13)$$

Посліднє рівнянє вказує на те, що магнетна вразливість ферромагнетних тіл улягає поверх точки Curie-а подібному закономі, як парамагнетна вразливість. Однак є важна ріжниця; коли у парамагнетних тіл є χ відворотно пропорціональне до абсолютної температури, то у ферромагнетних відносять ся отєя залежність лєше до надвишки температури понад температуру трансформації.

Се рівнянє важне також тому, що на основі його легко обчислити сталу Curie-а C_m з χ_m і $T - \Theta$ тим більше, що воно годить ся точно з експериментальними дослідями. Порівнюючи вислєди робіт Curie-а з останнім рівнянєм, сконстатував Weiss дуже добру згоду. Опісля ствердив він се враз з Foëx-ом¹⁾ на основі власних помірів. Доси не найдено виїмків від сєго закона, що найбільше зауважано зміни, що відповідають ріжним аллотропічним відмінам. Дуже добре видко се на 8. фіг., поданий після Weiss а і Foëx-а²⁾.

На ній представлено звязь між $\frac{1}{\chi_m \cdot 10^5}$ і температурою в степенях

Цельзія для кількох ферромагнетних субстанцій на основі експериментальних дослідів. Бачимо, що ся звязь зображена самими пря-

мими лініями відповідно до рівняня $\frac{1}{\chi_m} = \frac{1}{C_m} (T - \Theta)$; однак кожда субстанція має більше прямих, як одну, залежно від того, у які аллотропічні відміни переходить вона при підвишуваню температури. І так нікель має дві, перегороджені температурою 412° С; кобальт також дві, понизше і повнєше 1241° С, зєлізо чотири в інтервалах: 774° — 828°, 828° — 920°, 920° — 1395° і поверх 1395°; магнетит пять. Послєднєа пряма магнетиту повнєше 900° не нарисована на фігурі, але вона виходить з помірів Curie-а. Додати треба, що між 680° а 710° не дає магнетит прямої лінії, лише криву, що відповідає переходовому станови. Для зєліза знов є характеристичною нагла переміна вразливости χ при 920° і 1395°, що вже впрочім давнїйше зауважав Curie.

Що гіпотеза молекулярного поля має багато правдоподібности, бачимо не лише з попереднього, але також із дослідів у вишїм на-

¹⁾ Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

²⁾ Поділєка для χ є на фігурі инша у вікляю, як у других тіл; те саме відносьє ся до поділки температури для магнетиту.

прямі. Знаною є вже від якогось часу термічна аномалія в точці Curie-а. Остання полягає в наглім збільшенню питомого тепла при температурі трансформації. Сей¹⁾ приріст пит. тепла вносить для магнетного тіла:

$$c' = \frac{1}{J} \cdot \frac{dE}{dT},$$

де J є рівноважник, а E енергія намагнетизованя, зведена на одиницю маси. Ся енергія $E = -\frac{1}{2} H_m \sigma$, де H_m є молекулярне поле, а σ питомий степеень намагнетизованя. Як бачимо, можна c' означити на основі чисто магнетних досвідів. Величина c' є дуже мала при низьких температурах, близько температури Θ росте дуже швидко, а поверх її маліє до зера. Отже основою термічного явища є тепло відмагнетизованя, що зуживає ся в цілім інтервалі від абсолютного зера до Θ^0 і якого нагле щезанє спричинює аномалію.

P. Weiss і P. N. Beck¹⁾ мірили магнетним і калориметричним способом сю аномалію питомого тепла ферромагнетних тіл в точці Curie-а і нашли однакові висліди.

Б) Гіпотеза магнетону.

Досліди Weiss-а над магнетитом привели його до гіпотези магнетону. Мірячи сталу Curie-а магнетиту вище температури трансформації зауважали Weiss і G. Foëx²⁾, що магнетит має кілька вартостей сеї сталої, з котрих кожда відповідає окремому інтервалови температури; при тім всім перехід з одного інтервалу у другий відбуває ся нагло, як се добре бачимо на фіг. 8. Бажаючи пояснити се явище, застановляв ся Weiss над рівнянем $C_m = \frac{\sigma_{m0}^2}{3R}$ (гл. стр. 47. рівн. 8.), котре з огляду на звязи: $C_m = C \cdot m$, $\sigma_{m0} = S_0 \cdot m$ можемо написати: $C = \frac{m \cdot S_0^2}{3R}$, де S_0 є намагнетизованєм в насиченім стані, віднесеним до одиниці маси. Тому, що R є незмінною величиною, Weiss прийшов до висновку, що нагла переміна сталої C залежить або від зміни молекулярного тягару m або від зміни магнетного моменту S_0 . Перше не може бути, бо инакше мусіло би се припустити, що враз із підвишенєм температури молекули магнетиту полімеризують ся, а се суперечне з досвідом; таж знаємо, що при висших температурах молекули улягають діссоціації. Отже не

¹⁾ Weiss et Beck. Journ. de phys. 7, 1908, p. 249.

²⁾ Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

лишає ся нічого иншого, як лише прийняти, що магнетний момент молекула магнетиту змінєє ся при певних температурах о якусь певну величину.

Коли на основі послідньої гіпотези обчислимо S_0 з рівняня $C = \frac{m S_0^2}{3 R}$ для поодиноких інтервалів температури, дістанемо понизшу таблицю¹⁾

Інтервал 0°	S_0 після Foëx-a	S_0 після Weiss-a	Відношенє
581 - 622	1	1	1
622—680	1·238	1·22	1·25
710 - 770	1·535	1·513	1·5
770 - 900	2·013	1·995	2
> 900 (Curie)	2·515	2·515	2·5

Числа послідного ряду відносять ся до себе, як 4:5:6:8:10. Відєн бачимо, що молекулярний момент магнетиту змінєє ся враз з температурою у нетяглий спосіб, а поодинокі вартости його відносять ся до себе, як прості цілі числа. Огже вони є многократями одної спільної величини.

Подібну просту звязь подабуємо між молекулярними моментами заліза і ніккю, що їх найшли Weiss і Kamerlingh Onnes²⁾ при температурі киплячого водня (20° абсол. темп.). З досвіду знаємо — що виходить впрочім з розміркованя — що при дуже низьких температурах можна легко осягнути стан насиченя, бо в сїм случаю термічний рух майже не заколючує порядку молекулярних осей, який завдячуємо намагнетизованю. Огже магнетні моменти, мірені при так низьких температурах, можемо вважати моментами насиченя. Weiss і Kamerlingh Onnes одержали для сих моментів вартости: для заліза 12360, для ніккю 3370. Сі числа відносять ся до себе, як 11:3, т. зн. вони є многократями числа 1123·5, бо

$$12360 = 11 \times 1123\cdot6$$

$$3370 = 3 \times 1123\cdot3.$$

$$\text{Середна вартість} = 1123\cdot5.$$

Огже бачимо, що моменти граматомів³⁾ (молів) заліза і ніккю мають спільний подільник. Його зове Weiss граммагнетоном. Коли-ж

¹⁾ Weiss. Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellschaft. 1911. p. 735.

²⁾ Weiss et Kamerlingh Onnes. Journ. de phys. 9, 1910. p. 555.

³⁾ Weiss припускає, що в дуже богатях случаях магнетний молекул складає ся лише з одного атома.

поділимо граммагнетон через число Loschmidt-а т. є. число атомів у грамамі, то одержимо магнетний момент атому т. є. елементарного магнету, магнетон. При помочи нової вартости Loschmidt-ового числа, поданої Perrin-ом¹⁾ (1910) : 68.5×10^{22} виходить вартість магнетону: — $16.4.10^{-22}$. Отже оден атом заліза складає ся із 11 магнетонів, а атом нікелю із 3 магнетонів. Також для кобальту найдено (O. Bloch, 1912), що його молекулярний момент є многократню магнетона, а саме число магнетонів кобальту $n = 8.925$ т. є. кругло $n = 9$ з точністю експериментальних помір. Тому, що для згаданих трех субстанцій одержано так знаменні висліди, старав ся Weiss прослідити, чи не можна найти магнетонів також в інших тілах. Сі досліди увінчали ся незвичайними успіхами. Найперше перейшов Weiss помір, роблені Pascal-ем²⁾ над розчинами парамагнетних солей. Опираючи ся на аддитивнім законі магнетних прикмет хемічних сполук³⁾ поправив він висліди Pascal-а, відіймаючи від них діамагнетні вразливости елементів, з яких ті соли складають ся, і порівнав їх із магнетоном. Показало ся вже навіть без поправок, що переважна часть магнетних моментів сих солей є многократями магнетона. Поміж 27 субстанціями, міреними Pascal-ем, лише три не годять ся з теорією магнетонів: потасово-амоново-зелізовий цияняк, $(SO_4)_2 V_2 O_3$ і VCl_4 ; мірною є згідність для $FeSO_4$, кобальтово-амонового хльораку, манганового пірофосфорану, обох хромових галунів (фіолетного і зеленого), сірчану міді і VCl_2 ; тут можна пояснити незгідність при помочи границь експериментальних похибок, поданих Pascal-ем (1% для σ_{m0}). За те для прочих 17 тіл, а саме солей Fe , Co , Mn , Cu , Hg , U є знаменита згода з теорією, коли узгляднимо також поміри Liebknecht-а і Wills-а⁴⁾. Правдивість сего стверджує отсей виказ числа магнетонів поодиноких солей.

Число магнетонів.

1. K і аоново-зелізовий цияняк.	10.41, кругло 10.
2. Fe і аоновий пірофосфоран.	21.89, „ 22.
3. Fe і аоновий цитринан.	21.96, „ 22.
4. Na і зелізовий пірофосфоран.	24.04, „ 24.
5. Na і зелізовий метафосфоран.	28.03, „ 28.
6. Зелізовий хльорак.	27.93, „ 28.

¹⁾ Weiss. Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1911, s. 733.

²⁾ Pascal. Ann. de chim. et phys. (8). 16, p. 531, 1909.

³⁾ Pascal. Ann. de chim. et phys. (8) 19, 5, 1910.

⁴⁾ Liebknecht und Wills, Ann. d. Phys. (4) 1, 178, 1900.

7. Зелізовий сірчан.	30·09, кругло 30.
8. <i>K</i> - зелізавий метафосфоран.	25·99, " 26.
9. <i>Na</i> - зелізавий щаван.	27·11, " 27.
10. <i>Na</i> - зелізавий пірофосфоран.	27·91, " 28.
11. Зелізавий сірчан.	27·69, " 28.
12. Кобальтовий хльорак.	25·08, " 25.
13. Манганавий сірчан.	29·87, " 30.
14. <i>K</i> - надманганан.	4·11, " 4.
15. Сірчан міді.	9·75, " 10.
16. <i>Cu</i> і амонієвий сірчан.	6·03, " 6.
17. Уранавий сірчан.	14·03, " 14.

Сі висліди, як також інші висліди, зображені на фігурі 9., поданій P. Weiss-ом.

Ся фігура зображує скалю, зложену із 32 вертикальних ліній, із яких кожда подає число магнетонів. Сю скалю сконструував Weiss на основі вартостей магнетону, виведених висше із зеліза і ніккю. Останні лежать на першій поземій лінії з гори і зазначені стрілкою. Вартости, виведені з помірив Bloch-a, зазначені переверненням хрестиком. На третій і четвертій поземій находимо висліди Pascal-евих помірив, зазначені колісцятами. Як видко, майже всі згадані точки лежать на вертикальних лініях або дуже близько них; отже можемо сконстатувати, що гіпотеза магнетонів має сильну основу. Weiss спробував вивести величину магнетону на основі самих вислідів Pascal-a і найшов (гл. фіг. 9.) із вартостей для (2, 3), 4, 8, (5, 6, 10, 11), 7 методом найменших квадратів: 1122·1; се число ріжнить ся лише о 1·3‰ від поданого висше: 1123·5.

Інтересні є також вартости виведені із розчинів ніклевих солей на основі праць Liebknecht-a і Wills-a. До сих солей належать: NiF_2 , $NiCl_2$, $NiBr_2$, NiI_2 , $NiSO_4$, $Ni(NO_3)_2$; вони дають отсі числа магнетонів: 16·06, 16·11, 16·06, 16·01, 15·95, 16·02 т. є. з докладністю помірив 16.

Також поміри, переведені над цїпкими магнетними солями п-ною E. Feytis¹⁾, дають корисні висліди для теорії магнетонів. Сі поміри відносять ся до солей зеліза, кобальту, хрому і до Mn_3O_4 . Найбільше віддалене від цілого числа подибуємо у $FeF_3 + 3H_2O$, а саме $n = 21·23$; отже ріжниця виносить 0·23. Впрочім є ріжницї дуже малі, пересічно 0·50‰ найблизшого цілого числа.

Вкінці треба згадати найновіші поміри Weiss-a і Foëx-a²⁾, як також Bloch-a над сталою Curie-a ферромагнетних металів

¹⁾ E. Feytis, C. R. 152, 708, 1911.

²⁾ Weiss і Foëx, Arch. d. scienc. phys. et nat. (4) 31, 4 і 89, 1911.

повисше точки Curie а. На фігурі зазначені перші прямим хрестиком, другі перевертеним. Після них має чистий нікель $\sigma_{m_0} = 9018$, що відповідає 8·03 магнетонам, коли вважати мемо величиною грамагнетона число 1123·5. Сі числа відносять ся до температури 400°; як підемо висше 500°, одержимо 9 магнетонів. Те саме число виходить з помірив над стопом Ni і $Fe_2 Ni$. Тут виходить для нікелю число 9·03 магнетонів.

Коли приглянемо ся ближше вислідам помірив над ніклем, побачимо, що він приймає різне число магнетонів, а саме при дуже низьких температурах 3, у стопі із залізом 9, при високих температурах 8 і 9, в розчинах солий 16. Сей приклад показує, що молекулярне намагнетизоване змінє ся враз із фізикальним і хемічним станом субстанції. Сі зміни відповідають завжди цілим числам магнетонів.

Подібні прикмети подибуємо у кобальту і заліза. O. Bloch найшов для чистого кобальту $n = 15·008$, а для кобальту в стопах $n = 14·925$ тоді, як при дуже низьких температурах число магнетонів кобальту є 9. Залізо дає висше точки Curie-а три різні вартости сталої Curie-а в інтервалах температури: 774° — 828°, 828° — 920°, 920° — 1395°. Вартости σ_{m_0} , що відповідають їм, не підходять під загальний закон, однак згідність осягнемо, коли приймемо враз з Weiss-ом деполімеризацію магнетних молекулів. Тоді вийдуть числа магнетонів: 12·08 (= 12), 10·04 (= 10), 19·95 (= 20).

Інтересний вивід подає Weiss із останніх вислідів. Для першого і другого* інтервалу температур є $\sigma_{m_0} = 13427$, зглядно 11297. Їх відношенє є 6:5 (з точностю експериментальних помірив). Відси спільна міра магнетних моментів є:

$$\frac{13427 + 11297}{6 + 5} = 2247·6.$$

Половина з того 1123·8 містять ся точно 11 рази у молекулярнім моменті заліза при дуже низькій температурі. Отже тут маємо новий доказ єствованя магнетонів. Висліди праць Weiss-а і школи його дадуть ся зібрати в отснх кількох словах. Найперше повело ся найти молекулярні, зглядно атомові моменти більшої скількості пара- і ферромагнетних тіл. Сі молекулярні моменти одержуємо, ділячи магнетні моменти грамомолекула числом молекулів у грамомолекулі. Заразом сконстатовано, що деякі субстанції мають кілька різних атомових моментів залежно від температури і хемічного складу. Всі ті моменти відносять ся до себе, як прості цілі числа. Вони мають спільний подільник, що його назвав Weiss магнетоном.

На основі дотеперішних дослідів можна прийняти, що магнетон є спільним елементом багатьох магнетних атомів, а мабуть і всіх.

Сю прикмету подибуємо також у діаманетних первнів, що творять парамагнетні сполуки н. пр. у *Cu*. Замітною також є сполука K_2HgI_4 , що є парамагнетною, хоч складає ся із самих діаманетних первнів. Для неї є число магнетонів $n = 8.88$, отже кругло 9.

Закони смугових дуговин промовляють також за теорією магнетонів. Як звісно, W. Ritz представив їх дуже наглядно при помочи електромагнетного механізму. У сїм механізмі находимо магнетні штабки з певним моментом, звернені в оден бік і сполучені із собою у прямолінійний магнет. Ся часть моделю відповідає Weiss-овим атомовим моментам, що складають ся з магнетонів. Зідентифікувавши сї магнетні штабки з магнетонами, Weiss обчисляє довготу магнетона $\varepsilon = 1.12 \cdot 10^{-10}$ см. Се число є можливе, коли пригадаємо собі, що промір атома вносять від 10^{-6} до 10^{-7} см, а промір електрона 10^{-13} .

Вкінці годить ся гадати, що Langevin¹⁾ спробував шукати звязи між гіпотезою магнетону і модерною тепер гіпотезою квантів у Sommerfeld-овій²⁾ формі. Він вийшов із заложеня, що магнетний момент молекула є збуджений обігом електрона, якого наряд є e , маса m і що центр іравітації ділає на електрон з силою відворотно пропорціональною до n -тої степені віддаленя r . Діланє, що відповідає періоді обігу електронів, кладе Langevin рівне $\frac{h}{4}$, де h є після Sommerfelda т. зв. елементарним квантом ділання. Се $h = \varepsilon T$, де ε є елементом енергії, T часом, якого потребує дане тіло до поглотчення зглядно до випромінюваня енергії ε . Величина $h = 6.55 \cdot 10^{-27}$ ergsec і є загальною сталою. На основі сих заложень найшов Langevin магнетний момент ірамомолекула

$$I_0 = \frac{N_1 e}{m} \cdot \frac{h}{8\pi} \cdot \frac{n}{n+2},$$

де N_1 є числом молекулів в ірамомолекулі. Тому, що $N_1 = 7 \cdot 10^{23}$, $\frac{e}{m} = 1.77 \cdot 10^7$, виходить для $n = 1$, $I_0 = 1080$.

Се число годить ся досить добре з магнетоном Weiss-a.

Гіпотеза магнетонів отвирає дуже широкі горизонти. Вона позволить мабуть близше пізнати взаїмні ділання молекулів, як се

¹⁾ Langevin. Rapports et discussions de la réunion tenue à Bruxelles du 30. octobre au 3. novembre 1911. Paris 1912. p. 392.

²⁾ Sommerfeld. Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1911. S. 1074.

доси можна було. Також для хемічних дослідів буде вона мати немалу вартість. Вкінці можемо додати, що вона відповідає теперішньому змаганю, розкладати енергію і всілякі ділання на елементи. Протів теорії магнетонів підніс заміти А. Heydweiller¹⁾, опираючи їх на сім, що основою Pascal-ових магнетних помірив була вартість χ води о 4% за велика і що після найновіших дослідів атомовий магнетизм металів в розчинах є функцією концентрації, а не є сталою величиною, як доси приймає. На перший заміт відповів R. Gans²⁾, заявляючи, що не ходить тут о абсолютні вартости χ , лише о релятивні. Що до другого, то треба виждати докладніших помірив.

7. Сучасний стан дослідів над магнетизмом і вигляди на будуче.

В сім короткім огляді сучасних дослідів над магнетизмом вепили ми зачіпати лише деякі сторони так різнородних явищ, якими є магнетні явища. І так доторкнули ми лише злегка інтересного і дуже зложеного явища гістерези і коерцитивної сили, обговорили лише коротко магнетні прикмети стопів, а поминули зовсім вплив тиснення і часу на магнетні прикмети тіл, як також звязь між магнетними явищами а зміною обему, еластичностию і иншими прикметами тіл. Однак вже ті явища, які обговорено, видають досить ясне світло на суть магнетизму. До прояснення сеї царини причинили ся головню досліди передпоследнього і последнього десятилітя, по перше тому, що останніми літами ведено їх досить систематично, а по друге техніка експериментованя пішла в последнім часі високо в гору; возьмім хочби на увагу те, що межі температури посунено дуже високо в гору і дуже низько в долину, а силі поля повело ся дати величину 50000 C. G. S.

В модерних теоріях магнетизму бачимо знов стремління пересунути причину магнетних примет тіл у нутро атома. Коли давнйше вважано молекули зглядно атоми последними звенами у ланцуху фізикальних, отже і магнетних явищ, так тепер відповідно до теорії електронів став атом сам для себе світлом, у якім відгрівають ся головні фізикальні явища; там також глядаємо жерел магнетних явищ. Сі нові теорії дають враз з експериментальними дослідами сильну основу для пізнання не лише самих магнетних явищ,

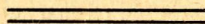
¹⁾ A. Heydweiller. Verh. d. Deutsch. phys. Ges. 13, 1063, 1911; 15, 1120, 1913.

²⁾ R. Gans, ibid. 14, 367, 1912.

але також і інших, котрі або тяжко дослідити і в'яснити другим способом, або навіть і неможливо. Для прикладу киньмо оком на праці Pascal-a. Вони вказують нам на те, як великі гороскопи подають маґнетохемічні досліди для пізнання внутрішньої будови молекулів тим більше, що маґнетні методи далеко вразливіші, як деякі другі. Langevin-ова теорія, що сполучила так ціпко парамаґнетні і діамаґнетні явища, які доси уважано майже зовсім відрубними, вспіла звязати діамаґнетизм з явищем Zeeman-a, а також пояснити багато маґнетних прикмет тіл. А вже-ж вершком найновіших успіхів є Weiss-ові маґнетони, сї найдрібніші маґнетні елементи, із яких побудовані маґнетні атоми. Відкритє їх належить до найзамітнійших відкрить на полї фізики в останніх літах, і досліди над ними, хоч щойно почали ся, принесли вже багато інтересного матеріалу.

Однак не треба забувати, що ще далеко до докладного проясненя маґнетних явищ. Навіть теорії Langevin-a і Weiss-a, що, опираючи ся на нових експериментальних дослідах, представляють великий поступ в порівнянню із старими теоріями, не вільні від багатьох недостач. Справді багато фактів промавляє за ними, але є також факти, що не так легко дадуть ся підтягнути під схему сих теорій. Однак підвалини досить сильні, треба лише деяких модифікацій, щоби вигладити нерівности і довести до гармонії між теорією а експериментом. Се можна буде осягнути лише новими і докладними помірами, бо дотеперішні ще не вистарчають, а хоч доси назбирано багато матеріалу, однак до недавна годї було його визискати задля систематичних і експериментальних недостач. Розуміє ся, розвиток сеї доси почасти занедбаної царини фізики буде впливати також на досліди над другими царинми, а вже навіть тепер зауважуємо проблєски сего впливу, як се висше згадано. Але ще багато праці треба буде вложити, щоби виповнити недостачі і довести досліди над маґнетизмом до того стану розвитку, у яким находять ся другі області фізики.

Чернівці, грудень 1913.



Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind.

(III. Mitteilung). ¹⁾

von

Dr. B. Kalicun in Lemberg.

III. Über das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen, einer auf einer Kurve K^n n^{er} Ordnung mit einem $(n-1)$ -fachen Punkte und einer anderen auf einer Kurve K^p p^{er} Ordnung mit einem $(p-1)$ -fachen Punkte, wenn die Trägerkurven in zwei verschiedenen Ebenen liegen²⁾.

1. Es seien die Vielfachpunkte der Trägerkurven K^n und K^p beziehungsweise mit V^{n-1} und V^{p-1} bezeichnet. Die Verbindungsgerade v dieser Punkte sei als die Achse zweier projektiver Ebenenbüschel (α) und (α') angenommen. Jede Ebene α des Büschels (α) schneidet die Kurve K^n in je einem Punkte A , und jede Ebene α' des Büschels (α') schneidet die Kurve K^p in je einem Punkte A' . Die Punkte A und A' , welche in den entsprechenden Ebenen der projektiven Ebenenbüschel liegen, werden als entsprechende Elemente der projektiven Punktreihen (A) und (A') betrachtet. Es handelt sich nun um das Gebilde,

¹⁾ Die vorliegende Abhandlung bildet eine Fortsetzung zu den Untersuchungen, welche der Verfasser in den Abhandlungen unter demselben Titel in den Sitzungsberichten der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, und zwar I. Mitteilung im Bd. CXXII. Abt. II a. Februar 1913, II. Mitteilung im Bd. CXXIII. Abt. II a. Februar 1914 — veröffentlicht hat.

²⁾ Anstatt der unikursalen Plankurven können hier mit gewissen Voraussetzungen unikursale Raumkurven angenommen werden.

welches die Verbindungsgeraden der entsprechenden Elemente dieser Punktreihen erzeugen. Es wird leicht nachzuweisen, daß dieses Gebilde eine windschiefe Regelfläche R^{n+p} des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades ist. Um den ersten Teil dieses Satzes zu beweisen, betrachten wir ein Paar entsprechender Punkte A und A' und ihre Nachbarpunkte A_1 und A'_1 . Die Verbindungsgeraden $AA' \equiv g$ und $A_1A'_1 \equiv g'$ bilden zwei unmittelbar folgende Erzeugende des Erzeugnisses. Da aber die Tangenten AA_1 und $A'A'_1$ der Trägerkurven K^n und K^p im allgemeinen auf einander windschief stehen, so müssen auch die Geraden g und g' windschief sein. Der zweite Teil des Satzes wird folgendermaßen bewiesen¹⁾: Eine Ebene $\mathfrak{X}$, welche durch eine Gerade l beliebig gelegt wird, schneidet die Kurve K^n in n Punkten X , denen ebensoviel Punkte X' auf K^p projektiv entsprechen, welche in n Ebenen des Büschels (l) liegen. Jede beliebige andere Ebene $\mathfrak{X}'$ durch l schneidet wiederum K^p in p Punkten X' , denen ebensoviel Punkte X auf K^n projektiv entsprechen, welche in p Ebenen des Büschels (l) liegen. Es entsteht daher in l eine Ebenenkorrespondenz $[n, p]$; in jeder von $n+p$ Koinzidenzebenen liegt je eine Erzeugende, welche folglich die Gerade l schneiden muß. Die beliebige Gerade l trifft somit die Regelfläche R^{n+p} in $n+p$ Punkten, diese Fläche ist also des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades, was zu bewiesen war.

Durch die Achse v und $n-1$ Vielfachpunktstangenten der K^n im V^{n-1} gehen $n-1$ Ebenen, denen, zum Ebenenbüschel (α) gerechnet, ebensoviel im Ebenenbüschel (α') projektiv entsprechen; diese letzteren schneiden die Kurve K^p in $n-1$ Punkten, welche mit V^{n-1} verbunden $n-1$ Erzeugende der Fläche liefern. Der Punkt V^{n-1} wird daher zu einem $(n-1)$ -fachen ebenso der Punkt V^{p-1} zu einem $(p-1)$ -fachen Punkte der Regelfläche R^{n+p} . Die Gerade $V^{n-1}V^{p-1} \equiv v$ trifft daher die Fläche R^{n+p} außer V^{n-1} und V^{p-1} noch in zwei Punkten, welche sich auf folgende Weise bestimmen lassen: Die projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') haben zwei Doppelebenen δ_1 und δ_2 , von denen jede, wie leicht zu bemerken, je eine Erzeugende der Fläche enthält. Diese Erzeugenden schneiden die Achse v in den gesuchten Punkten.

Haben die Trägerkurven einen gemeinschaftlichen Punkt Z , der sich selbst in beiden projektiven Punktreihen entspricht, so ist die erzeugte Regelfläche nur des $(n+p-1)^{\text{en}}$ Grades; denn jede Gerade, welche durch den Punkt Z geht wird als eine uneigentliche Erzeugende

¹⁾ Vergl. Cremona. Allgemeine Theorie der Oberflächen, übersetzt von Curtze — p. 54.

der Fläche angesehen; eine beliebige Gerade l schneidet daher nur $n + p - 1$ eigentliche Erzeugende. Diese Fläche wird ferner nur des $(n + p - 2)^{\text{en}}$ Grades sein, wenn die Trägerkurven zwei gemeinsame sich selbst projektiv entsprechende Punkte haben.

Haben die Trägerkurven k gemeinsame sich selbst projektiv entsprechende Punkte, so ist das erzeugte Fläche des $(n + p - k)^{\text{en}}$ Grades. Die projektiven Punktreihen sind perspektiv und von demselben Ebenenbüschel (α'') in beide Trägerkurven eingeschnitten. Die Achse v des Ebenenbüschels (α'') wird in diesem besonderen Falle von sämtlichen Erzeugenden getroffen, sie liegt damit gänzlich auf dieser Fläche. Also:

Zwei projektive Punktreihen, die eine auf einer unikursalen Kurve K^n n^{er} Ordnung und die andere auf einer unikursalen Kurve K^p p^{er} Ordnung erzeugen eine windschiefe Regefläche des $(n + p)^{\text{en}}$ Grades, welche die Vielfachpunkte der Trägerkurven zu ihren Vielfachpunkten derselben Ordnung hat. Die Ebene der Trägerkurve K^n ist eine p -fache und diese der Trägerkurve K^p eine n -fache Tangentialebene der Fläche. — Haben die Trägerkurven k sich selbst projektiv entsprechende gemeinsame Punkte, so wird diese Fläche des $(n + p - k)$ Grades, wobei für $k > 2$ die Verbindungsgerade der Vielfachpunkte der Trägerkurven von sämtlichen Erzeugenden geschnitten wird.

2. Wir wollen die Regelfläche R^{n+p} aus einem Punkte S_1 auf eine Ebene π projizieren. Es werden dabei projiziert: die Trägerkurven K^n und K^p in die Kurven K_1^n und K_1^p derselben Ordnungen, die projektiven Punktreihen (A) und (A') in die projektiven Punktreihen (A_1) und (A_1'), ferner die Erzeugende g , welche die entsprechenden Punkte A und A' der (A) und der (A') verbindet, in die Gerade g_1 , welche die entsprechenden Punkte A_1 und A_1' der (A_1) und der (A_1') verbindet. Die Projektionen g_1 der Erzeugenden g umhüllen eine Kurve $^1 R^{n+p}$, welche als das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen (A_1) und (A_1') der $(n + p)^{\text{en}}$ Klasse des 0^{en} Geschlechtes, daher der $2(n + p - 1)^{\text{en}}$ Ordnung sein muß¹⁾. Man gelangt daher zum Satze:

Aus einem beliebigen Punkte des Raumes der Regelfläche R^{n+p} umschriebener Kegel ist der $(n + p)^{\text{en}}$ Klasse der $2(n + p - 1)^{\text{en}}$ Ordnung des 0^{en} Geschlechtes.

¹⁾ Vergl. die erwähnte Abhandlung des Verfassers unter demselben Titel II. Mitteilung p. 5. Diese Mitteilung werden wir fortan der Kürze halber mit „II“ bezeichnen.

Der scheinbare Umriß der Regelfläche R^{n+p} auf einer beliebigen Rißebeane π ist eine Kurve der $(n+p)^{\text{en}}$ Klasse der $2(n+p-1)^{\text{en}}$ Ordnung des 0^{en} Geschlechtes.

Die Doppeltangenten der Rißkurve ${}^1R_{n+p}$ lassen sich auf dieselbe Weise wie in II. p. 4. bestimmen und sie stellen die Schnittgeraden der Rißebeane π mit den Doppeltangentialebenen der Fläche R^{n+p} dar, welche durch den Punkt S_1 hindurchgehen. Da aber ${}^1R_{n+p}$ $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Doppeltangenten haben muß, so erhalten wir

den Satz:

Die doppelberührende Developpable der Regelfläche R^{n+p} ist der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Klasse.

Der Berührungspunkt der Tangente g_1 der Kurve ${}^1R_{n+p}$ läßt sich nach II. p. 7. linear konstruiren und die Verbindungsgerade dieses Punktes mit S^1 bildet die Berührungskante der Tangentialebene $S_1 g_1$ des Kegels S_1 (${}^1R_{n+p}$). Diese Kante trifft die Erzeugende g der Fläche R^{n+p} in dem Berührungspunkte der Tangentialebene $S_1 g \equiv S_1 g_1$ mit R^{n+p} . Man kann daher auf diese Weise linear die Kurve bestimmen, die den wirklichen Umriß der Regelfläche R^{n+p} bildet.

3. Lassen wir die Regelfläche R^{n+p} aus einem anderen Punkte S_2 auf dieselbe Rißebeane π projizieren, so erhalten wir eine zweite Rißkurve ${}^2R_{n+p}$, welche von den projektiven Punktreihen (A_2) und (A_2') auf den Kurven K_2^p , K_2^n erzeugt erscheint, wenn diese Punktreihen und diese Kurven die Projektionen aus S_2 der Punktreihen (A) , (A') bzw. der Kurven K^n , K^p darstellen.

Die projektiven Punktreihen: $(A_1) \overline{\wedge} (A_1')$, $(A_2) \overline{\wedge} (A_2')$, ferner $(A_1) \overline{\wedge} (A_2)$ und $(A_1') \overline{\wedge} (A_2')$ veranlassen eine eindeutige Beziehung zwischen den Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1R_{n+p}$ und ${}^2R_{n+p}$, wobei jedes Paar entsprechender Tangenten g_1 , g_2 dieser Kurven als die Projektionen aus den Zentren S_1 , S_2 derselben Erzeugenden g der Regelfläche R^{n+p} erscheinen. Die beiden Rißkurven ${}^1R_{n+p}$ und ${}^2R_{n+p}$ haben aber $n+p$ solche gemeinsame Tangenten t , welche in der erwähnten eindeutigen Beziehung sich selbst entsprechen. Es wird nämlich die Verbindungsgerade $S_1 S_2$ beider Zentren von $n+p$ Erzeugenden der Fläche R^{n+p} geschnitten; die Projektionen dieser Erzeugenden aus S_1 und S_2 auf π fallen daher zusammen. — Diese gemeinsamen Tangenten bilden daher einen Bestandteil der $(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung der Kurve $\mathcal{C}^{2(n+p)}$ der $2(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung, welche nach II. p. 10. von den pro-

jektiven Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1\mathfrak{R}_{n+p}$ und ${}^2\mathfrak{R}_{n+p}$ erzeugt wird. Der übrige Bestandteil dieses Erzeugnisses bildet somit eine Kurve $\mathfrak{C}^{n+p}$ der $(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung, welche als Schnittkurve der Fläche R^{n+p} mit der Ebene π erscheint. Die Kurve $\mathfrak{C}^{2(n+p)}$ ist bekanntlich des 0^{en} Geschlechtes, sie hat daher $\binom{2(n+p)-1}{2}$ Doppelpunkte. Läßt man von diesen letzteren $\binom{n+p}{2}$ Schnittpunkte der gemeinsamen Tangenten t unter einander und $(n+p-1)(n+p)$ ihre Schnittpunkte mit $\mathfrak{C}^{n+p}$ subtrahieren, so erübrigen $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Doppelpunkte der Schnittkurve $\mathfrak{C}^{n+p}$, welche somit des 0^{en} Geschlechtes sein muß. Dadurch gelangt man zum Satze:

Von zwei projektiven Punktreihen auf zwei unkursalen Kurven erzeugte Regelfläche R^{n+p} ist des 0^{en} Geschlechtes.

Die Doppelpunkte der Schnittkurve $\mathfrak{C}^{n+p}$, die sich nach II. p. 9. bestimmen lassen, sind die Schnittpunkte der Schnittebene π mit der Doppelkurve D der Fläche. Also:

Die Doppelkurve D der Regelfläche R^{n+p} ist der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Ordnung, wobei durch den Vielfachpunkt $V^{n-1} \binom{n-1}{2}$ und durch den Vielfachpunkt $V^{p-1} \binom{p-1}{2}$ Zweige dieser Kurve hindurchgehen. Es gehen nämlich durch V^{n-1} $n-1$ und durch V^{p-1} $p-1$. Erzeugende der Fläche, welche einander in $\binom{n-1}{2}$ beziehungsweise in $\binom{p-1}{2}$ Punkten der Doppelkurve D treffen.

Geht daher die gedachte Schnittebene π durch die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$, so hat die Schnittkurve $\mathfrak{C}^{n+p}$ in V^{n-1} einen $(n-1)$ -fachen und in V^{p-1} einen $(p-1)$ -fachen Punkt, von welchen der erste mit $\binom{n-1}{2}$ und der zweite mit $\binom{p-1}{2}$ ihren Doppelpunkten gleichbedeutend sind; die Ebene π schneidet somit die Doppelkurve D noch in $np-1$ Punkten. Fällt aber die Ebene π mit einer von den Doppelebenen δ der projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') zusammen, so liegen $n+p-2$ von diesen Punkten auf der in dieser Doppelebene

sich befindenden Erzeugenden¹⁾. Die Schnittkurve besteht in diesem Falle aus dieser Erzeugenden und einer Kurve $\mathbb{C}^{n+p-1}$, welche außer einem $(n-1)$ -fachen und einem $(p-1)$ -fachen Punkte noch $(n-1)(p-1)$ Doppelpunkte hat. Also:

Auf der Regelfläche R^{n+p} liegen zwei Plankurven der $(n+p-1)^{\text{en}}$ Ordnung des $\mathbb{C}^{\text{en}}$ Geschlechtes, wobei dieses Geschlecht außer einem $(n-1)$ -fachen und einem $(p-1)$ -fachen Punkte noch durch $(n-1)(p-1)$ Doppelpunkte bedingt wird.

Die eindeutige Beziehung zwischen den Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1\mathbb{R}_{n+p}$ und ${}^2\mathbb{R}_{n+p}$ gibt uns ein Mittel nicht nur die Punkte der Schnittkurve $\mathbb{C}^{n+p}$ sondern auch in einem beliebigen Punkte der Fläche R^{n+p} ihre Tangentialebene linear zu konstruieren. Man kann nämlich nach II. p. . . in einem beliebigen Punkte X der Kurve $\mathbb{C}^{n+p}$ ihre Tangente linear konstruieren, und diese letztere bestimmt mit der durch X gehenden Erzeugenden der Fläche die Tangentialebene im Punkte X .

4. Durch jeden Punkt Y der Schnittkurve $\mathbb{C}^{n+p}$ geht eine Erzeugende der Fläche, welche die Doppelkurve D in $n+p-2$ Punkten trifft. Durch jeden von diesen letzteren geht je eine Erzeugende, welche $\mathbb{C}^{n+p}$ in je einem Punkte Y' trifft, so daß es dem Punkte X $n+p-2$ Punkte Y' korrespondieren. Aber auch jedem Punkte Y' korrespondieren auf dieselbe Weise $n+p-2$ Punkte Y . Es entsteht daher auf $\mathbb{C}^{n+p}$ eine Korrespondenz $[n+p-2, n+p-2]$, deren $2(n+p-2)$ Koinzidenzpunkte auf ebensoviel solchen Erzeugenden liegen, welche von ihren unmittelbar folgenden Erzeugenden geschnitten werden²⁾. Die Regelfläche R^{n+p} hat daher $2(n+p-2)$ singuläre Erzeugende, also ebensoviel Kuspidalpunkte und Kuspidalebenen.

5. Wir wollen schließlich noch besondere Arten der Fläche R^{n+p} betrachten.

a. Verbindet, die Doppelebene δ_1 der projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') eine Vielfachpunkttangente der Trägerkurve K^n und eine Vielfachpunkt tangente der Trägerkurve K^p , so wird die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ zu einer Erzeugenden der Fläche. Die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ wird daher zu einer Doppelerzeugenden, wenn in beiden Doppelebenen δ_1, δ_2 der Ebenenbüschel (α) und (α') je ein Paar entsprechender Vielfachpunktstangenten der Trägerkurven liegen. Die Doppelkurve D

¹⁾ Vergl. Cremona. Allgemeine Theorie etc. p. 53.

²⁾ Ebenda p. 58.

wird in diesem Falle aus der genannten Erzeugenden und einer Kurve der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2} - 1$ Ordnung bestehen.

b. Sind die Punktreihen (A) und (A') perspektiv (Vergl. p. 3), so kann der Fall eintreten, daß r ($r < p < n$) Vielfachpunktstangenten der Trägerkurve K^n ebensovielen Vielfachpunktstangenten der Trägerkurve K^p projektiv entsprechen. Die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ wird in diesem Falle zu einer r fachen Erzeugenden der Fläche, daher zu einem Bestandteile der $\binom{r}{2}^{en}$ Ordnung der Doppelkurve D .

c. Wird insbesondere $p = 1$ angenommen, so erhalten wir zum Erzeugnisse einer krummer Punktreihe (A) auf einer Kurve K^n n^{er} Ordnung mit einem $(n-1)$ -fachen Punkte V^{n-1} und einer projektiven geraden Punktreihe (A') auf einer Geraden a eine Regelfläche R^{n+1} des $(n+1)^{en}$ Grades, welche in V^{n-1} einen $(n-1)$ -fachen Punkt hat. Diese Fläche wird daher von jeder Geraden durch V^{n-1} noch in 2 Punkten getroffen, und von jeder Ebene durch V^{n-1} in einer Kurve der $(n+1)^{en}$ Ordnung geschnitten, welche in diesem Punkte einen $(n-1)$ -fachen Punkt hat; diese Kurve schneidet daher die Doppelkurve D noch in $n-1$ Punkten. Sind die Punktreihen (A) und (A') perspektiv, so wird die Achse des Ebenenbüschels (α') gänzlich von der Regelfläche R^{n+1} enthalten; diese Fläche würde in diesem Falle zwei gerade Linien haben.

Trifft die Trägergerade a die Trägerkurve K^n in einem Punkte, der sich selbst projektiv entspricht, so ist die Regelfläche nur des n^{en} Grades. Durch einen von $n-2$ Doppelpunkten auf einer Erzeugenden g dieser Fläche durch den $(n-1)$ -fachen Punkt V^{n-1} gelegte Gerade g trifft die Fläche in $n+1$ Punkten, sie wird daher gänzlich von dieser Fläche enthalten. Wären daher die gedachten Doppelpunkte auf jeder Erzeugenden g verschieden, so müßte jede Ebene durch V^{n-1} und je eine Erzeugende die Fläche R^n in n Geraden schneiden, von welchen $n-2$ durch V^{n-1} gingen. Die Fläche R^n würde somit aus einem Kegel der $(n-2)^{en}$ Ordnung mit dem Scheitel V^{n-1} und einer Fläche 2^{er} Ordnung bestehen. Auf dieser Fläche 2^{er} Ordnung müßte aber die Plankurve K^n n^{er} Ordnung liegen, was unmöglich ist. Daraus ist ersichtlich, daß die Doppelpunkte auf jeder Erzeugenden g in je einem Punkte sich vereinigen und folglich sämtlich auf einer durch V^{n-1} gehenden Geraden liegen müssen. Die Doppelkurve der Regelfläche R^n erscheint daher als eine $(n-1)$ -fache Gerade dieser Fläche. Also:

Zwei projektive Punktreihen, von denen die eine auf einer Kurve K^n der n^{en} Ordnung mit einem $(n-1)$ -fachen Punkte V^{n-1} und die andere auf einer Geraden a liegen, wobei die Gerade a die Kurve K^n in einem sich selbst projektiv entsprechenden Punkte trifft, erzeugen eine Regelfläche R^n des n^{en} Grades, welche eine $(n-1)$ -fache durch V^{n-1} gehende Gerade enthält.

Was Eigenschaften und eine eindeutige Abbildung der letztgenannten Regelfläche anbelangt, sei es an die Abhandlung des Verfassers „Beiträge zu den Regelflächen V^{er} Ordnung“ hingewiesen, welche in den Sitzungsberichten der Kaiser. Akademie der Wissenschaften in Bd. CXX und CXXI veröffentlicht wurden.

Inhaltsangabe.

In der vorgelegten Abhandlung wird das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen untersucht, wenn diese Punktreihen auf zwei Kurven n^{er} und p^{er} Ordnungen in zwei verschiedenen Ebenen angenommen werden.

Nach der Festsetzung, daß dieses Erzeugnis im allgemeinen eine windschiefe Regelfläche des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades ist, wird auf die Erniedrigung dieses Grades durch besondere Lage der projektiven Punktreihen hingewiesen.

Durch eine Zentralprojektion dieser Fläche auf eine beliebige Ebene gelangt man zu einem Beweise, daß die doppelberührende Developpable dieser Fläche der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Klasse ist, und ferner zu einer linearen Konstruktion des scheinbaren und des wirklichen Umrisses dieser Fläche.

Zwei Zentralprojektionen dieser Fläche führen zum Beweise, daß die Doppelkurve dieser Fläche der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Ordnung ist, und ferner zu einer linearen Konstruktion der ebenen Schnittkurve und der Tangentialebene in einem beliebigen Punkte der Fläche.

Schließlich wird bewiesen, daß, wenn eine Punktreihe auf einer unikursalen Kurve n^{er} Ordnung und die andere auf einer Geraden angenommen ist, wobei die Trägerkurve von der Trägergeraden in einem sich selbst projektiv entsprechenden Punkte getroffen wird, die Regelfläche des n^{en} Grades ist und eine $(n-1)$ -fache Gerade enthält.

Деякі мікрохімічні прикмети про- дихового апарату у рослин.

Написав

Др. Нестор Гаморак.

Підчас одних дослідів дістав ся раз в мої руки листок з *Philodendron cuspidatum*, Aroideae. В бічних клітинах (Nebenzellen) продихового апарату отесї рослини знаходять ся слабо-рожеві кульочки, які при недокладній обсервації можна би вважати олієм. Промір отсих кульочок є $\pm 2-3$ рази більший, чим промір зернят зелені, які знаходять ся в замочних клітинах (Schliesszellen). Щоби бльаше дослідити отесї утвори, піддав я препарат діланю осмового кваеу, який, як відомо, вживаєть ся в мікрохемії¹⁾ як реагєнс на олії. На мое найбільше здивованне, забарвив ся цілий зміст побічних клітин гарно на синьо. Се стало ся в бічних клітинах при всіх продихах. Часами виказували отсю реакцію також і ті клітини, які лежать на бігуновій сторонї замочних клітин. Реакції в сих клітинах виступали одначе без порівняння рідше. На основі висше наведених реакцій стало ясно, що бічні клітини, а часами тут і там бігунові²⁾ клітини містять зльокалізовано хемічну субстанцію, котра не знаходить ся ні в інших клітинах наскірка, ні в замочних клітинах. Інші реакції, про які буде бесіда дальше, виказали, що се гарбовинні субстанції містять ся зльокалізовано в бічних клітинах³⁾.

Отсе зльокалізованне деяких субстанцій в бічних клітинах на стільки небувале, що зараз насуваєть ся кождому більша скількість нових мірковань та питань. Передовсім дуже правдоподібно, що отсе

1) Н., *Holisch*. Mikrochemie der Pflanze, Jena, 1913, стор. 107.

2) Sit venia verbo! По німецьки називаю отесї клітини Polzellen.

3) Гл. Hamorak, N., Beiträge zur Mikrochemie des Spaltöffnungsapparates. (Sitzber. der Kaiserl. Akademie d. Wissenschaften in Wien, Mathem.-natur. Klasse, Abt. I, 124 Bd. 6—7 Heft, Wien, 1915).

нагромадження гарбовинних субстанцій в бічних клітинах стоїть у службі продихового апарату, бо колиб так не було, то гарбовинні субстанції могли би виступати якраз так само в інших клітинах наскірка — а даліше розділене гарбовинних субстанцій в поблизу продихів не було би переведене з такою докладною старанністю. Сей факт спонукує нас ввести бічні клітини в тіснішу зв'язь з продихами і то не лиш наслідком їх топографічного положення, але також наслідком їх хемічних, а тим самим і фізіологічних прикмет.

Питання про значіння бічних клітин — дотепер майже зовсім не порушене. Ніколи не піднесено в слушний мірі їх тісної зв'язи з замочними клітинами, ніколи не узглядено належито їх індивідуальних ріжниць супроти інших клітин наскірка. Вони уходили просто за звичайні клітини наскірка, які вирізняють ся формою та положенням. Є вправді в літературі деякі натяки на се спеціальне значіння бічних клітин. Часте дискутоване питання¹⁾ — чи тільки самі замочні клітини грають ролю при замикавню та отворанню продихів, чи також і дооколичні клітини наскірка, отже головню бічні клітини — отсе питання висунуло також і значіння бічних клітин. Даліше займав ся Benecke²⁾ бічними клітинами, головню їх топографічним положенням, а також їх фізіологічним значінням. Результати своєї праці збирає Benecke в отсих реченнях: „Wir glauben zu der Annahme berechtigt zu sein, dass die Nebenzellen als Schutzorgane für die Spaltöffnung dienen, bestimmt, die Wirkungen der Gestaltsveränderung der Blattzellen auf die Schliesszellen abzuschwächen. Einen näheren Einblick in ihre Funktion gelang es uns nicht zu gewinnen...“

Як висше згадано, мусимо вважати бічні клітини як частину продихового комплексу. Сей факт, що клітини отсего комплексу виказують у деяких випадках специфічний хемізм, звертає нашу увагу на хемізм цілого продихового комплексу отже: замочних клітин, бічних клітин та клітин мякіша, які окружують продихову яму (Atemhöhle). Про хемізм сього продихового комплексу подає література дуже мало, і тільки зовсім мало в таких результатах, які можна би поставити у зв'язок із моєю працею.

¹⁾ H. Leitgeb: Beiträge zur Physiologie des Spaltöffnungapparates. Mitteilungen des botanischen Institutes zu Graz, B. I. — і подана там література.

²⁾ Die Nebenzellen der Spaltöffnungen, Botanische Zeitung, 1892, NNr. 32 u. ff., pag. 521.

Найдавнійше є відомо, що в замочних клітинах знаходять ся звичайно зернятка хлорофілу, підчас коли в інших клітинах наскірка хлорофіл або зовсім не знаходить ся, або містить ся тільки в малій кількості.¹⁾ Розумієть ся, се спричинює відмінний хемізм замочних клітин від інших клітин наскірка. Наслідком ділання хлорофілу повстає в замочних клітинах крохмаль, який після нових дослідів Lloyd-a²⁾ та Іліна³⁾ відіграє важну ролю при процесі отворювання та зачинювання замочних клітин. Після останнього автора знаходять ся в замочних клітинах діястатичні ензими, які відповідно до зовнішніх обставин (світло, вохкість, атмосфера, температура) або замінюють крохмаль у цукор або навідворот. З сими переминами змінє ся осмотичне тисненнє в замочних клітинах — воно зростає при творенню цукру, маліє при творенню крохмалю. Зміна осмотичного тиснення впливає знов на стан продихів: при високім тисненню вони отвирають ся, при низькім замикають ся. Коли би спостереження Іліна були доказані більшою кількістю примірів, тоді мали би ми справді дуже гарне поясненнє зльокалізвання крохмалю в замочних клітинах.

Крім сих кількох простих доказів на специфічний хемізм замочних клітин відомі деякі факти, які се доказують не впрост. Головно впадаюча в очи резистентність замочних клітин против зовнішніх шкідливих впливів доказує специфічну хемічну будову сих клітин. Так зауважав Leitgeb⁴⁾ велику витривалість замочних клітин на висші степені тепла. Коли стягнути наскірок із цвіту рослини *Galtonia candicans* та подержати мінуту в воді о температурі 53° C, то багато замочних клітин удержуєть ся при життю. На воздуху можуть переносити замочні клітини ще висші температури: до 59° C. Також проти гниття показали ся замочні клітини дуже витривалі: в стягненім наскірку з *Galtonii*, який лежав 8 днів у воді, можна було знайти живі замочні клітини. Дальше завважив Leitgeb, що на цвітах — відрізаних та держаних у вохкій атмосфері — поодинокі замочні клітини захо-

¹⁾ Stöhr, A., Über das Vorkommen von Chlorophyll in der Epidermis der Phanerogamen-Laubblätter. (Aus d. LXXX Bd. d. Sitzb. der Akad. d. Wiss. in Wien, 1879).

²⁾ Lloyd, Physiologie of Stomata, Washington, 1908. (Царовано за Іліном. гл. дальше).

³⁾ Iljin, W. S., Die Regulierung der Spaltöffnungen im Zusammenhange mit der Veränderung des osmotischen Druckes. (Beihef. z. Bot. Zentralblatt, 1914, Bd. XXXII, Heft 1., pag. 15).

⁴⁾ H. Leitgeb, op. cit.

вали ся при життю та виказували нормальний турпор — хоч рівночасно інші клітини наскірка перегнили та були переповнені сапрофітними грибами. Моліш¹⁾ сконстатував, що замочні клітини значно більше витримали на низькій температурі, чим інші клітини наскірка. Замочні клітини витримують температури від -6° до -7° C, в однім випадку (*Nicotiana Tabacum*) навіть до 12° C, і не гинуть при тім.

Kindermann²⁾ обговорює отсю справу троха докладніше в своїй праці та займає ся витривалістю замочних клітин на розчиненні кваси (0.05% сільного квасу, 0.05% сіркового, 0.05% азотного, 0.05% оцтового, 1% оксалєвого), амоніак, шкідливі пари (алькоголь, хлороформ, етер), світляний газ, висохнення та відняття рослинні кисня. Автор переконав ся у всіх випадках, що в противенстві до інших клітин наскірка — замочні клітини оставали по більшій частині при життю. Дуже часто виказували також і бічні клітини більшу резистентність. Аналогічний факт завважив Клуєвер³⁾ на листках *Aucuba japonica*. Коли інші клітини наскірка під впливом позафіялкових лучів гинуть, остають замочні клітини, як рівнож-бічні клітини, при життю. Kindermann стараєть ся пояснити отсю резистентність замочних та бічних клітин, яку він завважив підчас своїх досвідів — і доходить до такої розвязки сего питання: „Zur Erklärung dieser Tatsache kann man zwei Annahmen machen. Entweder liegt die Ursache der grösseren Widerstandskraft der Schliesszellen in der Membran oder es ist die Beschaffenheit Plasmas eine andere, als bei den übrigen Zellen“. Автор відкидає зовсім слушно першу можливість та приписує велику резистентність замочних клітин специфічній протоплазмі цих клітин. При кінці своєї праці завважує Kindermann: „Es scheint begreiflich, dass die Schliesszellen möglichst widerstandskräftig ausgebildet sein müssen, denn wir wissen, dass ihre Funktion eine sehr wichtige ist, und dass, wenn sie dem Gasaustausch nicht dienen können, damit eben eine Schädigung der anderen Zellen ver-

¹⁾ Molisch, H., Untersuchungen über das Erfrieren der Pflanzen. Jena, 1897. pag. 30.

²⁾ Kindermann, V., Über die auffallende Widerstandskraft der Schliesszellen gegen schädliche Einflüsse. Sitzber. d. kais. Akad. d. Wissenschaften, Wien, 1902.

³⁾ Kluyever, A., Beobachtungen über die Einwirkung von ultravioletten Strahlen auf höhere Pflanzen. (Aus den Sitzb. d. kais. Akad. d. Wissen. in Wien, mathem.-natur. Klasse, Bd. CXX, Abt. 1, 1911.) pag. 12. [1148].

bunden ist². В отсех словах означає автор важну біологічну причину резистентности замочних клітин.

Се були би найважливіші праці, які стоять бодай в деякій зв'язку з моєю темою. Інші праці, о скільки вони дотикають моєї теми, наведені далше. Що до плану праці, то він вплинув із заобсервованих фактів і відповідно до них моя праця розпадається на 4 відділи: 1) гарбовинні субстанції, 2) антокиан, 3) олій, 4) інші субстанції — в їх відношенню до продигового апарату. Праця має ціху мікрохімічно-анатомічної — я здержував ся від далекосяглих фізіологічних міркувань. Фізіологічна сторона питання настільки важна і трудна, що тут потрібно ще нових, довгих дослідів.

Свої досліди виконав я в рослинно-фізіологічному інституті у Відні під проводом проф. Моліша, якому я зобов'язаний у великій мірі за його цінні вказівки. Могому довголітньому вчителеві проф. Др. І. Раковському дякую на сім місци за перегляд праці та за важні термінологічні уваги.

І. Гарбовинні субстанції.

Philodendron cuspidatum.

(Гл. табл. I, рис. 2.)

Зачинаємо від тої рослини, про яку була вже згадка на вступі. Крім згаданої реакції з основним квасом, при якій бічні клітини забарвлюють ся на синьо, піддав я препарати діланню таких реагєнтів:

Хлоран заліза. Верхні скрої (Flächenschnitt) зі спідної сторони листка вложено в розчин FeCl_3 , а опісля огріто. В бічних клітинах, як рівнож у деяких бігунових, повстав жовто-бурий струт. На інші клітини як наскірка, так і мякіша, не можна було завважити ніякого ділання реагєнсу.

Сіркан заліза. В свіжо розчинений FeSO_4 вложено верхні скрої з листка *Philodendron cuspidatum*. Побічні клітини забарвили ся брудно синьо.

Сільний квас. Коли додати HCl до препарату, то рожево забарвлені кульочки розпускають ся, зміст бічних клітин стягається моментально і в сих клітинах виступає волокнистий, жовто забарвлений струт. Подібно в деяких бігунових клітинах. На інші клітини не замінний жадний вплив.

Двохромовий потас ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$). В бічних клітинах каштаново-бурий струт. Реакція ваступає зараз тільки на тонких

місцях скрою. Колиж скрій огріти на малім полуміні, тоді струт виступає як стій у бічних клітинах всіх продихів. В деяких бічних клітинах спадає дуже густий струт так, що вони виглядають майже зовсім темно. Коли до препарату додати оцтового квасу, — тоді також виступає зараз дуже гарна реакція. Оцтовий квас прискорює отже реакцію так само, як огрітте.

Азотний квас. Зміст бічних клітин прибирає зернисту структуру і барвить ся при тім жовто або оранжево. Те саме дієть ся в деяких бігунових клітинах. Не видно ніякого впливу на інші клітини.

Сірковий квас. В бічних клітинах волокнистий, слабо жовтий струт.

1% хромовий квас. По короткім діланню густий, каштаново-бурий струт у бічних клітинах.

Пікріновий квас. Нема жадного замітного впливу на бічні клітини.

Оцтовий квас. Ніякий замітний вплив на бічні клітини.

Потасовий луг. В бічних клітинах творить ся дуже дрібно-зернистий, слабо рожевий струт. Те саме майже у всіх бігунових клітинах та в клітинах наскірка, які граничать із бічними клітинами. Реакція без сумніву найсильніша в бічних клітинах, в інших клітинах виступає вона пізнійше, а саме коли активна субстанція витиснена через напучнявінне клітин вступає в сусідні клітини. В інших клітинах наскірка нема ні сліду реакції так, що продихи wraz із 6 дооколичними клітинами являють ся як гарні, рожево-червоні острови між іншими безбарвними клітинами.

Содовий луг. Бічні клітини з початку слабо рожево-червоні, пізнійше краска стає значно інтензивнійша.

Азотан срібла (AgNO_3). Побічні клітини стають по довшім діланню реагенсу цеглисто-червоні. Отсе забарвлення виступає подібно, як при діланню потасового лугу, також у сусідних клітинах (а саме в бігунових клітинах і в тих, які сусідують з бічними клітинами = β бічні клітини¹⁾). Одначе реакція випадає в інших

¹⁾ Щоби завести однастайність у термінології, буду вживати отсих назв при всіх продихових апаратах, які подібно збудовані, як *Philodendron* (Aroideae, Commelinaceae). Ті клітини, які до тепер в літературі називали ся побічними (Nebenzellen), означаю α -бічними клітинами, або коротко: бічними клітинами. Клі-

клітинах значно слабше, як в α -побічних клітинах так, що виступлення реакції в інших клітинах треба пояснити подібним способом, як при діланню потасового лугу.

Реагенс Мільона. По доданню реагенсу до препарату улягають рожеві кульочки розпадові, а зміст бічних клітин виповняється зернистим і паличковатим струтом, який спершу виказує жовте забарвлення, пізніше однак згущується чим раз більше, аж поки не стане бурий.

Метилева зелень + оцтовий квас (Methylgrünessigsäure). Барвник нагромаджується сильно в бічних клітинах так, що вони стають зовсім зелені. Інші клітини наскірка остають зовсім або майже зовсім безбарвні.

Зі всіх висше наведених дослідів виходить недвозначно, що субстанція, з якою маємо діло в побічних клітинах, належить до групи гарбовинних субстанцій. Сіркан заліза, хлоран заліза, двохромовий потас, хромовий квас, осмовий квас — се, як відомо, найліпші реагенси на гарбовинні субстанції¹⁾. Також гарна червона реакція, яку я дістав на діланне лугів, вказує або на самі гарбовинні субстанції або на сполуки, які їх супроводжують. Перший завважив сю реакцію Моліш²⁾ у молочнім впливі з ростин: *Musa*, *Scorzonera*, *Alocasia*. Про субстанції, які дають отсю реакцію, висказується Моліш так: „Welcher Art der oder die Körper sind, welche diese auffallende Farbenreaktion hervorrufen, lässt sich vorläufig nicht sagen. Der Umstand, dass sie mit den Gerbstoffen sowohl in den Milchröhren als ausserhalb derselben und zwar auch bei nicht milchenden Pflanzen, wie ich mich überzeugt habe, mit Gerbstoffen so häufig vermengt vorkommen, legt den Gedanken nahe, dass sie zu den Gerbstoffen in irgend einer Beziehung stehen könnten und ihr eigentümliches Verhalten zur Kalilauge erinnert einigermaassen an Chinone“.

Група гарбовинних субстанцій ще мало спрецізована хемічно так, що докладніших даних про субстанцію, яка знаходить ся в бічних клітинах роду *Philodendron cuspidatum* — годі подати.

тнин, що граничать довгим боком з α -бічними, означую як β -бічні, а ті, які лежать на бігунах замочних клітин, як бігунові.

¹⁾ Н. Molisch: Mikrochemie der Pflanze. Jena, 1912, ст. 155—159.

²⁾ Н. Molisch: Studien über den Milchsaft und Schleimsaft der Pflanzen. Jena, 1901, ст. 69.

Philodendron asperatum.

(Гл. табл. I, рис. 1.)

Продиховий апарат у принципі так само збудований, як в *Ph. cuspidatum*. Коли до верхнього скрою зі спідної сторони листка додати двохромового потасу і опісля огріти препарат — то дістаємо дивоглядний образ. На α -бічних клітинах не видно в жаднім випадку впливу реагенсу, замість того виказують β -бічні клітини, як рівнож бігунові клітини, дуже гарне каштаново-буре забарвлення. Зрештою наслідком більше неправильної будови продихового апарату та більше неправильного зльокалізованя виступають усякі можливі комбінації в розміщенню гарбовинних субстанцій. Явище, яке виступає головно при правильній збудованих продихах — се зльокалізованне субстанції в обох β -бічних клітинах. Але рівнож можуть виказувати реакцію клітини в отсих комбінаціях: обі β -бічні і одна бігунова, обі бігунові, одна β -бічна і одна бігунова, одна бігунова сама, одна β -бічна сама. Коли бічна або бігунова клітина поділені, тоді виступає реакція тільки в одній з поділених клітин.

Щоби мати поняттє, в якім числі поодинокі комбінації виступають, подаю отсей перегляд.

На 65 продихів дали реакцію:

обі β -бічні	5
обі бігунові	10
одна ціла бігунова і $\frac{1}{2}$ ¹⁾ другої бігунової	1
одна бігунова і 1 β -бічна	5
одна β -бічна і $\frac{1}{2}$ ¹⁾ бігунової	2
лиш одна β -бічна	10
лиш одна бігунова	21
$\frac{1}{2}$ ¹⁾ бігунової	8
не виказали реакції	3

З перегляду виходить, що забарвлення виступає найчастійше в бігунових клітинах. Також клітини м'якіша, що лежать безпосередно під наскірком і окружують продихову яму, містять гарбовинні субстанції. Інші клітини наскірка не дають з правила найменшої реакції.

Щоби мати поняттє про якість гарбовинної субстанції, зробив я такі реакції.

¹⁾ Клітина, яка поветала з поділу бігунової.

Сіркаан зеліза: брудно-синій струт.

Хльоран зеліза: жовтий або бурий струт.

Содовий луг: жовтий або слабо оранжевий струт — в клітинах мякіша випадає реакція сильнійше.

Потасовий луг: реакція як при NaOH.

Амоняк: реакція як при NaOH.

Азотний kwas: жовтий, дрібно-зернистий струт. Особливо сильно виступає реакція в клітинах мякіша, які стають зовсім каштаново бурі.

Сірковий kwas: волокнистий і зернистий струт. При сильнім побільшенню майже безбарвний, при слабім сірий.

Сильний kwas: дуже дрібно-зернистий, брудно-жовтий або слабо-бурій струт.

Хромовий kwas: каштаново-бурій струт, у бігунових і β -бічних клітинах більше зернистий, в клітинах мякіша більше компактний і темнійше забарвлений. З сеї і з двох інших висше наведених реакцій (KOH, HNO_3) виходить, що в клітинах мякіша, які оточують продихову яму, гарбовинні субстанції зьлокалізовані в більшій кількості, чим в β -бічних і бігунових клітинах.

З усіх висше вичислених реакцій виходить ясно, що в *Ph. cuspidatum* та у *Ph. asperatum* маємо діло з тим самим родом гарбовинних субстанцій.

Philodendron sp.

Розміщення гарбовинних субстанцій у сеї рослини таке саме, як у *Philodendron cuspidatum*. По діляню двохромового потасу вказують усі α -бічні клітини гарне, слабо каштаново-буре забарвлення. Реакція тут одначе значно слабша, як у *Ph. cuspidatum*, рівнож не з'являють ся гарбовинні субстанції в бігунових клітинах ніколи. Се все вказує на меншу кількість сих субстанцій. Інші реагенси (осмовий, 1% хромовий kwas, FeCl_3 , NaOH) дають такі самі реакції, як у *Ph. cuspidatum*.

Philodendron Ghiesbrechtii.

Нагромадження гарбовинних субстанцій в клітинах мякіша, які граничать із продиховою ямою. Зв'язку між творенням гарбовинних субстанцій і продихами годі заперечити. В клітинах наскірка нема гарбовинних субстанцій.

Інші Aroideae.

З інших родів *Philodendron*-у оглянув я ще чотири, а то: *subovatum*, *pedatum*, *eximium*, *crassinervium*.

Реагенси (двохромовий потас, сїркан залїза, хлїоран залїза, хромовий квас) не виказали нїяких гарбовинних субстанцій в клітинах наскїрка, за те в клітинах мякіша виступало частїйше нагромадження сїх субстанцій, одначе годї було завважити звязи між ідіоблястами в мякіши і продихах.

Anthurium imperiale — виказує гарбовинні ідіобласти в наскїрку в подібнім укладї, як *Ph. asperatum*. Лучаєть ся тут одначе частїйше (як у *Ph. asperatum*), що в околицї продихів нема нїяких гарбовинних субстанцій. На 20 продихів дали реакцію:

1 бігунова	5
$\frac{1}{2}$ бігунової	4
обидві бігунові	1
β -побічна	2
не дали нїякої реакції	8

З вище наведених даних виходить, що у *A. imperiale* нагромадження сїх субстанцій значно слабше чим у *Ph. asperatum*, та що тут стрічаємо подібне відношення, як *Ph. sp.* до *Ph. cuspidatum*. Клітини мякіша в околицї продихів містять у *A. imperiale* також гарбовинні субстанції.

З вищих Aroideae досліджував я ще: *Anthurium grandifolium*, *Monstera dilacerata*, *Raphidophora decursiva*, *Pothos celatocaulis*, *Arum sp.* — не знайшов одначе нїчого замітного.

Роди *Sempervivum*.

Як досить добрі об'єкти до прослїдження звязку між гарбовинними субстанціями і продихами показали ся *Crassulaceae*. Знаменита прозорість наскїрка, як також можливість прослїдження всіх розвоєвих стадій продихового апарату — творили додатню сторону. Відємною стороною був сей факт, що уклад ідіоблястів тут не так правильний, як у родів *Philodendron*. Щоби оминути непорозуміння, буду при всіх будучих замітках, які відносять ся до родини *Crassulaceae*, послуговувати ся отсею термінологією. Наймолодшу бічну клітину, яка виходить з останнього подїлу і яка має звичайно одну стїнку спільну з замочною клітиною — означую буквою *a*. Інші дві бічні клітини, що граничать безпосередно з замочними клітинами — буквами *b* і *c*, йдучи від *a* в напрямі протилежнім до стрїлки годинника. Клітини наскїрка, які граничать

¹⁾ Гл. вище.

з бічними клітинами, означаю буквами *A*, *B* і *B* відповідно до того, чи вони дотикають до бічної клітини *a*, *b*, чи *c*.

Sempervivum Funkii.

(Гл. табл. II, рис. 3.)

Коли до зверхнього скрою з *S. Funkii* додамо двохромого потасу, а опісля легко оґріємо, то дістаємо образ, який в першій моменті тяжко описати і пояснити. Дістаємо нїжну сітку з буро забарвлених клітин, по середині кожного очка сеї сітки лежать замочні клітини. Одна, дві або три *A*, *B*, *B* клітини не виказують реакції. З бічних клітин виказує *a* бічна клітина з правила сильну реакцію, часами також (хоч рідко) *b* і *c*. Коли не візьмемо під увагу виїмків, то можемо висказати отсе твердження:

Клітини *ABB* з правила вільні від гарбовинних субстанцій, бічна клітина *a* виказує їх, рівнож клітини наскірка. Коли застановимо ся над розвитком сего продихового апарату, то накидаєть ся нам такий хід думок. Відома річ¹⁾, що в родині *Crassulaceae* перед поділом „спеціальної матірної клітини“ (*Spezialmutterzelle*) на дві замочні клітини — виступає 5—8 клітинних поділів, які відбувають ся спіралью в трьох напрямках. Як перший продукт при сих поділах виходять *ABB* клітини, пізнійше *abe* бічні. Отже: з клітини наскірка, яка з правила має гарбовинні субстанції, повстають *ABB* клітини, які їх не мають, при дальшій поділі повстає *a* бічна клітина, яка знов виказує гарбовинні субстанції, коротко: в бігу розвитку продихового апарату відбуваєть ся два рази зміна в хемізмі клітин, які ділять ся. Поставаймо ся отсі теоретичні міркування підтримати практичними доказами.

Що до матірної клітини 1-категорії, з якої повстають *ABB* клітини, то здаєть ся, що предистиновані до поділу клітини не містять гарбовинних субстанцій, або їх тратять вже підчас першого поділу на дві клітини. Відповідно до сего, знайшов я особливо на старших листках, між гарбовинними клітинами, клітини вільні від гарбовинних субстанцій, які виказували прикмети матірних клітин 1 категорії.

Що до *a*-бічної клітини, то показало ся, що зовсім молоді продихові апарати, яких спеціальна матірня клітина ще не поділила

¹⁾ E. Strasburger: Ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Spaltöffnungen. Pringsheims Jahrbücher, Bd. V, 1866—1867.

ся на дві замочні — не мали гарбовинних субстанцій в α -бічній клітині. Гарбовинні субстанції повстають отже в α -бічній клітині аж по поділі спеціальної матірної клітини на дві замочні. З сего виходить ясно, що отсе нагромадження гарбовинних субстанцій в α -бічній клітині стоїть у тіснім звязку з творенням замочних клітин, а тим самим мусить мати значінне для функції продихового апарату.

На отсім місци мушу ще сказати, що у листку *Sempervivum Funkii* знаходять ся два роди гарбовинних субстанцій. Гарбовинні субстанції в наскірку забарвлюють ся під діланнем FeCl_3 зелено, під діланнем двохромого потасу каштаново-буре, а під діланнем содового лугу жовто-буре. Під наскірком, у м'якші, розміщені великі, гарбовинні ідіобласти, які стають сині на FeCl_3 , темно-каштаново-бурі на $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, а на NaOH : спершу брудно-сині, відтак гарно індігово-голубі, відтак фіялкові, а при кінці червоново-бурі. По довшім діланню NaOH випадає реакція на оба роди гарбовинних субстанцій зовсім подібно, лише в силі реакції виступає ріжниця.

Sempervivum Tatari.

Молодий листок. В наскірку знаходять ся гарбовинні субстанції рідше. В деяких продихових апаратах виступають гарбовинні субстанції в α -бічних клітинах.

Sempervivum Zelebori.

Молодий листок. Гарбовинні субстанції находять ся в клітинах наскірка (не надто часто) і у великих ідіобластах у мезофілю. Нагромадження субст. в $\alpha\beta\gamma$ -бічних клітинах — часто також в ABV клітинах (тоді звичайно нема гарбовинних субст. в $\alpha\beta\gamma$ бічних клітинах). Зв'язь між нагромадженням субстанції і продихами в деяких місцях скрою очевидна.

Sempervivum Pomelii.

Молодий листок. Гарбовинні субстанції находять ся в наскірку рідко, за те значно частійше в $\alpha\beta$ -бічних клітинах (а саме у всіх трьох, у двох або лиш у одній) — як також тут і там в ABV — клітинах. Наслідком того, що гарбовинні субстанції містять ся рідше в клітинах наскірка, зв'язь між продиховим апаратом і нагромадженням сих субстанцій виступає дуже ясно.

В старших листках нагромаджені гарбовинні субстанції масово в клітинах наскірка і тому вище згадана зв'язь затираєть ся дуже

сильно. В цих листках виступає також часто антокиан. З укладу клітин виходить майже безсумнівно, що антокиан утворився з гарбовинних субстанцій. Ближче про ці переходи і про фізіологічну зв'язь між антокианом і гарбовинними субстанціями довідаємося у дальшій розділі.

Інші Crassulaceae.

Sempervivum styriacum, *murale*, *Verloti*, *tectorum* виказують вище наведені відносини в більшій або меншій мірі. Студії над рослинами: *Echeveria Scheideckerii*, *E. glauca*, *Crassula* sp. не дали ніяких позитивних результатів.

Polygonum sachalinense.

Ростина отся, яка виказує так цікаві відносини між антокианом і продихами на гоні (про що буде бесіда в дальшій розділі) — є так само дуже цікавим предметом на студії відносин між продихами і гарбовинними субстанціями. Коли до верхнього скрою з листка цієї рослини додати двохромового потасу, а опісля легко ogrіти — виступає зараз у 1-, 2-, 3-клітинах у безпосереднім суєїдстві з замочними клітинами дуже гарне буре забарвлення. А навіть при діланню самого $K_2Cr_2O_7$, без ogrіття або додання квасів — з'являється виразний, зернистий струт — і се докazuje, що в цих клітинах знаходяться більші скількості гарбовинних субстанцій. Також в інших клітинах наскірка повстає зернистий струт, однак в клітинах, які граничають із продихами, струт без порівняння сильніший. Замочні клітини вільні від гарбовинних субстанцій.

На ділання хлоруану заліза повстає бурий струт, на ділання потасового луку — рожевий.

Polygonum Sieboldii.

Під впливом двохромового потасу, без ogrіття, виступає гарний, темно каштановий струт у клітинах, які лежать довкола продихів. Реакція настає дуже скоро.

Polygonum salignum.

Незвичайно цікавий об'єкт — а саме з тої причини, що в наскірку містяться дві субстанції, розділені на означені клітини. Одна з цих субстанцій певно гарбовинна, а друга дає деякі реакції спільні з гарбовинними субстанціями. Під впливом двохромового потасу повстає

в замочних клітинах цитриново-жовтий струт. При деяких продихах заявляєть ся струт такої самої краси в бічних клітинах. В інших клітинах наскірка творить ся каштаново-бурий струт, який при деяких продихах значно більше сконцентрований.

На діланне КОН не помітно нічого в замочних клітинах, за те клітини наскірка забарвлюють ся моментанно на цитриново-жовто, а в клітинах при продихах творить ся сконцентрований, зернистий, бурий струт. Під діланнем свіжо розчиненого FeSO_4 повстає в клітинах наскірка слабо-фіялкова реакція. В клітинах у поблизу продихів випадає вона значно сильніше так, що нераз творить ся брудно-фіялковий струт. В замочних клітинах реакція не виступає. Сильний kwas: Всі замочні клітини стають гарно цитриново-жовті. В інших клітинах наскірка зелено-бурий струт. Вольфрамовий сод (*Natriumwolframat*): Зміст замочних клітин, як також деяких бічних, стає склистий, компактний, забарвлений цитриново-жовто. В клітинах наскірка грубо-зернистий, слабо цитриново-жовтий струт, який в поблизу продихів часто сильніше сконцентрований. Маємо тут отже діло з двома субстанціями: одна з них виступає у замочних клітинах і часами також у клітинах, які сусідують з продихами, вона барвить ся двохромовим потасом, сильним kwasом і вольфрамовим содом цитриново-жовто, не реагує на содовий луг і на сіркан заліза. Друга субстанція, напевно гарбовинна, находить ся в клітинах наскірка — при продихах концентрація її значно більша. На діланне двохромового потасу дає вона бурий струт, на діланне сіркану заліза брудно-фіялковий, під впливом содового лугу цитриново-жовтий або бурий. Сильний kwas викликає зелено-бурий струт, вольфрамовий сод цитриново-жовтий. Ріжниця між сими двома субстанціями показуєть ся отже дуже гарно при помочи вище наведених реагенсів.

Інші Polygonaceae.

Rheum officinale. На зверхних скроях зі споду листка нічого помітного. За те на скроях з верху листка під впливом двохромового потасу забарвлюють ся замочні клітини і 1, 2 або 3 окружуючі інтензивно на брунатно-жовто. Інші клітини наскірка остаеть без зміни. З клітин, які окружують продихи, головню одна дає з правила виразну реакцію. Її се найменша з окружуючих клітин, яка має спільну стінку з замочною клітиною і повстає з передостаннього поділу, що веде до повстання замочних клітин (отже аналогічна до α -бічної клітини у *Sempervivum*).

Під впливом FeCl_3 творить ся брудно-жовтий струт у замочних клітинах. На діланне потасового лугу забарвлюють ся замочні клітини і сусідні на жовто — при довším діланню реагенсу розширюєть ся забарвлення на всі клітини наскірка. Сильний квас забарвлює замочні і сусідні клітини спершу слабо-зелено-жовто — по певнім часі інтензивно жовто. Замочні клітини, як також деякі сусідні клітини (особливо згадана побічна), мають значно яскравіший і здаєть ся компактніший зміст (подібно: *Philodendron cuspidatum*).

У *Polygonum divaricatum*, *bistortoides*, *amplexicaule*, *Rumex ucrainicus*, *Oxyria digyna* виступає в більший або менший мірі зв'язок між продиhamи і нагромадженням гарбовинних субстанцій в поблизу продиhamів. У *Polygonum virginianum*, *Oxyria digyna*, *Rumex rupestris* знаходять ся гарбовинні субстанції у замочних клітинах.

Tolmiea Menziesii.

(Гл. табл. I, рис. 3.)

Вже при діланню самого двохромового потасу без ogrіття творить ся в клітинах наскірка, які безпосередно сусідують із продиhamи, дрібнозернистий, каштаново-бурий струт, який компактно виповняє клітини. Зв'яз між сім нагромадженням гарбовинних субстанцій і продиhamи очевидна. Під діланнем потасового лугу стали висше згадані клітини спершу слабо фіялкові, а відтак слизово-червоні. FeSO_4 викликає у згаданих клітинах гарний, фіялково-синій струт. Вольфрамовий сод: компактний, слабо-цитриновий струт у клітинах, які граничать із продиhamи.

На сім кінчу відділ про гарбовинні субстанції. З висше наведених прикладів виходить ясно, що подібне явище як у *Ph. cuspidatum*, виступає у рослиннім світі частіше і я певний, що дальші досліди збільшили би лісту подібних прикладів у кілька разів.

2. Антокиан.

Хемічну зв'яз між гарбовинними субстанціями і антокианом припускав уже старший знаменитий дослідник А. Біганд¹⁾ і його припущення потвердили в новіших часах хемічні та фізіологічні досліди, які виконали Графе²⁾, Wheldale, Ichimura, Palladin. Можна було припускати, що коли хемічна зв'яз між обома

¹⁾ А. Wigand: Einige Sätze über die physiologische Bedeutung des Gerbstoffes und der Pflanzenfarbe. Bot. Ztg. 1862., p. 123.

²⁾ V. Grafe: Studien über das Anthokyan. 3 Mitteilungen. Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. 1906—1911.

Що до часу, коли творять ся антокианові пятна — то здається, що діють ся се зараз при поділі замочних клітин — бо я бачив вже зовсім добре розвинені пятна при деяких молодих продихах, які ще не витворили центрального отвору (Zentralspalte). При молодих продихах містить перший перстень клітин довкола продиху значно більше антокиану, чим дальші клітини пятна.

P. sachalinense помітне з того, що, як вище згадано, в його листках знаходять ся коло продихів зльокалізовані гарбовинні субстанції. Дві різні, хемічно споріднені субстанції, мають тут те саме призначення.

Polygonum Sieboldii.

Тип зовсім ідентичний з *P. sachalinense*. На білі антокианові пятна, на листках нагромадження гарбовинних субстанцій в поблизу продихів. При антокианових пятнах значно більша концентрація антокиану в безпосереднім сусідстві продихів.

Rheum officinale.

(Гл. табл. II, рис. 1.)

Черешки листка і цвіту виказують звичайно в горішних партіях дуже ніжне, червоне пятнування, — червоне забарвлення виступає в напрямі до основи черешка чим раз сильніше, аж вкінці в долішній частині цілий черешок червоно забарвлений. Але також і на тих партіях черешка, які зовсім забарвлені, видно дрібні пятна, які мають значно сильніше забарвлення, чим окруження. При мікроскопічному розгляді показало ся, що кожне червоне пятно скриває в своїй середині продих.

Антокианові пятна подовгасті, їх вісь довжини рівнобіжна до отвору продихів. Найінтензивніше нагромадження антокиану в безпосереднім поблизу продихів. Деколи 1, 2, 3 або й більше окружающих клітин не мають антокиану, до них притикають клітини зі сконцентрованим антокиановим змістом. При деяких продихах знаходять ся антокиан також і в замочних клітинах. Се незвичайно цікаве явище, бо, як я переконав ся на забарвлених антокианом цвітах — антокиан не виступає ніколи в замочних клітинах. Повстання антокианових пятен попереджає звичайно повстання продихів, бо у деяких випадках можна було знайти молоді продихи без антокианових пятен. Однак і друга можливість правдоподібна, а саме розвій продихів із антокианових клітин. За сям промавляє існування антокианових ідіобластів у наскірку, як рівнож той факт, що в замочних клітинах містить ся часами антокиан. При молодих продихах мають антокиан звичайно тільки

1, 2, 3-сусідні клітини. Маємо тут знов з аналогічним фактом діло, як у *Polygonum sachalinense* і *P. Sieboldii*.

Fraxinus sp.

На гоні знаходять ся довгі, бурі плята, які в першій хвилі можна би вважати лентіцелями. В дійсности се великі, правдоподібно не функціонуючі продихи, які лежать у середині антокианових пятах (гл. табл. I., 4). З боків межують продихи безпосередно з антокиановими клітинами, за те при бігуновій стороні знаходить ся з правила кілька безбарвних клітин, за якими відтак йдуть клітини з антокианом. Довжина пятах менше більше 3 рази більша, чим ширина, по обох сторонах продихів знаходить ся $\pm 5-7$ рядів клітин. Молоді плята округлі, їх антокианові клітини граничать майже безпосередно з замочними клітинами. Старші плята видовжують ся, коло продихів повстає партія безбарвних клітин — плята переходять в антокианові перстені. Антокиан містить ся в наскірку, але також і в 3—6 рядах клітин під наскірком. Найбільшу грубість досягає верства антокиану на березі пятах — в напрямі до середини, т. зн. в напрямі до продихів, верства клиново звужуєть ся. Найбільше сконцентрований антокиан містить ся безпосередно при продихах. Антокианові плята переходять пізнійше в лентіцелі.

Hydrangea hortensis.

Ростина виказує типові антокианові перстені, які у інших родів творять тільки останню фазу розвою. Вже голим оком можна завважити на горішній часті гону менші і більші буро-червоні перстінці. Вид перстенів круглий або яйцеватий, їх довжина найбільше два рази так велика, як їх ширина. Головна скількість антокиану з найбільшою концентрацією містить ся в покладі клітин безпосередно під наскірком, в наскірку мало або зовсім ні. В верствах, що лежать глибше, тільки виїмково антокианові клітини. Грубість перстения виносить в ширину ± 10 рядів клітин. В середині сего перстения знаходить ся велика партія без антокиану, серед якої лежать 1—2 продихи з різною орієнтацією наряду свого отвору. Отсі продихи не все займають саму середину перстения. В однім випадку завважив я пояс антокиану, а з боку попри нього молодий продих. Другий раз бачив я продих у середині двох зізольованих поясів антокиану. Можливо, що се були дві фази розвою антокианового перстения, який після того повставав би так: Спершу творить ся пояс антокиану, а при його

боці продох. Відтак витворюється пояс антокиану з другого боку і поволи замикається з першим в форму перстеня.

На сім закінчую приклади на зв'язь між нагромадженням антокиану а продохами. Ріжні форми, в яких антокиан знаходить ся в суєдстві продохів, дають ся дуже гарно звести на три роди: антокианові ідіобласти, пятна і перстені — веї отсї форми полу-чені, як ми бачили, численними переходами.

Дальше ми бачили, що в трьох ростин: *Polygonum sachalinense*, *P. Sieboldii*, *Rheum officinale* — виступають в поближу продохів відповідно до орґану раз гарбовинні субстанції, а раз антокиан. Се вказує на тотожність або схожість функції сих двох хемічних субстанцій. Ба що більше, в деяких випадках трафляло ся мені, що в тої самої ростини, в тім самім орґані — знаходили ся в суєдстві продохів раз гарбовинні субстанції, а раз антокиан. Особливо інструктивною показала ся тут обсервація на однім листку *Sedum polonicum*, на яким на спідній стороні листка містили ся у суєдстві продохів гарбовинні субстанції, а на верхній стороні — антокиан. Очевидно, що тут повстав антокиан на верхній стороні листка під впливом інсоляції. Що світло може мати такий вплив на витворення антокиану, се доказали нові досвіди D. Katic-a¹⁾, а почасти також Ichimur-в²⁾. Після новітших дослідів має також оксидация важне значіння при повстанню червоних пігментів. Grafe³⁾ висловлюється про се так: „Jedenfalls ist die Bildung von Anthokyan immer mit einer Oxydation verknüpft und dort, wo bei einem gewissen Reichtum an Atmungsmaterial die Oxydationsvorgänge beträchtlich sind, geht auch immer reichliche Anthokyanbildung mit ihnen Hand in Hand, so bei jungen, wachsenden Keimlingen, bei Verwundung und Einfluss von Parasiten“. До отсих трьох випадків, при яких повстає антокиан наслідком оксидації — треба додати четвертий, а саме повстання антокиану при продохих — де оксидация певно наступає дуже легко. Підчас моєї праці бачив я також, що антокиан знаходить ся часто при основі волосів пр. у *Echium*

¹⁾ D. Katic: Beitrag zur Kenntniss der Bildung des roten Farbstoffes in vegetativen Organen der Phanerogamen. Inauguraldissertation, Halle, 1905.

²⁾ Ichimura, T., On the formation of Anthokyanin in the Petaloid Calyx of the red Japanese Hortense. Journ. of the Coll. of Sc. Imp. Univ. Tokyo, Vol. XVIII., 1905. (цитовано за Grafe, op. cit.).

³⁾ V. Grafe, op. cit. pag. 36.

vulgarе, *Begonia* sp. Поява антокиану в цих місцях стоїть певно також у зв'язку з оксидациєю, яка також тут може наступити легко.

3. Олій.

Кульочки олію дуже розширені у рослин. Рівнож і в замочних клітинах містять ся вони дуже часто (*Clivia nobilis*, *Tillandsia Lindenii*, *Lamproscoccus glomeratus* і т. д.). Одначе правильність, з якою вони тут виступають, досить мала, для того я обмежив ся до зібрання таких фактів, де маємо діло з певними, сталими проявами — і що важнійше, де то виступлення олію стоїть в очевидній зв'язи з продишним апаратом. Добрими об'єктами під тим оглядом показали ся:

Роди *Carex*.

(Гл. табл. II, рис. 4.)

Оглянув я 6 родів: *C. Pseudocyperus*, *C. Grayii*, *C. vesicaria*, *C. muricata*, *C. conglobata*, *C. vulpina*. У всіх отсих родів знаходять ся в бічних клітинах кульочки олію — в інших клітинах наскірка або їх зовсім нема, або вони значно менші. Що до величини — то сї кульочки досягають значну величину у *C. conglobata*, *C. vulpina* і *C. muricata*, у інших родів вони значно менші, часами так дрібні, що заведи їх можна зобачити (*C. vesicaria*).

Суданова гліцерина (Судан III.) забарвлює кульочки гарно оранжево.

Альканова тінктура барвить їх на червоно. З цих реакцій виходить, що кульочки є з олію.

Сірковий квас (об'єкт: *C. conglobata*). Під впливом реагенсу кульочки деформують ся, — а після того, як сірковий квас розів ткани, розпадають ся на більшу скількість малих кульочок, які виходять зі знищеної ткани і лучать ся в більші кульки, на які сірковий квас не має жадного впливу. Коли тепер до препарату додати розчину тростинового цукру забарвлюють ся кульочки олію гарно фіялково-червоно. По довшім діланню H_2SO_4 стають кульки троха гранчасті. Той факт, що кульочки олію розпадають ся наслідком діланню H_2SO_4 на більшу скількість малих, промовляє за тим, що отсї кульочки не мають протоплазматичної основи (строми), значить, що вони не елайопласти¹).

¹) Н. Molisch: Mikrochemie d. Pflanze, Jena, 1913, pag. 356.

Азотний квас (об'єкт: *C. conglobata*). Кульочки олію троха деформують ся, витягають ся в довжину — вищий вплив незамітний.

Сильний квас (об'єкт: *C. vulpina*). Правдоподібно мале напучнявінне кульочок — зрештою нічого.

Карболевий квас. Кульочки олію розпускають ся.

Оцтовий квас. Ніякий вплив.

Реагенс Моліша на товсті олії (50% КОН + 50% NH₃). Ніякий вплив, хоч препарати стояли довший час в отім реагенсі.

Огріті в воді — кульочки дещо деформують ся, огріті на сухо — зникають, значить ся, улягають сублімації.

З передостанньої та останньої реакції виходить, що кульочки зложені правдоподібно з етеричного олію. Дальше їх форма, їх хемічні реакції, головнo їх резистентність против kwasів — нагадують незвичайно тілця олію, які Stein знайшла в клітинах наскірка родини *Oenotheraceae*¹⁾.

Часами буває, що побічна клітина поділена на дві, — тоді в кожній з тих двох клітин міститься кульочка етеричного олію.

Як відомо,²⁾ спеціально у *Gramineae* і *Cyperaceae* відграють бічні клітини велику ролю при отворюванню та замиканню замочних клітин.

Насуваєть ся питання, чи кульочки етеричного олію не стоять в подібнім звязку з осмотичним тисненням у побічних клітинах родів *Carex*, як крохмаль у замочних клітинах деяких рослин²⁾. Проти сього промовляє факт, що я ніколи не завважив, щоби кульочки зникали, значить, перемінювали ся в субстанцію з вищим осмотичним тисненням, пр. цукор — рівнож промовляє проти того резистентність кульочок, значить — вони тяжко або зовсім не дають ся втягнути у виміну матерії.

Подібні кульочки етеричного олію, які виказують такі реакції, як кульочки олію, що їх відкрива Stein, знайшов я ще в замочних клітинах лютка *Ligustrum ovalifolium* та *Forsythia viridissima*. Кульочки етеричного олію находять ся також в клітинах наскірка, одначе вони тут значно менші.

¹⁾ F. Stein, Über Ölkörper bei *Oenotheraceen*. (*Österreichische botanische Zeitung*, 1915).

²⁾ S. Schwendener, Die Spaltöffnungen der *Gramineen* und *Cyperaceen*. Sitzber. der preuss. Akademie d. Wiss. 1889.

³⁾ *Pfin*: op. cit.

4. Інші субстанції.

На кінці моєї праці хочу згадати про деякі субстанції, які альокалізовані в замочних або побічних клітинах, виказують деякі реакції спільні з гарбовинними субстанціями — яких однаке тому не можна зачислити до останних, бо не дають характеристичної реакції зі солями заліза.

Maranta spectabilis.

В бічних клітинах листка знаходить ся хлорофіл так само, як в замочних клітинах. На діланне двоохромового потасу забарвлюють ся бічні клітини жовто (реакція є барвса, не струтова). Подібно ділає хромовий квас.

Під впливом содового лугу забарвлюють ся побічні клітини зелено-жовто.

Maranta sanguinea.

В бічних клітинах хлорофіл. У всіх клітинах наскірка антоціан, тільки у побічних і замочних¹⁾ клітинах нема його. По доданню двоохромового потасу і по слабім огріттю стають антоціанові клітини оливково-зелені, підчас коли бічні клітини стають гарно жовті. Під діланнем потасового лугу забарвлюють ся бічні клітини зараз канарково-жовто, антоціанові клітини стають спочатку сочисто-зелені, пізнійше краска перекидаєть ся на жовту так, що різниця в забарвленню бічних клітин і клітин наскірка зникає зовсім. Під впливом азотного квасу, алькоголю, хлоруану заліза — бічні клітини не змінюють ся. Хромовий квас ділає на бічні клітини, як двоохромовий потас, амоніак, як содовий луг.

Maranta Kerchoviana.

В бічних клітинах хлорофіл. В бічних клітинах нема альокалізованої ніякої субстанції. На сій рослині маємо знов гарний примір, що дві споріднені рослини можуть різнити ся в хемізмі свого продигового апарату (подібно як роди *Philolendron*).

Musa Cavendishii.

На листках, які виглядають троха вже зжовкло, знаходять ся замочні клітини, яких зміст жовтий, зернятка зелені здеструовані.

¹⁾ Подібний факт завважив я на рослинах *Tradescentia*, *Aeschynanthus discolor* і інших.

Подібно виглядають часами бічні клітини, або деякі клітини на-скірка, які граничать із продихами. Коли до препарату додати гліцерину або азотану потасу KNO_3 , то в жовтих замочних клітинах, бічних і інших, які мають подібний зміст, — не дістає ся жадної плязмолози. Маємо тут отже діло з жовтим барвником, який повстає по смерті клітини головню в замочних і бічних клітинах. Він осідає особливо на стінках клітин, хоч і зміст клітини буває часто забарвлений. Під діланнем содового луку забарвлюють ся згадані клітини вишнево-червоно — подібно під діланнем амоняку. Сірковий, азотний, сільний квас — викликають червоне забарвлення згаданих клітин. Хлоран заліза спричиняє майже темну краску. Згаданий жовтий барвник повстає отже в замочних і бічних клітинах по їх смерті — і дає з лугами та квасами червону реакцію.

При кінці моєї праці хочу ще згадати результати кількох інших авторів, які знайшли також зльокалізованне деяких субстанцій в поближу продихів. Albert Kolbe, займав ся розслі-дженням розложення гарбовинних субстанцій у стручковатих¹⁾. При своїх дослідях вживав він тільки одного реагенсу, а саме двохро-мового потасу. Тому його досліді дуже проблематичної вар-тості — і на кождий спосіб говорити тут про гарбовинні субстанції зовсім не можна — хіба про субстанцію, „які дають з $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ жовтий струт“. Між иншим пише автор: „In den Schliesszellen der Spaltöffnungen findet sich meist mehr Gerbstoff (!) als in den angren- zenden Zellen, besonders deutlich tritt das bei den Objekten hervor, die sonst keinen Gerbstoff in der Epidermis haben z. B. *Vicia Gerardi*, *Halimodendron argenteum*“. Подібнож знайшов автор, що в дорослих листках *Carmichaelia flagelliformis* та *C. Enysii* — є зльокалізована в замочних клітинах субстанція, яка дає з $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ жовтий струт.

Stahl²⁾ завважив, що коли поливати ростини розчином ку-хонної соли — то сіль осаджуєть ся у великій мірі в клітинах коло продихів — у *Alisma Plantago* в бічних клітинах.

Після Wisselingh-a³⁾ часами концентрація каротіноїдів в поближу продихів більша, чим у інших клітинах.

¹⁾ A. Kolbe: Über das Verhalten des Gerbstoffes in den Assimilationsorganen der Leguminosen während der Entwicklung. Inauguraldissertation, Göttingen, 1914.

²⁾ E. Stahl: Einige Versuche über Transpiration und Assimilation. Bot. Zeitung 1894. J. 52, pag. 135.

³⁾ C. van Wisselingh: Über die Nachweisung und das Vor- kommen von Carotinoiden in der Pflanze. (Flora, Jena, 1915, st. 371—432).

Зібранне результатів.

Результати отсеї праці мажна коротко зібрати в отсех реченнях:

1. Клітини, які належать до продихового апарату т. зн. замочні, бічні та клітини мякіша довкола продихової ями, виказують відмінне хемічне захованне, як клітини наскірка — а саме в сих клітинах виступають гарбовинні субстанції, антокиан, етеричний олій, хлорофіл та деякі інші близьше не означені субстанції.

2. В правильнім, характеристичнім розміщенню знаходять ся гарбовинні субстанції в родині Aroideae в клітинах, які належать до продихового комплексу. З одної сторони стоять роди, які виказують дуже питуму льокалізацію (пр. *Philodendron cuspidatum*, *Ph. asperatum*, *Ph. sp.*) — з другої такі роди, які не мають сеї замітної льокалізації. Порівнюючо просліджено ріжні роди *Philodendron*, *Pothos*, *Anthurium*, *Raphidophora* і *Monstera*.

3. Питуму льокалізацію гарбовинних субстанцій виказують також поодинокі роди *Sempervivum*, *Polygonum*, *Rheum*, *Rumex* і *Oxyria* — як рівнож *Tolmiea Menziesii*.

4. Питоме розміщення антокиану на поодинокі клітини і групи клітин наскірка, на бічні і замочні клітини виступає у *Sedum* і *Polygonum*, дальше у *Hydrangea hortensis* та *Fraxinus sp.* Антокиан і гарбовинні субстанції можуть себе взаїмно заступати, що відповідає зрештою їх близькому хемічному посвоєченню.

5. В бічних клітинах ріжних родів *Carex* знаходять ся стало кульочки олію, які дають характеристичні реакції етеричних олій. У *Ligustrum ovalifolium* та *Forsythia viridissima* знаходять ся отсі кульочки олію в бічних клітинах.

6. В бічних клітинах двох родів *Maranta* містить ся субстанція, яка забарвлюєть ся двоохромовим потасом і яка здаєть ся стоїть близько до гарбовинних субстанцій. Після смерти виступає в замочних клітинах роду *Musa Cavendishii* субстанція, яка забарвлюєть ся лугами і квасами інтензивно червоно.

Einige mikrochemische Eigenschaften des Spaltöffnungsapparates

von

Dr. Nestor Hamorak.

Zusammenfassung.

1. Bei vielen untersuchten Pflanzen wurde im Chemismus der zum Spaltöffnungskomplex gehörenden Zellen (Schliesszellen, Nebenzellen, Mesophyllzellen um die Atemhöhle) ein differentes Verhalten gegenüber den anderen Epidermiszellen festgestellt. Dieses differente chemische Verhalten ist charakterisiert durch das lokalisierte Vorkommen von Gerbstoffen, Anthokyan, Öl, Chlorophyll und einigen anderen nicht näher bestimmten Inhaltsstoffen.

2. Was zunächst das Auftreten der Gerbstoffe im Spaltöffnungskomplex anbelangt, so haben sich in dieser Beziehung die Philodendron Arten als ausgezeichnete Objekte herausgestellt. Bei Philodendron cuspidatum kommen Gerbstoffe in den Nebenzellen sowie manchmal auch in Polzellen¹⁾ lokalisiert vor, bei Ph. asperatum in Polzellen, β -Nebenzellen²⁾ — nie aber in den α -Nebenzellen; ein Philodendron sp. zeigt die gleiche Lokalisation wie Ph. cuspidatum, nur ist die Anhäufung der Gerbstoffe in den Nebenzellen viel geringer. Anthurium imperiale weist eine ähnliche Verteilung der Gerbstoffe wie Ph. asperatum auf. Die anderen untersuchten Aroideen (Ph. subovatum, pedatum, eximium, crassinervium, Anthurium grandifolium, Monstera dilacerata, Raphidophora decursiva, Pothos celatocaulis, Arum sp.) zeigen keine bestimmte Lokalisation der Gerbstoffe. Es fällt dabei auf, das ganz nahe verwandte Arten (z. B. Philodendron, Anthurium-Arten) sich in dieser Beziehung sehr verschieden verhalten. Bestimmte Lokalisation der Gerbstoffe und Unterschiede bei einzelnen Arten

¹⁾ Als Polzellen bezeichne ich die an der Polseite der Spaltöffnung liegenden Zellen.

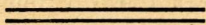
²⁾ Die an die Nebenzellen (α -Nebenzellen) anschliessenden Zellen.

wurden nachgewiesen bei *Polygonum*, *Rheum*, *Rumex*, *Oxyria*-Arten, desgleichen *Tolmiea Menziesii*.

3 Das lokalisierte Auftreten des Anthokyan in der Nähe der Spaltöffnungen kann drei verschiedene Typen aufweisen, welche durch zahlreiche Übergänge miteinander verbunden sind: es ist das Auftreten des Anthokyan in einzelnen Zellen, in sogen. Anthokyanflecken und in Anthokyanringen. Bei *Sedum*-Arten finden wir bei den Spaltöffnungen Anthokyanidioblasten, die ganz deutlich in Beziehung zu den Spaltöffnungen stehen — bei manchen *Sedum*-Arten treten schon mehrere Anthokyanidioblasten auf, was als eine Übergangsform zu den Anthokyanflecken aufgefasst werden kann. Anthokyanflecke in typischer Ausbildung kommen bei *Polygonum sachalinense*, *P. Sieboldii*, *Rheum officinale*, sowie *Fraxinus* sp. vor, typische Anthokyanringe um die Spaltöffnungen bei *Hydrangea hortensis*. In Übereinstimmung mit der nahen chemischen Verwandtschaft von Anthokyan und Gerbstoffen wurde gefunden, dass Anthokyan und Gerbstoffe sich gegenseitig vertreten können.

4. In den Nebenzellen verschiedener *Carex*-Arten wurden regelmässig als Inholdskörper Öltropfen gefunden, die auf Grund charakteristischer Reaktionen den ätherischen Ölen angehören. *Ligustrum ovalifolium* und *Forsythia viridissima* zeigen diese Öltropfen in den Schliesszellen.

5. In den Nebenzellen von zwei *Maranta* Arten wurde eine mit Kaliumbichromat sich färbende Substanz gefunden, die dem Gerbstoff nahestehen dürfte. Postmortal tritt in den Schliesszellen von *Musa Cavendishii* eine mit Alkalien und Säuren sich intensiv rot färbende Substanz auf.



Пояснення до рисунків.

Таблиця I.

Рис. 1. Наскірок листка *Philodendron asperatum* після ділання $K_2Cr_2O_7$. Клітини, в яких наступила реакція — нарисовані чорно. Поб. 335.

Рис. 2. Наскірок листка *Ph. cuspidatum* після ділання $K_2Cr_2O_7$. Поб. 335.

Рис. 3. Наскірок листка *Tolmisa Menziesii* по діланню $K_2Cr_2O_7$. Поб. 290.

Рис. 4. Наскірок гону *Fraxinus* Sp. — антокианове пятно. Антокиан зазначений чорною краскою. Поб. 335.

Таблиця II.

Рис. 1. Наскірок листка *Rheum officinale*, молоді антокианові пятна. Поб. 95.

Рис. 2. Наскірок листка *Sedum album*. Поб. 95.

Рис. 3. Наскірок листка *Sempervivum Funkii* по діланню $K_2Cr_2O_7$. Поб. 540. Клітини, в яких наступила реакція — зазначені чорною краскою.

Рис. 4. Наскірок листка *Carex vulpine*. Поб. 200.

Таблица I.

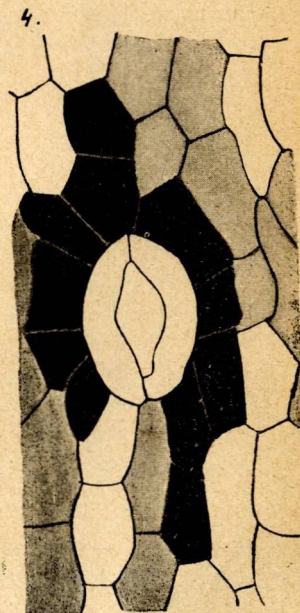
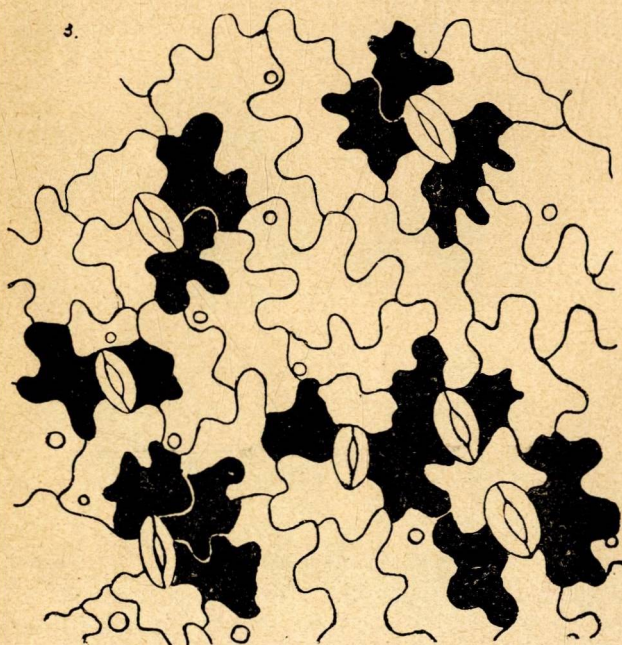
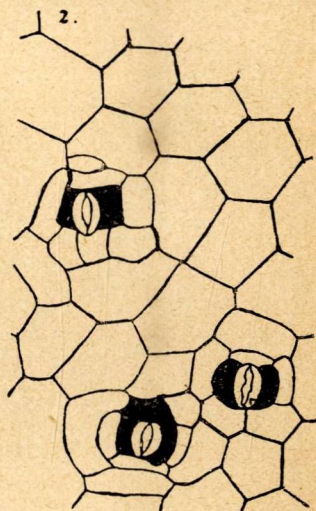
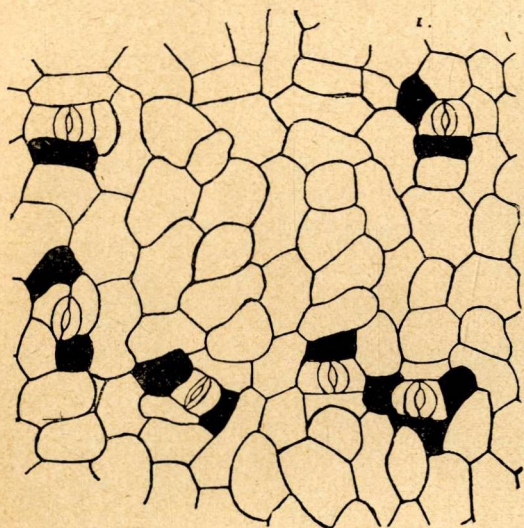
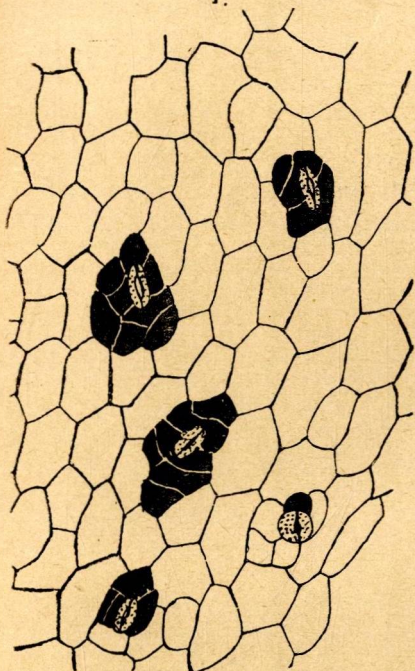


Таблица II.

1.



2.

