

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

На правах рукопису

**БОЙКО
ІГОР ВОЛОДИМИРОВИЧ**

УДК 538.958

**ТЕОРІЯ АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ
БАГАТОШАРОВИХ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР**

01.04.02 – теоретична фізика

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник:
доктор фіз.-мат. наук,
професор
ТКАЧ МИКОЛА ВАСИЛЬОВИЧ

Чернівці – 2013

ЗМІСТ

ЗМІСТ	2
СПИСОК СКОРОЧЕНЬ.....	5
ВСТУП	6
 РОЗДІЛ 1. КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ І КВАНТОВІ ПЕРЕХОДИ У НАНОГЕТЕРОСИСТЕМАХ.....	13
1.1. ГАМІЛЬТОНІАНИ ТИПУ ГРОССА-ПІТАЄВСЬКОГО. ЕЛЕКТРОН-ЕЛЕКТРОННА ВЗАЄМОДІЯ. НЕЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА	16
1.2. ТУНЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНІВ КРІЗЬ ВІДКРИТІ РТС У δ - БАР'ЄРНІЙ МОДЕЛІ	29
1.3. ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА КСС ТА ТУНЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНІВ КРІЗЬ ВІДКРИТІ НАНОСТРУКТУРИ.....	35
 РОЗДІЛ 2. ВПЛИВ МІЖЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ ТА ДИНАМІЧНУ ПРОВІДНІСТЬ ЕЛЕКТРОНІВ У ДВОБАР'ЄРНІЙ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНІЙ СТРУКТУРІ.....	41
2.1. ГАМІЛЬТОНІАН СИСТЕМИ. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА-ГРОССА-ПІТАЄВСЬКОГО	42
2.2. ПЕРТУРБАЦІЙНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ГРОССА-ПІТАЄВСЬКОГО. КОЕФІЦІЄНТ ПРОЗОРОСТІ ДБРТС	45
2.3. ТЕОРІЯ АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ДБРТС	51
2.4. АНАЛІЗ СПЕКТРАЛЬНИХ ПАРМЕТРІВ ТА АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ЕЛЕКТРОНІВ ДВОБАР'ЄРНОЮ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНОЮ СТРУКТУРОЮ З УРАХУВАННЯМ ЕЛЕКТРОН-ЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ.....	58
 Висновки до розділу 2	69
 РОЗДІЛ 3. ДИНАМІЧНА ПРОВІДНІСТЬ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР З НЕПАРНОЮ (ПАРНОЮ) КІЛЬКІСТЮ КВАНТОВИХ ЯМ У АКТИВНІЙ ЗОНІ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ЛАЗЕРІВ (ДЕТЕКТОРІВ).....	70

3.1. СТАЦІОНАРНИЙ ЕЛЕКТРОННИЙ СПЕКТР ТА СИЛИ ОСЦИЛЯТОРІВ КВАНТОВИХ ПЕРЕХОДІВ У БАГАТОШАРОВИХ ЗАКРИТИХ РЕЗОНАНСНО- ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУРАХ ЯК ГРУБИХ МОДЕЛЯХ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ДЕТЕКТОРІВ.....	71
3.2. ТЕОРІЯ КВАЗІСТАЦІОНАРНОГО ЕЛЕКТРОННОГО СПЕКТРУ ТА АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВИХ ВІДКРИТИХ РЕЗОНАНСНО- ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР ЯК ВІДКРИТИХ МОДЕЛЕЙ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ДЕТЕКТОРІВ.....	75
3.3. СТАЦІОНАРНИЙ ЕЛЕКТРОННИЙ СПЕКТР ТА СИЛИ ОСЦИЛЯТОРІВ КВАНТОВИХ ПЕРЕХОДІВ У БАГАТОШАРОВИХ ЗАКРИТИХ РЕЗОНАНСНО- ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУРАХ У ПОЗДОВЖНЬОМУ ПОСТІЙНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ ЯК ГРУБИХ МОДЕЛЯХ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ЛАЗЕРІВ	81
3.4. ТЕОРІЯ КВАЗІСТАЦІОНАРНОГО ЕЛЕКТРОННОГО СПЕКТРУ ТА АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВИХ ВІДКРИТИХ РЕЗОНАНСНО- ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР У ПОЗДОВЖНЬОМУ ПОСТІЙНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ ЯК ВІДКРИТИХ МОДЕЛЕЙ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ЛАЗЕРІВ.....	85
3.5. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР ОПТИЧИХ ФОНОНІВ В БАГАТОШАРОВІЙ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНІЙ СТРУКТУРІ	92
3.6. ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВОЇ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ЯК ОСНОВНОГО ЕЛЕМЕНТА КВАНТОВОГО КАСКАДНОГО ДЕТЕКТОРА	98
3.7. ВЛАСТИВОСТІ АКТИВНОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВОЇ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ У ПОЗДОВЖНЬОМУ ПОСТІЙНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ ЯК ОСНОВНОГО ЕЛЕМЕНТА КВАНТОВОГО КАСКАДНОГО ЛАЗЕРА	106

Висновки до розділу 3	113
-----------------------------	-----

РОЗДІЛ 4. ТЕОРІЯ КВАЗІСТАЦІОНАРНИХ СТАНІВ ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВИХ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР У ПОПЕРЕЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ.....114

4.1. ГАМІЛЬТОНІАН СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОНІВ У ВІДКРИТИХ РЕЗОНАНСНО- ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУРАХ З ПОСТІЙНИМИ ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ТА	
---	--

ПОПЕРЕЧНИМ МАГНІТНИМ ПОЛЯМИ. КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ СИСТЕМИ	115
4.2. КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ ТА АКТИВНА ДИНАМІЧНА ПРОВІДНІСТЬ ЕЛЕКТРОНІВ У МОДЕЛІ ВІДКРИТОЇ АКТИВНОЇ ЗОНИ ККЛ. МЕТОД АПРОКСИМАЦІЇ ЕФЕКТИВНОГО ПОТЕНЦІАЛУ	122
4.3. АКТИВНА ДИНАМІЧНА ПРОВІДНІСТЬ ТА ВІДНОСНА ІНТЕГРАЛЬНА ІНТЕНСИВНІСТЬ ВИПРОМІНЮВАННЯ У ВІДКРИТІЙ МОДЕЛІ ОКРЕМОГО КАСКАДУ ККЛ У ПОПЕРЕЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ	130
4.4. ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОННИХ КВАЗІСТАЦІОНАРНИХ СТАНІВ ТА АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ КВАНТОВОГО КАСКАДНОГО ЛАЗЕРА У ПОПЕРЕЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ	133
Висновки до розділу 4	142
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ	143
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	145
СПИСОК ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	159

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ:

ДБРТС – двобар’єрна резонансно-тунельна структура;

ККД – квантовий каскадний детектор;

ККЛ – квантовий каскадний лазер;

КСС – квазістаціонарний стан;

РТС – резонансно-тунельна структура;

РЕ – резонансна енергія;

РШ – резонансна ширина;

ВСТУП

Актуальність теми дисертації. Розвиток нанофізики за останні десятиліття привів не лише до нових фундаментальних знань академічного характеру, а й до створення нових нанотехнологій з унікальними прецизійними характеристиками таких наноприладів, як квантові каскадні лазери та детектори. У зв'язку з винятковими можливостями наноприладів у фізиці, хімії, техніці, біології, медицині та в інших науках саме слово “нано” вийшло далеко за лексикон фізиків-професіоналів. Воно стало часто вживаним не лише науковцями різних галузей, але й політиками.

Одна з галузей нанотехнологій, що продовжує інтенсивно розвиватися, – це створення таких квантових каскадних лазерів (ККЛ) і квантових каскадних детекторів (ККД), які працюють в актуальному терагерцовому діапазоні частот електромагнітних хвиль. Оскільки ж елементною базою цих наноприладів є багат шарові відкриті резонансно-тунельні структури (РТС), то дослідження транспортних властивостей електронних потоків крізь ці структури є вкрай актуальним завданням. Адже лише достатньо розвинена теорія фізичних процесів, що відбуваються при проходженні заряджених квазічастинок крізь РТС з електричними, магнітними та електромагнітними полями, може бути надійною базою для свідомого вибору такого геометричного дизайну каскадів, який дозволить оптимізувати роботу ККЛ і ККД.

Отже, актуальність теми дисертації полягає в тому, що вона присвячена дослідженню властивостей квазістаціонарних станів і активної динамічної провідності електронів, яка виникає внаслідок їх взаємодії з високочастотним електромагнітним полем у відкритих РТС як моделях каскадів ККЛ і ККД. Розвинена теорія дозволяє оптимізовувати геометричну конфігурацію активної зони каскадів і в такий спосіб поліпшувати робочі характеристики цих наноприладів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Результати досліджень, представлені у дисертації, виконані згідно з програмою

наукової тематики кафедри теоретичної фізики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича „Дослідження оптичних і термодинамічних властивостей напівпровідників та напівпровідникових низькорозмірних наносистем” (номер Держреєстрації 0111U001163) та в рамках держбюджетної теми „Теорія електромагнітного випромінювання квантових каскадних лазерів внаслідок переходів між квазістаціонарними станами електронів у резонансно-тунельних структурах” (номер Держреєстрації 0113U003246).

У межах цієї тематики в дисертації методами теоретичної фізики досліджено властивості стаціонарних і квазістаціонарних спектрів електронів і активної динамічної провідності електронного потоку крізь плоскі РТС у зовнішніх полях.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є побудова послідовної теорії спектральних параметрів квазістаціонарних станів (КСС) електронів і зумовленої електромагнітним полем їх активної динамічної провідності плоскими багат шаровими відкритими РТС з урахуванням впливу міжелектронної взаємодії та зовнішніх постійних електричних і магнітних полів.

Застосувати розвинену теорію для оптимізації роботи ККЛ і ККД за рахунок доцільного геометричного дизайну активних зон цих наноприладів.

Завдання, що виконуються у дисертаційній роботі:

1. Побудувати теорію коефіцієнта прозорості і активної динамічної провідності відкритої двобар'єрної резонансно-тунельної структури (ДБРТС) відносно пучка електронів, які взаємодіють між собою та з електромагнітним полем у моделі прямокутних потенціалів і різних ефективних мас електрона у ямах і бар'єрах цієї наносистеми.

2. Побудувати теорію спектральних параметрів електронних КСС і динамічної провідності багат шарових РТС відносно моноенергетичного потоку електронів, які взаємодіють з електромагнітним полем. Дослідити

властивості спектральних параметрів і динамічної провідності відкритої багат шарової РТС як моделі окремого каскаду ККД залежно від геометричного дизайну активної зони цього наноприладу з метою оптимізації його роботи.

3. Побудувати теорію КСС і електронної динамічної провідності відкритих багат шарових РТС у поздовжньому постійному електричному полі. Дослідити властивості відкритої РТС у електричному полі як моделі окремого каскаду ККЛ з метою оптимізації його роботи.

4. Побудувати теорію електронного транспорту крізь плоску відкриту багат шарову РТС як каскад ККЛ, що знаходиться в поздовжньому електричному та поперечному магнітному полях. Дослідити властивості активної динамічної провідності залежно від напруженості поперечного магнітного поля з метою пояснення експериментальних результатів.

Об’єктом дослідження є плоскі багат шарові напівпровідникові РТС з шарами-ямами $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ та шарами-бар’єрами $\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$.

Предметом дослідження є спектральні параметри КСС електрона в відкритих плоских багат шарових РТС. Стаціонарні енергетичні спектри обмежених та інтерфейсних фононів і електронів, а також сили осциляторів квантових переходів в закритих плоских РТС. Активна динамічна провідність відкритих РТС у постійних електричному і магнітному полях.

Методи дослідження. Розрахунок резонансних енергій та ширин квазістаціонарних станів електрона у відкритих РТС здійснювався шляхом розв’язування стаціонарного рівняння Шредінгера в наближенні ефективних мас та у моделі прямокутних потенціалів з подальшим використанням функції розподілу густини ймовірності чи коефіцієнта прозорості. Нелінійне рівняння Гросса-Пітаєвського розв’язувалося пертурбаційним методом, а також методом числової прогонки. Нестационарне рівняння Шредінгера для електрона, що взаємодіє зі слабким електромагнітним полем у плоских РТС без постійних

зовнішніх полів і з постійним електричним полем, розв'язувалося із застосуванням часової теорії збурень у малосигнальному наближенні.

Спектральні параметри КСС електрона й електронна динамічна провідність РТС у постійних поздовжньому електричному та поперечному магнітному полях знаходилися шляхом розв'язування відповідних стаціонарного та повного рівнянь Шредінгера із застосуванням модифікованого методу Бете. Безпосередні розрахунки досліджуваних величин здійснювалися числовими методами за допомогою ЕОМ.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Побудовано теорію спектральних параметрів (резонансних енергій (РЕ) та ширин (РШ)) КСС й активної динамічної провідності відкритої ДБРТС відносно пучка електронів, які взаємодіють між собою та з електромагнітним полем у моделі прямокутних потенціалів і різних ефективних мас у ямах і бар'єрах цієї наносистеми.

2. Показано, що навіть значна міжелектронна взаємодія слабо впливає на величину і знак динамічної провідності.

3. Розвинена теорія квазістаціонарних станів і активної динамічної провідності електронів відкритими багатошаровими РТС у моделях прямокутних потенціалів і різних ефективних мас у різних шарах каскадів і активних зон ККЛ і ККД з урахуванням взаємодії електронів з високочастотним електромагнітним полем. На прикладі експериментально реалізованих ККЛ і ККД у моделях відкритих РТС з три- та чотирибар'єрними активними зонами каскадів запропоновано такий їх геометричний дизайн, який дозволяє надійно оптимізувати роботу цих наноприладів.

4. Розвинена квантовомеханічна теорія транспорту електронних потоків крізь відкриту багатошарову РТС у постійних поздовжньому електричному та поперечному магнітному полях з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем. Модифікованим методом Бете розв'язано стаціонарне та повне рівняння Шредінгера. Це дало можливість дослідити залежність від

напруженості магнітного поля спектральних параметрів електронних КСС і негативної активної динамічної провідності багат шарової РТС як у моделі активної зони, так і в моделі окремого каскаду ККЛ.

5. Досліджено відносну інтегральну інтенсивність лазерного випромінювання у залежності від величини напруженості магнітного поля. Показано, що згідно з експериментом зупинка роботи ККЛ, спричинена магнітним полем, пов'язана з руйнуванням узгодженості між робочими квазістаціонарними станами сусідніх каскадів.

Практичне значення одержаних результатів.

1. Розвинена теорія спектральних параметрів КСС і активної динамічної провідності електронів відкритими багат шаровими РТС у зовнішніх постійних і високочастотних електромагнітних полях може бути застосована і для вивчення тунельних властивостей РТС з урахуванням взаємодії електронів з різними дисипативними підсистемами (фонони, домішки і т.п).
2. Розвинена теорія активної динамічної провідності електронів відкритими багат шаровими РТС дає можливість здійснювати такий геометричний дизайн активної зони окремого каскаду ККЛ і ККД, який забезпечує оптимальну роботу цих наноприладів.

Достовірність отриманих результатів, викладених у роботі, обґрунтована застосуванням надійних теоретичних методів розрахунку (рівняння Шредінгера) фізичних величин і добрим узгодженням теоретичних і експериментальних результатів.

Особистий внесок здобувача за списком праць за темою дисертації.

У праці [1] дисертант виконав аналітичний та числовий розрахунок спектра оптичних фононів. У працях [2, 3] дисертант виконував аналітичні та самостійно здійснював числові розрахунки спектральних параметрів КСС, динамічної провідності електронів ДБРТС з урахуванням електрон-електронної взаємодії. У працях [4, 5] дисертант виконував числові розрахунки

спектральних параметрів КСС та динамічної провідності електронів відкритими багатошаровими РТС з дво- та чотирибар'єрними активними зонами каскадів ККЛ та ККД. Виконав аналітичний та числовий розрахунок стаціонарного електронного спектра та сил осциляторів квантових переходів для закритих моделей цих РТС. У працях [6-8] брав участь у постановці задачі. Самостійно виконував більшу частину аналітичних розрахунків при розв'язуванні стаціонарного та повного рівнянь Шредінгера у квантовомеханічній теорії транспорту електронних потоків крізь відкриту багатошарову РТС у постійних поздовжньому електричному та поперечному магнітному полях з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем, а також виконав чисельні розрахунки залежностей спектральних характеристик КСС електронів, динамічної провідності та відносної інтегральної інтенсивності лазерного випромінювання залежно від величини прикладеного магнітного поля.

Апробація результатів дисертаційної роботи. Результати дисертаційної роботи обговорювалися на семінарах кафедри теоретичної фізики Чернівецького національного університету імені Ю. Федьковича та були представлені й доповідалися на таких наукових конференціях:

4-та Міжнародна науково-технічна конференція “Сенсорна електроніка та мікросистемні технології” (Одеса, Україна, 28 червня - 2 липня 2010 р.); VII Міжнародна школа-конференція “Актуальні проблеми фізики напівпровідників” (Дрогобич, Україна, 28 вересня - 1 жовтня 2010 р.); XIII Міжнародна конференція “Фізика і технологія тонких плівок та наносистем” (Івано-Франківськ, Україна, 16-21 травня 2011 р.); 12-th International Balkan Workshop on Applied Physics (Constanta, Romania, July 6-8, 2011); V Українська наукова конференція з фізики напівпровідників (Ужгород, Україна, 9-15 жовтня 2011 р.); I-а Всеукраїнська науково-практична конференція “Фізико-технологічні проблеми радіотехнічних пристроїв, засобів телекомунікацій, нано- та мікроелектроніки” (Чернівці, Україна, 13-15 жовтня 2011 р.); The 8-th

General Conference of Balkan Physical Union (Constanta, Romania, July 5-7, 2012). Sixth International Workshop “Relaxed, nonlinear and acoustic optical processes; materials - growth and optical properties” – RNAOPM’2012 (Lutsk-Shatsk Lakes, Ukraine, May 25-29, 2012); IV Міжнародна науково-практична конференція “Структурна релаксація у твердих тілах” (Вінниця, Україна, 29-31 травня 2012 р.); 5-та Міжнародна науково-технічна конференція „Сенсорна електроніка та мікросистемні технології” (СЕМСТ-5) (Одеса, Україна, 4-8 червня 2012 р.); The 4-th Conference “Statistical Physics: Modern Trends and Applications” (Lviv, Ukraine, July 3-6, 2012); Всеукраїнська наукова конференція “Актуальні проблеми теоретичної, експериментальної та прикладної фізики”(АПТЕПФ 2012) (Тернопіль, Україна, 20-22 вересня 2012 р.); II-th International Scientific-Practical Conference “Physical and technological problems of radio engineering devices, telecommunication, nano- and microelectronics” (Chernivtsi, Ukraine, October 25-27, 2012); 3-ий Российский симпозиум “Полупроводниковые лазеры: физика и технология ” (Санкт-Петербург, Россия, 13-16 ноября 2012 г.).

Публікації. У дисертації узагальнено наукові результати, опубліковані в 19 роботах, у тому числі 5 робіт у реферованих фахових виданнях [1-5], 14 – у тезах міжнародних і всеукраїнських наукових конференцій та симпозіумів [6-19].

Структура та обсяг дисертації. Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, бібліографічного списку використаних джерел, який нараховує 128 позицій. Загальний обсяг дисертації – 141 сторінка машинописного тексту, основного тексту – 136 сторінок, що містить 26 рисунків та 2 таблиці.

РОЗДІЛ 1

КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ І КВАНТОВІ ПЕРЕХОДИ У НАНОГЕТЕРОСИСТЕМАХ

На сучасному етапі розвитку нанотехнологій значне місце в дослідженнях приділяється таким наноприладам як квантові каскадні лазери та квантові каскадні детектори.

Ідея функціонування ККЛ вперше була запропонована в 1972р. у роботах Казарінова і Суріса [1,2]. На відміну від звичайних напівпровідникових лазерів, принцип роботи яких ґрунтується на випромінюванні електромагнітних хвиль за рахунок міжзонних переходів та рекомбінації електронно-діркових пар, в цих роботах пропонувалося реалізувати роботу лазера на внутрішньозонних оптичних квантових переходах між електронними КСС, які виникають внаслідок розмірного квантування у плоских напівпровідникових наноструктурах.

Новий принцип роботи квантового каскадного лазера має ряд переваг над іншими напівпровідниковими лазерами.

По-перше, довжина хвилі випромінювання ККЛ не залежить від ширини забороненої зони напівпровідника, а залежить в основному від товщин шарів квантових ям активної області каскаду.

По-друге, оскільки при тунелюванні крізь активну зону каскадів електрон залишається у зоні провідності, то він може генерувати не лише один, але й велику кількість фотонів.

По-третє, внутрішньозонні переходи характеризуються швидкою динамікою носіїв струму, що дає значні можливості для оптимізації функціонування ККЛ за цим параметром.

Незважаючи на усвідомлення експериментаторами ексклюзивних перспектив нано-лазера, пройшло більше двох десятиліть, перш ніж у 1994р. робочою групою Фейста й Капассо було створено перший працюючий

квантовий каскадний лазер [3]. Основною проблемою, з якою тоді зіткнулись експериментатори, був такий вибір геометричного дизайну активної зони й інжектора каскаду, які б забезпечували потрібні робочі характеристики ККЛ з мінімальними витратами енергії. З цією метою створювалися періодично повторювані надгратки – каскади, перпендикулярно до площин шарів яких прикладалось постійне електричне поле, що дозволяло узгоджувати між собою роботу сусідніх каскадів ККЛ. Починаючи з ранніх робіт [4-10], кожен окремий каскад ККЛ мав однотипну структуру, що складалася з активної робочої зони, якою слугувала дво-, три- або чотириямна резонансно-тунельна структура, а також з багат шарової РТС, яка відігравала роль так званого інжектора, що відповідав за електронний транспорт між сусідніми каскадами.

Якщо перші ККЛ працювали лише при температурах рідкого азоту, то тепер уже існують такі, які успішно функціонують і при кімнатних температурах [11-18].

Великий інтерес до ККЛ у значній мірі зумовлений можливостями їх застосування для роботи у атмосферних “вікнах прозорості” середнього інфрачервоного діапазону (4-16 мкм). Зокрема ці наноприлади важливі для високошвидкісних систем зв’язку, оскільки вплив турбулентності атмосфери на поглинання електромагнітного випромінювання у цьому діапазоні є значно меншим порівняно з видимим та ближнім інфрачервоними діапазонами.

Ще один новий напрямок у нанофізиці започаткувала експериментальна реалізація ККД на основі плоских РТС як базових елементів каскадів цих наноприладів [19-23].

Незважаючи на значний прогрес у експериментальних дослідженнях ККЛ та ККД, подальше вдосконалення їх характеристик неможливе без детального з’ясування особливостей фізичних процесів, які відбуваються у відкритих багат шарових РТС, що слугують їх складовими частинами. Основні труднощі теорії фізичних процесів у ККЛ та ККД пов’язані з тим, що доводиться мати справу з тунелюванням електронів крізь відкриті наногетеросистеми у

постійних електричних та магнітних полях з урахуванням взаємодії електронів між собою та з високочастотним електромагнітним полем. Відсутність розвинутої теорії взаємодії електронів у відкритих РТС з класичними і квантованими полями зумовила те, що при конструюванні ККЛ і ККД експериментатори обмежувалися оцінками енергетичного спектру електронів у грубих закритих моделях. З цієї причини властивості РТС відносно поглинання чи випромінювання електромагнітного поля в більшості робіт [24-27] виконувалися на основі аналізу сил осциляторів квантових переходів. Що ж до адекватної відкритим РТС фізичної величини активної динамічної провідності, то внаслідок згаданих математичних проблем теорія здебільшого будувалася на основі грубих δ -бар'єрних моделей у роботах [28-33]. На основі δ -бар'єрних моделей у роботах [34-43] були вивчені властивості електронних КСС та розвинута теорія активної провідності відкритими багат шаровими РТС. Однак пізніше виявилось [35], що δ -бар'єрні моделі завищують величини резонансних енергій на десятки відсотків, а резонансні ширини - у десятки разів у порівнянні з моделлю прямокутних потенціалів. Тому δ -бар'єрна модель не претендувала на порівняння з експериментом, а могла бути застосованою лише для якісних оцінок.

Виявляється, що теорія, яка базується на розв'язках стаціонарних і повних рівнянь Шредінгера у моделях різних ефективних мас та прямокутних потенціалів може давати непогане узгодження з експериментом, однак вона тільки починає розвиватися.

Для відкритих систем лише починають розроблятися математичні підходи, які дозволяють послідовно розраховувати спектральні параметри КСС електрона та активну динамічну провідність багат шаровими РТС з урахуванням взаємодії електронів між собою, а також з класичними (електричним та магнітним) та квантованими (фоонними) полями.

Теорія електронного транспорту крізь відкриті багат шарові РТС у постійних електричному і магнітному полях з урахуванням взаємодії

електронів між собою і з високочастотним електромагнітним полем у наближенні слабого сигналу розвивається у цій дисертаційній роботі.

1.1 Гамільтоніани типу Гросса-Пітаєвського. Електрон-електронна взаємодія. Нелінійні рівняння Шредінгера

Після створення ККД та ККЛ значна частина експериментальних та теоретичних робіт у галузі нанофізики присвячена дослідженню багат шарових резонансно-тунельних структур, що використовуються як їх активні елементи. Фізичною основою функціонування більшості наноприладів є резонансне тунелювання стаціонарного моноенергетичного пучка електронів крізь РТС як відкриту систему.

Принципово нові можливості виникають за умов реалізації когерентного тунелювання, яке безпосередньо пов'язане з явищем квантової інтерференції електронів й виникненням квазістаціонарних станів, що характеризуються резонансними енергіями та ширинами.

Взаємодія електронів з електромагнітним полем при їх проходженні крізь РТС [44-52] переважно досліджувалася у рамках найпростіших моделей, зокрема в δ -бар'єрній. Проте в реальній ситуації при вивченні процесів резонансного тунелювання та квантової інтерференції з'являється потреба врахування взаємодії між електронами. З метою покращення параметрів наноприладів дослідники намагаються досягнути якомога більшої провідності РТС, що досягається на структурах з вузькими енергетичними зонами. У зв'язку з цим зміщення резонансного рівня за рахунок міжелектронної взаємодії на величину малу порівняно з енергією електрона E_n , але співмірну з шириною резонансного рівня Γ_n ($\Gamma_n \ll E_n$), різко змінює резонансний струм. Саме тому для оптимізації роботи ККЛ варто вивчити питання про те, на скільки резонансне тунелювання є чутливим до взаємодії між електронами.

Перші теоретичні роботи з урахуванням впливу електрон-електронної взаємодії на тунелювання електронів крізь РТС були виконані для найпростішої двобар'єрної наноструктури, тобто, так званого, резонансно-тунельного діода [53-64] здебільшого у рамках δ -бар'єрної моделі.

У роботах [65-68] врахування міжелектронної взаємодії здійснювалося у моделі Хартрі-Фока. Вважалося, що на одновимірну плоску квантову яму з двома однаковими δ -подібними потенціальними бар'єрами в точках $z = 0$ та $z = b$ зліва падає стаціонарний моноенергетичний пучок електронів з масою m та енергією E . При цьому вважалося, що електрони взаємодіють між собою лише всередині квантової ями.

У наближенні Хартрі-Фока рівняння Шредінгера такої системи приймає вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} + \alpha[\delta(z) + \delta(z-b)]\Psi(z) + U(z)\Psi(z) = E\Psi(z), \quad (1.1)$$

$$U(z) = \int V(z-z')|\Psi(z')|^2 dz', \quad (1.2)$$

де $U(z)$ - самоузгоджений потенціал, $V(z)$ - енергія взаємодії між електронами, α - потужність бар'єра. Для спрощення міжелектронна взаємодія вважається локальною [65,66]:

$$V(z-z') = \nu\delta(z-z'), \quad (1.3)$$

де ν - потенціал міжелектронної взаємодії.

Тоді рівняння (1.1) приймає вигляд нелінійного рівняння Шредінгера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} + \alpha[\delta(z) + \delta(z-b)]\Psi(z) + \nu|\Psi(z)|^2\Psi(z) = E\Psi(z). \quad (1.4)$$

Граничні умови, що описували потік електронів зліва на ДБРТС, їх відбиття у область $z < 0$ та вихід в область $z > b$, мають вигляд:

$$\begin{cases} \Psi(z)|_{z=z_p-0} - \Psi(z)|_{z=z_p+0} = 0; \\ \left. \frac{d\Psi(z)}{dz} \right|_{z=z_p+0} - \left. \frac{d\Psi(z)}{dz} \right|_{z=z_p-0} = \frac{2m\alpha}{\hbar^2} \Psi(z_p), \end{cases} \quad (1.5)$$

де $p = 0, 1$ і $z_0 = 0, z_1 = b$.

Розв'язуючи рівняння (1.4), автори робіт [65,66] використали припущення, що нелінійний доданок у рівнянні (1.4) можна вважати малим. Тоді розв'язки рівняння (1.4) можна шукати у вигляді:

$$\Psi(z) = A(z)e^{ikz} + B(z)e^{-ikz}, \quad (k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}), \quad (1.6)$$

де $A(z)$ і $B(z)$ - слабоосцилюючі комплексні функції від z . При цьому швидкість зміни функцій $A(z)$ і $B(z)$ пропорційна величині нелінійного доданка.

Після підстановки розв'язку (1.6) в рівняння (1.4) й усереднення за швидкоосцилюючими функціями ($\exp(\pm ikz)$) автори отримали систему рівнянь для функцій $A(z)$ і $B(z)$:

$$\begin{cases} \frac{dA(z)}{dz} = \frac{\nu m A(z)}{ik\hbar^2} (|A(z)|^2 + 2|B(z)|^2); \\ \frac{dB(z)}{dz} = -\frac{\nu m B(z)}{ik\hbar^2} (|B(z)|^2 + 2|A(z)|^2), \end{cases} \quad (1.7)$$

яка розв'язувалася методом теорії збурень у першому порядку [65-66], а також для порівняння чисельно [67-68]. Функції $|A(z)|^2$ і $|B(z)|^2$ у рівнянні (1.7) замінювалися відомими функціями $|A_0|^2$ і $|B_0|^2$, які знаходились як розв'язки стаціонарного рівняння Шредінгера для невзаємодіючих електронів:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_0(z)}{dz^2} + \alpha[\delta(z) + \delta(z-b)]\Psi_0(z) = E\Psi_0(z), \quad (1.8)$$

з граничними умовами (1.5):

Враховуючи це, розв'язок системи рівнянь (1.7) приймає вигляд:

$$A(z) = A_0 \exp\left\{-\frac{i\nu kz}{2E} (|A_0|^2 + 2|B_0|^2)\right\}; \quad B(z) = B_0 \exp\left\{\frac{i\nu kz}{2E} (|B_0|^2 + 2|A_0|^2)\right\}. \quad (1.9)$$

Знаючи хвильову функцію $\Psi(z)$, що є розв'язком рівняння (1.4) [67, 68], знаходився резонансний струм $j(E)$ через наноструктуру:

$$j(E) = -\frac{ie\hbar}{2m} \left[\Psi^*(z) \frac{d\Psi(z)}{dz} - \Psi(z) \frac{d\Psi^*(z)}{dz} \right] = \quad (1.10)$$

$$= \frac{e\hbar k}{2m} \left[|A_0|^2 - |B_0|^2 \right] \left\{ 2 + \frac{\nu}{2E} (|A_0|^2 + |B_0|^2) + \frac{i\nu}{4E} (A_0 B_0^* e^{2ikz} - B_0 A_0^* e^{-2ikz}) \right\}.$$

В роботі [65] за розв'язками (1.6), з врахуванням (1.9) аналітично досліджувався коефіцієнт прозорості $D(E) = j_+(E)/j_0(E)$ потоку взаємодіючих між собою електронів крізь ДБРТС. Тут $j_0(E)$ і $j_+(E)$ - густини струму, що створюються потоками падаючих на ДБРТС і тунелюючих крізь неї електронів відповідно. Отримані результати дали змогу виконати аналіз вольт-амперної характеристики, умов виникнення гістерезису та його особливостей у залежності від фізичних параметрів резонансно-тунельного діода. За результатами дослідження було зроблено висновок, що явище гістерезису реалізується, якщо резонансний струм перевищує деяке критичне значення, що пропорційне квадрату ширини резонансного рівня Γ_n . Подібні результати були отримані в більш ранній роботі з використанням методу Швінгера-Келдиша для нерівноважних функцій Гріна [69].

Значно більше робіт [70-81] присвячено розв'язуванню нелінійного рівняння Шредінгера (1.4) в теорії бозе-систем, де воно виникає при розгляді явища тунелювання Бозе-Ейнштейнівського конденсату крізь потенціальні бар'єри. Відмінність цих робіт від попередніх лише формальна, бо полягає у тому, що під ν стосовно моделі розуміється коефіцієнт, який має розмірність енергії, а замість енергії E фігурував хімічний потенціал μ або ж енергія частинок Бозе-Ейнштейнівського конденсату, що падають на структуру зліва.

Автори робіт [70,71] узагальнили й доповнили теоретичний підхід, що був використаний у роботі [65]. Як наслідок було отримано розв'язки рівняння

(1.4) у вищих порядках теорії збурень й було показано, що наближення першого порядку є недостатнім для повного з'ясування властивостей коефіцієнта прозорості.

Розроблений метод полягає в тому, що рівняння (1.4) розглядається за умови, що коефіцієнт ν , який характеризує міжелектронну взаємодію, малий у порівнянні з енергією падаючих на структуру частинок ($\nu/E \ll 1$). Тоді, застосовуючи теорію збурень за цим параметром малості, нелінійне рівняння (1.4) приймає вигляд:

$$\frac{\hbar^2}{2mE} \left\{ \frac{\partial^2 \Psi(z)}{\partial z_1^2} + 2 \frac{\nu}{E} \frac{\partial^2 \Psi(z)}{\partial z_1 \partial z_2} + \dots \right\} + \left(1 - \frac{\alpha}{E} [\delta(z) + \delta(z-b)] \right) \Psi(z) = \frac{\nu}{E} |\Psi(z)|^2 \Psi(z). \quad (1.11)$$

Рівняння (1.11) далі розв'язується методом теорії збурень. Знерозмірюючи його за малим параметром $\nu/E \ll 1$, хвильову функцію $\Psi(E)$ можна розкласти у ряд:

$$\Psi(z) = \Psi_0(z) + \frac{\nu}{E} \Psi_1(z) + \left(\frac{\nu}{E} \right)^2 \Psi_2(z) + \dots \quad (1.12)$$

Тоді рівняння для апроксимованої функції $\Psi(E)$ в нульовому порядку теорії збурень збігається з рівнянням (1.8), розв'язки якого мають вигляд:

$$\Psi_0(z_1, z_2) = A(z_2) e^{ikz_1} + B(z_2) e^{-ikz_1}. \quad (1.13)$$

У наступному порядку отримується неоднорідне лінійне диференціальне рівняння для хвильової функції $\Psi_1(z)$:

$$\frac{\hbar^2}{2mE} \frac{\partial^2 \Psi_1(z)}{\partial z_1^2} + \Psi_1(z) = \frac{\nu}{E} |\Psi_0(z)|^2 \Psi_0(z) - \frac{2\nu}{Ek^2} \frac{\partial^2 \Psi_0(z)}{\partial z_1 \partial z_2}, \quad (1.14)$$

або у розгорнутому вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2mE} \frac{\partial^2 \Psi_1(z)}{\partial z_1^2} + \Psi_1(z) = & \frac{\nu}{E} \left[|A(z_2)|^2 + |B(z_2)|^2 + A(z_2) B^*(z_2) e^{2ikz_1} + A^*(z_2) B(z_2) e^{-2ikz_1} \right] \times \\ & \times (A(z_2) e^{ikz_1} + B(z_2) e^{-ikz_1}) - \frac{2i\nu}{kE} \left(\frac{dA(z_2)}{dz_2} e^{ikz_1} - \frac{dB(z_2)}{dz_2} e^{-ikz_1} \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Після виконання у рівнянні (1.15) усереднення за швидкоосцилюючими функціями e^{ikz_1} і e^{-ikz_1} отримується така система рівнянь:

$$\begin{cases} A(z_2)(|A(z_2)|^2 + 2|B(z_2)|^2) = \frac{2i}{k} \frac{dA(z_2)}{dz_2}; \\ B(z_2)(2|A(z_2)|^2 + |B(z_2)|^2) = -\frac{2i}{k} \frac{dB(z_2)}{dz_2}, \end{cases} \quad (1.16)$$

яка є морфологічно аналогічною до системи (1.7).

У роботах [70,71] розв'язок системи (1.16) шукався у формі:

$$A(z_2) = a_1 e^{ia_2}; B(z_2) = b_1 e^{ib_2}, \quad (1.17)$$

де $a_1; b_1$ - константи, які визначаються з граничних умов (1.5), $a_2 = a_2(z_2); b_2 = b_2(z_2)$. Тоді з (1.16) отримується:

$$\begin{aligned} a_1^2 + 2b_1^2 &= -\frac{2}{k} \frac{da_2(z)}{dz_2}; \quad a_2(z_2) = -\frac{k}{2}(a_1^2 + 2b_1^2)z_2; \\ 2a_1^2 + b_1^2 &= \frac{2}{k} \frac{db_2(z)}{dz_2}; \quad b_2(z_2) = \frac{k}{2}(2a_1^2 + b_1^2)z_2. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Тепер функція $\Psi(z)$ знайдена у першому наближенні. Діючи далі аналогічним способом, шукану хвильову функцію можна отримати у вищих порядках теорії збурень, хоча аналітичні вирази, які отримуються при цьому, виявляються надто громіздкими.

Практично хвильова функція розраховувалася до четвертого порядку теорії збурень включно [70]. При обчисленні коефіцієнта прозорості $D(E)$ для кожного наближення було виявлено, що його значення при однакових енергіях дещо відрізняються і зі збільшенням порядку наближення вони виходять на насичення.

У роботах [82-88] було знайдено точний розв'язок рівняння типу (1.4) у вигляді аналітичних функцій і проаналізовано властивості коефіцієнта прозорості $D(E)$ при резонансному тунелюванні бозе-конденсату крізь

прямокутний потенціальний бар'єр висотою U_0 і шириною $2b$. У цій моделі вважалося, що ефективна маса частинок Бозе-Ейнштейнівського конденсату є постійною і однаковою як у бар'єрі, так і поза ним.

Отже, у області бар'єру $(-b \leq z \leq b)$ розв'язувалося часовозалежне нелінійне рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z,t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + U(z) + v|\Psi(z,t)|^2 \right) \Psi(z,t), \quad (1.19)$$

розв'язок якого вибирався у вигляді:

$$\Psi(z,t) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \Psi(z). \quad (1.20)$$

Тоді з (1.19), з врахуванням (1.20) отримується стаціонарне нелінійне рівняння Шредінгера з гамільтоніаном типу Гросса-Пітаєвського

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + v|\Psi(z)|^2 + U(z) - E \right) \Psi(z) = 0. \quad (1.21)$$

Розв'язок рівняння (1.21) подавався у роботах [82-88] у комплексному вигляді:

$$\Psi(z) = \sqrt{S(z)} e^{i\Phi(z)}. \quad (1.22)$$

При цьому загальний комплексний розв'язок рівняння (1.21) за умови постійності потенціалу $U(z) = U_0$ визначатиметься з рівняння:

$$\frac{d\Phi(z)}{dz} = \frac{\alpha}{S(z)} \quad (1.23)$$

де функція

$$S(z) = \varepsilon - \frac{\hbar^2}{vm} \eta^2 [dn(\eta z + \delta|p)]^2 \quad (1.24)$$

визначена як функція Якобі dn з дійсним періодом $2K(p)$, де $K(p)$ - повний еліптичний інтеграл першого роду, а p - еліптичний параметр [89]. Дійсні параметри $\alpha, p, \varepsilon, \eta$ і δ повинні задовольняти співвідношення:

$$E = U_0 + \frac{3}{2}\nu\varepsilon - \frac{\hbar^2}{2m}(2-p)\eta^2, \quad (1.25)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\hbar^2}{\nu m} \eta^4 \varepsilon(p-1) + \alpha^2 \right) + \nu\varepsilon^3 - (E - U_0)\varepsilon^2 = 0. \quad (1.26)$$

Оскільки в цій моделі взаємодія поза квантовою ямою відсутня, то для областей $z < -b$ і $z > b$ в рівнянні (1.21), аналогічно до робіт [65-68] нехтувалося нелінійним доданком. Отже, повна хвильова функція $\Psi(z)$ визначається як:

$$\Psi(z) = \begin{cases} Ae^{ikz} + Be^{-ikz}, & z < -b \\ \sqrt{S(z)}e^{i\Phi(z)}, & |z| \leq b \\ Ce^{ikz}. & z > b \end{cases} \quad (1.27)$$

Ця хвильова функція і потік її густини повинні бути скінченими і неперервними при $z = \pm b$. Тоді з граничних умов при $z = +b$, з врахуванням (1.24), отримується система рівнянь:

$$\begin{cases} \sqrt{S(b)}e^{i\Phi(b)} = Ce^{ikb}, \\ \frac{1}{\sqrt{S(b)}} \left(\frac{1}{2}S'(b) + i\alpha \right) e^{i\Phi(b)} = ikCe^{ikb}, \quad \left(S'(b) = \frac{dS(z)}{dz} \Big|_{z=b} \right), \end{cases} \quad (1.28),$$

з якої отримується співвідношення:

$$\frac{1}{2}S'(b) + i\alpha = ikS(b) \quad (1.29)$$

еквівалентне (у силу дійсності функції $S(z)$) умовам:

$$S'(b) = 0 \quad (1.30)$$

і

$$\alpha = kS(b). \quad (1.31)$$

З граничних умов при $z = -b$ отримується ще одна система рівнянь:

$$\begin{cases} Ae^{-ikb} + Be^{ikb} = \sqrt{S(-b)}e^{i\Phi(-b)}, \\ ik(Ae^{-ikb} - Be^{ikb}) = \frac{1}{\sqrt{S(-b)}} \left(\frac{1}{2}S'(-b) + i\alpha \right) e^{i\Phi(-b)}, \end{cases} \quad (1.32)$$

з якої, з урахуванням (1.22) і (1.31), отримуються коефіцієнти A і B :

$$\begin{cases} A = \frac{e^{ikb}}{2\sqrt{S(0)}} \left[S(-b) + S(b) - i\frac{S'(0)}{2k} \right] e^{i\Phi(0)}, \\ B = \frac{e^{-ikb}}{2\sqrt{S(0)}} \left[S(-b) - S(b) + i\frac{S'(0)}{2k} \right] e^{i\Phi(0)}, \end{cases} \quad (1.33)$$

що визначає коефіцієнт відбивання від структури:

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{|S(-b) - S(b)|^2 + S'(-b)/(4k^2)}{|S(-b) + S(b)|^2 + S'(-b)/(4k^2)}, \quad (1.34)$$

та коефіцієнт її прозорості:

$$D = 1 - R = \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{S(b)}{|A|^2} = \frac{4S(b)S(-b)}{|S(-b) + S(b)|^2 + S'(-b)/(4k^2)}. \quad (1.35)$$

Для визначення невідомих параметрів $\alpha, p, \varepsilon, \eta$ і δ рівностей (1.25) і (1.26) недостатньо, тому додатково використовується умова (1.30), що з урахуванням властивостей функцій Якобі має вигляд:

$$-2\varphi\eta p \operatorname{dn}(u|p) \operatorname{sn}(u|p) \operatorname{cn}(u|p) = 0, \quad u = \eta b + \delta. \quad (1.36)$$

Оскільки функція $\operatorname{dn}(u|p)$ завжди приймає ненульові значення, то розв'язки δ рівняння (1.36) знаходяться як нулі функцій $\operatorname{sn}(u|p)$ або $\operatorname{cn}(u|p)$.

Тоді в першому випадку отримується рівняння:

$$\operatorname{sn}(\eta b + \delta|p) = 0, \quad (1.37)$$

розв'язком якого є числа

$$\delta = (2j + 1)K(p) - \eta b, \quad (1.38)$$

де j - цілі числа, і тоді, оскільки $\operatorname{dn}^2(\eta b + \delta|p) = \operatorname{dn}^2(2jK(p)|p) = 1$

$$S(b) = \varepsilon - \frac{\hbar^2}{\nu m} \eta^2, \quad (1.39)$$

У другому випадку отримується рівняння

$$cn(\eta b + \delta|p) = 0, \quad (1.40)$$

звідки δ знову визначаються так само як і в (1.37), а

$$S(b) = \varepsilon - (1-p) \frac{\hbar^2 \eta^2}{\nu m}. \quad (1.41)$$

Тепер, для заданих значень енергії E , амплітуди падаючої хвилі $|A|$, величини p, ε повністю визначаються з рівностей (1.25), (1.26) та системи рівнянь (1.32).

Позиції резонансів у шкалі енергій визначаються очевидною умовою $D = 1$, що враховуючи рівності (1.34) чи (1.35), дає умови:

$$S'(-b) = 0, \quad (1.42)$$

$$S(-b) = S(b). \quad (1.43)$$

Тепер умова (1.42) набуває вигляду:

$$S'(-b) = -2\phi\eta p cn(u|p) sn(u|p) cn(u|p) = 0, \quad u = -\eta b + \delta \quad (1.44)$$

звідки знову отримуються значення δ як нулі функцій $sn(u|p)$ або $cn(u|p)$, проте умову (1.43) задовольняють лише нулі функції $sn(u|p)$, що дає

$$-2\eta b + 2jK(p) = lK(p), \quad (1.45)$$

де l - ціле число, звідки

$$\eta = \frac{K(p)}{b} n, \quad n = l - j. \quad (1.46)$$

У випадку резонансних енергій, коли прозорість бар'єра близька до одиниці, у області зліва від бар'єра ($z < -b$) відсутня відбита хвиля, то $B = 0$ і з використанням (1.41), (1.42) і (1.44) отримується:

$$|A|^2 = S(-b) = S(b) = \begin{cases} \varepsilon - \frac{\hbar^2 \eta^2}{\nu m}, & \text{випадок 1} \\ \varepsilon - (1-p) \frac{\hbar^2 \eta^2}{\nu m}, & \text{випадок 2} \end{cases} \quad (1.47)$$

або

$$\varepsilon(p) = \begin{cases} |A|^2 - \frac{\hbar^2 \eta^2}{\nu m}, & \text{випадок 1} \\ |A|^2 + (1-p) \frac{\hbar^2 \eta^2}{\nu m}, & \text{випадок 2} \end{cases} \quad (1.48)$$

З використанням залежностей (1.47) та (1.25), (1.26) отримується вираз для резонансної енергії у залежності від параметра p і цілого числа n :

$$E_R(p) = U_0 + \frac{3}{2} \nu |A|^2 + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{K^2(p)}{b^2} n^2 \cdot \begin{cases} (1+p), & \text{випадок 1} \\ (1-2p), & \text{випадок 2} \end{cases}, \quad E_R(p) \geq 0. \quad (1.49)$$

Еліптичний параметр p визначається підстановкою виразів (1.47) і (1.48) у (1.26).

У першому випадку отримується:

$$pK^4(p) = \nu |A|^2 \left(U_0 + \nu |A|^2 \right) \frac{2m^2 b^4}{\hbar^2 n^4}, \quad (1.50)$$

де для малих значень параметра p ліва частина рівності може бути апроксимована як

$$pK^4(p) = \left(\frac{\pi}{2} \right)^4 (p + p^2) + O(p^3), \quad (1.51)$$

що дає хороше наближення для p у аналітичному вигляді

$$p \approx -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2\nu |A|^2 (U_0 + \nu |A|^2) m^2 b^4}{(\pi/2)^4 \hbar^4 n^4}}. \quad (1.52)$$

У другому випадку маємо:

$$p(1-p)K^4(p) = -\nu|A|^2(U_0 + \nu|A|^2)\frac{2m^2b^4}{\hbar^2n^4}, \quad (1.53)$$

звідки, враховуючи, що при малих p справедливе наближення

$$p(1-p)K^4(p) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^4 p + O(p^3), \quad (1.54)$$

отримуємо

$$p \approx -\frac{2\nu|A|^2(U_0 + \nu|A|^2)m^2b^4}{(\pi/2)^4\hbar^4n^4}. \quad (1.55)$$

Значення p , отримані за формулою (1.52) справедливі для будь-якого значення величини міжелектронної взаємодії, а отримані за формулою (1.55) лише при умові, що $0 \leq \nu \leq |U_0|/|A|^2$.

За результатами розрахунків авторами було досліджено властивості коефіцієнта прозорості $D(E)$ в залежності від енергії падаючих на структуру частинок при різних значеннях величини електрон-електронної взаємодії (ν). У результаті аналізу було зроблено такі висновки.

Зі збільшенням величини ν :

- максимуми коефіцієнта прозорості зміщуються у шкалі енергії в сторону більших значень, тим більше, чим більша величина коефіцієнта ν ;
- форма залежності коефіцієнта прозорості $D(E)$ від енергії є квазілоренцевою і зі збільшенням коефіцієнта ν стає клиноподібною;
- існує таке критичне значення коефіцієнта $\nu = \nu_{кр}$, що при подальшому збільшенні ν виникають гістерезисні явища коефіцієнта прозорості $D(E)$.

Отже, проаналізувавши основні теоретичні роботи, що стосуються врахування електрон-електронної взаємодії при тунелюванні електронів крізь багатошарові РТС, а також роботи, в яких досліджувались проблеми суміжного теоретичного та математичного характеру, можна зробити такі висновки.

На основі розв'язання нелінійного рівняння Шредінгера у грубих δ -бар'єрних моделях РТС з використанням кількох перших порядків теорії збурень, була розвинута теорія коефіцієнта прозорості двобар'єрної наносистеми відносно потоку взаємодіючих між собою електронів. Проаналізовано деякі особливості появи гістерезису вольт-амперної характеристики резонансно-тунельного діода на її основі.

У подальшому було виявлено, що при значній енергії взаємодії між електронами, при розв'язуванні нелінійного рівняння Шредінгера, перші порядки теорії збурень дають дуже грубі результати. Отже, при значній міжелектронній взаємодії або слід враховувати вищі порядки даної теорії збурень, або скористатись іншими математичними методами.

Виявилось, що математичні методи, розвинуті у теорії Бозе-Ейнштейнівського конденсату хоча і дозволяють з потрібною точністю апроксимувати розв'язки рівняння Шредінгера й чисельно дослідити властивості коефіцієнта прозорості, проте здебільшого ці результати є незастосовними до розгляду явища резонансного тунелювання електронів крізь багатошарові РТС. Основна причина такої ситуації полягає у складності чисельного розв'язання систем нелінійних рівнянь, які виникають при застосуванні її до реалістичної моделі прямокутних потенціальних ям і бар'єрів при різних ефективних масах електрона у різних середовищах.

Отже, головною, досі не розв'язаною проблемою врахування електрон-електронної взаємодії в РТС, є динамічна задача тунелювання взаємодіючих електронів крізь РТС, що описується повним нелінійним рівнянням Шредінгера (1.19), яке враховує довільні величини електрон-електронної взаємодії. Розв'язання даної задачі дало б змогу розвинути квантовомеханічну теорію активної провідності моноенергетичного пучка електронів з урахуванням впливу міжелектронної взаємодії. Отримана інформація мала б важливе значення для забезпечення оптимальної роботи квантових каскадних лазерів і

квантових каскадних детекторів, в яких багатошарові плоскі РТС використовуються як їх активні елементи.

Вплив міжелектронної взаємодії на транспортні властивості ДБРТС у тому діапазоні енергії взаємодії, де ще не виникають гістерезисні явища у реалістичні моделі наносистеми, буде вивчатися у наступному розділі.

1.2 Тунелювання електронів крізь відкриті РТС у δ -бар'єрній моделі

Стрімкий розвиток технології виготовлення та застосування напівпровідникових ККЛ та ККД, принцип роботи яких ґрунтується на квантових електронних переходах між квазістаціонарними станами плоских відкритих РТС, як це було запропоновано у піонерських роботах Казарінова та Суріса [1,2], останнім часом спричинив цілий напрямок теоретичних і експериментальних досліджень тунельних властивостей електронних потоків крізь наноструктури з метою якомога кращого узгодження експериментальних та теоретичних результатів.

Хоча основою ККЛ є багатошарові плоскі відкриті наносистеми, при побудові першого працюючого лазера такого типу, автори [3] оцінювали електронний спектр активної зони й інжектора окремого каскаду на основі грубої моделі закритої РТС. Отримані в цій моделі хвильові функції та стаціонарний спектр електрона дали змогу оцінити сили осциляторів квантових переходів між робочими станами електрона.

Звичайно, у межах закритої моделі дослідження динаміки тунелювання електронів крізь РТС є неможливим, бо для закритих систем час життя електронів у квантових ямах є безмежним. Отже, закриті моделі РТС є непридатними для дослідження величин тунельних струмів та провідностей, що виникають внаслідок взаємодії тунелюючих електронів з періодичним

електромагнітним полем, яке або існує (в ККД), або виникає (в ККЛ) внаслідок квантових міжпідзонних переходів у реальних системах.

Для адекватного опису процесів, що відбуваються в ККЛ та ККД, необхідна теорія, яка передбачає, що при послідовному тунелюванні електронів крізь усю сукупність каскадів не порушується когерентність. Однак, у реальних наносистемах відбувається взаємодія електронних потоків з фононами, домішками та іншими дисипативними підсистемами, що порушує умови їх когерентного тунелювання [90-95]. У роботі [96] було показано, що ефективна лазерна генерація на міжпідзонних переходах можлива на основі структур з когерентним тунелюванням за умови, що час тунелювання електронів з квантової ями є меншим за час розсіювання на фононах.

Щоб вивчити можливості збільшення динамічної провідності, яка є пропорційною до інтенсивності випромінювальних (ККЛ) чи поглинальних (ККД) у роботах [96-100] вивчалось когерентне тунелювання електронів, взаємодіючих з високочастотним електромагнітним полем крізь несиметричні двобар'єрні РТС з різними глибинами квантових ям.

У серії робіт [95-100], де досліджувалися властивості динамічної провідності (σ) електронів двобар'єрними РТС, автори вивчали проходження моноенергетичного пучка електронів крізь плоску несиметричну РТС, загальний вигляд якої зображено на рис 1.1 з вказаними геометричними розмірами РТС та величинами потенціалів. Для визначеності вважалося, що електрони рухаються зліва направо, електромагнітне поле зовні структури відсутнє, а впливом плазмових коливань (взаємодією з динамічним просторовим зарядом) [95] можна знехтувати. Тоді з урахуванням зроблених припущень повне рівняння Шредінгера набуває вигляду

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + H(x)\Psi + H(x,t)\Psi, \quad (1.56)$$

де

$$H(x) = -U[\theta(x) - \theta(x-a)] - U_1\theta(x-a) + \varphi_b b[\delta(x)\Psi + \gamma\delta(x-a)] \quad (1.57)$$

- гамільтоніан стаціонарної задачі,

$$H(x,t) = -2qC\{x[\theta(x) - \theta(x-a)] + a\theta(x-a)\}\cos(\omega t) \quad (1.58)$$

- гамільтоніан, який враховує взаємодію електрона із змінним електромагнітним полем частоти ω , амплітуда електричної складової C якого вважається малою.

Тут q, m^* - заряд та ефективна маса електрона; $\varphi_b; \gamma\varphi_b$ - висоти вхідного та вихідного потенціальних бар'єрів, b - їх ширини, a - ширина потенціальної ями, U та U_1 - величини зміщень між ямами та бар'єрами (рис. 1.1).

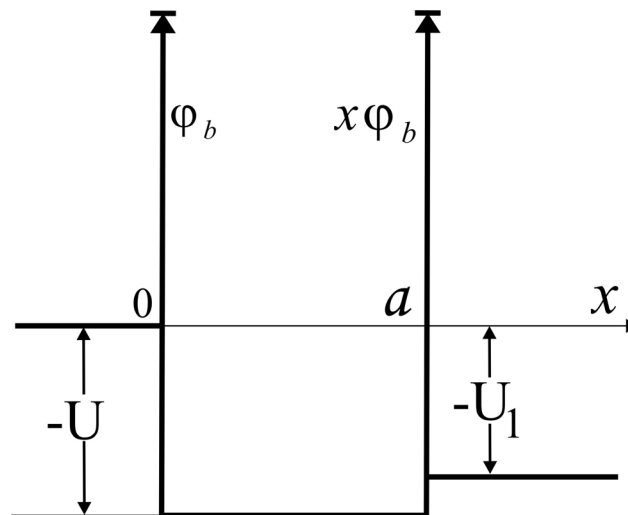


Рис. 1.1. Енергетична схема ДБРТС.

У роботах [96-100] хвильова функція Ψ_0 , що є розв'язком стаціонарного рівняння Шредінгера, шукається у вигляді

$$\Psi_0(x) = \begin{cases} e^{ik_0x} + D_0 e^{-ik_0x}, & x < 0; \\ A_0 \sin(kx) + B_0 \cos(kx), & 0 < x < a; \\ C_0 e^{ik_0(x-a)}, & x > a, \end{cases} \quad (1.59)$$

де

$$k_0 = \hbar^{-1} \sqrt{2m^* E}; \quad k = \hbar^{-1} \sqrt{2m^* (E + U)}; \quad k_1 = \hbar^{-1} \sqrt{2m^* (E + U_1)}, \quad (1.60)$$

E – енергія електронів, що потрапляють на структуру зліва.

Розв'язок повного рівняння Шредінгера (1.56) шукається методом теорії збурень [96]. При цьому в роботах [95-100] з врахуванням того, що амплітуда високочастотного електромагнітного поля є малою, розв'язок знаходився у наближенні слабого сигналу зі збуренням

$$H(x, t) = V_-(x) e^{-i\omega t} + V_+(x) e^{i\omega t} \quad (1.61)$$

у одномодовому наближенні

$$\Psi(x, t) = \Psi_0(x) + \Psi_+(x) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_-(x) e^{-i(\omega_0 - \omega)t}. \quad (1.62)$$

Для функцій $\Psi_{\pm}(x)$, як величин першого порядку малості, отримуються нелінійні рівняння, які мають аналітичні розв'язки у вигляді:

$$\Psi_{\pm}(x) = \begin{cases} D_{1\pm} e^{ik_{0\pm}x}, & x < 0; \\ A_{1\pm} \sin(k_{\pm}x) + B_{1\pm} \cos(k_{\pm}x) + \chi_{1\pm}(x), & 0 < x < a; \\ C_{1\pm} e^{ik_{1\pm}(x-a)} + P_{1\pm} e^{ik_{1\pm}(x-a)}, & x > a, \end{cases} \quad (1.63)$$

де згідно робіт [98-100]

$$\chi_{1\pm}(x) = \mp \frac{qEx}{\hbar\omega} \Psi_0(x) + \frac{qE}{m^*\omega^2} \frac{d\Psi_0(x)}{dx}. \quad (1.64)$$

Величини $k_{0\pm}$, $k_{\pm}$, $k_{1\pm}$, подібно до (1.60) однозначно визначаються через E , U , U_1 , $\hbar\omega$.

Коефіцієнти A_0 , B_0 , C_0 , D_0 ($A_{1\pm}$, $B_{1\pm}$, $C_{1\pm}$, $D_{1\pm}$) однозначно визначаються з системи рівнянь, яка отримується з умов зшивання хвильових функцій $\Psi_0(x)$ ($\Psi_{1\pm}(x)$) та потоків їх густин на усіх гетеромежах наносистеми в довільний момент часу.

Таким способом визначається хвильова функція $\Psi(x, t)$, а отже й густина електронного потоку. Активна динамічна провідність ДБРТС знаходиться через різницю електронних потоків на межах ДБРТС, які відбуваються з випромінюванням та поглинанням енергії ($\hbar\omega$) електромагнітного поля

$$\sigma(E, \hbar\omega) = \frac{2\hbar\omega}{a\epsilon} [j(E + \hbar\omega) - j(E - \hbar\omega)] = \frac{\hbar^2\omega n}{2a\epsilon^2 m^*} [k_+ (|C_{1+}|^2 + |D_{1+}|^2) - k_- (|C_{1-}|^2 + |D_{1-}|^2)], \quad (1.65)$$

де n - концентрація електронів у падаючому на ДБРТС електронному пучку. У цьому наближенні σ не залежить від ϵ , бо усі коефіцієнти у (1.67) пропорційні до ϵ .

Загалом, результати розрахунку динамічної провідності дають змогу розрахувати важливу для вимірювань інтегральну провідність $G(\omega)$, що може бути представлена як

$$G(\omega) = \frac{S}{a} \int_0^\infty f(E) \sigma(E, \omega) dE, \quad (1.66)$$

де S - площа поперечного перерізу ДБРТС, $f(E)$ - функція розподілу електронів за енергією у потоці, що падає перпендикулярно до бар'єрів наноструктури.

На основі побудованої у роботах [95-100] теорії було отримано два головних висновки.

- у несиметричних ДБРТС максимумами активної динамічної провідності виникають на частотах, які задаються різницею $(E_N - E_L)$ енергій квантових переходів між резонансними рівнями (N, L) і мають немонотонну залежність від товщин потенціальних бар'єрів;
- активна динамічна провідність визначається геометричними параметрами ДБРТС, потужністю потенціальних бар'єрів (α) , і при цьому сильно залежить від резонансних енергій (E_M) та резонансних ширин (Γ_M) КСС, між якими відбуваються електронні переходи.

У роботах [95-100] вперше теоретично було обґрунтовано можливість функціонування лазера, що працює на когерентному транспорті електронів крізь ДБРТС. Однак, пізніше виявилось, що існує ряд принципових проблем, які суттєво ускладнюють експериментальну реалізацію таких приладів.

Справа у тому, ще ефективність лазера тим більша, чим більша провідність його активного елементу. А провідність тим більша, чим менші ширини резонансних рівнів Γ_M [95-100]. Час життя (τ_M) електрона в M -му КСС пов'язаний з його резонансною шириною Γ_M співвідношенням ($\tau_M = \hbar/2\Gamma_M$).

Тому зменшення резонансної ширини хоча і сприяє збільшенню провідності, але одночасно збільшує і час тунелювання крізь РТС, наближаючи його до часу тривалості релаксаційних процесів, чим порушується режим когерентності. Як вихід з цієї проблеми було запропоновано використовувати багатокаскадні РТС. Кожен каскад складається з активної зони, у якій відбуваються квантові переходи, та інжектора, в якому відбувається такий транспорт електронів до наступної активної зони наступного каскаду, при якому вони знову потрапляють на такий же енергетичний рівень, як і в попередньому каскаді.

Ефективної теорії провідності електронів відкритими РТС досі не існує, адже в перших роботах цього напрямку відкриті РТС розглядались лише у грубих моделях закритих систем, а тому їх дослідження обмежувалось лише розрахунком енергетичного спектру та сил осциляторів квантових переходів [24-27].

Що ж до відкритих моделей активних зон, то вони вивчалися в роботах [90-100] для дво- та трибар'єрних РТС в основному в рамках δ -бар'єрної моделі. Отримані там результати лише якісно описують властивості спектральних параметрів (резонансних енергій та ширин) та провідності таких наносистем. Однак, як було показано в роботі [101], δ -бар'єрна модель завищує значення резонансних енергій на десятки відсотків, а резонансні ширини у кілька десятків разів. Тому така модель не могла претендувати на узагальнення з експериментом, отже вона не могла використовуватися для оптимізації функціонування реальних ККЛ та ККД. Також δ -бар'єрній моделі повністю

втрачається інформація про різницю ефективних мас електрона у ямах та бар'єрах РТС.

Враховуючи важливість оптимізації роботи ККЛ і ККД, у розділі 3 буде розвинута послідовна теорія спектральних параметрів та динамічної провідності відкритих багат шарових наносистем, що є елементами активних зон, інжекторів та повних каскадів цих наноприладів у моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів.

1.3 Вплив магнітного поля на КСС та тунелювання електронів крізь відкриті наноструктури

Визначальну роль у практичному функціонуванні ККЛ та ККД мають транспортні властивості РТС, з яких складаються ці прилади. Отже, й теоретичні дослідження спочатку виконувались у моделях дво- три- та багат шарових відкритих РТС без постійних зовнішніх полів, а лише з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем [90-100].

Пізніше вивчався вплив постійних електричних [102-105] і магнітних полів [106] на тунелювання електронів крізь РТС. Виявилося, що постійне електричне поле, напрямлене вздовж електронного потоку крізь РТС, відіграє важливу позитивну роль в роботі ККЛ, так як воно узгоджує між собою роботу усіх каскадів. Що ж до постійного магнітного поля, то його роль у роботі наноприладів виявилась досить складною. Як було встановлено експериментально та теоретично [106], магнітне поле з напруженістю паралельною до струму крізь РТС, не впливає на пікове значення струму для резонансно-тунельного діода. Це пов'язано з тим, що поздовжнє магнітне поле не впливає на рух носіїв заряду вздовж струму, а викликає лише зміну густини станів. Також було виявлено, що вмикання поздовжнього магнітного поля зумовлює появу східців на вольт-амперній характеристиці, число яких пов'язане з кількістю “робочих” рівнів Ландау.

З появою ККЛ та ККД активізувалися експериментальні дослідження поведінки електронів у квантових надгратках у постійному магнітному полі. Так, у експериментальних роботах [107-110] вперше було реалізовано ККД та ККЛ, робота яких ґрунтується на квантових переходах між енергетичними рівнями Ландау у магнітному полі з напруженістю паралельною до струму крізь РТС.

Теоретичні ж роботи [111-116] в основному стосувалися розрахунку квазістаціонарного енергетичного спектра електрона в таких надгратках, а також у них вивчалася залежність коефіцієнта прозорості електронів багат шаровими РТС від величини прикладеного магнітного поля.

Теорія тунелювання електронного потоку крізь РТС у магнітному полі з напруженістю паралельною до напрямку струму в роботах [115,116] будувалася в такому підході.

Векторний потенціал магнітного поля вибирався у вигляді:

$$\vec{A} = \frac{1}{2}[\vec{B} \times \vec{r}], \quad (1.67)$$

де магнітне поле $\vec{B} = (0, 0, B)$, спрямоване перпендикулярно до площин РТС, тобто вздовж напрямку тунелювання електрона (вісь Oz) (рис. 1.2).

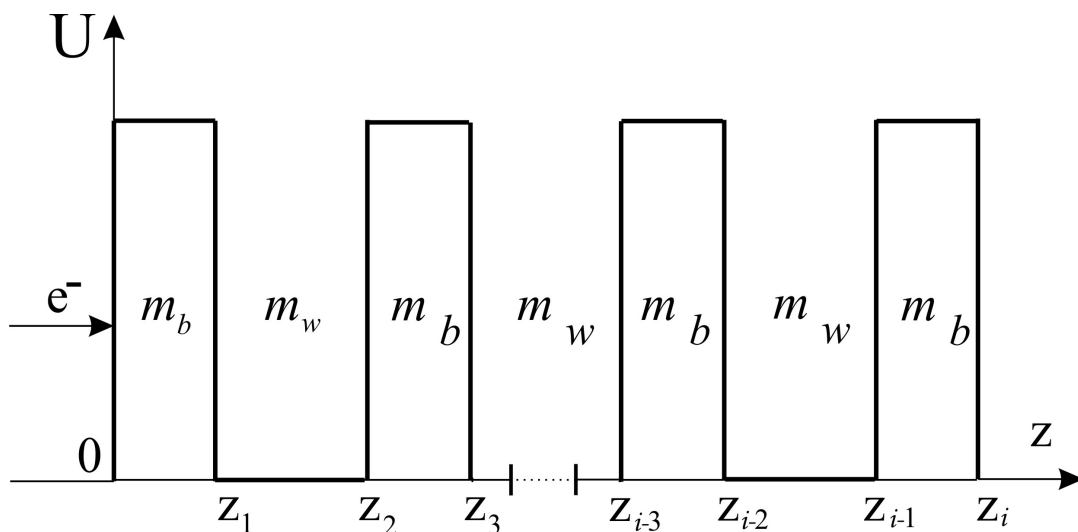


Рис. 1.2. Геометрична та енергетична схема відкритої багат шарової РТС.

Гамільтоніан електрона в моделі різних ефективних мас в ямах та бар'єрах РТС має вигляд:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m(z)} \left[\left(\hat{p}_x - \frac{eB}{2} y \right)^2 + \left(\hat{p}_y + \frac{eB}{2} x \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \hat{p}_z \frac{1}{m(z)} \hat{p}_z + U(z), \quad (1.68)$$

де $\hat{p}_x, \hat{p}_y$ - компоненти імпульсу електрона у напрямі перпендикулярному до напрямку тунелювання, $\hat{p}_z$ - компонента вздовж напрямку тунелювання, $U(z)$ та $m(z)$ - потенціальна енергія та ефективна маса електрона в шарах РТС відповідно.

Уводячи за аналогією з гармонічним осцилятором оператори народження $\hat{a}^+$ та знищення $\hat{a}$, гамільтоніан електрона подається у вигляді:

$$\hat{H} = \left(\frac{1}{2} + \hat{n} \right) \hbar \omega + \frac{1}{2} \hat{p}_z \frac{1}{m(z)} \hat{p}_z + U(z), \quad (1.69)$$

де ω - циклотронна частота; $\hat{n} = \hat{a}^+ \hat{a}$ - оператор чисел заповнення. Якщо врахувати, що $\Theta_n(x, y)$ є відомими власними функціями гамільтоніана двовимірного гармонічного осцилятора:

$$\hat{n} \Theta_n(x, y) = n \Theta_n(x, y), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.70)$$

то з (1.69) випливає, що квантові енергетичні рівні Ландау тепер визначаються за формулою:

$$E_n = \left(\frac{1}{2} + n \right) \hbar \omega; \quad n = 0, 1, 2, \dots \infty \quad (1.71)$$

Отже, енергія поздовжнього руху електрона визначається як $E_z(z) = E - E_n(z)$.

Просторова хвильова функція руху електрона тепер знаходиться зі стаціонарного рівняння Шредінгера:

$$\left[\left(\frac{1}{2} + \hat{n} \right) \hbar \omega_i + \frac{1}{2} \hat{p}_z \frac{1}{m(z)} \hat{p}_z + U(z) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}), \quad (1.72)$$

де хвильова функція шукається у вигляді:

$$\Psi(\vec{r}) = \Theta_n(x, y) \Phi(z). \quad (1.73)$$

Тепер рівняння Шредінгера (1.72) набуває вигляду:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{m(z)} \frac{d}{dz} \Phi(z) + U_{ef}(z) \Phi(z) = E_{\perp} \Phi(z), \quad (1.74)$$

де

$$E_z = E - \left(\frac{1}{2} + n \right) \hbar \omega \quad (1.75)$$

- енергія поздовжнього руху електрона, а U_{eff} - ефективний потенціал електрона, що має вигляд:

$$U_{eff} = \begin{cases} 0, & (\text{ями}) \\ U_b(n, B) = U_0 - \left(1 - \frac{m_w}{m_b}\right) \left(\frac{1}{2} + n\right) \hbar \omega, & (\text{бар'єри}) \end{cases} \quad (1.76)$$

m_w, m_b – ефективні маси електрона у ямах та бар'єрах РТС відповідно.

Як видно, ефективний потенціал, у якому рухається електрон вздовж осі Oz, залежить від квантового числа n і від індукції магнітного поля B .

Тепер розв'язки рівняння Шредінгера (1.74) з урахуванням (1.75), (1.76), мають вигляд:

$$\begin{aligned} \Phi_w^i(z) &= C_w^i e^{ik_z z} + D_w^i e^{-ik_z z}, & (\text{ями}) \\ \Phi_b^i(z) &= C_b^i e^{k_z^b z} + D_b^i e^{-k_z^b z}, & (\text{бар'єри}) \end{aligned} \quad (1.77)$$

де

$$k_z = \frac{\sqrt{2m_w E_z}}{\hbar}; \quad k_z^b = \frac{\sqrt{2m_b [U_b(n, B) - E_z]}}{\hbar} \quad (1.78)$$

Використовуючи умови неперервності отриманої хвильової функції та потоку густини її ймовірності на всіх гетеромежах РТС із застосуванням відомого [35] методу трансфер-матриці, знаходились усі невідомі коефіцієнти $C_w^i, D_w^i, C_b^i, D_b^i$, а також усі матричні елементи t_{pl} трансфер матриці $T^{(0i)}$, що, в свою чергу, дозволило обчислити коефіцієнт прозорості РТС $D = D(E_z, n, B)$. У роботах [111-116] було встановлено, що при фіксованому значенні магнітного

поля B зі збільшенням номера квантового числа n максимальне значення коефіцієнта прозорості зменшується, а його максимуми зміщуються у шкалі енергій в короткохвильову область.

Набагато складнішою задачею є тунелювання електронів крізь резонансно-тунельний діод чи багат шарову РТС в магнітному полі, перпендикулярному до напрямку струму, оскільки при цьому має місце накладання магнітної осциляторної складової на потенціали ям та гетеробар'єрів. При цьому координати центра магнітної складової потенціалу можуть приймати різноманітні значення, які сильно впливають на процес тунелювання.

Перші експериментальні дослідження такого випадку тунелювання було здійснено в роботі [117] для резонансно-тунельного діода. Виявилось, що вольт-амперна характеристика діода у поперечному магнітному полі вироджується, а пікове значення сили струму зменшується.

Вплив поперечного магнітного поля на роботу ККЛ досліджувався в експериментальній роботі [118]. Дослідження спектру люмінесценції показало швидке зменшення інтегральної інтенсивності випромінювання, а також слабе блакитне зміщення її піка зі збільшенням величини магнітного поля.

Щодо теоретичних робіт, то тунелювання крізь один бар'єр та через ДБРТС у поперечному магнітному полі в квазікласичному наближенні було досліджено у роботі [119]. У роботі [120] для обчислення тунельного струму через резонансно-тунельний діод в поперечному магнітному полі було застосовано метод ВКБ.

У роботах [121-125] стаціонарна задача розв'язувалася точно. Автори обмежилися розрахунком енергетичного спектру електрона для закритих однамних систем [121-123] та коефіцієнта прозорості для відкритої ДБРТС [124,125]. У цих роботах були виявлені типові залежності енергетичного спектру електрона від координати центра магнітної складової, а також було

досліджено властивості коефіцієнта прозорості типової ДБРТС, що вивчалася експериментально [125].

У першій експериментальній роботі [118], де досліджувався вплив поперечного магнітного поля на тунелювання електронів в ККЛ, на основі грубого усереднення вкладу від магнітного поля розраховувалися матричні елементи квантових переходів з метою співставлення цих результатів з експериментальними залежностями інтегральної інтенсивності від напруженості поля. Виявилось, що теоретичні оцінки суттєво відрізнялися від експериментальних результатів, і тому суть фізичних явищ, що відбуваються в ККЛ у перпендикулярному магнітному полі, є досі не з'ясованою.

Отже, залишилася нерозв'язаною важлива теоретична задача про тунелювання електронів крізь відкриту РТС у поперечному магнітному полі. Для пояснення експериментально встановлених властивостей лазерного випромінювання ККЛ у поперечному магнітному полі необхідно побудувати теорію взаємодії електронних потоків крізь РТС зі змінним у часі електромагнітним полем як при наявності постійного магнітного поля, перпендикулярного до напрямку тунелювання, так і в присутності постійного електричного поля з напруженістю, паралельною до напрямку струму крізь РТС.

РОЗДІЛ 2

ВПЛИВ МІЖЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ ТА ДИНАМІЧНУ ПРОВІДНІСТЬ ЕЛЕКТРОНІВ У ДВОБАР'ЄРНІЙ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНІЙ СТРУКТУРІ

Після створення ККЛ і ККД актуалізувалася проблема оптимізації роботи цих наноприладів, що неможливо виконати без глибокого розуміння фізичних процесів, які відбуваються при тунелюванні електронних потоків крізь відкриті РТС. Для цього потрібно вивчити, як впливає на тунелювання електронів не лише їх взаємодія з домішками, дислокаціями, між собою та іншими квазічастинками і квантованими полями, зокрема фононами, а й сам геометричний дизайн наносистеми.

Однією з актуальних і поки що послідовно не розв'язаною теоретичною задачею є в'яснення впливу електрон-електронної взаємодії на динамічну провідність, яка виникає при когерентному тунелюванні електронів крізь плоскі двобар'єрні РТС. З літератури [65-71] добре відомо, що врахування міжчастинкової взаємодії, навіть у найпростішому наближенні Хартрі-Фока, приводить до значних математичних труднощів, пов'язаних з необхідністю розв'язування нелінійних рівнянь Шредінгера.

Метою цього розділу є розв'язування повного рівняння Шредінгера з нелінійним гамільтоніаном типу Гросса-Пітаєвського, яке описує тунелювання електронів крізь плоску ДБРТС за умови, що електрони взаємодіють між собою лише всередині наносистеми у наближенні Хартрі-Фока. Отримана хвильова функція дозволить визначити не лише спектральні параметри КСС, але й отримати динамічну провідність ДБРТС.

Варто відмітити, що розв'язки стаціонарних нелінійних рівнянь Шредінгера, які відомі з існуючої літератури [72-88] і частково описані у

попередньому розділі, у силу математичної складності не вдається застосувати до динамічної задачі. Для цього необхідно знайти такий розв’язок стаціонарної нелінійної задачі, який міг би бути застосовним і для розв’язування динамічної задачі, що виникає при врахуванні взаємодії електронів з електромагнітним полем. Буде показано, що як і чисельний метод, так і пертурбаційний метод дозволяють розв’язати сформульовану задачу.

Отже, загальною метою цього розділу є побудова теорії коефіцієнта прозорості та активної динамічної провідності відкритої ДБРТС відносно пучка електронів, які взаємодіють між собою та з електромагнітним полем у моделі прямокутних потенціалів та різних ефективних мас у ямах і бар’єрах цієї наносистеми.

2.1 Гамільтоніан системи. Рівняння Шредінгера-Гросса-Пітаєвського

Розглядається плоска відкрита несиметрична ДБРТС (рис. 2.1), що складається з двох шарів-бар’єрів однакового напівпровідникового матеріалу (наприклад $\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та шару-ями іншого матеріалу (наприклад $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), що розташована у зовнішньому середовищі-ямі.

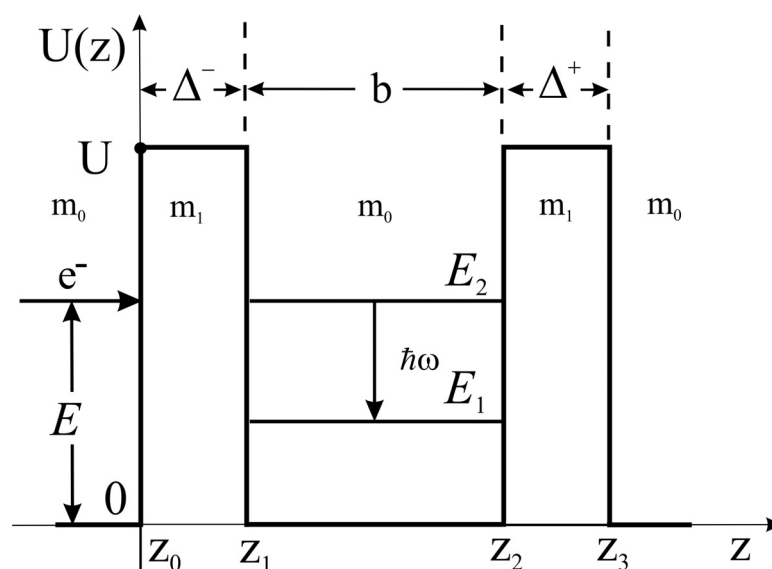


Рис. 2.1. Геометрична та енергетична схеми ДБРТС.

Геометричні розміри ДБРТС вважаються відомими: товщини вхідного (Δ^-) та вихідного (Δ^+) бар'єрів та ширина (b) квантової ями. У подальшому наносистема буде розглядатися у декартовій системі координат з віссю OZ , що напрямлена перпендикулярно до її площин, з початком координат на межі між зовнішнім середовищем і поверхнею вхідного шару-бар'єру.

Оскільки постійні решіток контактуючих між собою матеріалів a_0 і a_1 є близькими між собою за величиною (тобто $|a_1 - a_0|/a_1 \leq 0.1\%$), то можна вважати, що межі поділу між внутрішніми шарами ДБРТС із зовнішнім середовищем є достатньо чіткими, а тому в подальшому цю наносистему можна розглядати в моделі прямокутних потенціальних ям та бар'єрів з різними ефективними масами електрона у них (m_0, m_1).

Ввівши зручні позначення координат меж середовищ ДБРТС (рис. 2.1)

$$z_0 = 0; \quad z_1 = \Delta^-; \quad z_2 = b + \Delta^-; \quad z_3 = b + \Delta^- + \Delta^+. \quad (2.1)$$

запишемо відому ефективну масу електрона в ДБРТС

$$m(z) = m_0 \sum_{i=0}^2 (\theta(z - z_{2i-1}) - \theta(z - z_{2i})) + m_1 \sum_{i=0}^1 [\theta(z - z_{2i}) - \theta(z - z_{2i+1})], \quad (2.2)$$

та його потенціальну енергію

$$U(z) = U \sum_{i=0}^1 [\theta(z - z_{2i}) - \theta(z - z_{2i+1})], \quad (2.3)$$

де

$$\theta(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ 1, & z \geq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

одинична функція Хевісайда, $z_{-1} = -\infty$, $z_4 = \infty$.

Будемо вважати, що моноенергетичні електрони з енергією E , густиною струму $j_0^+ \sim \sqrt{E}$ і концентрацією n_0 , рухаючись перпендикулярно до площин ДБРТС, не взаємодіють між собою доти, поки не потрапляють на неї, для визначеності, зліва. За таких умов рух електронів можна розглядати як одновимірний.

Для дослідження спектральних характеристик КСС електрона необхідно спочатку розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера для хвильової функції $\Psi(E, z)$

$$H(E, z)\Psi(E, z) = E \Psi(E, z), \quad (2.5)$$

де

$$H(E, z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + U_{\text{e3}}(z) \quad (2.6)$$

- гамільтоніан електрона квазістаціонарної задачі.

Енергія міжелектронної взаємодії $U_{\text{e3}}(z)$ знаходиться методом самоузгодженого потенціалу Хартрі-Фока. У цьому разі $U_{\text{e3}}(z)$ можна записати у вигляді:

$$U_{\text{e3}}(z) = \int V_{\text{e3}}(z - z') |\Psi(E, z')|^2 dz'. \quad (2.7)$$

Вважаючи електрон-електронну взаємодію за даних умов локальною

$$V_{\text{e3}}(z - z') = \nu \delta(z - z'), \quad (2.8)$$

отримується відомий [65] вираз

$$U_{\text{e3}}(z) = \nu |\Psi(E, z)|^2. \quad (2.9)$$

Тепер рівняння Шредінгера (2.5), з урахуванням (2.6) і (2.9), набуває вигляду, відомого як рівняння Гросса-Пітаєвського

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \nu |\Psi(E, z)|^2 [\theta(z) - \theta(z - b)] \right] \Psi(E, z) = E \Psi(E, z), \quad (2.10)$$

де ν - потенціал міжелектронної взаємодії, який вважається параметром задачі.

З урахуванням явного вигляду $U(z)$ та наявності міжелектронної взаємодії лише у межах ДБРТС для знаходження хвильової функції $\Psi(E, z)$ стаціонарної задачі, отримується система рівнянь Шредінгера :

$$\left\{ \begin{aligned} &\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - E \right) \Psi(E, z) = 0, & -\infty \leq z < 0, & \quad z_3 < z \leq +\infty, \\ &\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E + v|\Psi(E, z)|^2 \right) \Psi(E, z) = 0, & 0 \leq z \leq z_1, & \quad z_2 \leq z \leq z_3 \\ &\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - E + v|\Psi(E, z)|^2 \right) \Psi(E, z) = 0, & z_1 \leq z \leq z_2. \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

Розв'язки рівнянь (2.11) повинні задовольняти умови неперервності хвильової функції та густини її потоку на усіх межах системи ($\eta \rightarrow +0$):

$$\left. \begin{aligned} &\Psi(E, z) \Big|_{z=z_p-\eta} = \Psi(E, z) \Big|_{z=z_p+\eta} \\ &\frac{1}{m(z)} \frac{\partial \Psi(E, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_p-\eta} = \frac{1}{m(z)} \frac{\partial \Psi(E, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_p+\eta}, \end{aligned} \right\} (p=0,1,2,3) \quad (2.12)$$

а оскільки ДБРТС відкрита, то повинна виконуватися умова нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(k', z) \Psi(k, z) dz = \delta(k - k'). \quad (k = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E}). \quad (2.13).$$

Система рівнянь (2.11-2.13) визначає хвильову функцію $\Psi(E, z)$, що дає можливість отримати спектр резонансних енергій та ширин електронних КСС, а крім цього є базою для розв'язання повного рівняння Шредінгера, яке дозволить знайти динамічну провідність ДБРТС.

2.2. Пертурбаційний метод розв'язування нелінійного рівняння Гросса-Пітаєвського. Коефіцієнт прозорості ДБРТС

Пертурбаційний метод розв'язування нелінійного рівняння Гросса-Пітаєвського здійснюється так. Спочатку розв'язується лінійне стаціонарне рівняння Шредінгера (без електрон-електронної взаємодії). Записана для кожного шару ДБРТС і оточуючого середовища система рівнянь Шредінгера має вигляд:

$$\begin{cases} \left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - E \right) \Psi_0(E, z) = 0, & -\infty \leq z < 0, \quad z_1 \leq z \leq z_2, \quad z_3 < z \leq +\infty, \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E \right) \Psi_0(E, z) = 0, & 0 \leq z \leq z_1, \quad z_2 \leq z \leq z_3. \end{cases} \quad (2.14)$$

Розв'язки системи рівнянь (2.14) при $E < U$ доцільно шукати у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi_0(E, z) = & \sum_{p=1}^3 (A_p(E)e^{ik_p z} + B_p(E)e^{-ik_p z}) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \\ & + (A_0(E)e^{ik_0 z} + B_0(E)e^{-ik_0 z}) \theta(-z) + A_4(E)e^{ik_4 z} \theta(z - z_3), \end{aligned} \quad (2.15)$$

де величини k_p визначаються динамічними характеристиками електрона:

$$k_0 = k_2 = k_4 = k = \frac{\sqrt{2m_0 E}}{\hbar}; \quad k_1 = k_3 = \frac{\sqrt{2m_1 (E - U)}}{\hbar}. \quad (2.16)$$

З використанням граничних умов (2.12) коефіцієнти $A_p(E)$, $B_p(E)$, $B_0(E)$, $A_4(E)$ можуть бути однозначно виражені через коефіцієнт, який безпосередньо пов'язаний з густиною початкового потоку електронів, що потрапляють на ДБРТС, співвідношенням

$$j_0^+ = en_0 \sqrt{2Em_0^{-1}} |A_0(E)|^2, \quad (2.17)$$

де n_0 – концентрація електронів у цьому потоці, а e – заряд електрона.

Знайдена у вигляді (2.15) функція $\Psi_0(E, z)$ не дає безпосередньої можливості розв'язати рівняння Шредінгера (2.10), однак відому тепер функцію $|\Psi_0(E, z)|^2$ завжди можна подати у вигляді суми N кусково-неперервних функцій:

$$|\Psi_0(E, z)|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^N |\Psi_0(E, z_{2p})|^2 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (2.18)$$

де

$$z_p = \frac{p}{2N} b; \quad z_{-1} = z_0 = 0; \quad z_{2N} = z_{2N+1} = b + \Delta^- + \Delta^+. \quad (2.19)$$

Отже, з (2.18) тепер видно, що при достатньо великих значеннях $N \gg 1$ неперервну функцію $|\Psi_0(E, z)|^2$ з потрібною точністю завжди можна замінити на

кусково-неперервну функцію $|\tilde{\Psi}_0(E, z)|^2 \approx |\Psi_{0N}(E, z)|^2$. Внаслідок цього нелінійний потенціал $\nu|\Psi_0(E, z)|^2$ у рівнянні (2.10) переходить у кусково-лінійний потенціал $\nu|\tilde{\Psi}_0(E, z)|^2$, з яким при виконанні умов неперервності типу (2.12) у кожній точці z_{2p-1} апроксимоване нелінійне рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) уже розв'язується і нелінійна функція $\Psi_I(E, z)$ знаходиться вже у першому наближенні.

За відомою тепер функцією $\Psi_I(E, z)$ знову знаходиться функція $|\Psi_I(E, z)|^2$, яка подається у вигляді кусково-неперервної функції (при $N \gg 1$):

$$|\tilde{\Psi}_I(E, z)|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^N |\Psi_I(E, z_{2p})|^2 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p+1})]. \quad (2.20)$$

Підставлена в рівняння Шредінгера (2.10), разом з граничними умовами типу (2.12) у всіх точках z_{2p-1} , функція $|\tilde{\Psi}_I(E, z)|^2$ лінеаризує потенціал у всіх інтервалах змінної z , що знову дозволяє розв'язати рівняння Гросса-Пітаєвського і знайти хвильову функцію $\Psi_{II}(E, z)$ вже у другому циклі (наближенні).

Таким пертурбаційним способом знаходиться хвильова функція $\Psi(E, z)$, як розв'язок нелінійного рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) у довільному S -му циклі:

$$\Psi(E, z) = \lim_{S \rightarrow \infty} \Psi_S(E, z). \quad (2.21)$$

Кількість (S) циклів, які потрібно виконати при рекурсивному розрахунку $\Psi(E, z)$ зумовлена необхідною точністю, яка контролюється умовою, щоб різниця між $|\Psi_{S-1}(E, z)|^2$ і $|\Psi_S(E, z)|^2$ була як можна меншою, тобто:

$$\zeta = \max_{E, z} \left\{ \frac{|\Psi_S(E, z)|^2 - |\Psi_{S-1}(E, z)|^2}{|\Psi_S(E, z)|^2} \right\} \ll 1. \quad (2.22)$$

При цьому очевидно, що задана точність (ζ) розрахунку $\Psi(E, z)$ залежить від величини потенціалу міжелектронної взаємодії ν : чим він більший, тим більшу кількість циклів (S) потрібно здійснити для знаходження $\Psi(E, z)$ з однією і тією ж точністю.

Остаточно хвильова функція $\Psi(E, z)$, яка описує міжелектронну взаємодію і електронні КСС в ДБРТС у пертурбаційному підході, набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \Psi(E, z) = & \sum_{p=1}^N (A_p^{(S)}(E) e^{ik_p^{(S)} z} + B_p^{(S)}(E) e^{-ik_p^{(S)} z}) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \\ & + (A_0^{(S)}(E) e^{ik_0 z} + B_0^{(S)}(E) e^{-ik_0 z}) \theta(-z) + A_{N+1}^{(S)}(E) e^{ik_{N+1} z} \theta(z - z_3), \end{aligned} \quad (2.23)$$

де

$$k_{N+1} = k_0; \quad k_p^{(S)} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2m_1(E - U - \nu |\Psi_S(E, z_{2p})|^2)}}{\hbar}, & 0 \leq z \leq z_1, z_2 \leq z \leq z_3 \\ \frac{\sqrt{2m_0(E - \nu |\Psi_S(E, z_{2p})|^2)}}{\hbar}, & z_1 \leq z \leq z_2 \end{cases} \quad (2.24)$$

де $p = 1, 2, \dots, N$.

Нелінійне рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) також розв'язувалося і числовим методом для надійної впевненості в результатах обчислень коефіцієнта прозорості, спектральних параметрів електрона та активної динамічної провідності на основі розрахунку хвильових функцій $\Psi(E, z)$ пертурбаційним методом.

Для чисельного розв'язування нелінійного рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) застосовувався метод скінченних різниць [126]. З цією метою це рівняння (2.10) замінюється рівнянням у скінченних різницях на вибраній одновимірній дискретній сітці зі скінченним постійним кроком h по координаті

$$h = \frac{z_3}{N_z - 1}, \quad (2.25)$$

де N_z - задана кількість координатних вузлів в цій сітці.

Другу похідну у рівнянні (2.10) можна записати як:

$$\frac{\partial^2 \Psi(E, z)}{\partial z^2} = \frac{\Psi(E, a_{j-1}) - 2\Psi(E, a_j) + \Psi(E, a_{j+1}))}{h^2}, \quad (2.26)$$

де номер вузла сітки j міститься в інтервалі $[0, N_z - 1]$, а a_j міститься в інтервалі $(0, z_3)$, причому $h = a_{j+1} - a_j$.

Тоді для певного скінченного фіксованого шару, що має номер j , рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) з граничними умовами (2.12) зводиться до рівняння у скінченних різницях :

$$\Psi(E, a_j)(2 + K_j^2 h^2) - \Psi(E, a_{j-1}) - \Psi(E, a_{j+1}) + K_e^2 h^2 |\Psi(E, a_j)|^2 \Psi(E, a_j) = 0, \quad (2.27)$$

а умови неперервності хвильової функції та густини її потоку на межах наносистеми дають ще вісім рівнянь, записаних для фіксованих вузлів сітки

$$\begin{cases} \Psi(E, z_i - h) - \Psi(E, z_i + h) = 0; \\ \left(1 + \frac{m_i}{m_{i+1}}\right) \Psi(E, z_i) - \frac{m_i}{m_{i+1}} \Psi(E, z_i + h) - \Psi(E, z_i - h) = 0, \end{cases} \quad (i = 0, 1, 2, 3), \quad (2.28)$$

де $m_0 = m_2 = m_4$; $m_1 = m_3$.

У рівнянні (2.27) уведені величини

$$K_e^j = \sqrt{\frac{2m_j U}{\hbar^2}}; \quad K_j = \sqrt{\frac{2m_j (U(a_j) - E)}{\hbar^2}} = \begin{cases} i \sqrt{\frac{2m_j E}{\hbar^2}}, & z_1 < a_j \leq z_2 \\ \sqrt{\frac{2m_j (U(a_j) - E)}{\hbar^2}}, & 0 \leq a_j \leq z_1, z_2 \leq a_j \leq z_3 \end{cases} \quad (2.29)$$

Наявність у рівнянні (2.27) доданка $K_e^2 h^2 |\Psi(E, a_j)|^2$ робить задачу нелінійною. Проте, знаючи розв'язок стаціонарної задачі (2.15) $\Psi_0(E, z)$, відомі значення $\Psi_0(E, a_j)$, що відповідають вузлам сітки згідно з системою (2.28),

підставляються в нелінійний доданок, що міститься у рівнянні (2.27). Це дозволяє зафіксувати значення потенціалу міжелектронної взаємодії в першому та останньому вузлах сітки, та для вузлів сітки, які відповідають межах наносистеми. Після такої операції розв'язок рівняння у скінченних різницях (2.27) шукається методом прогонки [126]. Точність розрахунку суттєво залежить від кроку сітки по координаті (h). При цьому щільність кроків сітки пов'язана з вкладом від доданків, які характеризують потенціал міжелектронної взаємодії ($v|\Psi(E, a_j)|^2$), що суттєво впливає на збіжність різницевої схеми. Зрозуміло, що при достатньо великих значеннях v крок сітки по координаті (h) має бути дуже щільним, що може спричиняти суттєве збільшення машинного часу, потрібного для розрахунку хвильових функцій. У такому випадку перевагу в розрахунках має розвинутий у попередньому параграфі пертурбаційний метод.

Знайдені пертурбаційним та чисельним методами хвильові функції як розв'язки нелінійного рівняння Гросса-Пітаєвського (2.10) згідно з квантовою механікою, дозволяють отримати коефіцієнт прозорості відкритої ДБРТС:

$$D(E) = |A_0^{(s)}(E)|^{-2} \cdot \text{Im} \left\{ \Psi(E, z) \frac{\partial \Psi(E, z)}{k \partial z} \right\}_{z=z_3+\eta} \quad (2.30)$$

відносно потоку тунелюючих крізь неї взаємодіючих між собою електронів.

Як відомо [101], за коефіцієнтом прозорості $D(E)$ знаходяться спектральні параметри (резонансні енергії та резонансні ширини) квазістаціонарних станів електронів. Положення максимумів $D(E)$ у шкалі енергій визначають резонансні енергії (E_n), а їх ширини на половині висоти визначають резонансні ширини (Γ_n) n -их КСС.

2.3 Теорія активної динамічної провідності ДБРТС

Для побудови теорії активної динамічної провідності ДБРТС з врахуванням електрон-електронної взаємодії потрібно розв'язати повне нелінійне рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(E, z, t)}{\partial t} = [H(E, z) + H(z, t)]\Psi(E, z, t), \quad (2.31)$$

де

$$H(E, z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + v|\Psi(E, z)|^2 [\theta(z) - \theta(z - b)] \quad (2.32)$$

– основний, у розумінні теорії збурень, гамільтоніан квазістаціонарної задачі,

$$H(z, t) = -2e\epsilon \{z[\theta(z) - \theta(z - z_3)] + z_3\theta(z - z_3)\} \cos \omega t \quad (2.33)$$

– гамільтоніан, який описує взаємодію електрона зі змінним у часі електромагнітним полем частоти ω й амплітудою електричної складової ϵ .

Напруженість (ϵ) електричного поля вважається малою, що дозволяє розглядати гамільтоніан $H(z, t)$ малим у розумінні теорії збурень.

Рівняння (2.31) не має точного розв'язку, але з урахуванням малості $H(z, t)$ у розумінні теорії збурень, його можна розв'язувати у так званому наближенні слабого сигналу [101], коли хвильову функцію $\Psi(E, z, t)$ можна шукати у вигляді:

$$\Psi(E, z, t) = \Psi(E, z)e^{-i\omega_0 t} + \Psi_1(E, z, t), \quad (\omega_0 = \frac{E}{\hbar}) \quad (2.34)$$

де хвильова функція $\Psi(E, z)$ є розв'язком квазістаціонарного нелінійного рівняння Шредінгера (2.10).

Подаючи невідому функцію $\Psi_1(E, z, t)$ у вигляді розкладу за всіма можливими гармоніками

$$\Psi_1(E, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\Psi_{+n}(E, z)e^{-i(\omega_0+n\omega)t} + \Psi_{-n}(E, z)e^{-i(\omega_0-n\omega)t}), \quad (2.35)$$

у силу малості напруженості електричного поля ϵ , далі можна обмежитись одномодовим наближенням. Тоді хвильова функція $\Psi_1(E, z, t)$ у цьому наближенні слабого сигналу [100] отримується з урахуванням першої гармоніки за польовою частотою:

$$\Psi_1(E, z, t) = \Psi_{+1}(E, z)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}(E, z)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}. \quad (2.36)$$

Для знаходження невідомої функції $\Psi_1(E, z, t)$ (2.34) вона підставляється в (2.31) і з урахуванням (2.6) отримується

$$\begin{aligned} & E\Psi(E, z) + \hbar(\omega_0 + \omega)\Psi_{+1}(E, z)e^{-i\omega t} + \hbar(\omega_0 - \omega)\Psi_{-1}(E, z)e^{i\omega t} = \\ & = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \nu |\Psi(E, z)|^2 [\theta(z) - \theta(z - b)] - e\epsilon (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \right\} \times \\ & \times [z[\theta(z) - \theta(z - z_3)] + z_3\theta(z - z_3)] [\Psi(E, z) + \Psi_{+1}(E, z)e^{-i\omega t} + \Psi_{-1}(E, z)e^{i\omega t}] \end{aligned} \quad (2.37)$$

Зберігаючи у лівій та правій частинах рівняння (2.36) величини першого порядку малості та прирівнюючи коефіцієнти при $e^{i\omega t}$ та $e^{-i\omega t}$, отримуються рівняння для визначення обох складових $\Psi_{\pm 1}(E, z)$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \nu |\Psi(E, z)|^2 [\theta(z) - \theta(z - b)] - \hbar(\omega_0 \pm \omega) \right) \Psi_{\pm 1}(E, z) = \\ & = e\epsilon [z[\theta(z) - \theta(z - z_3)] + z_3\theta(z - z_3)] \Psi(E, z). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Знайдена в попередньому параграфі пертурбаційним методом функція $\Psi(E, z)$, у вигляді (2.23), дозволяє тепер шукати розв'язки неоднорідних диференціальних рівнянь у вигляді:

$$\Psi_{\pm 1}(E, z) = \Psi_{\pm}(E, z) + \Phi_{\pm}(E, z), \quad (2.39)$$

де $\Psi_{\pm}(E, z)$ – розв'язки однорідних, $\Phi_{\pm}(E, z)$ – часткові точні розв'язки неоднорідних рівнянь (2.38).

Розв'язки однорідних рівнянь

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + v |\Psi(E, z)|^2 - \hbar(\omega_0 \pm \omega) \right) \Psi_{\pm}(E, z) = 0 \quad (2.40)$$

будемо шукати у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi_{\pm}(E, z) &= \Psi_{\pm}^{(0)}(E, z) \theta(-z) + \Psi_{\pm}^{(N+1)}(E, z) \theta(z - z_3) + \sum_{p=1}^N \Psi_{\pm}^{(p)}(E, z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ &= B_{\pm}^{(0)}(E) e^{-ik_{\pm}^{(0)} z} \theta(-z) + A_{\pm}^{(N+1)}(E) e^{ik_{\pm}^{(N+1)} z} + \sum_{p=1}^N [B_{\pm}^{(p)}(E) e^{-ik_{\pm}^{(p)} z} + A_{\pm}^{(p)}(E) e^{ik_{\pm}^{(p)} z}] \end{aligned} \quad (2.41)$$

де

$$k_{\pm}^{(0)} = k_{\pm}^{(N+1)} = \frac{\sqrt{2m_0(E \pm \hbar\omega)}}{\hbar};$$

$$k_{\pm}^{(p)} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2m_1(E - U - v |\Psi_s(E, z_{2p})|^2) \pm \hbar\omega}}{\hbar}, & 0 \leq z \leq z_1, z_2 \leq z \leq z_3 \\ \frac{\sqrt{2m_0(E - v |\Psi_s(E, z_{2p})|^2) \pm \hbar\omega}}{\hbar}, & z_1 \leq z \leq z_2 \end{cases} \quad (2.42)$$

Точні частинні розв'язки рівнянь (2.38) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm}(E, z) &= \sum_{p=1}^N \Phi_{\pm}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Phi_{\pm}^{(N+1)}(z_3) \theta(z - z_3) = \\ &= \sum_{p=1}^N \left[\mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z \Psi^{(p)}(E, z) + \frac{e\epsilon}{m_p \omega^2} \frac{d\Psi^{(p)}(E, z)}{dz} \right] \times \\ &\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z_3 \Psi^{(N+1)}(E, z_3) \theta(z - z_3). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Отже, тепер загальні розв'язки рівнянь (2.38) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
\Psi_{\pm 1}(E, z) &= \Psi_{\pm 1}^{(0)}(E, z)\theta(-z) + \Psi_{\pm 1}^{(N+1)}(E, z)\theta(z - z_3) + \sum_{p=1}^N \Psi_{\pm 1}^{(p)}(E, z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\
&= \Psi_{\pm}^{(0)}(E, z)\theta(-z) + (\Psi_{\pm}^{(N+1)}(E, z) + \Phi_{\pm}^{(N+1)}(E, z))\theta(z - z_3) + \\
&+ \sum_{p=1}^N (\Psi_{\pm}^{(p)}(E, z) + \Phi_{\pm}^{(p)}(E, z)) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\
&= B_{\pm}^{(0)}(E) e^{-ik_{\pm}^{(0)}z} \theta(-z) + \left(A_{\pm}^{(N+1)} e^{ik_{\pm}^{(N+1)}z} \mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z_3 \Psi^{(N+1)}(E, z_3) \right) \theta(z - z_3) + \\
&+ \sum_{p=1}^N \left(B_{\pm}^{(p)}(E) e^{-ik_{\pm}^{(p)}z} + A_{\pm}^{(p)}(E) e^{ik_{\pm}^{(p)}z} \mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z \Psi^{(p)}(E, z) + \frac{e\epsilon}{m_p \omega^2} \frac{d\Psi^{(p)}(E, z)}{dz} \right) \times \\
&\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)]
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Отримані повні хвильові функції (2.34) та відповідні їм потоки ймовірностей повинні також задовольняти умови неперервності на всіх гетеромежах наносистеми в довільний момент часу t

$$\left\{ \begin{aligned} &\Psi^{(p)}(E, z_p, t) = \Psi^{(p+1)}(E, z_p, t); \\ &\left. \frac{1}{m_p} \frac{d\Psi^{(p)}(E, z, t)}{dz} \right|_{z=z_p} = \left. \frac{1}{m_{p+1}} \frac{d\Psi^{(p+1)}(E, z, t)}{dz} \right|_{z=z_p} \end{aligned} \right. \quad (p = 0, 1, 2, \dots, N) \tag{2.45}$$

Перепишемо тепер граничні умови (2.45) з використанням зображення хвильової функції $\Psi(E, z, t)$ у одномодовому наближенні (2.36)

$$\left. \begin{aligned} &\Psi^{(p)}(E, z_p) e^{-i\omega_0 t} + \Psi_{+1}^{(p)}(E, z_p) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}^{(p)}(E, z_p) e^{-i(\omega_0 - \omega)t} = \\ &= \Psi^{(p+1)}(E, z_p) e^{-i\omega_0 t} + \Psi_{+1}^{(p+1)}(E, z_p) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}^{(p+1)}(E, z_p) e^{-i(\omega_0 - \omega)t}; \\ &\frac{1}{m_p} \left[\Psi^{(p)}(E, z) e^{-i\omega_0 t} + \Psi_{+1}^{(p)}(E, z) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}^{(p)}(E, z) e^{-i(\omega_0 - \omega)t} \right] \Big|_{z=z_p} = \\ &\frac{1}{m_{p+1}} \left[\Psi^{(p+1)}(E, z) e^{-i\omega_0 t} + \Psi_{+1}^{(p+1)}(E, z) e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}^{(p+1)}(E, z) e^{-i(\omega_0 - \omega)t} \right] \Big|_{z=z_p} \end{aligned} \right\} \tag{2.46}$$

Прирівнюючи коефіцієнти при $e^{i\omega t}$ та $e^{-i\omega t}$ у доданках першого порядку малості, отримується наступна система з $2N + 2$ лінійних неоднорідних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 & A_{\pm}^{(p)}(E)e^{ik_{\pm}^{(p)}z_p} + B_{\pm}^{(p)}(E)e^{-ik_{\pm}^{(p)}z_p} - A_{\pm}^{(p+1)}(E)e^{ik_{\pm}^{(p+1)}z_p} - B_{\pm}^{(p+1)}(E)e^{-ik_{\pm}^{(p+1)}z_p} = 0; \\
 & \frac{ik_{\pm}^{(p)}}{m_p} \left[A_{\pm}^{(p)}(E)e^{ik_{\pm}^{(p)}z_p} - B_{\pm}^{(p)}(E)e^{-ik_{\pm}^{(p)}z_p} \right] - \frac{ik_{\pm}^{(p+1)}}{m_{p+1}} \left[A_{\pm}^{(p+1)}(E)e^{ik_{\pm}^{(p+1)}z_p} - B_{\pm}^{(p+1)}(E)e^{-ik_{\pm}^{(p+1)}z_p} \right] = \\
 & = \mp \frac{eC}{\hbar\omega} \left[\frac{1}{m_{p+1}} - \frac{1}{m_p} \right] \Psi^{(p+1)}(E, z_p) + \frac{eC}{\omega^2} \left[\left(\frac{k_{p+1}}{m_{p+1}} \right)^2 - \left(\frac{k_p}{m_p} \right)^2 \right] \Psi^{(p)}(E, z_p), \\
 & (p = 0, 1, 2, \dots, N)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

з якої визначаються всі коефіцієнти: $B_{\pm}^{(0)}(E)$, $A_{\pm}^{(N+1)}(E)$, $B_{\pm}^{(p)}(E)$, $A_{\pm}^{(p)}(E)$ ($p = 1 \div N$).

Тепер однозначно визначені функції $\Psi_{\pm}(E, z)$, поправка першого порядку $\Psi_1(E, z, t)$, а отже, відома і повна хвильова функція $\Psi(E, z, t)$.

У подальшому будемо вважати, що розміри $(\Delta^- + \Delta^+ + b)$ досліджуваної ДБРТС є малими порівняно з довжиною хвилі електромагнітного поля з яким взаємодіють електрони.

У такому випадку можна знехтувати залежністю напруженості ϵ електричної складової електромагнітного поля від координати z у межах ДБРТС. Отже, знайдена повна хвильова функція електронів, взаємодіючих з періодичним у часі електромагнітним полем, згідно з квантовою механікою визначає густину електронного струму крізь наноструктуру:

$$J(E, z, t) = \frac{ie\hbar n_0}{2m(z)} \left[\Psi(E, z, t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(E, z, t) - \Psi^*(E, z, t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi(E, z, t) \right]. \tag{2.48}$$

Розрахуємо тепер енергію $\mathcal{E}$, яку може отримати чи передати електрон електромагнітному полю за період $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Згідно з електродинамікою вона рівна:

$$\mathcal{E} = \int_0^T dt \int_0^{z_3} J(E, z, t) \epsilon(z, t) dz = z_3 \int_0^T \epsilon(t) j(E, t) dt, \quad (2.49)$$

де

$$j(E, t) = \frac{1}{z_3} \int_0^{z_3} J(E, z, t) dz, \quad (z_3 = \Delta^- + \Delta^+ + b) \quad (2.50)$$

густина наведеного струму.

Оскільки фаза густини наведеного струму в загальному випадку зміщена по відношенню до фази електричної складової електромагнітного поля $\epsilon(t)$ на величину $\Delta\varphi$, то вводиться комплексна динамічна провідність

$$\sigma = \text{Re } \sigma + i \text{Im } \sigma, \quad (2.51)$$

яка пов'язана з наведеним струмом

$$i(E, t) = \text{Re}(\sigma) \epsilon(t) = 2\epsilon \text{Re}(\sigma) \cos(\omega t). \quad (2.52)$$

Тепер з (2.49) з урахуванням (2.52) отримується

$$\mathcal{E} = 4z_3 \epsilon^2 \text{Re}(\sigma) \int_0^T \cos^2(\omega t) dt = 2z_3 \epsilon^2 T \text{Re}(\sigma). \quad (2.53)$$

З іншого боку, енергія ($\mathcal{E}$) взаємодії електрона з електромагнітним полем тепер може бути обчислена як сума енергій електронних хвиль, які внаслідок існування струму в ДБРТС виходять з обох її сторін:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \frac{\hbar\omega T}{e} \{ & [J(E + \hbar\omega, z = z_3, t) - J(E - \hbar\omega, z = z_3, t)] - \\ & - [J(E + \hbar\omega, z = 0, t) - J(E - \hbar\omega, z = 0, t)] \}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Тепер можна виконати розрахунок $\mathcal{E}$, знаходячи попередньо густини електронних потоків, що мають енергії $\hbar(\omega \pm \omega_0)$.

Використовуючи (2.48), а також явний вигляд функцій $\Psi_{\pm}(E, z)$, розраховуються густини електронних потоків справа від ДБРТС

$$J_{\pm}(E, \hbar\omega, b) = \frac{e\hbar}{2m_0} \left(2k_{\pm} |A_{\pm}^{(N+1)}(E)|^2 + 2k |P_{\pm}(E)|^2 + (k + k_{\pm}) (P_{\pm}^*(E) A_{\pm}^{(N+1)}(E) + P_{\pm}(E) A_{\pm}^{(N+1)*}(E)) \right) \quad (2.55)$$

та зліва від неї

$$J_{\pm}(E, \hbar\omega, 0) = \frac{e\hbar}{m_0} k_{\pm} |B_{\pm}^{(0)}(E)|^2, \quad (2.56)$$

де

$$P_{\pm}(E) = \mp \frac{e\epsilon z_3}{\hbar\omega} A_{\pm}^{(N+1)}(E). \quad (2.57)$$

Враховуючи тепер, що другий та третій доданки у (2.55) будучи пропорційними ϵ як малому параметру, дають набагато менший вклад у густину струму, ніж перший. Прирівнюючи між собою вирази (2.53) та (2.54), отримаємо кінцевий вираз для дійсної величини наведеної провідності (σ) ДБРТС. Як функція від частоти (ω) електромагнітного поля та енергії (E) пучка налітаючих на наносистему та взаємодіючих між собою всередині неї електронів з концентрацією n_0 , $\sigma(E, \omega)$ визначає величину від'ємної чи позитивної активної динамічної провідності наносистеми:

$$\sigma(E, \omega) = \sigma^+(E, \omega) + \sigma^-(E, \omega). \quad (2.58)$$

Тут

$$\begin{aligned} \sigma^+(E, \omega) &= \frac{\hbar^2 \omega n_0}{2m_0 z_3 \epsilon^2} \left(k_+^{(0)} |B_+^{(0)}(E)|^2 - k_-^{(0)} |B_-^{(0)}(E)|^2 \right), \\ \sigma^-(E, \omega) &= \frac{\hbar^2 \omega n_0}{2m_0 z_3 \epsilon^2} \left(k_+^{(N+1)} |A_+^{(N+1)}(E)|^2 - k_-^{(N+1)} |A_-^{(N+1)}(E)|^2 \right), \end{aligned} \quad (2.59)$$

- парціальні складові динамічної провідності, що зумовлені потоками електронів, які виходять уперед ($\sigma^+(E, \omega)$) і назад ($\sigma^-(E, \omega)$) по відношенню до початкового напрямку потоку, який падає на ДБРТС.

Оскільки величини коефіцієнтів $B_{\pm}^{(0)}(E)$, $A_{\pm}^{(N+1)}(E)$, $A_{\pm}^{(p)}(E)$, $B_{\pm}^{(p)}(E)$ ($p=0 \div N$) згідно з (2.47) пропорційні величині амплітуди напруженості електричного поля ϵ , то із залежностей (2.59) випливає, що величина активної динамічної провідності, розрахована в наближенні слабого сигналу, як і повинно було бути, не залежить від амплітуди ϵ .

Отже, у малосигнальному підході побудовано послідовну аналітичну теорію наведеної активної динамічної провідності двобар'єрної РТС відносно потоку взаємодіючих між собою і з електромагнітним полем електронів. Аналіз властивостей наведеної динамічної провідності ДБРТС з заданими фізичними та геометричними параметрами виконується у наступному параграфі.

2.4. Аналіз спектральних параметрів та активної динамічної провідності електронів двобар'єрною резонансно-тунельною структурою з урахуванням електрон-електронної взаємодії

Вплив міжелектронної взаємодії на коефіцієнт прозорості, спектральні параметри і динамічну провідність відкритої ДБРТС будемо вивчати на прикладі часто експериментально досліджуваної плоскої наноструктури з $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ - ямами і $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ - бар'єрами з фізичними параметрами, що приведені у табл. 2.1

Таблиця. 2.1.

	m_e	a , (нм)	Висота потенціального бар'єра	Концентрація електронів
$\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$	0,046	0,587	U=516 меВ	$n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$
$\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$	0,089	0,587		

Щоб з'ясувати характер змін коефіцієнта прозорості $D(E, \nu)$ і активної провідності $\sigma(E, \omega, \nu)$ у залежності від величини ν , на рис. 2.2а, б приведено приклади залежностей $|\Psi_0(E, z)|^2$ від координати (z) і енергії (E), розраховані в околах резонансних енергій двох перших квазістаціонарних станів ($n=1; 2$) при різних величинах енергії міжелектронної взаємодії (ν). З цього рисунка видно, що незалежно від величини ν функція $|\Psi(E, z)|^2$ при $E = \text{const}$, у околах n -го

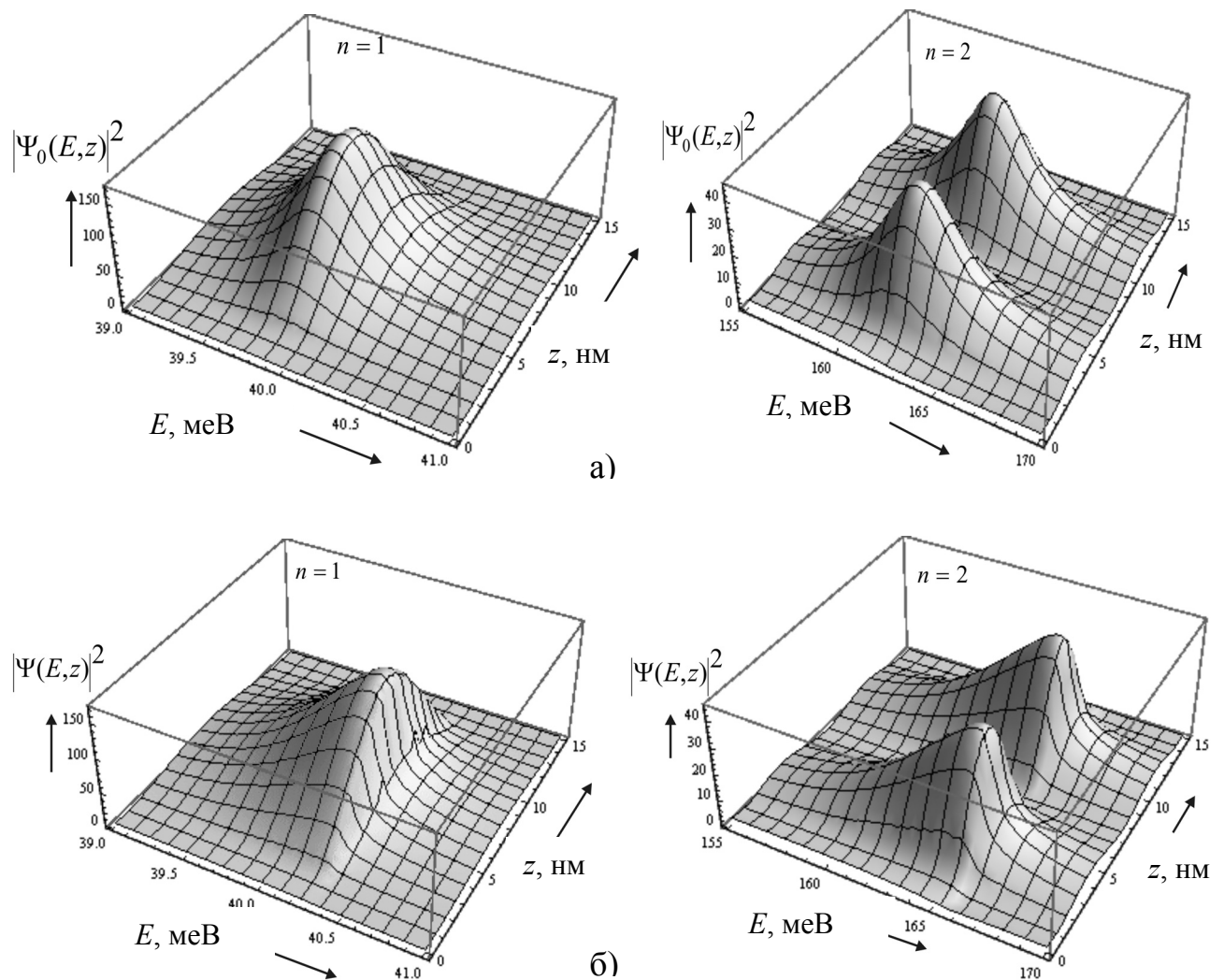


Рис. 2.2. Еволюція $|\Psi(E, z)|^2$ двох перших КСС ($n=1, 2$): а) $\nu=0$ ($n=1, 2$); б) $\nu=10^{-3}$ меВ ($n=1$), $\nu=0,1$ меВ ($n=2$) при параметрах ДБРТС $\Delta^- = \Delta^+ = 2,1$ нм, $b=10,8$ нм.

КСС, має n максимумів, як і у випадку закритої наносистеми. При фіксованому значенні координати величина $|\Psi(E, z = \text{const})|^2$, як функція від енергії, відхиляється від лоренцової форми і деформується так, що її високоенергетичне крило все крутіше опускається, а низькоенергетичне, поступово піднімаючись, стає більш пологим.

Виявлені властивості $|\Psi(E, z)|^2$ зумовлюють еволюцію форми коефіцієнта прозорості $D(E, \nu)$, у залежності від енергії (E) у околах першого і другого КСС при різних значеннях потенціалу (ν) міжелектронної взаємодії, що приведена на рис. 2.3. Для порівняння, на цьому ж рисунку приведено еволюцію $D(E, \nu)$ зі зміною ν у часто застосовній δ -бар'єрній моделі для ДБРТС з тими ж параметрами.

З рис. 2.3 видно, що оскільки δ -бар'єрна модель, по відношенню до моделі прямокутних потенціалів завищує величини резонансних енергій КСС електрона на десятки відсотків, а резонансні ширини – у десятки разів [101], так і міжелектронна взаємодія у більш реалістичній моделі приводить до суттєвої деформації форми коефіцієнта прозорості вже при електрон-електронній взаємодії на два порядки меншій, ніж у δ -бар'єрній моделі.

З рис. 2.3 видно також, що при $\nu = 0$ у обох моделях еволюція $D(E, \nu)$ якісно однакова. Коефіцієнт прозорості $D(E, \nu)$ у всіх КСС має форму кривої Лоренца з максимальним значенням $D(E_n, \nu) = 1$ при всіх резонансних енергіях $E_n(0)$ з півширинами $\Gamma_n(0)$. Зі збільшенням енергії електрон-електронної взаємодії форма коефіцієнта $D(E, \nu)$ в околах перенормованих резонансних енергій ($E_n(\nu)$) усіх КСС спочатку стає квазілоренцевою. З подальшим збільшенням ν функція $D(E, \nu)$ все більше деформується так, що її низькоенергетичне крило в околі максимуму повільно піднімається, набуваючи квазілінійної залежності від E , а високоенергетичне крило різко, майже прямовисно опускається. Отже, при досить великих значеннях ν (тим більших,

чим більші номери КСС) форма $D(E, \nu)$, як видно з рис. 2.3, у околах перенормованих взаємодією резонансних енергій ($E_n(\nu)$) різко відрізняється від лоренцової і стає клиноподібною. Внаслідок цього виникає потреба так узагальнити поняття резонансних енергій ($E_n(\nu)$) і ширин ($\Gamma_n(\nu)$) симетричної лоренцівської кривої, щоб вони були поширені на клиноподібну форму $D(E, \nu)$.

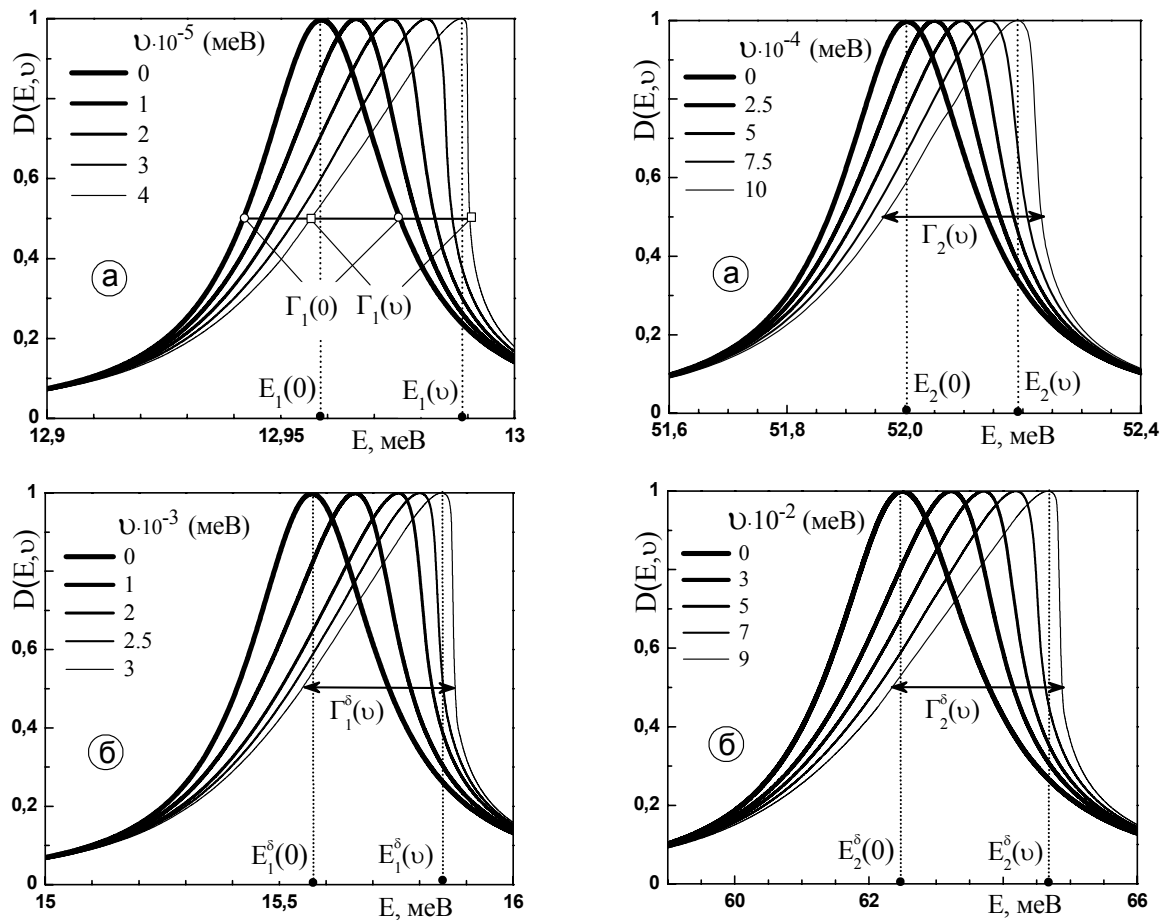


Рис. 2.3. Залежності коефіцієнта прозорості D від енергії E у околах двох перших КСС при різних значеннях енергії міжелектронної взаємодії ν для ДБРТС з параметрами $\Delta^- = \Delta^+ = 2,4$ нм, $b = 21,6$ нм. а) Модель прямокутних потенціалів; б) δ -бар'єрна модель.

Спосіб реалізації узагальнення наочно видно з рис. 2.4. Справді, узагальнення резонансних енергій ($E_n(\nu)$) очевидне, а узагальнені резонансні

ширини ($\Gamma_n(\nu)$) n -го КСС доцільно увести як суму низько – ($\gamma_{nd}(\nu)$) і високоенергетичних півширин ($\gamma_{nh}(\nu)$), бо, оскільки, $\gamma_{nd}(\nu \rightarrow 0) = \gamma_{nh}(\nu \rightarrow 0) = \Gamma(0)/2$, то саме це забезпечує правильний граничний перехід $\Gamma_n(\nu \rightarrow 0) = \Gamma_n$.

Доцільність і зручність використання узагальнених резонансних енергій і ширин, як узагальнених спектральних параметрів коефіцієнта $D(E, \nu)$, ілюструє рис. 2.4 на якому показана залежність від величини міжелектронної взаємодії узагальненої резонансної енергії $E_n(\nu)$, а через відстань між лініями $E_n(\nu) - \gamma_{nd}(\nu)$ і $E_n(\nu) + \gamma_{nh}(\nu)$ і узагальненої резонансної ширини $\Gamma_n(\nu)$.

Оскільки на практиці часто доводиться мати справу з несиметричними структурами, то важливо дослідити поведінку узагальнених резонансних ширин та енергій у залежності від енергії міжелектронної взаємодії в ДБРТС з різними товщинами вхідного (Δ^-) та вихідного (Δ^+) бар'єрів. Для того, щоб мати змогу якісно та кількісно узагальнити результати дослідження, розглянемо несиметричну ДБРТС, товщини ($\Delta^\pm$) обох бар'єрів якої задовільняють умову $\Delta = \Delta^- + \Delta^+ = 4,2$ нм.

На рис. 2.4 показана залежність резонансних енергій та ширин перших двох КСС від енергії міжелектронної взаємодії (ν) при різних величинах Δ^- і Δ^+ . Приведені залежності повністю пояснюють квазілоренцову форму залежності коефіцієнта прозорості $D(E, \nu)$ від енергії E .

З рис. 2.4 видно, що зі зменшенням товщини (Δ^-) вхідного бар'єра і збільшенням на таку ж саму величину товщини (Δ^+) вихідного бар'єра резонансні енергії та ширини зростають. Узагальнені резонансні ширини $\gamma_{nd}(\nu)$ і $\gamma_{nh}(\nu)$ при всіх співвідношеннях товщин бар'єрів, за малих значень ν , спочатку майже рівні між собою ($\gamma_{nd}(\nu) \approx \gamma_{nh}(\nu)$). Зі збільшенням енергії міжелектронної взаємодії $\gamma_{nh}(\nu)$ зменшується, а $\gamma_{nd}(\nu)$ збільшується, так що при деякому $\nu_{кр}$: $\Gamma_n(\nu_{кр}) = \gamma_{nd}(\nu_{кр})$; $\gamma_{nh}(\nu_{кр})=0$. Зауважимо також, що при зміні величини енергії міжелектронної взаємодії резонансна ширина $\Gamma_n(\nu) = \gamma_{nh}(\nu) + \gamma_{nd}(\nu) = const$.

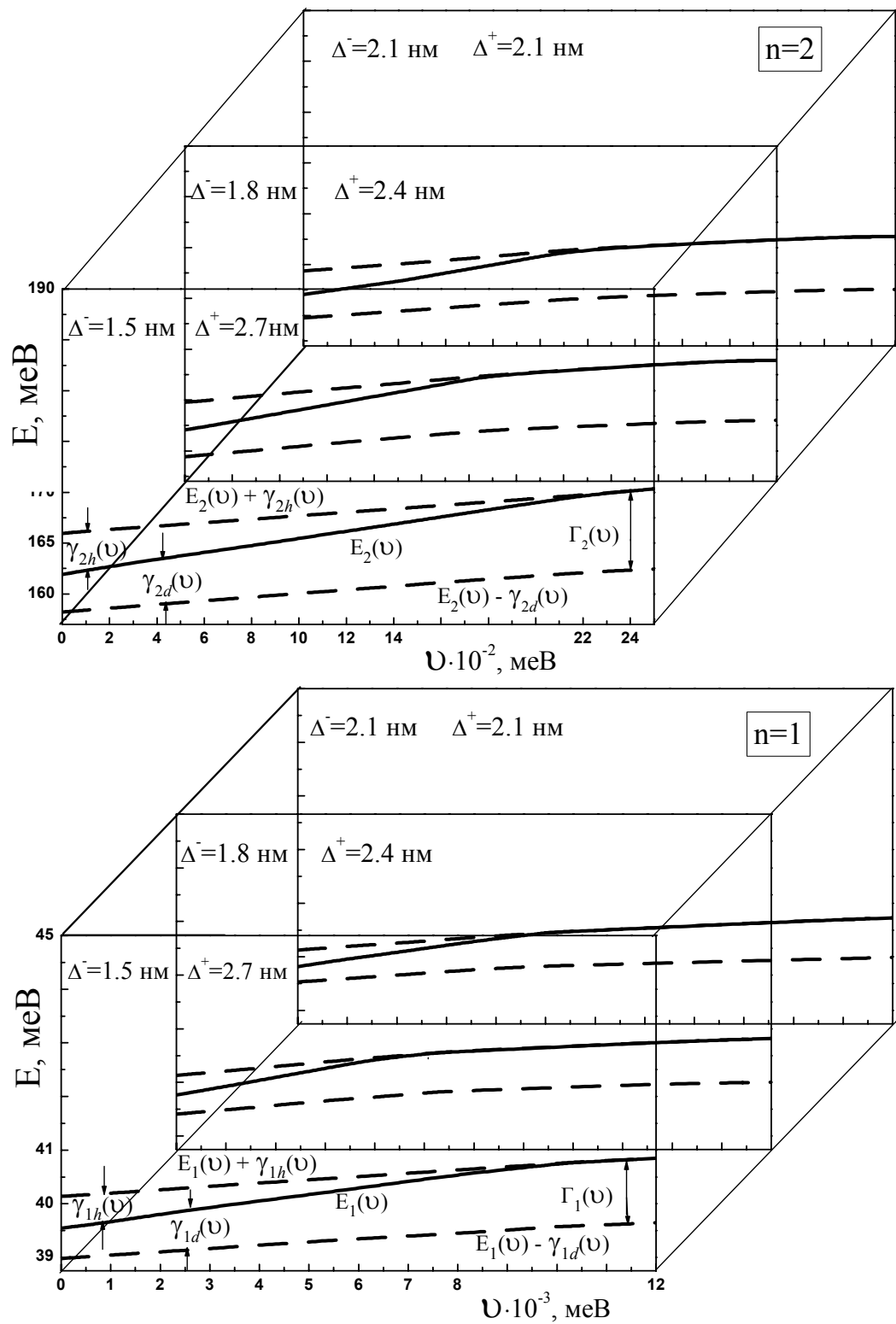


Рис. 2.4. Залежності резонансних енергій (E_n) і ширин (Γ_n) перших двох КСС електрона від енергії міжелектронної взаємодії U в несиметричній ДБРТС з геометричними параметрами $b = 10,8$ нм, $\Delta = \Delta^- + \Delta^+ = 4,2$ нм.

Також з рис. 2.4. видно, що для кожної двобар'єрної наноструктури з різним співвідношенням Δ^- і Δ^+ існує своє значення $\nu_{кр}$, яке зростає зі збільшенням різниці між товщинами обох бар'єрів. Це пояснюється тим, що міжелектронна взаємодія у симетричних ДБРТС проявляється при менших значеннях енергії міжелектронної взаємодії, ніж в структурах з різними товщинами вхідного і вихідного бар'єрів.

При розрахунку активної динамічної провідності ДБРТС з урахуванням міжелектронної взаємодії розглядався моноенергетичний пучок електронів з концентрацією $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, що часто має місце в експериментальних дослідженнях ККЛ та ККД [3-27].

Так як активна динамічна провідність σ ДБРТС через спектральні параметри квазістаціонарних станів електрона залежить від геометричних параметрів РТС, то вона суттєво залежить і від енергії E падаючих на систему електронів, і від енергії $\Omega = \hbar\omega$ взаємодіючого з ними поля. Основні властивості σ як функції від E і Ω для ДБРТС у випадках квантового каскадного лазера і детектора зображено на рис. 2.5.а, б. відповідно.

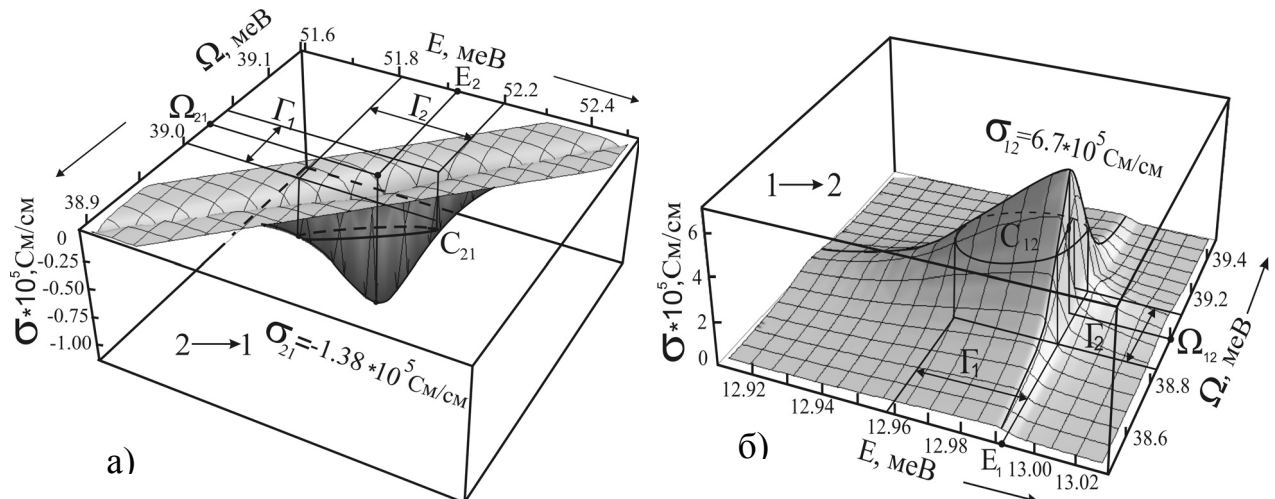


Рис. 2.5. Залежності динамічних провідностей $\sigma(E, \Omega)$ від енергій електрона (E) та електромагнітного поля (Ω), розраховані для ДБРТС з геометричними параметрами $b = 21,6 \text{ нм}$; $\Delta^- = \Delta^+ = 4,2 \text{ нм}$. а) лазерний; б) детекторний квантові переходи.

Розрахунок $\sigma(E, \Omega)$ лазерного переходу виконувався в такому інтервалі енергій E , який містить енергію другого електронного резонансу E_2 і в інтервалі енергій електромагнітного поля Ω , що містить енергію електромагнітної хвилі $\Omega_{21} = E_2 - E_1$ випроміненої в результаті квантового переходу з квазістаціонарного стану з енергією E_2 у стан з енергією E_1 . Розрахунок $\sigma(E, \Omega)$ у детекторному переході виконувався в інтервалі енергій, що містить енергію першого електронного резонансу E_1 , на який подається потік електронів, та в інтервалі енергій електромагнітного поля Ω , що містить енергію електромагнітної хвилі $\Omega_{12} = E_2 - E_1$, поглинутої в результаті квантового переходу з квазістаціонарного стану з енергією E_1 у стан з енергією E_2 . У випадку лазерного переходу виникає від'ємна активна провідність, а у випадку детекторного – додатна.

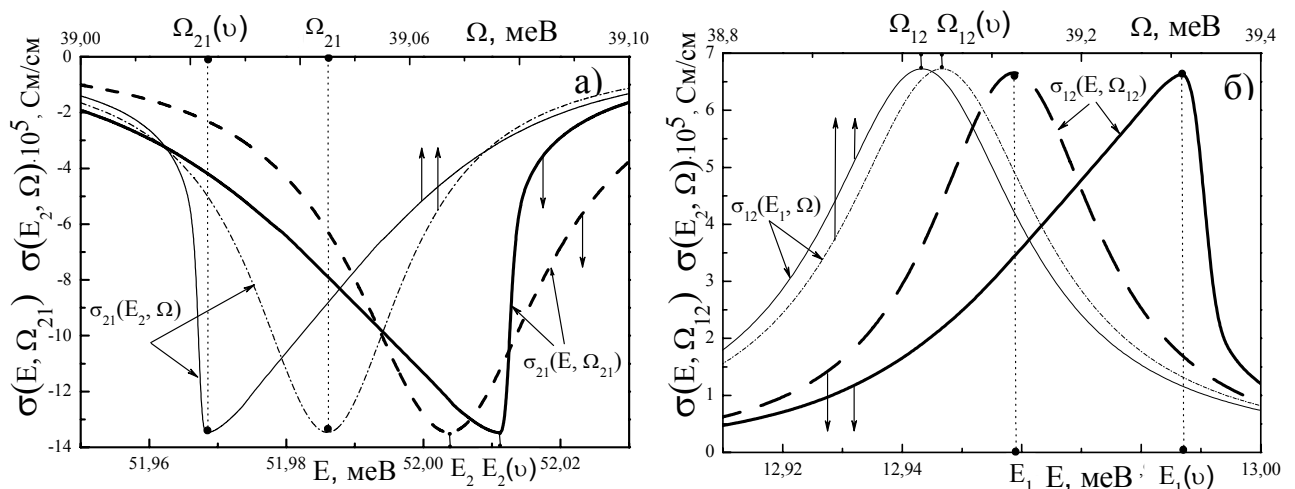


Рис. 2.6. Залежності негативної (а) і позитивної (б) динамічних провідностей (σ) від енергій E ($\Omega = const$) та Ω ($E = const$) при $\nu = 0$ меВ (жирна суцільна та штрихова криві) і $\nu = 5 \cdot 10^{-4}$ меВ (тонка суцільна та штрихова криві).

З рис. 2.6 а, б. видно основні властивості функції $\sigma(E, \Omega)$ як функцій E і Ω , що зумовлені квантовими переходами між електронними

квазістаціонарними станами з випромінюванням чи поглинанням енергії електромагнітного поля. В площині (E, Ω) у точці $(E_2, \Omega_{21} = E_2 - E_1)$ при лазерному переході і в точці $(E_1, \Omega_{12} = E_2 - E_1)$ при детекторному, функція $\sigma(E, \Omega)$ досягає відповідно мінімального $\sigma_{21} = \sigma(E_2, \Omega_{21})$ та максимального $\sigma_{12} = \sigma(E_1, \Omega_{12})$ значень. Перетини поверхні $\sigma(E, \Omega)$ вертикальними площинами, що проходять через $\sigma_{21}(E, \Omega)$ та $\sigma_{12}(E, \Omega)$, утворюють лінії, що мають квазілоренцову форму при $\nu = 0$ і клиноподібну форму при великих значеннях ν (рис. 2.6а, б).

Як видно з рис. 2.6а, б, екстремуми функцій $\sigma(E, \Omega = \text{const})$ лазерного (а) чи детекторного (б) переходів зі збільшенням взаємодії (ν) зміщуються в область більших енергій. При цьому в шкалі електронних енергій (E) їм відповідають резонансні енергії другого (E_2) та першого (E_1) КСС відповідно.

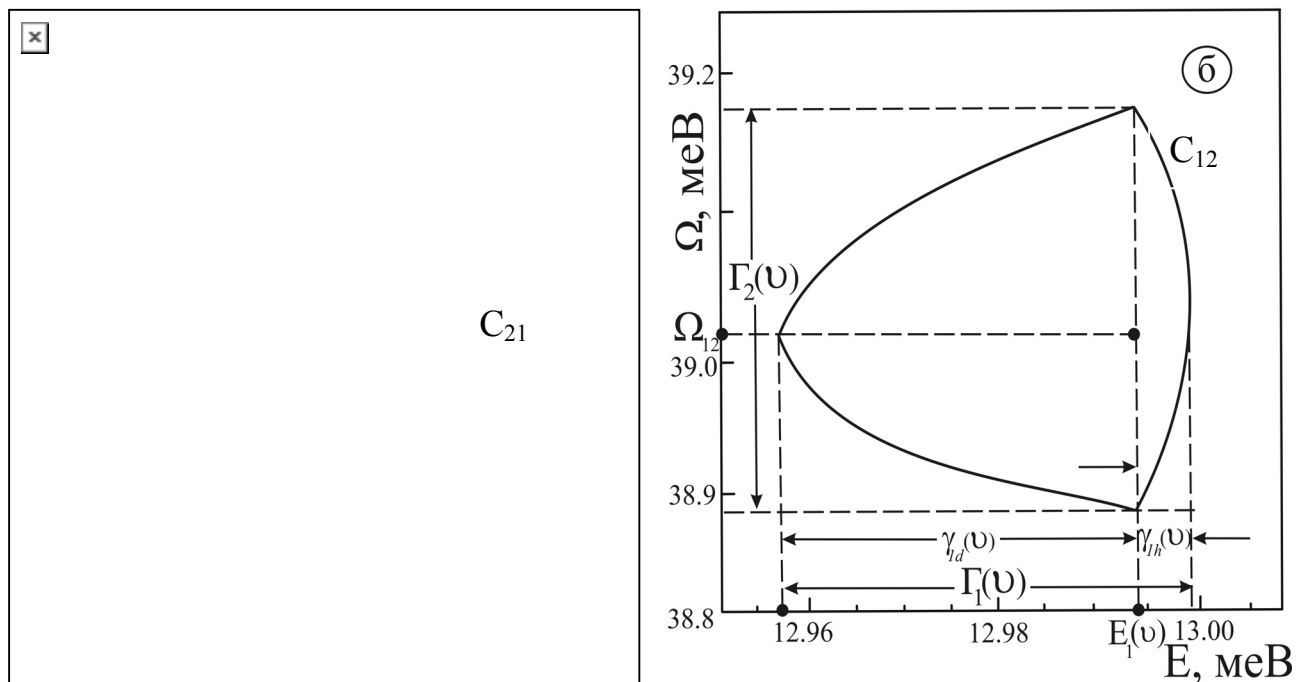


Рис. 2.7. Контури $C(E, \Omega)$ негативної (а) та позитивної (б) провідностей. Зв'язок проекцій контурів на площину (E, Ω) зі спектральними параметрами (резонансними енергіями та ширинами) першого та другого КСС при $\nu = 5 \cdot 10^{-4}$ meV.

Збільшення взаємодії (ν), незалежно від знака динамічної провідності σ , деформує її залежність від E від квазілоренцевої форми до клиноподібної так, що її низькоенергетичне крило залежить від E лінійно, а високоенергетичне круто спадає за величиною.

Перетин поверхонь $\sigma(E, \Omega)$ горизонтальною площиною, що проходить на висоті $\sigma_{21}/2$ чи $\sigma_{12}/2$, утворює замкнуті контури (C_{12}, C_{21}), проєкції яких на відповідні осі площини (E, Ω) , як видно з рис. 2.7а, б, практично збігаються зі спектральними параметрами тих робочих КСС, між якими відбувається квантовий перехід, що формує піки $\sigma(E, \Omega)$ у випадку лазерного (а) та детекторного (б) переходів.

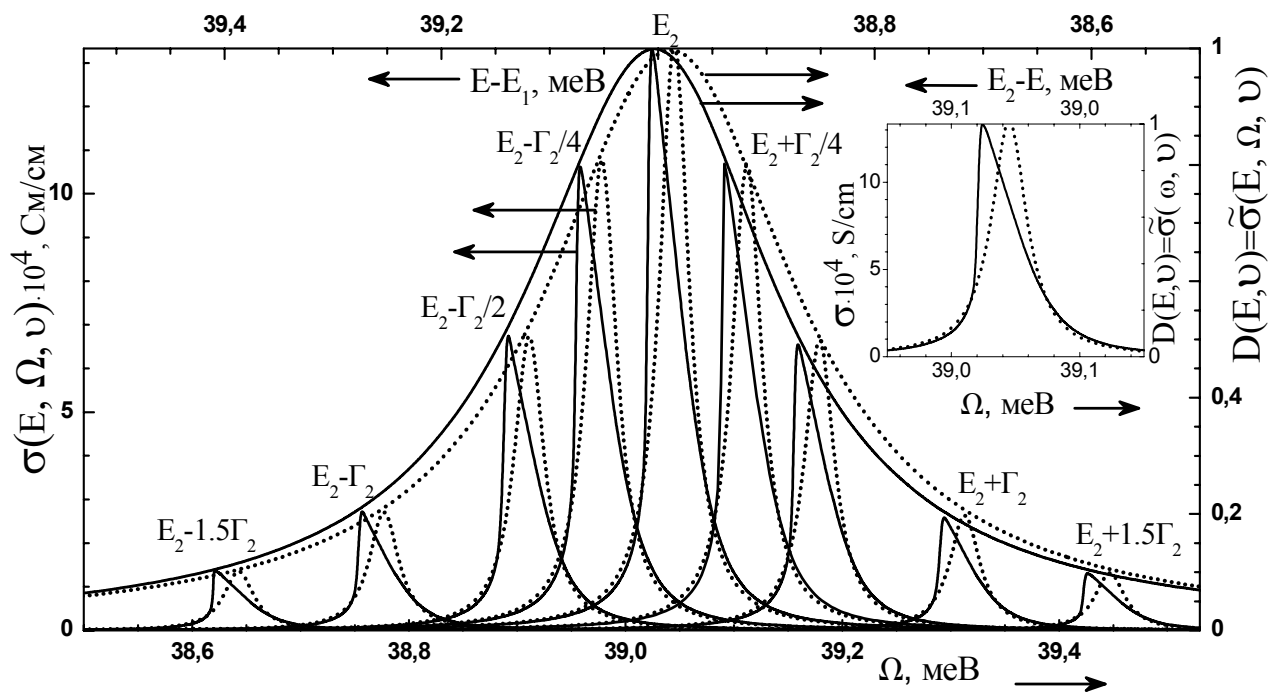


Рис. 2.8. Активна провідність σ як функція від енергії Ω електромагнітного поля при різних значеннях енергії E електрона, ліва і нижня шкали відповідно. Коефіцієнт прозорості D як функція енергії E , права та верхня шкали відповідно. Пунктирні криві: $\nu = 0$ меВ, суцільні криві: $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ меВ.

На рис.2.8 наведено розраховані на прикладі ДБРТС з геометричними параметрами $\Delta^- = \Delta^+ = 2,4$ нм, $b = 21,6$ нм залежності від енергії електромагнітного поля (Ω) абсолютної величини негативної провідності $\sigma(E, \Omega, \nu)$ при $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ меВ для кількох (вказаних на рисунку) значень електронної енергії (E) у діапазоні $E_2 - 3\Gamma_2/2 \leq E \leq E_2 + 3\Gamma_2/2$. В околі узагальненої резонансної енергії другого КСС на основному рисунку і в околі першого КСС – на вставці у тій же шкалі енергій (E), що і (Ω), і при таких самих значеннях ν , наведено залежності коефіцієнта прозорості від енергії електронів.

З рис 2.8 видно, що незалежно від величини ν , коефіцієнт прозорості $D(E, \nu)$ в околі узагальненої резонансної енергії другого КСС практично збігається (так, що на рисунку різниця непомітна) із залежністю від Ω нормованої огинаючої по енергії E функції

$$\tilde{\sigma}(E, \Omega, \nu) = \frac{\sigma(E, \Omega, \nu)}{\sigma(E_2(\nu), E_2(\nu) - E_1(\nu), \nu)}, \quad (2.59)$$

а в околі енергії першого КСС він збігається з нормованою величиною активної провідності

$$\tilde{\sigma}(E_2, \Omega, \nu) = \frac{\sigma(E_2, \Omega, \nu)}{\sigma(E_2(\nu), \Omega, \nu)}. \quad (2.60)$$

З цього рисунка видно також, що міжелектронна взаємодія, практично не впливаючи на максимальну величину провідності $\sigma(E, \Omega)$, слабо зміщує, пропорційно до величини енергії взаємодії $\nu \max |\Psi(E, z)|^2$ всю функцію $\sigma(E, \Omega)$ в область менших частот, деформуючи її форму від лоренцової до клиноподібної.

Висновки до розділу 2

1. На основі запропонованого рекурсивного методу розв'язування стаціонарного нелінійного рівняння Шредінгера розвинуто теорія коефіцієнта прозорості та спектральних параметрів (резонансних енергій та ширин) КСС в ДБРТС з урахуванням електрон-електронної взаємодії. Показано, що збільшення міжелектронної взаємодії деформує форму коефіцієнта прозорості $D(E, \nu)$ від квазілоренцової до клиноподібної, зміщуючи його максимум в область більших електронних енергій. Для випадків нелоренцової форми залежності коефіцієнта прозорості від енергії електронів запропоновано поняття узагальнених резонансних енергій $E_n(\nu)$ та ширин $\Gamma_n(\nu)$.

2. У малосигнальному наближенні на основі рекурсивного розв'язування повного нелінійного рівняння Шредінгера з урахуванням міжелектронної взаємодії розвинуто теорію електронної провідності відкритої ДБРТС, як активного елемента квантового каскадного лазера чи квантового каскадного детектора.

3. Встановлено, що міжелектронна взаємодія слабо змінює величину динамічної провідності i , незалежно від її знака, зміщує положення максимуму в область більших енергій електромагнітного поля. При значній величині міжелектронної взаємодії, динамічна провідність σ , як функція електронної енергії, набуває клиноподібної форми, а як функція енергії електромагнітного поля – залишається квазілоренцовою.

4. Показано, що наявність детальної інформації про залежність величини σ від E та Ω , дає змогу оцінити важливі спектральні параметри величин узагальнених резонансних енергій та ширин електронних КСС.

РОЗДІЛ 3

ДИНАМІЧНА ПРОВІДНІСТЬ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР З НЕПАРНОЮ (ПАРНОЮ) КІЛЬКІСТЮ КВАНТОВИХ ЯМ У АКТИВНІЙ ЗОНІ КВАНТОВИХ КАСКАДНИХ ЛАЗЕРІВ (ДЕТЕКТОРІВ)

Робота квантових каскадних лазерів та детекторів суттєво залежить від фізичних параметрів їх основних складових елементів: активної зони та інжектора в ККЛ і активної зони та екстрактора у ККД. Як відомо [3-27], геометричний дизайн активних зон обох наноприладів, в основному формує частоти випромінювання електромагнітного поля ККЛ і поглинання в ККД. Геометричний дизайн інжектора ККЛ вибирається так, щоб він забезпечував релаксацію і транспорт електронів з одного каскаду в інший у однакові квазістаціонарні стани для виконання умови когерентності.

Геометричний дизайн екстрактора ККД вибирається таким, щоб він забезпечував релаксацію енергії збудження через випромінювання фононів по так званій “фононній драбині” з тим, щоб електронний потік потрапляв у основний КСС кожного наступного каскаду.

Адекватна теорія, яка б описувала фізичні процеси у відкритих багат шарових РТС, що забезпечують роботу ККЛ та ККД, поки що відсутня. Отже, метою цього розділу є побудова теорії КСС і динамічної провідності електронів відкритими нано-РТС у постійному електричному полі з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем. Розвинута теорія дасть змогу вибором геометричного дизайну активних зон та окремих каскадів ККЛ і ККД оптимізувати роботу цих наноприладів.

Оскільки в переважній більшості експериментальних робіт вибір геометричного дизайну ґрунтується на оцінці енергетичного спектру і сил осциляторів квантових переходів у закритих системах, то для оцінки

оптимальності того чи іншого геометричного дизайну активної зони та окремого каскаду буде розвинута теорія стаціонарного спектру та сил осциляторів квантових переходів у відповідних закритих системах.

3.1 Стаціонарний електронний спектр та сили осциляторів квантових переходів у багат шарових закритих резонансно-тунельних структурах, як грубих моделях квантових каскадних детекторів

Для оцінки частоти електромагнітного випромінювання і необхідних частот фононів для функціонування “фононної драбини” у переважній більшості експериментальних робіт [20-27] виконувався теоретичний розрахунок стаціонарного електронного спектру в спрощеній моделі окремого каскаду як двох незалежних закритих РТС, що імітують активну зону й екстрактор відповідно.

Звичайно, теорію стаціонарного електронного спектру та сил осциляторів квантових переходів у моделі прямокутних потенціалів для закритих наносистем більш доцільно і послідовно побудувати в моделі єдиної закритої РТС як окремого каскаду ККД, оскільки отримані результати можна буде порівняти з тими, що будуть отримані далі у реалістичній моделі відкритого каскаду.

Будемо вивчати плоску закриту багат шарову РТС, яка моделює окремий каскад ККД, що досліджувався в експериментальній роботі [127]. Наносистема містить п’ять шарів-бар’єрів ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та чотири шари-ямами ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$).

Вибравши систему координат так, як показано на рис. 3.1, ефективну масу і потенціальну енергію електрона в закритій РТС (без поля), запишемо у вигляді:

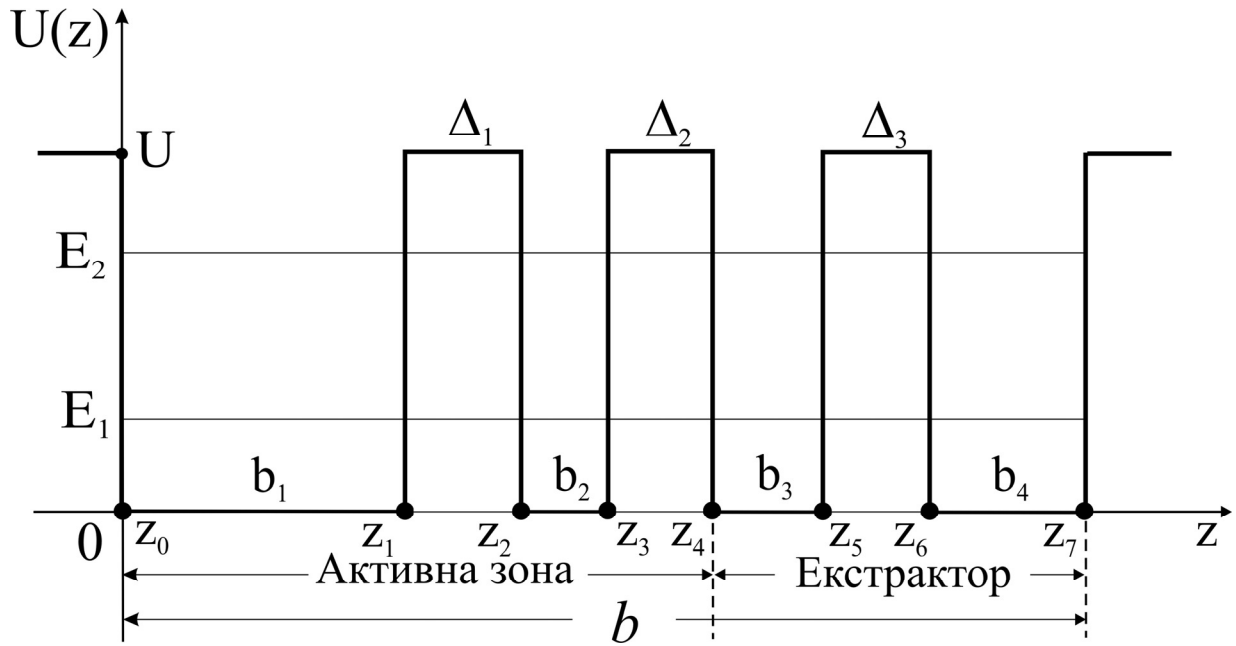


Рис. 3.1. Геометрична та енергетична схеми моделі закритого окремого каскаду квантового каскадного детектора .

$$m(z) = m_1[\theta(-z) + \theta(z - b)] + m_1 \sum_{p=1}^3 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] +$$

$$+ m_0 \sum_{p=0}^3 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (3.1)$$

$$U(z) = U \left([\theta(-z) + \theta(z - b)] + \sum_{p=1}^3 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] \right), \quad (3.2)$$

де m_0 , m_1 - ефективні маси електрона в ямах і бар'єрах РТС відповідно, а U - висота потенціального бар'єра.

Щоб знайти стаціонарний енергетичний спектр і хвильові функції електрона в цій системі, розв'язується стаціонарне рівняння Шредінгера

$$H(z)\Psi(z) = E\Psi(z) \quad (3.3)$$

з гамільтоніаном

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z), \quad (3.4)$$

яке з урахуванням (3.1), (3.2), записується для кожного з шарів РТС, а також зліва й справа від неї - у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} \left(\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E \right) \Psi(z) = 0, & z \in [0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5] \cup [z_6, z_7], \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E \right) \Psi(z) = 0, & z \in (-\infty, 0] \cup [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4] \cup [z_5, z_6] \cup [z_7, \infty). \end{cases} \quad (3.5)$$

Система (3.5) має точні розв'язки, які можна записати у вигляді

$$\Psi(z) = \Psi^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^7 \Psi^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Psi^{(8)}(z)\theta(z - z_7), \quad (3.6)$$

де функції

$$\begin{cases} \Psi^{(0)}(z) = A^{(0)} e^{\chi z}, \\ \Psi^{(p)}(z) = \begin{cases} A^{(p)} e^{ikz} + B^{(p)} e^{-ikz}, & p = 1, 3, 5, 7 \\ A^{(p)} e^{\chi z} + B^{(p)} e^{-\chi z}, & p = 2, 4, 6 \end{cases} \\ \Psi^{(8)}(z) = b^{(8)} e^{-\chi z}, \quad k = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E}; \quad \chi = \hbar^{-1} \sqrt{2m_1 (U - E)}. \end{cases} \quad (3.7)$$

є суперпозиціями лінійно незалежних розв'язків рівнянь (3.5) у відповідних областях змінної z .

На всіх межах наносистеми повинні виконуватися умови неперервності хвильових функцій і потоків їх густин:

$$\Psi^{(p)}(z_p) = \Psi^{(p+1)}(z_p); \quad \left. \frac{d\Psi^{(p)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p-\varepsilon}} = \left. \frac{d\Psi^{(p+1)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p+\varepsilon}}; \quad p = 0 \div 7; \quad (\varepsilon \rightarrow +0). \quad (3.8)$$

У моделі закритої системи хвильові функції повинні прямувати до нуля при $z \rightarrow \pm\infty$, що було враховано в розв'язках рівняння Шредінгера (3.7), де покладено $B^{(0)} = B^{(8)} = 0$. Система рівнянь (3.8) має нетривіальний розв'язок, який приводить до дисперсійного рівняння відносно стаціонарного енергетичного спектру (E_n),

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{\chi}{m_1} & -\frac{ik}{m_0} & \frac{ik}{m_0} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & e^{ikz_p} & e^{-ikz_p} & -e^{\chi z_p} & -e^{-\chi z_p} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \frac{ik}{m_0} e^{ikz_p} & -\frac{ik}{m_0} e^{-ikz_p} & -\frac{\chi}{m_1} e^{\chi z_p} & \frac{\chi}{m_1} e^{-\chi z_p} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & e^{ikz_\gamma} & e^{-ikz_\gamma} & -e^{-\chi z_\gamma} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{ik}{m_0} e^{ikz_\gamma} & -\frac{ik}{m_0} e^{-ikz_\gamma} & \frac{\chi}{m_1} e^{-\chi z_\gamma} \end{pmatrix} = 0, \quad (3.9)$$

а з урахуванням умови нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n^*(z) \Psi_n(z) dz = 1. \quad (3.10)$$

дозволяє визначити усі коефіцієнти $A^{(p)}, B^{(p)}$, а, отже однозначно знайти хвильові функції $\Psi_n(z)$ усіх станів дискретного спектру.

Знайдені хвильові функції $\Psi(z)$ і енергетичний спектр (E_n) дозволяють розрахувати сили осциляторів квантових переходів між електронними стаціонарними станами n і n' :

$$f_{nn'} = \frac{2(E_n - E_{n'})}{\hbar^2} \left\{ m_1 \left(\left| \int_{-\infty}^0 \Psi_n^{(0)*}(z) z \Psi_{n'}^{(0)}(z) dz \right|^2 + \left| \int_{z_7}^{\infty} \Psi_n^{(8)*}(z) z \Psi_{n'}^{(8)}(z) dz \right|^2 \right) + \sum_{p=0}^6 m_p \left| \int_{z_p}^{z_{p+1}} \Psi_n^{(p+1)*}(z) z \Psi_{n'}^{(p+1)}(z) dz \right|^2 \right\}, \quad (3.11)$$

де $m_0 = m_2 = m_4 = m_6$, $m_1 = m_3 = m_5$.

Аналіз властивостей дискретного спектру і сил осциляторів квантових переходів у конкретних РТС у залежності від їх геометричного дизайну буде виконано у параграфі 3.6.

3.2 Теорія квазістаціонарного електронного спектру та активної динамічної провідності багат шарових відкритих резонансно- тунельних структур як відкритих моделей квантових каскадних детекторів

Розглядається плоска відкрита багат шарова РТС, що складається з п'яти шарів-бар'єрів з однакового напівпровідникового матеріалу ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та шістьох шарів квантових ям іншого матеріалу ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), два з яких є зовнішнім середовищем (Рис. 3.2). Така РТС є типовою відкритою системою, що відіграє роль окремого каскаду ККД [127]. При цьому, незалежно від кількості квантових ям та бар'єрів, що складають робочий каскад ККД, його принципова структура в сучасних приладах залишається незмінною: одноямна або двоямна активна зона, де відбувається квантовий перехід електрона з нижчих у вищі КСС з поглинанням енергії електромагнітного поля та екстрактор, в якому відбувається релаксація електронної енергії за рахунок випромінювання фононів [19-23].

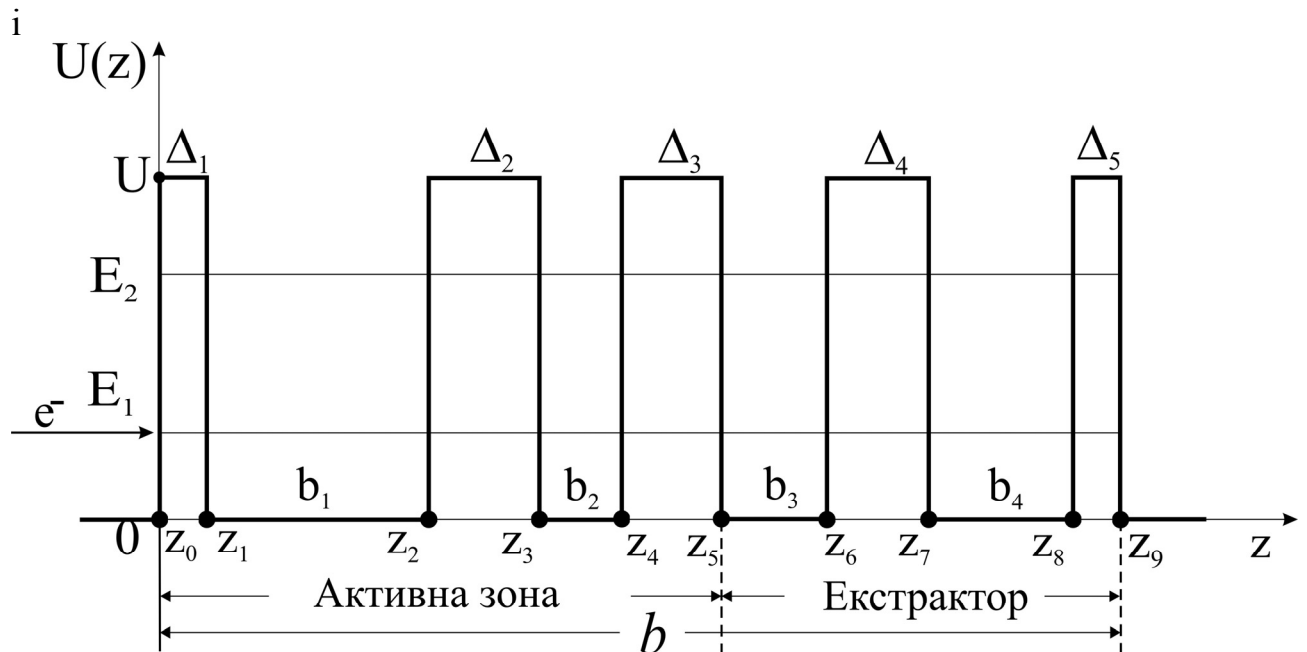


Рис. 3.2. Геометрична та енергетична схеми моделі відкритого окремого каскаду квантового каскадного детектора.

Будемо розглядати окремий каскад ККД, як відкриту багатошарову РТС з відомими геометричними параметрами: товщинами потенціальних бар'єрів $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5)$ та ширинами квантових ям (b_1, b_2, b_3, b_4) .

Досліджуючи РТС у відкритій моделі, будемо вважати, що зліва, перпендикулярно до її шарів, падає моноенергетичний потік невзаємодіючих між собою електронів з енергією E і концентрацією n_0 . Оскільки різниця між сталими ґраток шарів ям a_0 і бар'єрів a_1 є малою, то в подальшому багатошарові РТС як окремі каскади ККЛ чи ККД, будемо розглядати у моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів.

При виборі системи координат так, як показано на рис. 3.2, ефективну масу і потенціальну енергію електрона у відкритій нано-РТС можна записати у такому вигляді:

$$m(z) = m_0[\theta(-z) + \theta(z - b)] + m_0 \sum_{p=1}^4 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + \\ + m_1 \sum_{p=0}^4 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \quad (3.12)$$

$$U(z) = U \sum_{p=0}^4 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})]. \quad (3.13)$$

На відміну від закритої наносистеми, де потік електронів крізь неї був неможливим, потік електронів крізь відкриту РТС існує, оскільки в ній реалізуються квазістаціонарні електронні стани. Процес тунелювання електронів, взаємодіючих зі змінним у часі електромагнітним полем крізь відкриті РТС описується активною динамічною провідністю, яка виникає внаслідок електронних квантових переходів між квазістаціонарними станами з поглинанням чи випромінюванням енергії електромагнітного поля.

Для розрахунку активної динамічної провідності каскаду ККД у моделі відкритої системи потрібно знати електронний квазістаціонарний спектр і

хвильові функції, для чого необхідно розв'язати одомірне стаціонарне рівняння Шредінгера

$$H(z)\Psi(z) = E\Psi(z) \quad (3.14)$$

з гамільтоніаном

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z). \quad (3.15)$$

Рівняння Шредінгера (3.14), записане для кожного з шарів відкритої РТС, а також зліва та справа від неї, має вигляд:

$$\begin{cases} \left(\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E \right) \Psi(z) = 0, & z \in (-\infty, 0] \cup [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4] \cup [z_5, z_6] \cup [z_7, z_8] \cup [z_9, \infty), \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E \right) \Psi(z) = 0, & z \in [0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5] \cup [z_6, z_7] \cup [z_8, z_9]. \end{cases} \quad (3.16)$$

Точні розв'язки рівнянь (3.16) доцільно подати у вигляді

$$\Psi(z) = \Psi^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^9 \Psi^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Psi^{(10)}(z)\theta(z - z_9), \quad (3.17)$$

де функції

$$\begin{cases} \Psi^{(0)}(z) = A^{(0)} e^{ikz} + B^{(0)} e^{-ikz}, \\ \Psi^{(p)}(z) = \begin{cases} A^{(p)} e^{ikz} + B^{(p)} e^{-ikz}, & p = 2, 4, 6, 8 \\ A^{(p)} e^{\chi z} + B^{(p)} e^{-\chi z}, & p = 1, 3, 5, 7, 9 \end{cases} \\ \Psi^{(10)}(z) = A^{(10)} e^{ikz}, \end{cases} \quad (3.18)$$

є суперпозиціями точних лінійно незалежних розв'язків рівнянь (3.16) у відповідних областях змінної z .

Тут

$$k = \frac{\sqrt{2m_0 E}}{\hbar}; \quad \chi = \frac{\sqrt{2m_1 (U - E)}}{\hbar}. \quad (3.19)$$

На всіх межах гетеросистеми повинні виконуватися умови неперервності хвильових функцій і потоків їх густин:

$$\Psi^{(p)}(z_p) = \Psi^{(p+1)}(z_p); \quad \left. \frac{d\Psi^{(p)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p-\varepsilon}} = \left. \frac{d\Psi^{(p+1)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p+\varepsilon}}; \quad p = 0 \div 9; \quad (\varepsilon \rightarrow +0). \quad (3.20)$$

З граничних умов (3.20), а також з умови нормування хвильової функції

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(k, z) \Psi(k', z) dz = \delta(k - k') \quad (3.21)$$

однозначно визначаються всі невідомі коефіцієнти $A^{(0)}$, $B^{(0)}$, $A^{(10)}$, $A^{(p)}$, $B^{(p)}$, ($p = 1 \div 9$), а значить, і хвильова функція $\Psi(E, z)$, яка через відкритість системи залежить не лише від координати z , а й від енергії E .

Електронний спектр відкритої наносистеми є квазістаціонарним з резонансними енергіями (E_n) і резонансними ширинами ($\Gamma_n = \hbar \tau_n^{-1}$), де τ_n - час життя електрона у n -ому квазістаціонарному стані. Як відомо [101], резонансні енергії (E_n) визначаються положеннями у шкалі енергій (E) максимумів функції розподілу ймовірності знаходження електрона у межах РТС

$$W(E) = \frac{1}{z_9} \int_0^{z_9} |\Psi(E, z)|^2 dz = \frac{1}{z_9} \left\{ \sum_{p=0}^8 \int_{z_p}^{z_{p+1}} |\Psi^{(p)}(E, z)|^2 dz \right\}, \quad (3.22)$$

а резонансні ширини (Γ_n) визначаються ширинами цієї функції на половині її максимумів, розташованих при відповідних резонансних енергіях E_n .

Тепер уже можна розв'язувати задачу знаходження динамічної провідності відкритої РТС. Справді, при проходженні електронів крізь відкриту РТС, яка знаходиться в електромагнітному полі, відбуваються квантові переходи між електронними квазістаціонарними станами, що формують активну динамічну провідність, яка й характеризує інтенсивність поглинання енергії електромагнітного поля.

Для розрахунку величини позитивної провідності відкритої РТС, що працює в детекторному режимі, необхідно знати повну залежну від часу хвильову функцію електронів з урахуванням їх взаємодії з електромагнітним полем. Вона визначається повним рівнянням Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z,t)}{\partial t} = (H(z) + H(z,t)) \Psi(z,t), \quad (3.23)$$

де $H(z)$ - гамільтоніан електрона стаціонарної задачі (3.15), а

$$H(z,t) = -e\epsilon [z(\theta(z) - \theta(z - z_9)) + z_9 \theta(z - z_9)] (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (3.24)$$

– гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем частоти ω із амплітудою напруженості ϵ його електричної складової.

Уважаючи, що амплітуда високочастотного електромагнітного поля є малою, у, так званому, малосигнальному наближенні [43], хвильова функція $\Psi(z,t)$, як розв'язок рівняння (3.23) шукається в одномодовому наближенні за теорією збурень

$$\Psi(z,t) = \sum_{S=-1}^{+1} \Psi_S(z) e^{-i(\omega_0 + S\omega)t}, \quad (\omega_0 = E/\hbar) \quad (3.25)$$

де $\Psi_{S=0}(z) \equiv \Psi(z)$ - хвильова функція електрона, однозначно знайдена раніше (3.17).

Для визначення поправок $\Psi_{\pm 1}(z)$ до хвильової функції, вираз (3.25) підставляється у рівняння (3.23), зберігаючи при цьому величини першого порядку малості. Тоді отримуються неоднорідні рівняння

$$[H(z) - \hbar(\omega_0 \pm \omega)] \Psi_{\pm 1}(z) - e\epsilon \{z[\theta(z) - \theta(z - z_9)] + z_9 \theta(z - z_9)\} \Psi(z) = 0, \quad (3.26)$$

розв'язками яких є суперпозиції функцій

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm}(z) + \Phi_{\pm}(z). \quad (3.27)$$

Функції $\Psi_{\pm}(z)$, як розв'язки однорідних рівнянь (3.26), шукаються у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_{\pm}(z) &= \Psi_{\pm}^{(0)}(z) \theta(-z) + \sum_{p=1}^9 \Psi_{\pm}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Psi_{\pm}^{(10)}(z) \theta(z - z_9) = \\ &= B_{\pm}^{(0)} e^{-ik_{\pm} z} \theta(-z) + A_{\pm}^{(10)} e^{ik_{\pm} z} \theta(z - z_9) + \\ &+ \sum_{p=1}^9 \left(A_{\pm}^{(p)} e^{ik_{\pm}^{(p)} z} + B_{\pm}^{(p)} e^{-ik_{\pm}^{(p)} z} \right) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \end{aligned} \quad (3.28)$$

де

$$k_{\pm} = \frac{\sqrt{2m_0(E \pm \Omega)}}{\hbar}; \quad k_{\pm}^{(p)} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2m_0(E \pm \Omega)}}{\hbar}, & p = 2, 4, 6, 8 \\ \frac{\sqrt{2m_1(E - U \pm \Omega)}}{\hbar}, & p = 1, 3, 5, 7, 9 \end{cases}; \quad \Omega = \hbar\omega. \quad (3.29)$$

Частинні розв'язки неоднорідних рівнянь (3.26) знаходяться точно і мають наступний аналітичний вигляд

$$\Phi_{\pm}(z) = \sum_{p=1}^9 \left[\mp \frac{e\epsilon z}{\Omega} \Psi^{(p)}(z) + \frac{e\hbar^2 \epsilon}{m(z)\Omega^2} \frac{d\Psi^{(p)}(z)}{dz} \right] [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \mp \frac{e\epsilon z_9}{\Omega} \Psi^{(10)}(z_9) \theta(z - z_9). \quad (3.30)$$

Умови неперервності повної хвильової функції $\Psi(z, t)$ і відповідних потоків густин ймовірностей на всіх гетеромежах приводять для функцій $\Psi_{\pm 1}(z)$ до граничних умов типу (3.20), із яких однозначно визначаються невідомі коефіцієнти $B_{\pm}^{(p)}, A_{\pm}^{(p)}$ ($p = 0 \div 10$), а, відповідно, і, повна хвильова функція $\Psi(z, t)$.

Далі, виконавши аналітичний розрахунок енергії взаємодії електрона з електромагнітним полем, як суму енергій електронних хвиль, що виходять з обох сторін нано-РТС, у квазікласичному наближенні визначається дійсна частина активної провідності σ через густини потоків електронних хвиль, що виходять з обох сторін нано-РТС

$$\sigma(\Omega, E) = \frac{\Omega}{2be\epsilon^2} \{ [j(E + \Omega, z=b) - j(E - \Omega, z=b)] - [j(E + \Omega, z=0) - j(E - \Omega, z=0)] \}. \quad (3.31)$$

Згідно з квантовою механікою, густини потоків визначаються хвильовою функцією $\Psi(E, z)$

$$j(E, z) = \frac{ie\hbar n_0}{2m(z)} \left[\Psi(E, z) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(E, z) - \Psi^*(E, z) \frac{\partial}{\partial z} \Psi(E, z) \right]. \quad (3.32)$$

У результаті розрахунку дійсної частини активної провідності, вона може бути представлена у вигляді суми двох складових

$$\sigma(\Omega, E) = \sigma^-(\Omega, E) + \sigma^+(\Omega, E), \quad (3.33)$$

де

$$\begin{aligned} \sigma^-(\Omega, E) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2b m_0 \epsilon^2} \left(k_+ |B_+^{(0)}|^2 - k_- |B_-^{(0)}|^2 \right); \\ \sigma^+(\Omega, E) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2b m_0 \epsilon^2} \left(k_+ |A_+^{(10)}|^2 - k_- |A_-^{(10)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Фізичний зміст парціальних складових ($\sigma^\pm$) повної активної динамічної провідності $\sigma(\Omega, E)$ полягає в тому, що вони зумовлені потоками електронів, які, взаємодіючи з високочастотним електромагнітним полем у РТС, виходять з неї вперед (σ^+) і назад (σ^-) по відношенню до початкового напрямку руху.

Аналіз властивостей квазістаціонарного спектру і електронної активної провідності конкретних відкритих багатошарових РТС, як окремих каскадів, у залежності від їх геометричного дизайну буде виконано у параграфі 3.6.

3.3 Стаціонарний електронний спектр та сили осциляторів квантових переходів у багатошарових закритих резонансно-тунельних структурах у поздовжньому постійному електричному полі, як грубих моделях квантових каскадних лазерів

На відміну від ККД, де узгодження роботи каскадів здійснюється “фононною драбиною” екстрактора, який переводить електрони зі збудженого КСС попереднього каскаду в основний КСС наступного, роль “узгоджувача” сусідніх каскадів у ККЛ виконує постійне електричне поле й інжектор, який вибирається так, щоб електронний потік з основного квазістаціонарного стану попереднього каскаду потрапляв у необхідний збуджений КСС наступного каскаду.

У зв’язку з описаною конструкцією ККЛ у грубих теоретичних моделях, що використовувалися в експериментальних роботах [3-27], як правило,

оцінювався енергетичний спектр активної зони і сили осциляторів квантових переходів у закритих моделях.

Оскільки каскад ККЛ є відкритою РТС, у постійному електричному полі, то потрібно розвинути теорію динамічної електронної провідності такою системою, а для порівняння буде вивчатися спектр і сили осциляторів квантових переходів у еквівалентній закритій багатошаровій РТС.

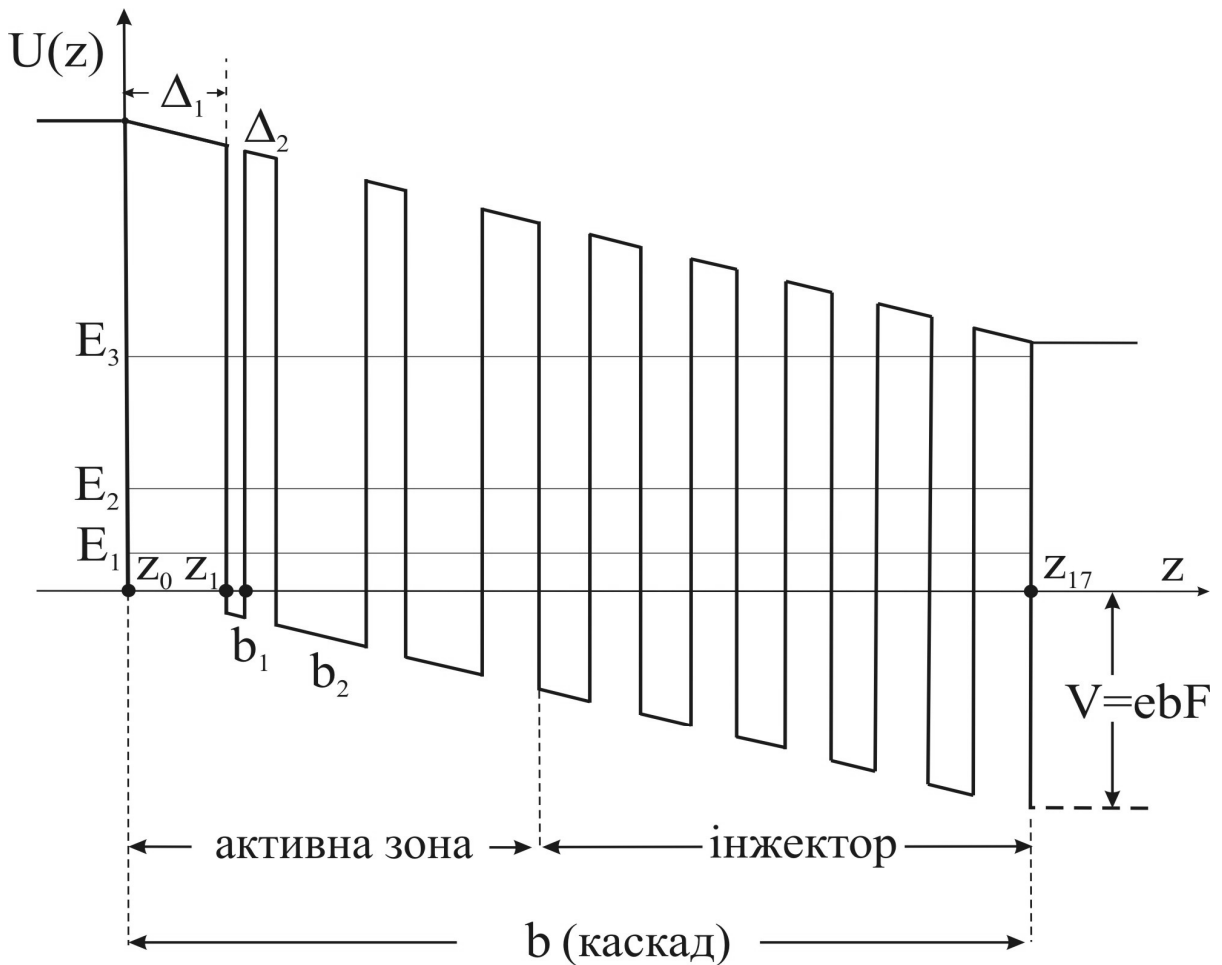


Рис. 3.3. Геометрична та енергетична схеми у моделі закритого окремого каскаду квантового каскадного лазера.

Отже, розглядається багатошарова замкнута РТС з прикладеним до її шарів постійним електричним полем, як модель окремого каскаду ККЛ. Вибираючи систему координат так, як показано на рис. 3.3, ефективну масу електрона та його потенціальну енергію в системі запишемо у вигляді

$$m(z) = m_1[\theta(-z) + \theta(z - b)] + m_1 \sum_{p=1}^8 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + \\ + m_0 \sum_{p=0}^8 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \quad (3.35)$$

$$U(z) = U \left([\theta(-z) + \theta(z - b)] + \sum_{p=0}^8 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \right). \quad (3.36)$$

Потенціальна енергія взаємодії електрона з постійним електричним полем напруженості F , що спрямована вздовж осі Oz , є

$$U_e(z) = eFz[\theta(z - b) - \theta(z)] - V\theta(z - b). \quad (V = eFb) \quad (3.37)$$

Щоб визначити стаціонарний електронний спектр і хвильові функції електрона, потрібно розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера з гамільтоніаном

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + U_e(z), \quad (3.38)$$

записане для кожного з шарів РТС, а також зліва справа від неї

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - U + E \right) \Psi(z) = 0, & z \in (-\infty, 0], \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - E - V \frac{z}{b} \right) \Psi(z) = 0, & \text{у внутрішніх ямах,} \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E - V \frac{z}{b} \right) \Psi(z) = 0, & \text{у внутрішніх бар'єрах,} \\ \left(\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - U + E + V \right) \Psi(z) = 0. & z \in [b, \infty) \end{array} \right. \quad (3.39)$$

Точні розв'язки рівнянь (3.39) можна подати у такому вигляді:

$$\Psi(z) = \Psi^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^{17} \Psi^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Psi^{(18)}(z)\theta(z - b), \quad (3.40)$$

де функції

$$\Psi^{(0)}(z) = A^{(0)} e^{\chi z}; \quad \left(\chi = \frac{\sqrt{2m_1(U - E)}}{\hbar} \right). \quad (3.41)$$

$$\Psi^{(p)}(z) = A^{(p)} Ai(\xi_p(z)) + B^{(p)} Bi(\xi_p(z)); \quad (p=1, 2, \dots, (17)) \quad (3.42)$$

$$\Psi^{(18)}(z) = B^{(18)} e^{-\chi^{(18)} z}; \quad (\chi^{(18)} = \frac{\sqrt{2m_0(U-E-V)}}{\hbar},) \quad (3.43)$$

є суперпозиціями точних лінійно незалежних розв'язків рівнянь (3.39) у відповідних областях змінної z . Тут у аргументах функцій Ейрі $Ai(\xi_p(z))$ та $Bi(\xi_p(z))$ фігурують введені нові змінні

$$\xi_p(z) = \begin{cases} + \left(\frac{2m_1 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{U-E}{V} - \frac{z}{b} \right), & p=1, 3, 5... \\ - \left(\frac{2m_0 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{E}{V} + \frac{z}{b} \right). & p=2, 4, 6... \end{cases} \quad (3.44)$$

Враховуючи те, що хвильові функції електрона повинні прямувати до нуля при $z \rightarrow \pm\infty$, у розв'язках стаціонарного рівняння Шредінгера в зовнішніх шарах було покладено $B^{(0)} = A^{(18)} = 0$. Умови неперервності хвильової функції $\Psi(z)$ та потоку її ймовірності на усіх гетеромежах РТС дають систему рівнянь

$$\Psi^{(p)}(z_p) = \Psi^{(p+1)}(z_p); \quad \left. \frac{d\Psi^{(p)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p-\varepsilon}} = \left. \frac{d\Psi^{(p+1)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p+\varepsilon}}; \quad p=0 \div 17; \quad (\varepsilon \rightarrow +0), \quad (3.45)$$

з якої отримується дисперсійне рівняння для визначення стаціонарного спектру електрона

$$\begin{pmatrix} 1 & -Ai(\xi_1(0)) & -Bi(\xi_1(0)) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \chi & -Ai'(\xi_1(0)) & -Bi'(\xi_1(0)) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ m_1 & m_1 & m_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & Ai(\xi_p(z_p)) & Bi(\xi_p(z_p)) & -Ai(\xi_{p+1}(z_p)) & -Bi(\xi_{p+1}(z_p)) & 0 & 0 \\ 0 & \dots & Ai'(\xi_p(z_p)) & Bi'(\xi_p(z_p)) & -Ai'(\xi_{p+1}(z_p)) & -Bi'(\xi_{p+1}(z_p)) & 0 & 0 \\ 0 & \dots & m_0 & m_0 & m_1 & m_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & Ai(\xi_{17}(z_{17})) & Bi(\xi_{17}(z_{17})) & -e^{-\chi^{(18)} z_{17}} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & Ai'(\xi_{17}(z_{17})) & Bi'(\xi_{17}(z_{17})) & \chi e^{-\chi^{(18)} z_{17}} \end{pmatrix} = 0. \quad (3.46)$$

Система рівнянь (3.39) разом з умовою нормування (3.10) однозначно визначає всі коефіцієнти $A^{(0)}, A^{(p)}, B^{(p)}, B^{(18)}$, а отже, і хвильові функції $\Psi_n(z)$ та енергетичний спектр (E_n) , які дозволяють виконати розрахунок сил осциляторів квантових переходів між стаціонарними електронними станами n і n' :

$$f_{nn'} = \frac{2(E_n - E_{n'})}{\hbar^2} \left\{ m_1 \left(\left| \int_{-\infty}^0 \Psi_n^{(0)*}(z) z \Psi_{n'}^{(0)}(z) dz \right|^2 + \left| \int_{z_{17}}^{\infty} \Psi_n^{(18)*}(z) z \Psi_{n'}^{(18)}(z) dz \right|^2 \right) + \right. \\ \left. + \sum_{p=0}^{16} m_p \left| \int_{z_p}^{z_{p+1}} \Psi_n^{(p+1)*}(z) z \Psi_{n'}^{(p+1)}(z) dz \right|^2 \right\}, \quad (3.47)$$

де

$$m_0 = m_2 = m_4 = m_6 = m_8 = m_{10} = m_{12} = m_{14} = m_{16}, \quad m_1 = m_3 = m_5 = m_7 = m_9 = m_{11} = m_{13} = m_{15}.$$

Розвинута теорія стаціонарного електронного спектру та сил осциляторів квантових переходів для закритих багатошарових РТС, як моделей окремих каскаді ККЛ, далі буде застосована до розрахунків геометричного дизайну експериментально реалізованих наноприладів, а також для порівняння отриманих результатів з тими, що будуть отримані для відкритих систем.

3.4 Теорія квазістаціонарного електронного спектру та активної динамічної провідності багатошарових відкритих резонансно-тунельних структур у поздовжньому постійному електричному полі, як відкритих моделей квантових каскадних лазерів

Розглядається відкрита багатошарова нано РТС у постійному поздовжньому електричному полі, як окремого каскаду ККЛ. Для конкретності вважається, що геометричний дизайн активної зони та інжектора (рис. 3.4) окремого каскаду ККЛ відповідає експериментальній роботі [27].

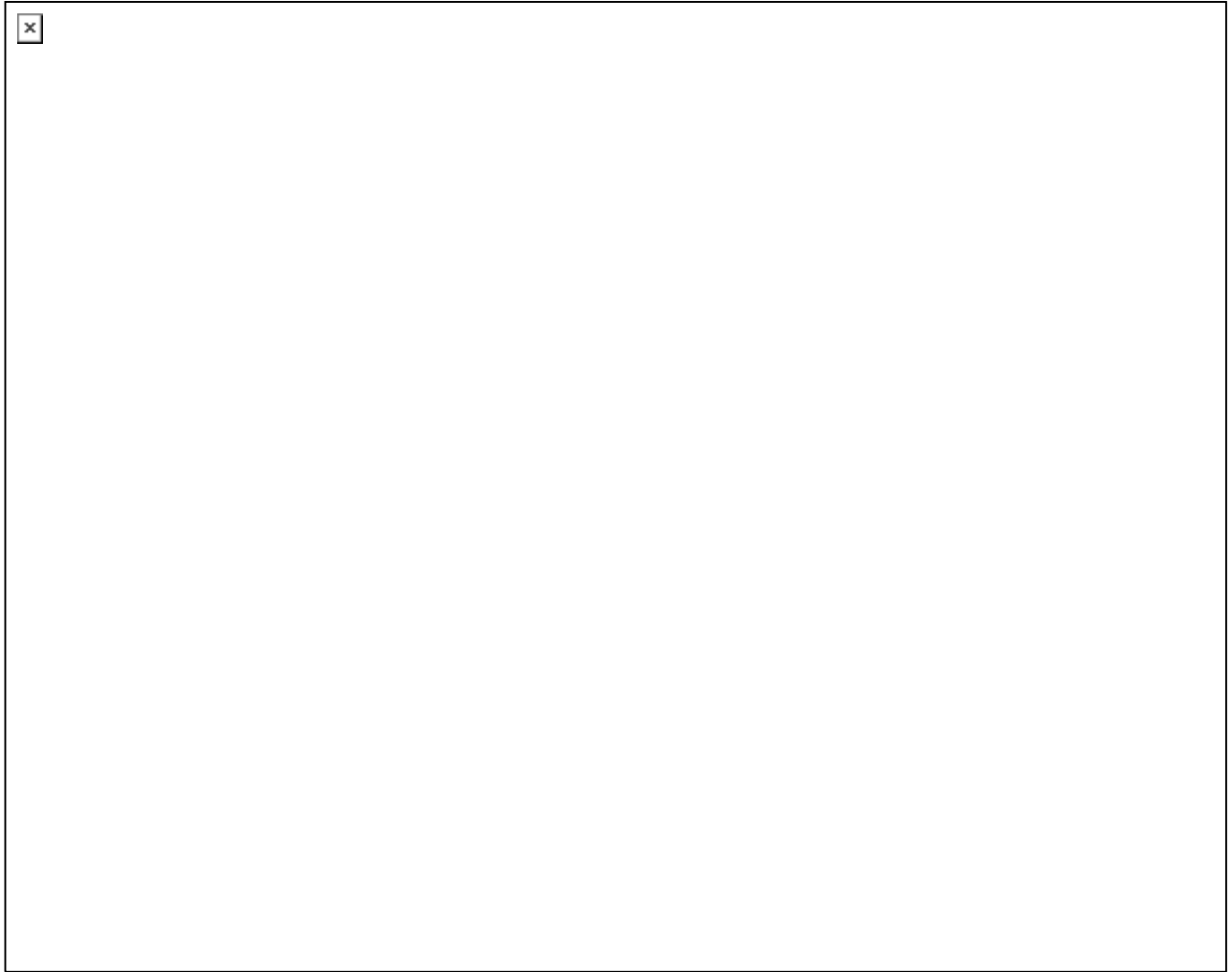


Рис. 3.4. Геометрична та енергетична схеми у моделі відкритого каскаду квантового каскадного лазера.

Перпендикулярно до шарів РТС, що складається з бар'єрів з однакового напівпровідникового матеріалу ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та квантових ям іншого матеріалу ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), прикладене постійне електричне поле напруженості F (рис. 3.4). Вважається, що зліва на цю відкриту наносистему, перпендикулярно до її шарів, падає моноенергетичний потік невзаємодіючих між собою електронів з енергією E і концентрацією n_0 . За таких умов, з урахуванням незначної різниці величин постійних ґраток шарів-ям і бар'єрів, задача про тунелювання електронів крізь РТС зводиться до вивчення одномірного руху окремого електрона у моделі ефективних мас і прямокутних потенціалів. Через наявність

всередині цієї нано-РТС постійного електричного поля, спектральні характеристики (резонансні енергії та ширини) КСС електрона, а отже, й активна динамічна провідність будуть іншими, ніж у наносистемі без поля. Тому викладену в параграфі 3.2 теорію потрібно модифікувати так, щоб врахувати діюче у системі постійне електричне поле.

Вибравши систему координат так, як показано на рис. 3.4, запишемо ефективну масу і потенціальну енергію електрона у відкритій РТС без електричного поля у вигляді:

$$m(z) = m_0[\theta(-z) + \theta(z - b)] + m_0 \sum_{p=1}^8 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + \\ + m_1 \sum_{p=0}^8 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (3.48)$$

$$U(z) = U \sum_{p=0}^8 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (3.49)$$

а потенціальну енергію взаємодії електрона з постійним електричним полем, що діє в РТС, як

$$U_e(z) = -eF[z(\theta(z) - \theta(z - b)) + b\theta(z - b)]. \quad (3.50)$$

Для визначення спектральних характеристик і хвильових функцій електрона в РТС треба розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера

$$H(z)\Psi(E, z) = E\Psi(E, z) \quad (3.51)$$

з гамільтоніаном

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + U_e(z). \quad (3.52)$$

Записавши стаціонарне рівняння Шредінгера (3.51) для кожного з шарів РТС отримується

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E \right) \Psi(z) = 0, & z \in (-\infty, 0], \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - E - V \frac{z}{b} \right) \Psi(z) = 0, & \text{у внутрішніх ямах,} \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U - E - V \frac{z}{b} \right) \Psi(z) = 0, & \text{у внутрішніх бар'єрах,} \\ \left(\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E + V \right) \Psi(z) = 0, & z \in [b, \infty), \end{array} \right. \quad (3.53)$$

де

$$V = eFb \quad (3.54)$$

- повне зміщення потенціальної енергії електрона, зумовлене прикладанням до РТС постійного електричного поля.

Розв'язки рівнянь (3.53) можна подати у такому вигляді:

$$\Psi(z) = \Psi^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^{17} \Psi^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] + \Psi^{(18)}(z)\theta(z - b), \quad (3.55)$$

де функції

$$\Psi^{(0)}(z) = A^{(0)} e^{ikz} + B^{(0)} e^{-ikz}; \quad k = \frac{\sqrt{2m_0 E}}{\hbar}; \quad (3.56)$$

$$\Psi^{(p)}(z) = A^{(p)} Ai(\xi_p(z)) + B^{(p)} Bi(\xi_p(z)); \quad (p = 1, 2, \dots, (17)) \quad (3.57)$$

$$\Psi^{(18)}(z) = A^{(18)} e^{iKz}; \quad (K = \frac{\sqrt{2m_0(E+V)}}{\hbar}), \quad (3.58)$$

є суперпозиціями точних лінійно незалежних розв'язків рівнянь (3.53) у відповідних областях змінної z . Тут уведено позначення:

$$\xi_p(z) = \begin{cases} + \left(\frac{2m_1 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{U - E}{V} - \frac{z}{b} \right), & p = 1, 3, 5 \dots \\ - \left(\frac{2m_0 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{E}{V} + \frac{z}{b} \right), & p = 2, 4, 6 \dots \end{cases} \quad (3.59)$$

$Ai(\xi_p(z)), Bi(\xi_p(z))$, - функції Ейрі.

На всіх межах гетеросистеми повинні виконуватися умови неперервності хвильових функцій і потоків їх густин:

$$\Psi^{(p)}(z_p) = \Psi^{(p+1)}(z_p); \quad \left. \frac{d\Psi^{(p)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p-\varepsilon}} = \left. \frac{d\Psi^{(p+1)}(z)}{m(z)dz} \right|_{z=z_{p+\varepsilon}}; \quad p = 0 \div 17; \quad (\varepsilon \rightarrow +0) \quad (3.60)$$

а також умова нормування хвильової функції

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(k, z) \Psi(k', z) dz = \delta(k - k'). \quad (3.61)$$

Це однозначно визначає усі невідомі коефіцієнти $A^{(p)}, B^{(p)}, A^{(18)}$ ($p = 0 \div 17$), а значить, і хвильову функцію $\Psi(E, z)$, яка, в силу відкритості РТС, крім координати z залежить і від енергії E .

Резонансні енергії та резонансні ширини КСС електрона, як раніше, визначаються функцією розподілу ймовірності знаходження електрона у межах РТС

$$W(E) = \frac{1}{b} \int_0^b |\Psi(E, z)|^2 dz = \frac{1}{b} \left\{ \sum_{p=0}^{16} \int_{z_p}^{z_{p+1}} |\Psi^{(p)}(E, z)|^2 dz \right\}. \quad (3.62)$$

Аналітичний розрахунок електронної від'ємної активної провідності відкритої РТС у постійному електричному полі, що працює в лазерному режимі, виконується у розвинутому в параграфі 3.2 підході для провідності каскаду, який працює у детекторному режимі.

Тепер часовозалежна хвильова функція $\Psi(z, t)$ визначається повним рівнянням Шредінгера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = (H(z) + H(z, t)) \Psi(z, t), \quad (3.63)$$

де $H(z)$ - гамільтоніан (3.52), а

$$H(z, t) = -e\epsilon [z(\theta(z) - \theta(z - b)) + b\theta(z - b)] (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (3.64)$$

– гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем частоти ω з амплітудою напруженості ϵ його електричної складової.

Знову розв'язуючи повну задачу Шредінгера в малосигнальному одномодовому наближенні для повної хвильової функції, отримується вираз

$$\Psi(z, t) = \sum_{s=-1}^{+1} \Psi_s(z) e^{-i(\omega_0 + s\omega)t}, \quad (\omega_0 = E/\hbar) \quad (3.65)$$

де $\Psi_{s=0}(z) \equiv \Psi(z)$ - хвильова функція (3.55), а для поправок $\Psi_{\pm 1}(z)$ отримується система двох неоднорідних рівнянь

$$[H(z) - \hbar(\omega_0 \pm \omega)] \Psi_{\pm 1}(z) - e\epsilon \{z[\theta(z) - \theta(z-b)] + b\theta(z-b)\} \Psi(z) = 0, \quad (3.66)$$

розв'язками яких є

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm}(z) + \Phi_{\pm}(z). \quad (3.67)$$

Функції $\Psi_{\pm}(z)$ як розв'язки однорідних рівнянь (3.66) шукаються у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_{\pm}(z) &= \Psi_{\pm}^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^{17} \Psi_{\pm}^{(p)}(z)[\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] + \Psi_{\pm}^{(18)}(z)\theta(z-b) = \\ &= B_{\pm}^{(0)} e^{-ik_{\pm}z} \theta(-z) + A_{\pm}^{(18)} e^{iK_{\pm}z} \theta(z-b) + \\ &+ \sum_{p=1}^{17} \left(A_{\pm}^{(p)} Ai(\xi_{\pm}^{(p)}) + B_{\pm}^{(p)} Bi(\xi_{\pm}^{(p)}) \right) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)], \end{aligned} \quad (3.68)$$

де

$$k_{\pm} = \frac{\sqrt{2m_0(E \pm \Omega)}}{\hbar}; \quad K_{\pm} = \frac{\sqrt{2m_1[(E \pm \Omega) + V]}}{\hbar}; \quad \Omega = \hbar\omega; \quad (3.69)$$

$$\xi_{\pm}^{(p)}(z) = \begin{cases} + \left(\frac{2m_1 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{U - (E \pm \Omega)}{V} - \frac{z}{b} \right), & p = 1, 3, 5, \dots \\ - \left(\frac{2m_0 V b^2}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(\frac{E \pm \Omega}{V} + \frac{z}{b} \right). & p = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (3.70)$$

Частинні розв'язки неоднорідних рівнянь (3.66) мають точний аналітичний вигляд

$$\begin{aligned}
 \Phi_{\pm}(z) = & \quad (3.71) \\
 = & \pi \frac{\epsilon}{F} \sum_{p=1}^{17} \left(Bi(\xi_{\pm}^{(p)}) \int_1^{\xi^{(p)}} \left(\eta - \left(\frac{2m(z)b^2 V}{\hbar^2} \right)^{1/3} \frac{U(z)-E}{V} \right) Ai \left(\eta \mp \left(\frac{2m(z)b^2 V}{\hbar^2} \right)^{1/3} \frac{\Omega}{V} \right) \Psi^{(p)}(\eta) d\eta - \right. \\
 & \left. - Ai(\xi_{\pm}^{(p)}) \int_1^{\xi^{(p)}} \left(\eta - \left(\frac{2m(z)b^2 V}{\hbar^2} \right)^{1/3} \frac{U(z)-E}{V} \right) Bi \left(\eta \mp \left(\frac{2m(z)b^2 V}{\hbar^2} \right)^{1/3} \frac{\Omega}{V} \right) \Psi^{(p)}(\eta) d\eta \right) \times \\
 & \times [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] \mp \frac{e\epsilon b}{\Omega} \Psi^{(18)}(b) \theta(z-b).
 \end{aligned}$$

Умови неперервності повної хвильової функції $\Psi(z, t)$ і відповідних потоків густин на всіх гетерограницях приводять для функцій $\Psi_{\pm}(z)$ до граничних умов типу (3.60), з яких однозначно визначаються невідомі коефіцієнти $B_{\pm}^{(p)}$, $A_{\pm}^{(p)}$ ($p = 0 \div 18$), а відповідно і повна хвильова функція $\Psi(z, t)$.

Розрахована повна хвильова функція електрона $\Psi(z, t)$ дає змогу аналогічно до (3.31) виконати розрахунок активної динамічної провідності $\sigma(\Omega, E)$ електронів багатошаровою РТС з прикладеним до неї постійним електричним полем та представити її у вигляді двох парціальних складових

$$\sigma(\Omega, E) = \sigma^{-}(\Omega, E) + \sigma^{+}(\Omega, E), \quad (3.72)$$

де

$$\begin{aligned}
 \sigma^{-}(\Omega, E) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2b m_0 \epsilon^2} \left(k_{+} |B_{+}^{(0)}|^2 - k_{-} |B_{-}^{(0)}|^2 \right) \\
 \sigma^{+}(\Omega, E) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2b m_0 \epsilon^2} \left(K_{+} |A_{+}^{(18)}|^2 - K_{-} |A_{-}^{(18)}|^2 \right)
 \end{aligned} \quad (3.73)$$

Розвинута теорія електронного квазістаціонарного спектру та активної динамічної провідності відкритої багатошарової РТС з прикладеним до неї постійним електричним полем є доброю моделлю окремого каскаду ККЛ. На

базі цієї теорії далі буде виконано розрахунок провідності конкретних експериментально реалізованих систем.

3.5 Енергетичний спектр оптичних фононів у багат шаровій резонансно-тунельній структурі

Як відомо [3-27], експериментально створені ККЛ і ККД сконструйовані так, що для успішного функціонування обох типів цих приладів важливу роль відіграють фонони. Справді, оскільки ККЛ працює за рахунок квантових переходів між третім і другим КСС, то швидке звільнення другого КСС забезпечується ще й за рахунок взаємодії з фононами, енергія яких близька (або рівна) до різниці резонансних енергій другого і першого КСС. Що ж до функціонування ККД, то для них важливо, щоб енергії фононів були такими, які забезпечують “фононну драбину”.

Отже, з метою розрахунку фононного спектру досліджуваних наносистем, потрібно розвинути теорію обмежених та інтерфейсних фононів у плоских багат шарових наноструктурах.

Розглядається плоска відкрита багат шарова РТС, яка складається з чотирьох напівпровідникових шарів - бар'єрів ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та трьох квантових шарів-ям ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), що вміщені в зовнішнє напівпровідникове середовище ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$) (Рис. 3.5).

Вісь z вибирається у напрямку перпендикулярному до площин гетеропереходів наносистеми, геометричні параметри наносистеми вздовж осі z визначаються згідно із рис. 3.5.

Діелектрична проникність середовища, що відповідає шарам – ямам (0) і шарам - бар'єрам (1) наносистеми, вважається відомою і такою, що задовольняє співвідношенню Ліддейна-Сакса-Теллера

$$\varepsilon_i(\omega) = \varepsilon_{i\infty} \frac{\omega^2 - \omega_{iLO}^2}{\omega^2 - \omega_{iTO}^2} \quad (i = 0, 1), \quad (3.74)$$

де $\varepsilon_{i\infty}$ – високочастотна діелектрична проникність, ω_{iLO} та ω_{iTO} – частоти повздовжніх та поперечних фононів у відповідних масивних напівпровідникових кристалах.

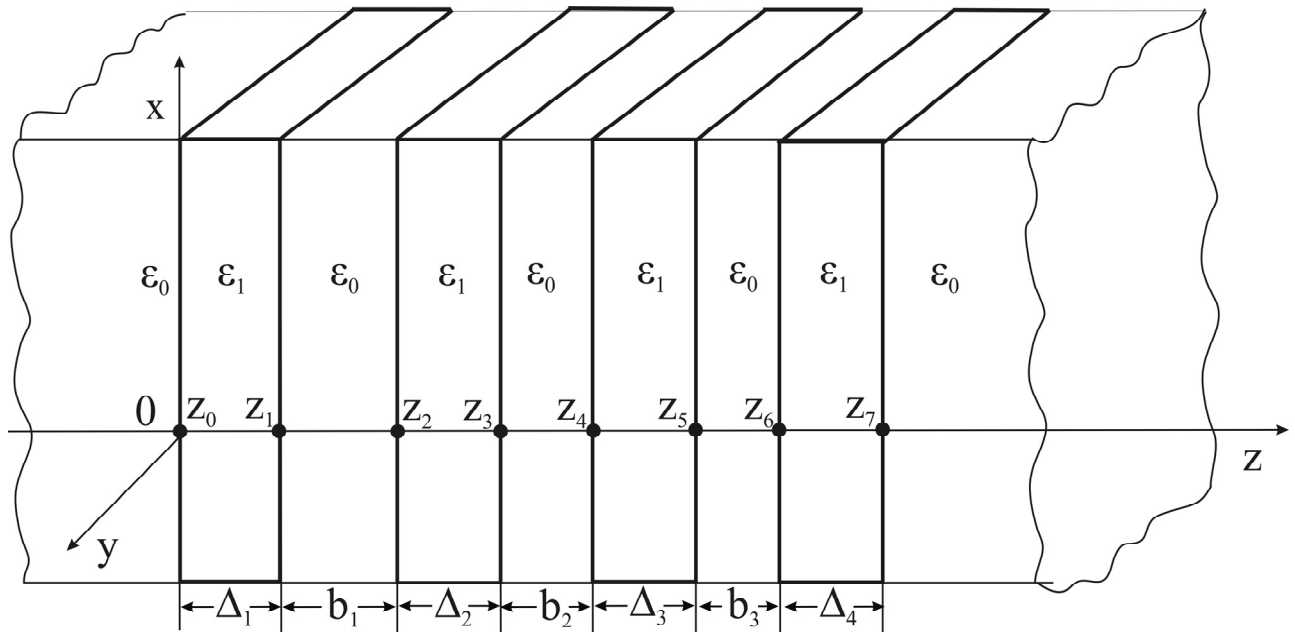


Рис. 3.5. Геометрична схема плоскої багатошарової наногетеросистеми.

Згідно з моделлю діелектричного континууму [128] потенціал поля поляризації та енергетичний спектр оптичних фононів наносистеми визначається матеріальним рівнянням і двома рівняннями Максвелла

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}, \\ \vec{E} = -\vec{\nabla} \Phi, \\ \vec{\nabla} \vec{D} = 0, \end{cases} \quad (3.75)$$

де $\vec{D}$ – вектор індукції електричного поля, $\vec{E}$ – вектор напруженості електричного поля, Φ – потенціал поля поляризації, $\varepsilon(\vec{r}, \omega)$ – діелектрична проникність, що залежить від координат

$$\varepsilon(\vec{r}, \omega) = \begin{cases} \varepsilon_0(\omega), & z \in (-\infty, 0] \cup [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4] \cup [z_5, z_6] \cup [z_7, +\infty), \\ \varepsilon_1(\omega), & z \in [0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5] \cup [z_6, z_7] \end{cases} \quad (3.76)$$

З рівнянь Максвелла для середовищ (3.75) отримується рівняння:

$$\varepsilon(\omega) \Delta \Phi(\vec{r}) = 0, \quad (3.77)$$

розв'язки якого визначають спектр частот фононів наногетеросистеми. Як видно із рівняння (3.77), існують два типи розв'язків:

а) якщо

$$\varepsilon_n(\omega) = 0, \quad \Delta \Phi_n(\vec{r}) \neq 0, \quad (n = 0, 1, \dots, 8), \quad (3.78)$$

то отримується спектр частот обмежених оптичних фононів;

б) якщо

$$\varepsilon_n(\omega) \neq 0, \quad \Delta \Phi_n(\vec{r}) = 0, \quad (n = 0, 1, \dots, 8), \quad (3.79)$$

то отримується спектр частот інтерфейсних оптичних фононів наноструктури.

Спектр обмежених оптичних фононів визначається з умови (3.78), яка є еквівалентною до системи рівнянь

$$\begin{cases} \varepsilon_0(\omega) = \varepsilon_{0\infty} \frac{\omega^2 - \omega_{0LO}^2}{\omega^2 - \omega_{0T}^2} = 0, & \text{у ямах} \\ \varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_{1\infty} \frac{\omega^2 - \omega_{1LO}^2}{\omega^2 - \omega_{1TO}^2} = 0. & \text{у бар'єрах} \end{cases} \quad (3.80)$$

З системи рівнянь (3.80) видно, що частоти ω_n обмежених оптичних фононів наносистеми збігаються з відповідними частотами ω_{nLO} поздовжніх оптичних фононів у масивних кристалах, а отже, енергії обмежених фононів є

$$\Omega_{nLO} = \hbar \omega_{nLO} \quad (n = 0, 1, \dots, 8). \quad (3.81)$$

З урахуванням симетрії наносистеми, потенціал поля поляризації обмежених оптичних фононів може бути записаний у вигляді:

$$\Phi_{LO}(\vec{r}) = \sum_{n=0}^8 \Phi_{LOn}(\vec{r}) \sigma(z - z_n), \quad (3.82)$$

де

$$\sigma(z - z_n) = \begin{cases} 1, & z_{n-1} \leq z \leq z_n, \\ 0, & \text{інша область,} \end{cases} \quad (3.83)$$

тут $z_{-1} = -\infty$, $z_8 = +\infty$. Величини $\Phi_{LOn}(\vec{r})$ визначаються за допомогою розкладу потенціалу $\Phi_{Ln}(\vec{r})$ за повною ортонормованою системою функцій:

$$\Phi_{LOn}(\vec{r}) = \Phi_{LOn}(x, y, z) = \sum_{k_x, k_y, k_n} A_n e^{i(k_x x + k_y y)} \sin k_n z. \quad (3.84)$$

При цьому коефіцієнти розкладу A_n і поздовжній квазіімпульс k_n обмежених оптичних фононів визначаються з умов рівності нулю потенціалу поляризації на гетерограницях наносистеми:

$$\Phi_{LO}(\vec{r})|_{z=z_n} = 0, \quad n = 0, 1, \dots, 8, \quad (3.85)$$

та з умов ортонормованості повної системи функцій, за якими відбувається розклад в (3.84).

Спектр інтерфейсних оптичних фононів отримується з умови (3.79), яка для потенціалу поляризації інтерфейсних оптичних фононів еквівалентна рівнянню

$$\Delta \Phi_{IO}(\vec{r}) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_{IO}(x, y, z) = 0. \quad (3.86)$$

Оскільки шари наносистеми чергуються вздовж осі z , а в площині $ХОУ$ рух квазічастинок вільний, то відповідний потенціал $\Phi_{IO}(x, y, z)$ доцільно подати у вигляді:

$$\Phi_{IO}(x, y, z) = \sum_{n=0}^8 \Phi_{IO_n}(x, y, z) \sigma(z - z_n), \quad (3.87)$$

де

$$\Phi_{In}(x, y, z) = B_n e^{i(q_x x + q_y y)} \phi_n(z). \quad (3.88)$$

де q_x, q_y – компоненти поперечного квазіімпульсу інтерфейсних оптичних фононів. Підставляючи вирази (3.87), (3.88) у рівняння (3.86), отримується рівняння для функцій $\phi_n(z)$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2 \right) \phi_n(z) = 0, \quad (3.90)$$

де $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ – квазіімпульс інтерфейсних оптичних фононів.

Шукаючи розв'язки рівнянь (3.90) у вигляді

$$\begin{cases} \phi_0(z) = C_0^+ e^{qz}, & -\infty \leq z \leq 0 \\ \phi_n(z) = C_n^+ e^{qz} + C_n^- e^{-qz}, & z_{n-1} \leq z \leq z_n, \quad (n=1,2,\dots,7). \\ \phi_8(z) = C_8^- e^{-qz}, & z_7 \leq z \leq \infty \end{cases} \quad (3.91)$$

з умов неперервності потенціалу поляризації та вектора електричного зміщення на межах наносистеми вздовж осі z , отримуються коефіцієнти $B_n, C_0^+, C_n^+, C_n^-, C_8^-$ та енергетичний спектр інтерфейсних фононів $\Omega_{I\lambda}(q)$, де λ – кількість мінізон, що визначаються числом розв'язків дисперсійного рівняння, яке впливає із системи:

$$\begin{aligned} \Phi_{IOn}(q, z_n) &= \Phi_{IO_{n+1}}(q, z_n); \\ \varepsilon_n(\omega) \frac{\partial \Phi_{IOn}(q, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_n} &= \varepsilon_{n+1}(\omega) \frac{\partial \Phi_{IO_{n+1}}(q, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_n}; \quad (n=0 \div 7); \end{aligned} \quad (3.92)$$

і має вигляд

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \varepsilon_0(\omega) & -\varepsilon_1(\omega) & \varepsilon_1(\omega) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & e^{qz_n} & e^{-qz_n} & e^{qz_n} & e^{-qz_n} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \varepsilon_0(\omega)e^{qz_n} & \varepsilon_0(\omega)e^{-qz_n} & -\varepsilon_1(\omega)e^{qz_n} & -\varepsilon_1(\omega)e^{-qz_n} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & e^{qz_7} & e^{-qz_7} & -e^{-qz_7} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \varepsilon_1(\omega)e^{qz_7} & -\varepsilon_1(\omega)e^{qz_7} & \varepsilon_0(\omega)e^{-qz_7} \end{pmatrix} = 0. \quad (3.93)$$

На основі цієї теорії далі виконувався розрахунок енергетичних спектрів інтерфейсних оптичних фононів активної зони каскаду ККД (модель (а) двобар'єрної РТС у середовищі) та активної зони каскаду ККЛ (модель (б) чотирибар'єрної РТС у середовищі). Такого типу наносистеми, що базувалися на матеріалах $\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ та $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ з фізичними параметрами, приведеними у таблиці 3.1 відігравали роль активних зон ККЛ [27] і ККД [127].

Таблиця. 3.1.

	$\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$	$\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$
Ω_L (meV)	34,00	39,12
Ω_T (meV)	31,12	35,24
ε_0	13,90	11,71
ε_∞	11,64	10,31
a (нм)	0,581	0,581

На рис. 3.6а, б приведено залежності від квазіімпульсів q (в одиницях π/a) усіх ($\lambda = 1, 2, \dots, s$) гілок інтерфейсних фононних енергій $\Omega_{I\lambda}(q)$, розрахованих для обох моделей РТС з відповідними геометричними параметрами (в нанометрах): а) шарів-бар'єрів(2,6; 4,7), шару-ями (11,1); б) шарів-бар'єрів (5,0; 1,5; 2,2; 3,0), шарів-ям (0,9; 4,7; 4,0). Там же вказані енергії обмежених оптичних фононів (Ω_{L0}, Ω_{L1}), а також, для зручності аналізу, енергії поперечних фононів (Ω_{T0}, Ω_{T1}) відповідних масивних кристалів.

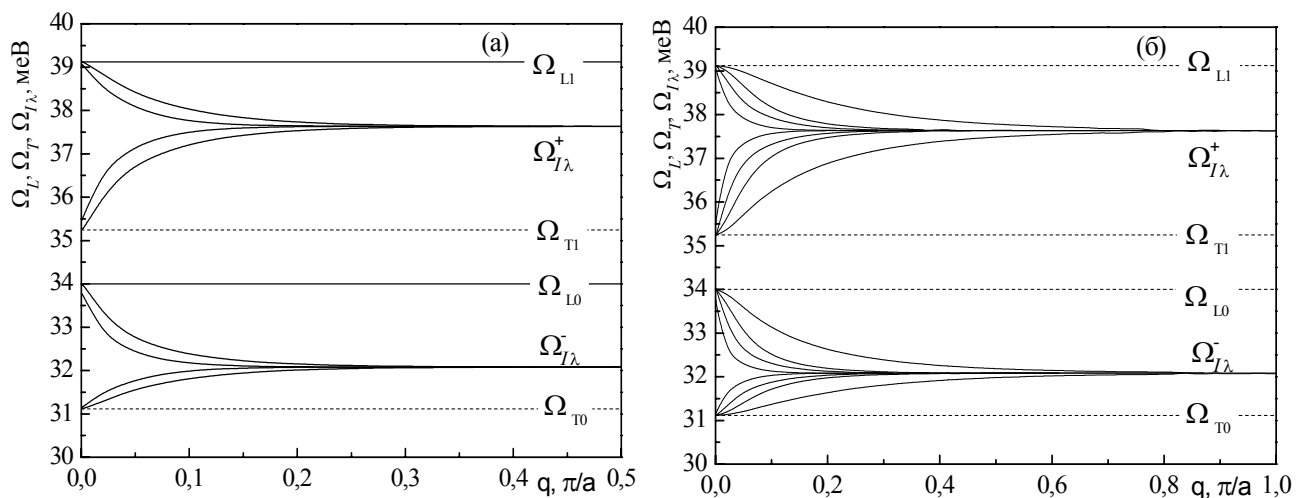


Рис. 3.6. Спектр обмежених та інтерфейсних фононів для двох моделей РТС: а) двобар'єрної; б) чотирибар'єрної.

З рис. 3.6 а, б видно, що незалежно від кількості шарів у РТС, кількість (s) гілок інтерфейсних фононів удвічі більша від кількості меж між різними середовищами. Уся сукупність гілок складається з двох однакових груп. Енергії однієї групи гілок розташовані між енергіями Ω_{T0} та Ω_{L0} , а енергії другої групи – між енергіями Ω_{T1} та Ω_{L1} . Кожна з цих груп містить по дві підгрупи гілок: одна з позитивною, а друга з негативною дисперсією.

При великих значеннях квазіімпульсу (q) фононні гілки з двох груп вироджуються кожна в одну з своїх енергій. При актуальних для роботи ККЛ і ККД значеннях квазіімпульсу ($q \sim 0$) енергії усіх гілок інтерфейсних фононів мають незначну дисперсію і для обох досліджуваних моделей вони знаходяться у межах кількох меВ у околах енергії обмежених фононів $\Omega_{L0} = 34$ меВ і $\Omega_{L1} = 39,12$ меВ.

3.6 Властивості активної електронної провідності багат шарової резонансно-тунельної структури, як основного елемента квантового каскадного детектора

Розвинуті у параграфах 3.1 та 3.2 теорії квазістаціонарного електронного спектру і активної динамічної провідності відкритими РТС та стаціонарного спектру і сил осциляторів квантових переходів у закритих РТС, дають змогу виявити ту модель каскаду, яка найбільш адекватно описує транспортні властивості електронів, а тому може слугувати основою для оптимізації роботи ККД шляхом належного вибору геометричного дизайну активної зони окремого каскаду.

У якості багат шарових РТС, як моделей окремого каскаду, були вибрані наносистеми на основі $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ та $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$, що відповідали реальним типовим ККД [127]. Ці системи характеризуються відомими

фізичними ($U=516$ меВ, $m_0=0.047 m_e$; $m_1=0.089 m_e$, $n_0=4,5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$) і заданими у нанометрах геометричними (рис. 3.1 та рис 3.2) ($(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5)$ (2,6; 4,7; 4,8; 4,4; 2,6)), $((b_1, b_2, b_3, b_4)$ (11,1; 3,9; 5,0; 6,8) параметрами.

Як відомо, успішне функціонування ККД у потрібній області частот електромагнітних хвиль визначається енергетичним спектром тих станів, у яких електрони переважно перебувають у активній зоні каскаду, між якими й відбуваються квантові переходи. Тому, враховуючи, що типова активна зона є двоямною наносистемою, важливо дослідити як впливатиме її геометрична конфігурація, а саме положення внутрішнього шару-бар'єру відносно обох зовнішніх на спектральні та інші параметри РТС.

З цією метою в моделі закритої РТС виконувався розрахунок стаціонарного енергетичного спектру (E_n^c) й сил осциляторів квантових переходів ($f_{nn'}$), а у відкритій моделі – резонансних енергій (E_n), часів життя (τ_n), активної динамічної провідності ($\sigma_{nn'}$) та її парціальних складових $\sigma_{nn'}^{\pm}$. Результати розрахунків усіх вказаних величин у залежності від положення внутрішнього бар'єра між двома зовнішніми, тобто від ширини b_1 вхідної ями активної зони при фіксованих розмірах усіх інших елементів каскаду, приведені на рис 3.7.

Розрахунок стаціонарного енергетичного спектру (E_n^c) в моделі закритої РТС і спектру резонансних енергій (E_n) у моделі відкритої РТС показав, що незалежно від величини b_1 , обидва спектри збігаються між собою з точністю не гірше 0,1%.

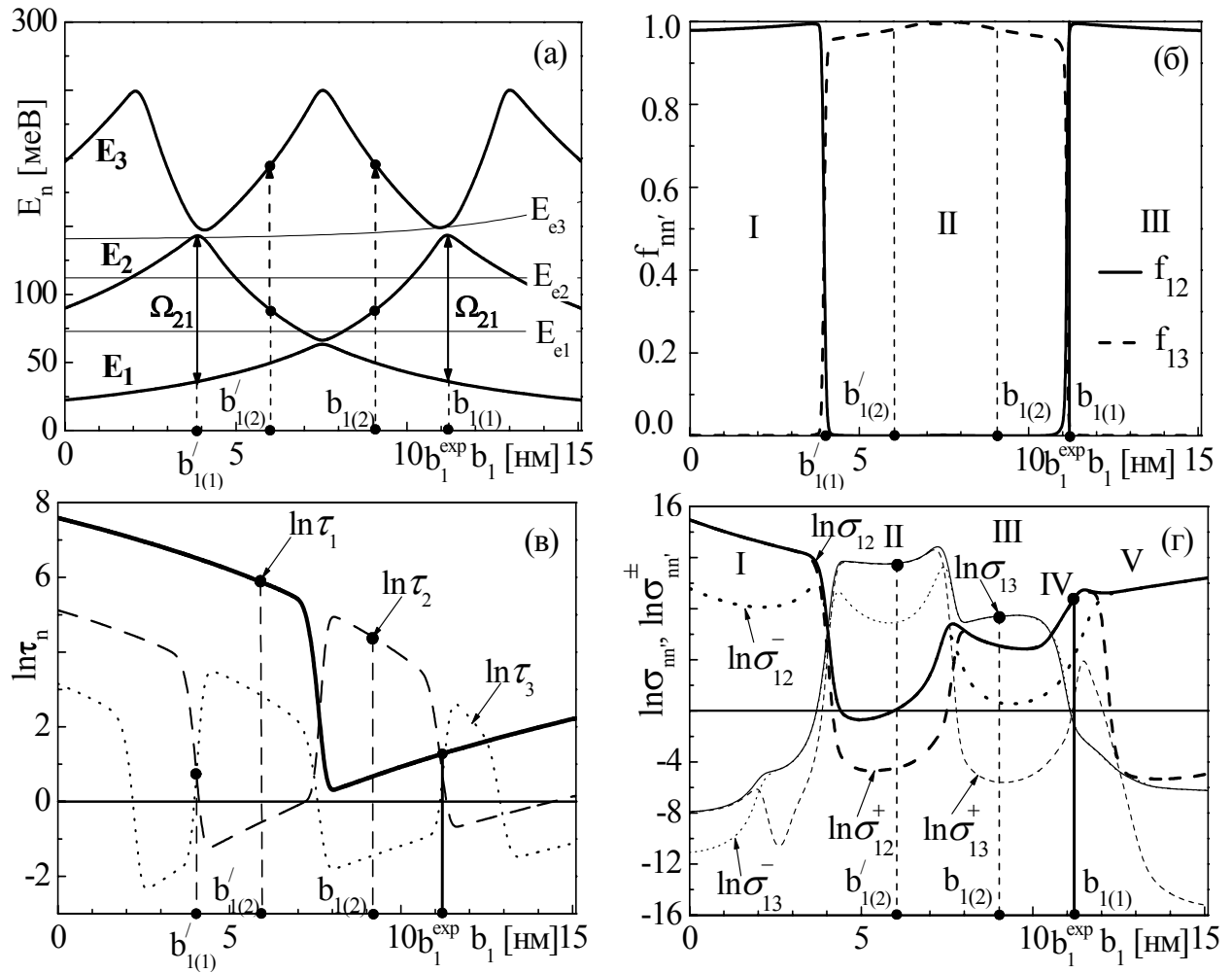


Рис. 3.7. Еволюція енергетичного спектру E_n (а), сил осциляторів квантових переходів f_{nm} (б), логарифмів часів життя $\ln \tau_n$ (в) в одиницях $\tau_0=1$ пс та логарифмів динамічних провідностей $\ln \sigma$, $\ln \sigma^+$ (г) в одиницях $\sigma_0=1$ См/см у залежності від положення внутрішнього бар'єра у активній зоні (b_1).

Приведені на рис. 3.7а залежності резонансних енергій квазістаціонарних станів електронів, розраховані у моделі відкритого каскаду, де E_1 , E_2 , E_3 (жирні лінії) відповідають трьом квазістаціонарним станам, у яких електрон з найбільшою ймовірністю перебуває у межах активної зони (рис. 3.8), а резонансні енергії $E_{e1} \div E_{e3}$ (тонкі лінії) належать квазістаціонарним станам, у яких електрон з більшою ймовірністю перебуває у екстракторній частині каскаду ККД.

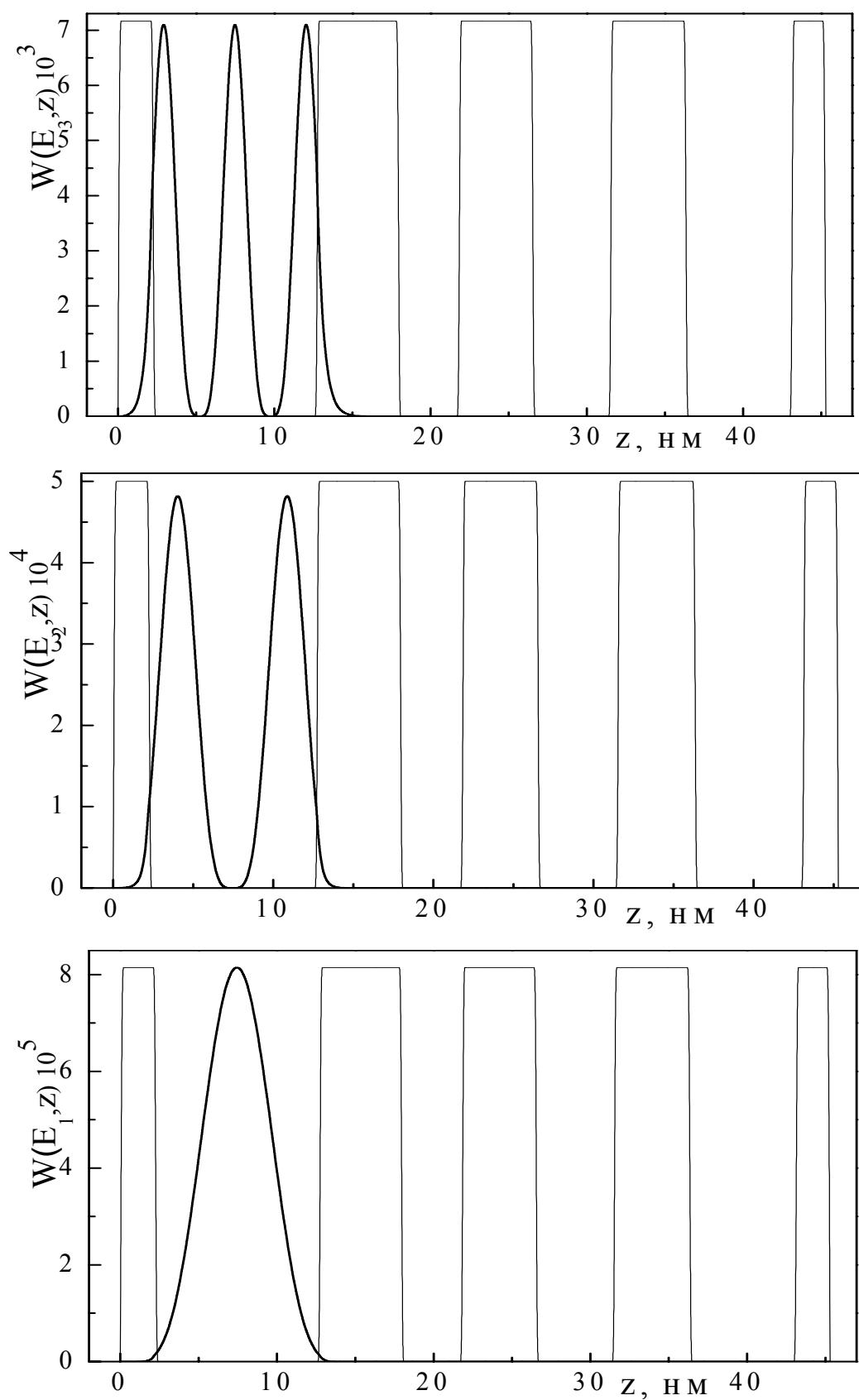


Рис. 3.8. Залежності густини розподілу ймовірності знаходження електрона у перших трьох КСС, де він з найбільшою ймовірністю перебуває у межах активної зони.

У експериментальній роботі [127] ККД працював на довжині хвилі $\lambda = 10,7$ мкм за рахунок того, що електрони з енергією E_1 потрапляли у перший КСС активної зони і внаслідок поглинутої енергії електромагнітного поля $\Omega_{21} = E_2 - E_1$, переходили у другий КСС того ж каскаду. Релаксація електронної енергії здійснювалася “фононною драбиною” екстрактора, внаслідок чого електронний потік з попереднього каскаду потрапляв у перший КСС наступного.

Метою розвинутої теорії є виявлення такої конфігурації активної зони каскаду, яка б забезпечувала оптимальне функціонування ККД, тобто при заданій величині енергії електромагнітного поля, детектор повинен споживати мінімальний струм і не реагувати на поля з іншими частотами і т.п. У цьому відношенні можливості моделей закритої і відкритої РТС, як буде видно, значно відрізняються.

З метою виявлення оптимальної геометричної конфігурації активної зони у моделі закритого каскаду ККД виконувався розрахунок енергетичного спектру (рис. 3.7а) та сил осциляторів квантових переходів f_{12} і f_{13} (рис. 3.7б) у залежності від величини b_1 вхідної ями активної зони.

Оптимізація роботи ККД у закритій моделі можлива лише при такому геометричному дизайні активної зони, при якому буде забезпечене детектування електромагнітної енергії $\Omega_{21} = E_2 - E_1$ у результаті квантового переходу $1 \rightarrow 2$, що мінімізує початковий струм. При цьому потрібно, щоб сила осцилятора квантового переходу f_{12} була на порядок більшою від f_{13} . З рис. 3.7б видно, що у такій моделі закритого каскаду є дві еквівалентні області (I і III) зміни положення внутрішнього бар'єру b_1 відносно зовнішніх у активній зоні, де згадана умова ($f_{12}^{I,III} \gg f_{13}^{I,III}$) виконується. Потрібна (визначена на експерименті) величина енергії $\Omega_{21} = E_2 - E_1 = 120$ меВ поглинання електромагнітного поля забезпечується у квантовому переході $1 \rightarrow 2$ в активній зоні каскаду при двох положеннях ($b_{1(1)}$, $b'_{1(1)}$) внутрішнього бар'єру відносно

зовнішніх. У обох конфігураціях ($f_{12} = 0,94$, $f_{13} = 0,06$), причому теоретичне значення $b_{1(1)}$ практично збігається з експериментально реалізованим ($b_1^{\text{exp}} = 11,1$ нм). Чому експериментально не реалізована конфігурація активної зони, при якій внутрішній бар'єр розташований ближче до вхідного ($b'_{1(1)}$), замкнута модель відповіді не дає, хоча, як буде видно далі, у більш адекватній моделі відкритого каскаду ця відповідь є однозначною.

З рис. 3.7а видно, чому не доцільно реалізовувати детектування електромагнітного поля з тією ж енергією $\Omega_{23} = \Omega_{12}$, але у квантовому переході $2 \rightarrow 3$ в РТС з конфігурацією активної зони каскаду, при якій розмір вхідної ями міг би бути або $b_{1(2)}$, або $b'_{1(2)}$ і виконувалося б співвідношення $f_{23} > f_{12}$. Очевидними є дві основні причини.

По-перше, при переході $2 \rightarrow 3$ вхідний потік електронів повинен подаватися на другий КСС, енергія якого E_2 більша від E_1 , а тому й початковий струм повинен бути більшим, адже $j_0 \sim \sqrt{E}$.

По-друге, потрібно було б змінити геометричний дизайн екстрактора. Адже для функціонування ККД на переході $1 \rightarrow 2$ він побудований так, щоб відстані ($E_{in} - E_{in-1}$; $n = 3 \div 2$) між рівновіддаленими між собою екстракторними енергетичними рівнями, які розташовані між E_2 та E_1 , були рівні величинам енергій обмежених та інтерфейсних фононів. Такий дизайн екстрактора створює, так звану, енергетичну “фононну драбину”, завдяки якій відбувається релаксація електронної енергії з верхнього робочого стану (E_2) попереднього каскаду на основний робочий стан (E_1) наступного каскаду ККД. Очевидно, що для реалізації роботи ККД на переході $2 \rightarrow 3$ геометричний дизайн екстрактора, виконаний для переходу $1 \rightarrow 2$, порушує “фононну драбину”.

Відкрита модель, на відміну від закритої, дозволяє більш детально проаналізувати умови оптимізації роботи ККД за рахунок геометричного дизайну активної зони. Адже у цій моделі можна оцінювати не лише величину

активної провідності у обраному квантовому переході (наприклад $1 \rightarrow 2$), але й задовольняти вимогу, щоб її величина значно переважала провідність у іншому переході (наприклад $1 \rightarrow 3$), за умови, що парціальна складова (σ_{12}^+) у прямому потоці крізь РТС, значно переважає парціальну складову (σ_{12}^-) в оберненому потоці.

Розраховані часи життя (τ_n) у робочих квазістаціонарних станах електронів з енергіями E_1 , E_2 , E_3 дозволяють контролювати природну фізичну умову, щоб вони не перевищували часу релаксації електронної енергії у дисипативних процесах за рахунок розсіювання електронів на домішках, фононах, нерівностях поверхонь розділу середовищ та інших факторів, які за оцінками роботи [7], не переважають 20 пс. Крім того великий час життя у основному квазістаціонарному стані призводитиме до накопичення взаємодіючих між собою електронів у активній зоні, що спотворюватиме прямокутний енергетичний профіль наноструктури за рахунок перенормування потенціальної енергії електрона взаємодією з просторовим динамічним зарядом.

На рис. 3.7в, г приведені результати розрахунків логарифмів провідностей і часів життя електронів у робочих квазістаціонарних станах у моделі відкритого каскаду в залежності від розміру (b_1) вхідної ями активної зони каскаду ККД.

З аналізу еволюції динамічної провідності $\sigma_{nn'}$ у залежності від b_1 видно, що у моделі відкритого каскаду, як і в моделі закритого каскаду, існують дві області (I, III) зміни b_1 , у яких оптимальним є квантовий перехід $1 \rightarrow 2$ (що і реалізовано експериментально у області III), та одна широка область (II) з оптимальним переходом $1 \rightarrow 3$. Положення і розміри цих областей практично такі ж, як і в моделі закритої наносистеми. Однак, не дивлячись на те, що в області I виконуються умови $\sigma_{12} > \sigma_{13}$, $\sigma_{12}^+ > \sigma_{12}^-$, вона не є оптимальною для роботи ККД, оскільки аналіз часів життя (рис. 3.7в) показує, що при такому геометричному дизайні час життя в основному робочому квазістаціонарному

стані $\tau_1 \geq 10$ пс стає суттєвим і порівняним за величиною з тривалістю дисипативних процесів. Отже, модель відкритого каскаду показує, що у експериментальному ККД [127] може існувати лише одна вузька область (III) ($10.5 \text{ нм} \leq b_1 \leq 11.6 \text{ нм}$) для розташування внутрішнього бар'єра відносно зовнішніх бар'єрів активної зони, у якій детектор працюватиме в оптимальному режимі. Адже лише при такій конфігурації активна провідність σ_{12}^+ у прямому потоці значно переважає інші провідності. При цьому, як видно з рис. 3.7в часи життя у обох робочих квазістаціонарних станах є досить малими ($\tau_1, \tau_2 \leq 1.3$ пс).

Щоб порівняти теоретичні результати з експериментальними, виконувався розрахунок величини енергій (E_1, E_2, E_3) робочих станів при таких значеннях геометричних і фізичних параметрів, які вказані у роботі [127]. У результаті розрахунків виявилось, що теоретичне значення енергії електромагнітного поля $\Omega_{21} = E_2 - E_1 = 120$ меВ відрізняється від експериментального $\Omega_{21}^{\text{exp}} = 116$ меВ на 3,5%, а різниця енергій електронних станів, локалізованих у екстракторі, складає 32 меВ, що практично збігається з величинами енергій обмежених та інтерфейсних фононів, розрахованих у параграфі 3.5.

Важливо зауважити, що хоча геометричний дизайн експериментального каскаду ККД [127] з шириною вхідної ями ($b_1 = 11,1$ нм) активної зони добре узгоджується з цим же значенням b_1 у обох теоретичних моделях, бо воно відповідає близьким до максимальних значень сил осциляторів у закритих моделях чи активних провідностей у відкритих моделях, однак перевага моделі відкритого каскаду у тому, що вона не містить лишніх геометричних конфігурацій активної зони, притаманних закритій моделі, які не відповідають оптимальній роботі ККД. Крім того слід відмітити, що дослідження ймовірності знаходження квазістаціонарних станів електрона з енергіями E_1, E_2 у межах відкритого каскаду ККД з відомими геометричними параметрами [127] показало (рис 3.8), що робочі електронні стани локалізовані в першій (вхідній) потенціальній ямі активної зони. Це забезпечує прямий квантовий

перехід $1 \rightarrow 2$ при поглинанні енергії Ω_{12} з релаксацією електронної енергії у екстракторі. Подальший рух електронів здійснюється тунельним ефектом зі стану з енергією E_2 на близький за енергією стан E_{e3} , що локалізований у вихідній потенціальній ямі (b_2) активної зони, з якого вже й відбувається релаксація енергії через “фононну драбину”.

Отже, розроблена теорія для відкритих та закритих РТС адекватно (в узгодженні з експериментом) показує, що експериментальний ККД працює у режимі двоямної відкритої активної зони з прямим квантовим переходом з подальшою прямою релаксацією енергії через «фононну драбину», а також дозволяє зробити висновок про те, що дослідження відкритих РТС, як моделей каскадів ККД має велику перевагу в порівнянні з дослідженням закритих моделей РТС, оскільки дозволяє виявити і однозначно розрахувати оптимальні геометричні конфігурації активної зони каскаду ККД.

3.7 Властивості активної електронної провідності багат шарової резонансно-тунельної структури у поздовжньому постійному електричному полі, як основного елемента квантового каскадного лазера

Розвинута у § 3.3 та § 3.4 теорія дозволяє виявити таку модель плоскої РТС з прикладенням до її шарів постійним електричним полем, яка найкраще описує квантові переходи і транспортні властивості електронів у каскаді ККЛ, і тому дає можливість оптимізувати роботу ККЛ геометричним дизайном активної зони окремого каскаду.

На основі побудованої теорії для відкритих та закритих РТС розрахунки спектральних параметрів, активної динамічної провідності та сил осциляторів квантових переходів виконувалися у чотирьох моделях наносистем: I) дві закриті а) чотирибар’єрна активна зона з інжектором, б) повний каскад; II) дві відкриті а) чотирибар’єрна активна зона з інжектором, б) повний каскад.

Для порівняння з експериментом, в основу досліджуваних моделей було покладено такі фізичні ($U=516$ меВ, $F = 68$ кВ/см, $n_0=2 \cdot 10^{17}$ см⁻³) та геометричні параметри, які вибирались згідно з роботою [27] для відкритого каскаду (рис. 3.4). Ширини бар'єрів (Δ_p) (5,0; 1,5; 2,2; 3,0; 2,3; 2,2; 2,0; 2,3; 2,8) і ям (b_p) (0,9; 4,7; 4,0; 2,3; 2,2; 2,0; 2,0; 1,9; 1,9), вказані у нанометрах, розташовані зліва направо по РТС.

Слід зауважити, що оскільки переважна більшість шарів ям і бар'єрів РТС експериментального каскаду [27] має дуже малі розміри і містить до чотирьох елементарних комірок, то введення поняття різних ефективних мас електрона у різних шарах наносистеми було б не коректним з фізичної точки зору. Однак активна зона, а тим більше весь каскад, уже містять десятки комірок своїх складових елементів, тому можна очікувати, що вибрана нами усереднена за всіма трьома складовими (GaAs, AlAs, InAs) ефективна маса електрона $m=0.08 m_0$ є більш адекватною реальній фізичній ситуації.

Щоб вивчити вплив на роботу ККЛ геометричної конфігурації активної зони окремого каскаду в моделі закритої наносистеми, виконувався розрахунок стаціонарного енергетичного спектру (E_n^c) і сил осциляторів квантових переходів ($f_{nn'}$), а у відкритій моделі – резонансних енергій (E_n), часів життя (τ_n), активної динамічної провідності ($\sigma_{nn'}$) та її парціальних складових $\sigma_{nn'}^\pm$. На рис. 3.9 приведені результати розрахунків усіх вказаних величин у залежності від ширини (b_1) вхідної ями чотирибар'єрної активної зони, тобто від положення внутрішнього двобар'єрного елемента між двома зовнішніми бар'єрами активної зони при фіксованих розмірах усіх інших елементів каскаду.

Необхідно відмітити, що, як показали розрахунки, залежності від величини b_1 відповідних електронних спектрів у закритих і відкритих системах збігаються між собою з точністю не гірше десятої відсотка. Крім цього, з рис. 3.9а видно, що залежності від b_1 перших трьох резонансних енергій,

розрахованих у моделі відкритої чотирибар'єрної активної зони, збігаються з відповідними залежностями резонансних енергій (E_1, E_2, E_3) тих трьох станів, розрахованих в моделі відкритого повного каскаду, у яких електрон з найбільшою ймовірністю перебуває у межах активної зони. На рис. 3.9д приведено також і резонансні енергії $E_{i1} \div E_{i4}$ (тонкі лінії), що належать КСС, у яких електрони з більшою ймовірністю перебувають у інжекторній частині каскаду.

Згідно з геометричним дизайном каскаду експериментального ККЛ [27], він був улаштований так, щоб електронний потік потрапляв у стан $|3\rangle$ активної зони каскаду. У активній зоні відбувається квантовий перехід у стан $|2\rangle$ з випромінюванням електромагнітного поля з енергією $\Omega_{32} = E_3 - E_2$ і виходом електронів крізь інжектор у наступний каскад. Крім цього, за рахунок електрон-фононної взаємодії, частина електронів переходить у стан $|1\rangle$, з якого електрон також тунелює у наступний каскад.

Так як зі стану $|3\rangle$ квантові переходи можуть відбуватися як у стан $|2\rangle$, так і у стан $|1\rangle$, то їх потрібно порівняти між собою. З цією метою у моделі закритої системи розраховувалися сили осциляторів квантових переходів f_{32} і f_{31} у залежності від величини b_1 . Результати розрахунків для закритої моделі чотирибар'єрної активної зони приведені на рис. 3.9г, а для моделі повного заритого каскаду – на рис. 3.9ж. Умовою оптимізації роботи ККЛ можна вважати досягнення максимального значення сили осцилятора квантового переходу, наприклад, f_{32} , між станами $|3\rangle$ і $|2\rangle$, які забезпечують потрібну енергію випромінювання електромагнітного поля (у нашому випадку $\Omega_{32} = E_3 - E_2$) при тому, щоб сила осцилятора квантового переходу f_{31} була на порядок меншою. З рис. 3.8г видно, що у моделі закритої чотирибар'єрної активної зони

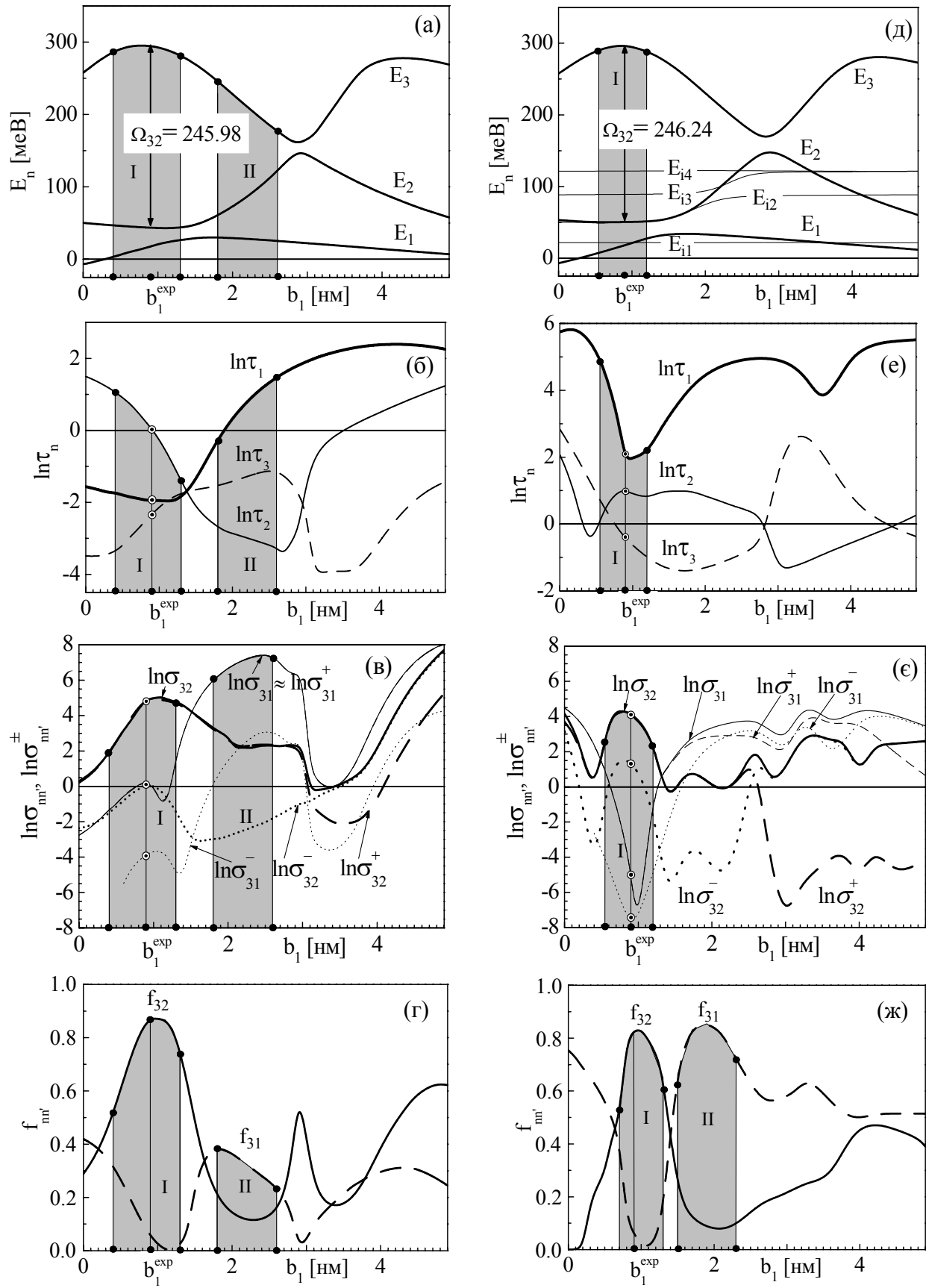


Рис. 3.9. Еволюція спектру, часів життя, сил осциляторів та динамічних провідностей у залежності від ширини (b_1) вхідної ями активної зони ККЛ.

є дві області (I і II) зміни b_1 (на рисунку тоновані), де згадана умова виконується. При цьому область I краща, ніж II, тому що $f_{32}^I > f_{32}^{II}$. Як видно, експериментальне значення b_1^{exp} практично відповідає максимальному значенню f_{32} , як функції від b_1 . У закритій моделі повного каскаду (рис. 3.9ж) є одна область зміни b_1 (I), де $f_{32} > f_{31}$ і одна область (II), де $f_{31} > f_{32}$. При цьому експериментальне значення b_1^{exp} також практично збігається з тим значенням b_1 , яке відповідає максимальному значенню f_{32} , а ширина і положення оптимальної області зміни b_1 у цій моделі практично такі ж, як і в моделі чотирибар'єрної активної зони. Ще потрібно відмітити, що в повнокаскадній моделі існує область (II) у якій $f_{31} > f_{32}$, і тому здавалось би, що ККЛ міг би працювати за рахунок квантового переходу $3 \rightarrow 1$. Однак, як це буде видно далі, у більш адекватній відкритій моделі такої можливості не існує.

У двох моделях (активної зони рис. 3.9а, б, в і повного каскаду рис. 3.9д, е, є) відкритої наносистеми розраховувалися залежності від b_1 резонансних енергій (E_n , E_{in}), часів життя (τ_n), активних динамічних провідностей (σ_{32} , σ_{31}) та їх парціальних складових ($\sigma_{32}^{\pm}$, $\sigma_{31}^{\pm}$).

Перш ніж аналізувати отримані результати зауважимо, що у відкритій моделі активної зони розрахунок величин активних провідностей і їх парціальних складових виконувався з усередненням по тій області енергій, де рівномірно розташовані рівні інжекторної зони ($E_{i4} - E_{i1}$). Розрахунок цих величин провідностей у відкритій моделі окремого повного каскаду виконувався з урахуванням тієї обставини, що електрони з попереднього каскаду виходять з енергією E_1 , яка зміщена відносно резонансної енергії E_3 досліджуваного каскаду на величину $E_3 - E_1 = eFb$.

На відміну від закритих, відкриті моделі дозволяють детальніше і адекватніше проаналізувати умови оптимізації роботи ККЛ за рахунок геометричного дизайну активної зони. Адже у цих моделях можна оцінювати не лише величину активної динамічної провідності у потрібному квантовому

переході (наприклад, $3 \rightarrow 2$), але й задовольняти вимогу, щоб ця величина значно переважала провідність у близькому за енергією переході (наприклад, $3 \rightarrow 1$), при умові, що парціальна складова провідності (σ_{32}^+) у напрямку прямого потоку крізь РТС значно переважає парціальну складову провідності (σ_{31}^-) в оберненому потоці.

Результати розрахунків провідностей і часів життя у відповідних квазістаціонарних станах ($n = 1, 2, 3$) у відкритих моделях активної зони та повного каскаду в залежності від величини b_1 приведені на рис. 3.9б, в і є, е відповідно.

Аналіз еволюції τ_n , $\sigma_{nn'}$, $\sigma_{nn'}^+$ у залежності від b_1 показує, що у моделі відкритої чотирибар'єрної активної зони (рис. 3.9б, в) існують дві області зміни b_1 де: I – оптимальними є квантові переходи $3 \rightarrow 2$ (що і реалізовано експериментально), II – оптимальними є переходи $3 \rightarrow 1$. З рис. 3.9в видно, що ця модель, подібно до моделі закритого каскаду, вказує на можливість реалізації переходу $3 \rightarrow 1$, однак у цій вузькій області (II) зміни b_1 , час життя у першому квазістаціонарному стані досить малий ($\tau_1 \leq 1 \div 3 \text{ пс} < 10 \text{ пс}$).

Модель повного відкритого каскаду (рис. 3.9е, є) найбільш адекватно описує властивості потоку електронів крізь резонансно-тунельну структуру ККЛ з випромінюванням електромагнітного поля при квантових переходах. З рис. 3.9є видно, що в ній, як і в моделі відкритої активної зони, також є дві області зміни b_1 (I і II) у яких добре виконуються умови оптимізації роботи ККЛ (у переходах $3 \rightarrow 2$ і $3 \rightarrow 1$ відповідно). Положення і розміри цих областей практично такі ж, як і в моделі відкритої активної зони і в моделі закритого повного каскаду. Однак аналіз часів життя τ_1 , τ_2 , τ_3 (рис. 3.9е) показує, що насправді область II не є оптимальною, так як при такому геометричному дизайні час життя $\tau_1 \geq 10 \text{ пс}$ стає порівняним за величиною з тривалістю дисипативних процесів, які виводять ККЛ з когерентного стану. Отже, модель відкритого каскаду показує, що у експериментально створеному ККЛ [27] існує

лише одна вузька область (I) ($0.55 \text{ нм} \leq b_1 \leq 1.2 \text{ нм}$) розташування внутрішньої двобар'єрної структури відносно зовнішніх бар'єрів активної зони, у якій лазер працює в оптимальному режимі. Адже лише при такій конфігурації активна провідність σ_{32} у прямому потоці значно переважає інші провідності. При цьому, як видно з рис. 3.8е, не лише часи життя у обох робочих квазістаціонарних станах є досить малими ($\tau_3, \tau_2 \leq 2 \text{ пс}$), а й час життя у першому квазістаціонарному стані ($\tau_1 \leq 10 \text{ пс}$), через який внаслідок взаємодії з фононами [27], здійснюється витік електронів у наступний каскад, також виявляється мінімальним.

Для порівняння з експериментальними результатами роботи [27] у всіх чотирьох теоретичних моделях виконувався розрахунок усіх досліджуваних величин при таких значеннях геометричних і фізичних параметрів, які вказані у цитованій роботі [27]. У результаті таких розрахунків виявилось, що у всіх чотирьох моделях величини енергій (E_1, E_2, E_3) робочих станів відрізняються між собою не більше ніж на 0.1%. Внаслідок цього у всіх моделях теоретичне значення енергії лазерного випромінювання $\Omega_{32}=E_3-E_2=246 \text{ меВ}$ відрізняється від експериментального $\Omega_{32}^{\text{exp}} = 238.8 \text{ меВ}$ на 3%, а різниця енергій $E_2 - E_1 = 34 \text{ меВ}$ добре корелює з величинами енергій обмежених та інтерфейсних фононів, як показано в § 3.5.

Нарешті потрібно відмітити, що, хоча експериментальний геометричний дизайн каскаду ККЛ [27] з шириною вхідної ями ($b_1 = 0.9 \text{ нм}$) чотирибар'єрної активної зони добре узгоджується з цим же значенням b_1 у всіх теоретичних моделях, однак найбільш адекватною є лише модель повного відкритого каскаду, бо не містить тих притаманних іншим моделям, геометричних конфігурацій активної зони, які не відповідають оптимальній роботі ККЛ.

Висновки до розділу 3

1. Розвинена теорія квазістаціонарних станів електронів та активної динамічної провідності відкритих багатошарових РТС у постійному електричному полі та без нього з урахуванням взаємодії електронів зі слабким високочастотним електромагнітним полем.

2. Розвинена теорія стаціонарного електронного спектру та сил осциляторів квантових переходів у закритих багатошарових РТС у постійному електричному полі та без нього. Виконано розрахунок фононного спектру в двоямній РТС, що може слугувати активною зоною ККЛ та ККД.

3. На прикладі експериментально реалізованого ККД з двоямною активною зоною окремого каскаду показано, що лише модель відкритої РТС як повного каскаду дозволяє надійно оптимізувати геометричний дизайн активної зони та описувати фізичні процеси при тунелюванні електронів крізь каскад ККД.

4. На прикладі експериментально реалізованого ККЛ з чотирибар'єрною активною зоною окремого каскаду показано, що лише модель відкритої РТС як повного каскаду дозволяє надійно оптимізувати геометричний дизайн активної зони.

РОЗДІЛ 4

ТЕОРІЯ КВАЗІСТАЦІОНАРНИХ СТАНІВ ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ПРОВІДНОСТІ БАГАТОШАРОВИХ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР У ПОПЕРЕЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Перші експериментальні дослідження тунелювання електронів у поперечному магнітному полі було здійснено близько 15 років тому в роботі [117] для одно- та двобар'єрних РТС. У той же час було виконано перші теоретичні оцінки впливу магнітного поля на стаціонарний електронний спектр у наносистемах [124,125].

Щодо впливу поперечного магнітного поля на функціонування ККЛ, то ці питання детально вивчалися в експериментальній роботі [118], де одночасно були виконані теоретичні оцінки у межах грубої закритої моделі. Експериментально було виявлено, що збільшення напруженості магнітного поля зменшує інтенсивність лазерного випромінювання, а потім і припиняє роботу лазера. Теоретична модель, застосована авторами, не пояснювала суті спостережуваної картини і навіть знаходилась у протиріччі з експериментом, що і відмічали автори роботи [118]. Поведінка ККЛ у поперечному магнітному полі так і залишалася теоретично не з'ясованою до цього часу.

Мета цього розділу полягає в тому, щоб розвинути теорію електронного транспорту крізь плоску відкриту багатошарову РТС як каскад ККЛ, що знаходиться в поздовжньому електричному і поперечному магнітному полях. У моделі окремого відкритого каскаду ККЛ буде досліджено резонансні енергії і резонансні ширини квазістаціонарних станів електрона, а також розраховано і проаналізовано властивості активної динамічної провідності у залежності від напруженості поперечного магнітного поля. Розвинута теорія буде застосована до тієї РТС, яка слугувала каскадом експериментального ККЛ у роботі [118] і

буде встановлено добре узгодження між теоретичними та експериментальними результатами.

4.1 Гамільтоніан системи електронів у відкритих резонансно-тунельних структурах з постійними поздовжнім електричним та поперечним магнітним полями. Квазістаціонарні стани системи

Розглядається плоска відкрита багатошарова РТС (рис 4.1), що складається з шарів-бар'єрів із однакового напівпровідникового матеріалу ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та шарів-ям іншого матеріалу ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$). Перпендикулярно до площин шарів РТС прикладене постійне електричне поле напруженістю $\vec{F}$, а паралельно до них – постійне магнітне поле напруженістю $\vec{H}$. Уважається, що ззовні каскаду магнітне поле відсутнє. Саме таким був геометричний дизайн РТС окремого каскаду ККЛ, експериментально досліджуваного в роботі [118].

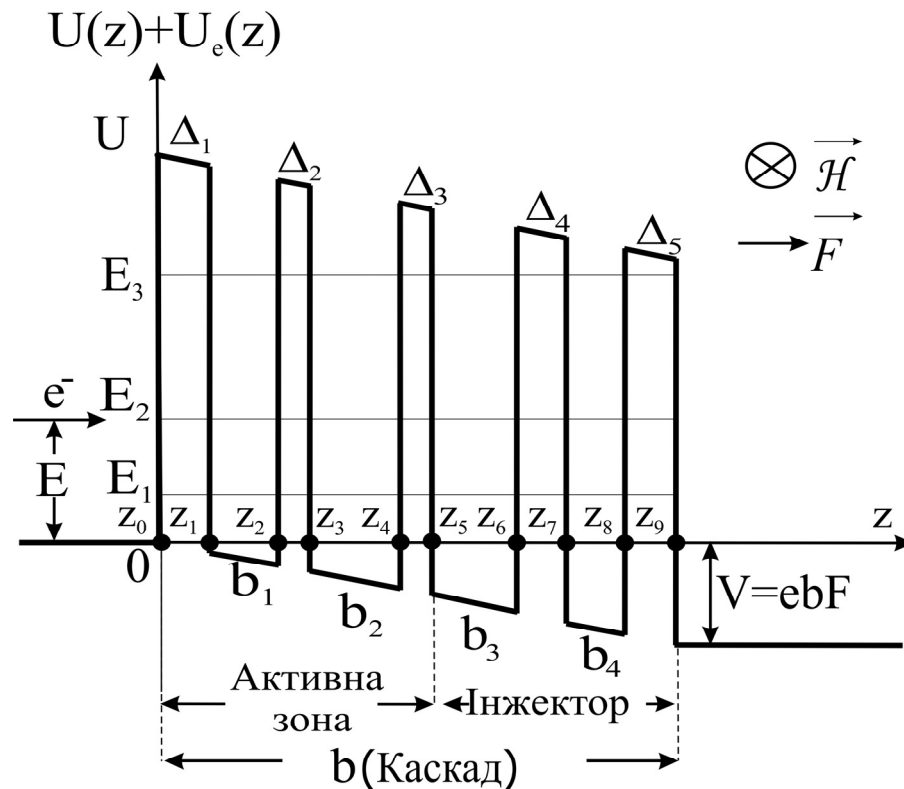


Рис. 4.1. Геометрична та енергетична схеми окремого каскаду квантового каскадного лазера при $H = 0$.

Вважаються відомими товщини потенціальних бар'єрів $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5)$ та квантових ям (b_1, b_2, b_3, b_4) . У подальшому наносистему доцільно розглядати у декартовій системі координат з віссю OZ , яка напрямлена перпендикулярно до її площин. Враховуючи незначну різницю між сталими ґраток шарів ям (a_0) та бар'єрів (a_1) , будемо досліджувати наносистему в моделі прямокутних потенціальних ям та бар'єрів з різними ефективними масами електрона у них. Геометричні параметри РТС визначаються згідно з рис. 4.1. Тоді ефективна маса електрона як функція координати (z) може бути записана у вигляді:

$$m(z) = m_0 \left\{ \theta(-z) + \sum_{p=1}^4 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + \theta(z - b) \right\} + m_1 \left\{ \sum_{p=0}^4 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \right\}, \quad (4.1)$$

де m_0 і m_1 - ефективні маси електрона у шарах ям та бар'єрів відповідно.

Потенціальна енергія електрона в межах каскаду має вигляд:

$$U(z) = U \sum_{p=0}^4 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (4.2)$$

а потенціальна енергія взаємодії електрона з постійним електричним полем напруженості F паралельної осі Oz є

$$U_e(z) = -eF \{ z [\theta(z) - \theta(z - b)] + b \theta(z - b) \}. \quad (4.3)$$

Постійне магнітне поле напруженості $\mathcal{H}$, що діє у межах наносистеми $(0 \leq z \leq b)$ і напрямлене вздовж осі Ox так, що відповідний векторний потенціал може бути записаний у вигляді:

$$\vec{A} = \left(\begin{pmatrix} \mathcal{H}z, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{pmatrix}, 0, 0 \right). \quad (4.4)$$

Щоб отримати спектральні характеристики електронних КСС у досліджуваній системі потрібно розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера

$$\hat{H}(x, y, z) \Psi(x, y, z) = E \Psi(x, y, z), \quad (4.5)$$

де

$$\hat{H}(x, y, z) = \frac{1}{2m(z)} \left\{ \left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} \hat{A}_x \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right\} + U(z) + U_e(z). \quad (4.6)$$

Через залежність ефективної маси і векторного потенціалу від координати (z), рівняння (4.5) з гамільтоніаном (4.6) точно не розв'язується. Його доцільно розв'язувати модифікованим методом Бете, для чого гамільтоніан (4.6) подається у вигляді суми основного гамільтоніана $\hat{H}_0(x, y, z)$ і збурення $\Delta\hat{H}(x, y, z)$, так що

$$\hat{H}(x, y, z) = \hat{H}_0(x, y, z) + \Delta\hat{H}(x, y, z), \quad (4.7)$$

де

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\hbar^2}{2\bar{m}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left[i \frac{\partial}{\partial x} - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right]^2 \right\} + U(z) + U_e(z), \quad (4.8)$$

$$\Delta\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m(z)} - \frac{1}{\bar{m}} \right) \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(i \frac{\partial}{\partial x} - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right]. \quad (4.9)$$

Тут величина $\bar{m}$ має зміст скорельованої ефективної маси електрона в системі й відіграє роль варіаційного параметра у модифікованому методі Бете.

Рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (4.8) розв'язується точно. Дійсно, якщо його розв'язок шукати у вигляді

$$\Psi_0(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i(k_x x + k_y y)} \Phi(E, z), \quad (4.10)$$

де S - площа основної області, то змінні x та y відділяються і для функції $\Phi(E, z)$, яка, через відкритість системи, залежить від енергії E , отримується одновимірне рівняння Шредінгера:

$$\hat{H}(z, k_x, k_y) \Phi(E, z) = E \Phi(E, z) \quad (4.11)$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H}(z, k_x, k_y) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hbar^2}{2\bar{m}} \left[k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right] + U(z) + U_e(z) \quad (4.12)$$

який залежить від квазіімпульсів k_x, k_y , як від заданих параметрів.

Знайшовши функцію $\Phi(E, z)$, як розв'язок рівняння (4.11) з гамільтоніаном (4.12) і підставивши її у (4.10), згідно з модифікованим методом Бете, далі виконується розрахунок матричного елемента оператора збурення (4.9) і за умови його зникнення за рахунок вибору скорельованої маси $\bar{m}$ отримується рівняння

$$\langle \Delta \hat{H}_z \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \Phi^*(E, z) \left(\frac{1}{m(z)} - \frac{1}{\bar{m}} \right) \left\{ k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right\} \Phi(E, z) = 0. \quad (4.13)$$

З рівняння (4.13) отримуємо вираз для скорельованої маси $\bar{m}$ у загальному випадку

$$\bar{m} = m_0 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dz \Phi^*(E, z) \left\{ k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right\} \Phi(E, z)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m_0 dz}{m(z)} \Phi^*(E, z) \left\{ k_y^2 + \left(k_x - \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} z \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \right)^2 \right\} \Phi(E, z)}. \quad (4.14)$$

Таким чином, система рівнянь (4.11) і (4.14) виявляється самоузгодженою і дозволяє ітераційним способом з необхідною точністю знайти скорельовану масу $\bar{m}$ та шукану хвильову функцію $\Phi(E, z)$.

Згідно з постановкою експерименту в роботі [118] вважається, що моноенергетичний пучок невзаємодіючих між собою електронів з концентрацією n_0 і з енергією E падає, для визначеності, зліва на РТС. Це дозволяє покласти гамільтоніані (4.12) $k_x = k_y = 0$. Тоді для скорельованої маси $\bar{m}$ із (4.14) одержується спрощений вираз

$$\bar{m} = m_0 \frac{\int_0^b z^2 |\Phi(E, 0 \leq z \leq b)|^2 dz}{\int_0^b z^2 \frac{m_0}{m(z)} |\Phi(E, 0 \leq z \leq b)|^2 dz}. \quad (4.15).$$

Гамільтоніан (4.12) також спрощується і стаціонарне рівняння Шредінгера набуває вигляду

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2\bar{m}} \left(\frac{e\mathcal{H}z}{c} \right)^2 \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} + U(z) + U_e(z) - E \right\} \Phi(E, z) = 0. \quad (4.16).$$

З урахуванням того, що зліва і справа від каскаду магнітне поле відсутнє, то, як видно з рівняння (4.16), в цих областях воно спрощується і набуває вигляду и системи двох рівнянь

$$\begin{cases} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E \right\} \Phi_0(E, z) = 0, & z \leq 0 \\ \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + eFb + E = 0 \right\} \Phi_{10}(E, z). & z > b \end{cases} \quad (4.17)$$

Враховуючи, що зліва від каскаду присутні падаюча та відбита хвилі, а справа від нього - лише хвиля, яка відповідає електронному потоку, що пройшов крізь каскад ККЛ, точні розв'язки рівнянь Шредінгера (4.17) є

$$\begin{cases} \Phi_0(E, z) = A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z}, & z < 0, \\ \Phi_{10}(E, z) = A_{10} e^{ik_{10} z}, & z > b. \end{cases} \quad (4.18)$$

де

$$k_0 = \frac{\sqrt{2m_0 E}}{\hbar}; \quad k_{10} = \frac{\sqrt{2m_0 (E + eFb)}}{\hbar}. \quad (4.19)$$

Для довільного шару всередині каскаду ККЛ, рівняння Шредінгера (4.16) має вигляд

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2\bar{m}} \left(\frac{e\mathcal{H}z}{c} \right)^2 + U(z) - eFz - E \right\} \Phi(E, z) = 0. \quad (4.20)$$

Вводячи в рівнянні (4.20) позначення для магнітної довжини l , та координати центру циклотронної орбіти Z_0

$$l = \sqrt{\frac{c\hbar}{e\mathcal{H}}}, \quad Z_0 = \frac{c^2 \bar{m} F}{e\mathcal{H}^2}, \quad (4.21)$$

та виконуючи перетворення, що ґрунтуються на виділенні повних квадратів будемо мати

$$\left\{ -\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\bar{m}} \frac{(z - Z_0)^2}{l^4} + \frac{2(U(z) - E)}{\hbar^2} - \frac{1}{\bar{m}} \frac{Z_0^2}{l^4} \right\} \Phi(E, z) = 0. \quad (4.22)$$

Записуючи це рівняння окремо для шарів-ям та шарів-бар'єрів РТС, отримуємо систему рівнянь у вигляді:

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m_p}{\bar{m}} \frac{(z - Z_0)^2}{l^4} + K_p^2 - \frac{m_p}{\bar{m}} \frac{Z_0^2}{l^4} \right\} \Phi(E, z) = 0, \quad (p = 1 \div 9), \quad (4.23)$$

де

$$m_p = \begin{cases} m_0, \\ m_1, \end{cases} \quad K_p = \begin{cases} k = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}, & p = 2, 4, 6, 8, \\ i\chi = i\sqrt{\frac{2m_1(E - U_0)}{\hbar^2}}, & p = 1, 3, 5, 7, 9. \end{cases} \quad (4.24)$$

У системі рівнянь (4.23) та співвідношеннях (4.24) індекс p вказує на номер відповідного шару каскаду, якому відповідають потенціальні квантова яма або бар'єр.

Після виконання заміни

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l}, \quad (4.25)$$

отримується еквівалентна (4.23) система рівнянь, записаних у канонічній формі

$$\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{\xi^2}{4} + \frac{K_p^2 l^2}{2} \sqrt{\frac{\bar{m}}{m_p}} - \sqrt{\frac{m_p}{\bar{m}}} \frac{Z_0^2}{2l^2} \right] \Phi(E, \xi) = 0, \quad (p = 1 \div 9). \quad (4.26)$$

Розв'язками системи (4.26) є лінійні комбінації парної та непарної функцій параболічного циліндра $U(\varsigma, \xi)$ та $V(\varsigma, \xi)$ [89]. Тепер, повертаючись до старих змінних, стаціонарну хвильову функцію електрона $\Phi(E, z)$ можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi(E, z) = & \Phi_0(k_0, z)\theta(-z) + \Phi_{10}(k_{10}, z)\theta(z-b) + \\ & + \sum_{p=1}^9 \Phi_p(K_p, z) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] = (A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z})\theta(-z) + A_{10} e^{ik_{10} z} \theta(z-b) \\ & + \sum_{p=1}^9 \left[A_p U\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right) + B_p V\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right) \right] [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)], \end{aligned} \quad (4.27)$$

де введено безрозмірні параметри

$$\varsigma_p = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{m_p}{\bar{m}}} \frac{Z_0^2}{l^2} - K_p^2 l^2 \sqrt{\frac{\bar{m}}{m_p}} \right), \quad (p = 1 \div 9) \quad (4.28)$$

Функції $U\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right)$ та $V\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right)$ у виразі для хвильової функції $\Phi(E, z)$ (4.27) пов'язані між собою співвідношенням:

$$V\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right) = \frac{1}{\pi} \Gamma(-\varsigma_p) \left\{ -\cos(\pi \varsigma_p) U\left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right) + U\left(\varsigma_p, -\sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z-Z_0)}{l}\right) \right\}, \quad (4.29)$$

Невідомі коефіцієнти $A_0, B_0, A_{10}, A_p, B_p$ ($p = 1 \div 9$) однозначно визначаються з умов неперервності хвильової функції $\Phi(E, z)$ та густин потоків її ймовірностей на всіх гетеромежах наносистеми :

$$\Phi_p(E, z_p) = \Phi_{p+1}(E, z_p); \quad \left. \frac{d\Phi_p(E, z)}{m_p dz} \right|_{z=z_p} = \left. \frac{d\Phi_{p+1}(E, z)}{m_{p+1} dz} \right|_{z=z_p} \quad (p = 0 \div 9), \quad (4.30)$$

а також з умови її нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi^*(k, z) \Phi(k', z) dz = \delta(k - k'). \quad (4.31)$$

Це повністю визначає хвильову функцію $\Phi(E, z)$, що дозволяє виконати розрахунок функції $W(E)$ розподілу за енергією густини ймовірності знаходження електрона в каскаді ККЛ

$$W(E) = \frac{1}{b} \int_0^b |\Phi(E, z)|^2 dz = \frac{1}{b} \left\{ \sum_{p=1}^9 \int_{z_{p-1}}^{z_p} |\Phi_p(E, z)|^2 dz \right\}. \quad (4.32)$$

Таким чином, в наближенні ефективних мас та прямокутних потенціалів отримано вирази, що дозволяють здійснити розрахунок функції розподілу густини ймовірності знаходження $W(E)$ електрона в межах каскаду.

Розрахунок та аналіз залежностей функції $W(E)$ від магнітного поля, а також спектральних характеристик КСС електрона у відкритих моделях активної зони та повного окремого каскаду квантового каскадного лазера буде виконано у наступних параграфах.

4.2 Квазістаціонарні стани та активна динамічна провідність електронів у моделі відкритої активної зони каскаду ККЛ у поперечному магнітному полі. Метод апроксимації ефективного потенціалу

Будемо розглядати плоску відкриту двоямну РТС (рис 4.2), що складається з квантових бар'єрів з однакового напівпровідникового матеріалу ($\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$) та квантових ям іншого матеріалу ($\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$). Така РТС відігравала роль активної зони в квантовому каскадному лазері в експериментальній роботі [118]. Перпендикулярно до площин шарів РТС прикладене постійне електричне поле напруженістю $\vec{F}$, а паралельно до них –

постійне магнітне поле напруженістю $\vec{H}$. Подальша постановка задачі повністю аналогічна постановці задачі у випадку розгляду окремого повного каскаду ККЛ.

Вважається, що є відомими товщини бар'єрів РТС ($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$) та квантових ям (b_1, b_2). В подальшому наносистему доцільно розглядати у декартовій системі координат з віссю Oz , яка напрямлена перпендикулярно до її площин. Враховуючи незначну різницю між сталими ґраток шарів ям a_0 та бар'єрів a_1 будемо досліджувати наносистему в моделі прямокутних потенціальних ям та бар'єрів та різних ефективних мас електрона у них. При цьому геометричні параметри каскаду визначаються згідно рис. 4.2.

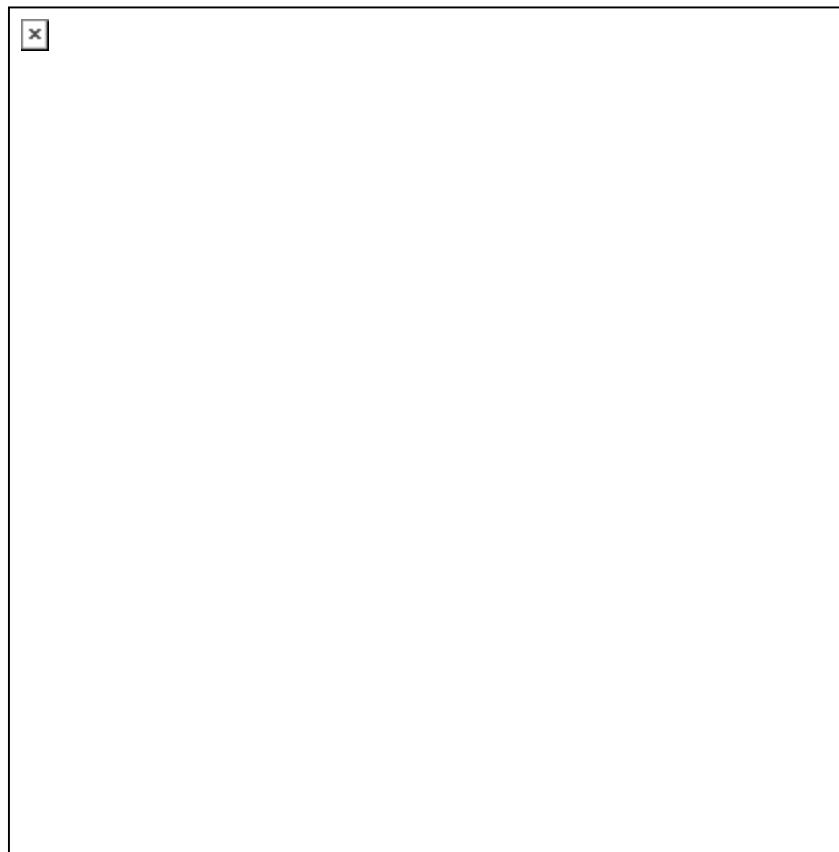


Рис. 4.2. Геометрична та енергетична схема активної зони квантового каскадного лазера при $H = 0$.

Ефективна маса електрона має вигляд:

$$m(z) = m_0 \left\{ \theta(-z) + \sum_{p=1}^2 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + \theta(z - z_5) \right\} + \\ + m_1 \left\{ \sum_{p=0}^2 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})] \right\}, \quad (4.33)$$

де m_0 і m_1 - ефективні маси електрона у шарах ям та бар'єрів відповідно.

Потенціальна енергія електрона в межах активної зони має вигляд:

$$U(z) = U_0 \sum_{p=0}^2 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})]. \quad (4.34)$$

Гамільтоніан електрона в областях поза наносистемою є аналогічним до гамільтоніана (4.17). При цьому рух електрона у межах РТС можна розглядати в ефективному потенціалі

$$U_{eff}(z) = U(z) + U_e(z) + U_{\mathcal{H}}(z), \quad (4.35)$$

де

$$U_e(z) = -eF \{ z [\theta(z) - \theta(z - z_5)] + b \theta(z - z_5) \} \quad (4.36)$$

- внесок від електричного поля, а

$$U_{\mathcal{H}}(z) = \frac{1}{2\bar{m}} \left(\frac{e\mathcal{H}z}{c} \right)^2 [\theta(z) - \theta(z - b)]. \quad (4.37)$$

- потенціальна енергія взаємодії електрона з магнітним полем.

Тепер для хвильової функції електрона, що є розв'язком стаціонарних рівнянь Шредінгера (4.17) (4.20) з гамільтоніанами електрона, які включають ефективний потенціал (4.35) в межах РТС отримуємо

$$\Phi(E, z) = \Phi_0(k_0, z)\theta(-z) + \Phi_6(k_6, z)\theta(z - b) + \\ + \sum_{p=1}^5 \Phi_p(K_p, z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = (A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z}) \theta(-z) + A_6 e^{ik_6 z} \theta(z - b) \\ + \sum_{p=1}^5 \left[A_p U \left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l} \right) + B_p V \left(\varsigma_p, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l} \right) \right] [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \quad (4.38)$$

де

$$\zeta_p = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{m_p}{m}} \frac{Z_0^2}{l^2} - K_p^2 l^2 \sqrt{\frac{m}{m_p}} \right), K_p = \begin{cases} k = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E}, & p=2, 4, \\ i\chi = i\hbar^{-1} 2m_1 (E - U_0), & p=1, 3, 5.. \end{cases} \quad k_6 = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 (E + eFb)}. \quad (4.39)$$

Усі невідомі коефіцієнти A_0, B_0, A_6, A_p, B_p ($p=1 \div 5$) однозначно визначаються із умов неперервності хвильової функції $\Phi(E, z)$ та густин потоків її ймовірностей на всіх гетеромежах наносистеми

$$\Phi_p(E, z_p) = \Phi_{p+1}(E, z_p); \quad \left. \frac{d\Phi_p(E, z)}{m_p dz} \right|_{z=z_p} = \left. \frac{d\Phi_{p+1}(E, z)}{m_{p+1} dz} \right|_{z=z_p} \quad (p=0 \div 5), \quad (4.40)$$

а також з умови її нормування виду (4.31).

Це повністю визначає хвильову функцію $\Phi(E, z)$, що дозволяє виконати розрахунок функції $W(E)$ розподілу за енергією густини ймовірності знаходження електрона в активній зоні ККЛ

$$W(E) = \frac{1}{z_5} \int_0^{z_5} |\Phi(E, z)|^2 dz = \frac{1}{z_5} \left\{ \sum_{p=1}^5 \int_{z_{p-1}}^{z_p} |\Phi_p(E, z)|^2 dz \right\}. \quad (4.41)$$

Для знаходження електронної динамічної провідності активної зони ККЛ відносно пучка невзаємодіючих між собою електронів з концентрацію n_0 в поздовжньому електричному і поперечному магнітному полях, необхідно розв'язати повне рівняння Шредінгера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(E, z, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U_{eff}(z) + H(z, t) \right) \Phi(E, z, t), \quad (4.42)$$

де

$$H(z, t) = -eC \{ z[\theta(z) - \theta(z - z_5)] + z_5 \theta(z - z_5) \} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (4.43)$$

- гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем з частотою ω та амплітудою C напруженості його електричної складової.

Через свою аналітичну складність рівняння (4.42) не має точного розв'язку. Проте в так званому, малосигнальному наближенні, можна шукати

його розв'язок, лінеаризуючи ефективний потенціал $U_{eff}(z)$ у всіх шарах РТС, яка виступає активною зоною ККЛ, й розв'язуючи спочатку стаціонарне рівняння Шредінгера:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U_{eff}(z) \right] \Phi(E, z) = E \Phi(E, z). \quad (4.44)$$

Лінеаризація ефективного потенціалу $U_{eff}(z)$, що визначається співвідношенням (4.35), здійснюється так. Кожен шар РТС розбивається на певне число N частин. Тоді нові координати шарів z_s будуть пов'язаними з координатами старих шарів z_p , що є межами поділу напівпровідникових середовищ потенціальних ям та бар'єрів таким співвідношенням:

$$z_s = z_p + \frac{z_{p+1} - z_p}{N}, \quad p = 0 \div 4. \quad (4.45)$$

Тепер лінеаризований ступінчатий ефективний потенціал $\tilde{U}_{eff}(z)$ можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{eff}(z) &= \sum_{s=0}^N U_{eff}(z_s) [\theta(z - z_{s-1}) - \theta(z - z_s)] = \\ &= \sum_{s=0}^N (U(z_s) + U_e(z_s) + U_B(z_s)) [\theta(z - z_{s-1}) - \theta(z - z_s)], \end{aligned} \quad (4.46)$$

де

$$z_{-1} = z_0 = 0; \quad z_N = z_5 \quad (4.47)$$

і

$$U(z_s) = \begin{cases} U_0, & z_s \in [z_0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5] \\ 0, & z_s \in [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4]. \end{cases} \quad (4.48)$$

згідно з геометричними параметрами активної зони ККЛ, визначених з рис. 4.2.

Стаціонарне рівняння Шредінгера (4.44) з лінеаризованим ефективним потенціалом (4.46) зводиться до рівняння для знаходження функцій $\Phi_s(E, z)$

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K_s^2(z) \right] \Phi_s(E, z) = 0, \quad (4.49)$$

розв'язки якого мають вигляд:

$$\Phi_s(K_s, z) = A_s e^{iK_s(z)z} + B_s e^{-iK_s(z)z}, \quad (4.50)$$

де

$$K_s(z) = \sqrt{\frac{2m(z)(E - \tilde{U}_{eff}(z))}{\hbar^2}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2m_0(E - \tilde{U}_{eff}(z))}{\hbar^2}}, & z \in [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4], \\ \sqrt{\frac{2m_1(E - \tilde{U}_{eff}(z))}{\hbar^2}}, & z \in [z_0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5]. \end{cases} \quad (4.51)$$

Таким чином, з урахуванням граничних умов та умови нормування (4.31) хвильова функція $\Phi_s(E, z)$ однозначно визначена

$$\begin{aligned} \Phi_s(E, z) = & \Phi_0(k_0, z)\theta(-z) + \Phi_{N+1}(k_{N+1}, z)\theta(z-b) + \\ & + \sum_{s=1}^N \Phi_s(K_s, z) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] = (A_0 e^{ik_0 z} + B_0 e^{-ik_0 z})\theta(-z) + \\ & + A_{N+1} e^{ik_{N+1} z} \theta(z-b) + \sum_{s=1}^N (A_s e^{iK_s(z)z} + B_s e^{-iK_s(z)z}) [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] \end{aligned} \quad (4.52)$$

При цьому зрозуміло, що точність розрахунків, які виконувались за умов застосованої апроксимації вкладу магнітного та електричного полів ефективним потенціалом, визначається в залежності від числа розбиттів N шарів активної зони ККЛ. Також, оскільки в ефективний потенціал $U_{eff}(z)$ входить квадратичний за магнітним полем доданок, то, очевидно, що зі збільшенням напруженості магнітного поля для збереження заданої точності розрахунків, яка задається очевидним співвідношенням між квадратами модулів хвильових функцій $\Phi(E, z)$ і $\Phi_s(E, z)$

$$\varepsilon = \frac{||\Phi(E, z)|^2 - |\Phi_s(E, z)|^2|}{|\Phi(E, z)|^2} \ll 1, \quad (4.53)$$

необхідно збільшувати кількість точок розбиття шарів РТС у апроксимуючому ефективному потенціалі (4.46).

Уважаючи амплітуду високочастотного електромагнітного поля малою, в одномодовому наближенні хвильова функція $\Phi(E, z, t)$ як розв'язок повного рівняння Шредінгера з апроксимованим потенціалом (4.46) може бути представлена як

$$\Phi(E, z, t) = \Phi(E, z)e^{-i\omega_0 t} + \Phi_{+1}(E, z)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Phi_{-1}(E, z)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}. (\omega_0 = \hbar^{-1}E) \quad (4.54)$$

Підставляючи тепер хвильову функцію у вигляді (4.54) в рівняння Шредінгера (4.42) та зберігаючи в ньому доданки одного (першого) порядку мализни, отримаємо систему двох неоднорідних диференціальних рівнянь для знаходження функцій $\Phi_{\pm}(E, z)$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \tilde{U}_{eff}(z) - (E \pm \Omega) \right\} \Phi_{\pm 1}(E, z) = e\epsilon z \Phi(E, z). \quad (\Omega = \hbar\omega). \quad (4.55)$$

Рівняння (4.55) має точні розв'язки у вигляді суперпозиції функцій

$$\Phi_{\pm 1}(E, z) = \Phi_{\pm}(E, z) + \phi_{\pm}(E, z). \quad (4.56)$$

У співвідношенні (4.56) функції $\Phi_{\pm}(E, z)$ - розв'язки однорідних рівнянь (4.55)

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm}(E, z) &= \Phi_{\pm}^{(0)}(E, \pm\Omega, z)\theta(-z) + \Phi_{\pm}^{(N+1)}(E, \pm\Omega, z)\theta(z-b) + \\ &+ \sum_{S=1}^N \left[A_{\pm}^{(S)} e^{iK_{\pm}^{(S)}(z)z} + B_{\pm}^{(p)} e^{-iK_{\pm}^{(S)}(z)z} \right] [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] = \\ &= B_{\pm}^{(0)} e^{-iK_{\pm}^{(0)}z} \theta(-z) + A_{\pm}^{(N+1)} e^{iK_{\pm}^{(N+1)}z} \theta(z-b) + \sum_{S=1}^N \left[A_{\pm}^{(S)} e^{iK_{\pm}^{(S)}(z)z} + B_{\pm}^{(p)} e^{-iK_{\pm}^{(S)}(z)z} \right] [\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_p)] \end{aligned} \quad (4.57)$$

де

$$\begin{aligned} k_{\pm}^{(0)} &= \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E \pm \Omega)}; & k_{\pm}^{(N+1)} &= \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E \pm \Omega - U_0 + eFb)}; \\ K_{\pm}^{(S)}(z) &= \hbar^{-1} \sqrt{2m(z)(E - \tilde{U}_{eff}(z) \pm \Omega)} = \begin{cases} \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E - \tilde{U}_{eff}(z) \pm \Omega)}, & z \in [z_1, z_2] \cup [z_3, z_4], \\ \hbar^{-1} \sqrt{2m_1(E - \tilde{U}_{eff}(z) \pm \Omega)}, & z \in [z_0, z_1] \cup [z_2, z_3] \cup [z_4, z_5]. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Функції $\phi_{\pm}(E, z)$, що є розв'язками неоднорідних диференціальних рівнянь (4.55) мають точний аналітичний вигляд:

$$\begin{aligned}
\phi_{\pm}(E, z) &= \sum_{s=1}^N \phi_{\pm}^{(s)}(z) [\theta(z - z_{s-1}) - \theta(z - z_s)] + \phi_{\pm}^{(N+1)}(b) \theta(z - b) = \\
&= \sum_{s=1}^N \left[\mp \frac{e\epsilon}{\Omega} z \Phi_s(E, z) + \frac{e\hbar^2 \epsilon}{m(z) \Omega^2} \frac{d\Phi_s(E, z)}{dz} \right] \times \\
&\times [\theta(z - z_{s-1}) - \theta(z - z_s)] \mp \frac{e\epsilon}{\Omega} b \Phi_{N+1}(E, b) \theta(z - b).
\end{aligned} \tag{4.59}$$

Далі, подібно до попереднього розділу, з урахуванням граничних умов неперервності хвильової функції та потоку густини ймовірності однозначно визначаються усі невідомі коефіцієнти $B_{\pm}^{(0)}$, $A_{\pm}^{(N+1)}$, $A_{\pm}^{(s)}$, $B_{\pm}^{(s)}$, а отже, і сама хвильова функція $\Phi(E, z, t)$, і потік густини струму, і активна динамічна провідність

$$\sigma(E, \Omega) = \sigma^+(E, \Omega) + \sigma^-(E, \Omega), \tag{4.60}$$

яка описується парціальними складовими, зумовленими процесами з випромінюванням $\sigma^{r\pm}$ та поглинанням $\sigma^{a\pm}$ енергії електромагнітного поля, що мають наступний аналітичний вигляд

$$\begin{aligned}
\sigma^+(E, \Omega) &= \sigma^{a+}(E, \Omega) + \sigma^{r+}(E, \Omega) = \frac{\hbar \Omega n_0}{2z_s m_0 \epsilon^2} \left(k_+^{(6)} |A_+^{(6)}|^2 - k_-^{(6)} |A_-^{(6)}|^2 \right), \\
\sigma^-(E, \Omega) &= \sigma^{a-}(E, \Omega) + \sigma^{r-}(E, \Omega) = \frac{\hbar \Omega n_0}{2z_s m_0 \epsilon^2} \left(k_+^{(0)} |B_+^{(0)}|^2 - k_-^{(0)} |B_-^{(0)}|^2 \right).
\end{aligned} \tag{4.61}$$

Отже, у підході апроксимованого ефективного потенціалу побудована теорія спектральних параметрів та активної динамічної провідності відкритої РТС, як активної зони окремого каскаду ККЛ у постійних електричному та магнітному полях. Теорія активної динамічної провідності цілого каскаду ККЛ у цих полях, на основі точного розв'язку повного рівняння Шредінгера в одномодовому наближенні буде розвинена в наступному параграфі.

4.3 Активна динамічна провідність та відносна інтегральна інтенсивність випромінювання у відкритій моделі окремого каскаду ККЛ у поперечному магнітному полі

Для побудови теорії активної динамічної провідності електронів з концентрацією в падаючому пучку n_0 багатошаровою РТС у відкритій моделі окремого каскаду (рис. 4.1) в поперечному магнітному полі з урахуванням руху лише вздовж осі Oz будемо розв'язувати повне рівняння Шредінгера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(E, z, t)}{\partial t} = (H(z) + H(z, t))\Phi(E, z, t), \quad (4.62)$$

де

$$H(z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + U_e(z) + \frac{1}{2\bar{m}} \left(\frac{e\mathcal{H}z}{c} \right)^2 \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq b \\ 0, & z \leq 0, z > b \end{cases} \quad (4.63)$$

гамільтоніан стаціонарної задачі а

$$H(z, t) = -eC \{ z[\theta(z) - \theta(z - b)] + b\theta(z - b) \} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (4.64)$$

- гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем з частотою ω та амплітудою C напруженості його електричної складової.

Розв'язок рівняння (4.62) для функції $\Phi(E, z, t)$ шукається, як і попередніх розділах, у одномодовому наближенні

$$\Phi(E, z, t) = \Phi(E, z)e^{-i\omega_0 t} + \Phi_{+1}(E, z)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Phi_{-1}(E, z)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}, (\omega_0 = \hbar^{-1}E) \quad (4.65)$$

де $\Phi(E, z)$ - точний розв'язок стаціонарної задачі з гамільтоніаном (4.63), а для функцій $\Phi_{\pm 1}(E, z)$ у межах РТС отримується система неоднорідних рівнянь

$$\left[-\frac{d^2}{dz^2} + \frac{m_p}{\bar{m}} \frac{(z - Z_0)^2}{l^4} + \frac{2m_p(U(z) - E \pm \Omega)}{\hbar^2} - \frac{m_p}{\bar{m}} \frac{Z_0^2}{l^4} \right] \Phi_{\pm}(E, z) = \frac{2m_p}{\hbar^2} eCz\Phi(E, z), (p = 1 \div 9) \quad (4.66)$$

де ефективні маси m_p електрона в p -ій області каскаду визначаються згідно

співвідношень (4.24), $l = \sqrt{c\hbar/e\mathcal{H}}$, $Z_0 = c^2\bar{m}F/e\mathcal{H}^2$.

Знерозміривши систему рівнянь (4.66) заміною $\xi = \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l}$, будемо мати систему неоднорідних диференціальних рівнянь відносно функцій $\Phi_{\pm 1}(E, \xi)$

$$\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{\xi^2}{4} + \frac{\sqrt{m_p \bar{m}}(U(\xi) - E \pm \Omega)}{\hbar^2} l^2 - \sqrt{\frac{m_p}{\bar{m}}} \frac{Z_0^2}{2l^2} \right] \Phi_{\pm}(E, \xi) = \frac{\sqrt{m_p \bar{m}} l^3}{\hbar^2} \left(\xi \sqrt[4]{\frac{\bar{m}}{4m_p}} + \frac{Z_0}{l} \right) e^{\pm i \Omega \xi} \Phi(E, \xi). \quad (p = 1 \div 9). \quad (4.67)$$

Розв'язком системи диференціальних рівнянь (4.67) є суперпозиція функцій

$$\Phi_{\pm 1}(E, \xi) = \Phi_{\pm}(E, \xi) + \phi_{\pm}(E, \xi). \quad (4.68)$$

Тут функції $\Phi_{\pm}(E, \xi)$ є розв'язками однорідних рівнянь (4.66)

$$\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{\xi^2}{4} + \frac{\sqrt{m_p \bar{m}}(U(\xi) - E \pm \Omega)}{\hbar^2} l^2 - \sqrt{\frac{m_p}{\bar{m}}} \frac{Z_0^2}{2l^2} \right] \Phi_{\pm}(\xi) = 0. \quad (p = 1 \div 9). \quad (4.68)$$

Повертаючись у розв'язках рівнянь (4.68) до змінної z , отримуємо

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm}(E, z) &= \Phi_{\pm}^{(0)}(E, z) \theta(-z) + \Phi_{\pm}^{(10)}(E, z) \theta(z - b) + \\ &+ \sum_{p=1}^9 \Phi_{\pm}^{(p)}(E, z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = B_{\pm}^{(0)} e^{-ik_{\pm}^{(0)} z} \theta(-z) + A_{\pm}^{(10)} e^{ik_{\pm}^{(10)} z} \theta(z - b) + \\ &+ \sum_{p=1}^9 \left\{ A_{\pm}^{(p)} U \left[\zeta_{\pm}^{(p)}, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l} \right] + B_{\pm}^{(p)} V \left[\zeta_{\pm}^{(p)}, \sqrt[4]{\frac{4m_p}{\bar{m}}} \frac{(z - Z_0)}{l} \right] \right\} [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \end{aligned} \quad (4.69)$$

де

$$\begin{aligned} \zeta_{\pm}^{(p)} &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{m_p}{\bar{m}}} \frac{Z_0^2}{l^2} - K_{\pm(p)}^2 l^2 \sqrt{\frac{\bar{m}}{m_p}} \right), \quad K_{\pm(p)} = \begin{cases} k_{\pm}, & p = 2, 4, 6, 8, \\ i\chi_{\pm}, & p = 1, 3, 5, 7, 9. \end{cases} \quad k_{\pm} = \sqrt{\frac{2m_0(E \pm \Omega)}{\hbar^2}}, \\ \chi_{\pm} &= \sqrt{\frac{2m_1(E - U_0 \pm \Omega)}{\hbar^2}}, \quad k_{\pm}^{(0)} = \sqrt{\frac{2m_0(E \pm \Omega)}{\hbar^2}}, \quad k_{\pm}^{(10)} = \sqrt{\frac{2m_0(E \pm \Omega + V_0)}{\hbar^2}}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Частинні розв'язки диференціальних рівнянь (4.66) також мають точний аналітичний вигляд

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}(E, z) = & \mp \frac{e\epsilon b}{\Omega} \Phi_{10}(E, z) \theta(z - b) + \sum_{p=1}^9 \frac{e\sqrt{m_p \bar{m}} \epsilon l^3}{\hbar^2} [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \times \\ & \times \int_1^z \left(\eta^4 \sqrt{\frac{\bar{m}}{4m_p}} + \frac{Z_0}{l} \right) [U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \xi) V(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta) - V(\zeta_{\pm}^{(p)}, \xi) U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta)] \Phi_p(\eta) d\eta \\ & \times \int_1^z \frac{[U(\zeta_{\pm}^{(p)} + 1, \eta) - \eta U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta)] V(-\zeta_{\pm}^{(p)} - 1, \eta) - i U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta) V(-\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta)}{[U(\zeta_{\pm}^{(p)} + 1, \eta) - \eta U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta)] V(-\zeta_{\pm}^{(p)} - 1, \eta) - i U(\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta) V(-\zeta_{\pm}^{(p)}, \eta)} d\eta. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Далі, з використанням умов неперервності повної хвильової функції $\Phi(E, z, t)$ та густини її потоку на усіх межах наносистеми в довільний момент часу t однозначно визначаються усі невідомі коефіцієнти $B_{\pm}^{(0)}$, $A_{\pm}^{(10)}$, $A_{\pm}^{(p)}$, $B_{\pm}^{(p)}$ ($p = 1 \div 9$), а отже, й сама функція $\Phi(E, z, t)$, й потік густини струму, й активна динамічна провідність, яка може бути представлена у вигляді двох парціальних складових (σ^+, σ^-) , що зумовлюються процесами поглинання та випромінювання енергії електромагнітного поля

$$\begin{aligned} \sigma^+(E, \Omega) = \sigma^{a+}(E, \Omega) + \sigma^{r+}(E, \Omega) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2bm_0 \epsilon^2} \left(k_+^{(10)} |A_+^{(10)}|^2 - k_-^{(10)} |A_-^{(10)}|^2 \right), \\ \sigma^-(E, \Omega) = \sigma^{a-}(E, \Omega) + \sigma^{r-}(E, \Omega) &= \frac{\hbar \Omega n_0}{2bm_0 \epsilon^2} \left(k_+^{(0)} |B_+^{(0)}|^2 - k_-^{(0)} |B_-^{(0)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (4.72)$$

Якщо на РТС не діє зовнішнє електромагнітне поле, а енергія E падаючих на неї електронів збігається з резонансною енергією E_n одного зі збуджених КСС, то внаслідок переважання квантових переходів у низькоенергетичні стани ($n' < n$) буде виникати випромінювання електромагнітних хвиль з енергією Ω порядку $\Omega_{nn'} = E_n - E_{n'}$, а сама РТС матиме від'ємну активну динамічну провідність.

Оскільки потужність лазерного випромінювання з частотою $\omega = \hbar^{-1} \Omega$, яке створюється електронним потоком з енергією E , що проходить через РТС, є відома

$$P(E, \Omega) = 2bF^2 |\sigma(E, \Omega)|, \quad (4.73)$$

то можна визначити експериментально вимірювану величину відносної інтегральної інтенсивності випромінювання в залежності від напруженості магнітного поля

$$I(E, \Omega_{nn'}, \mathcal{H}) = \int_{\Omega_{nn'}^<}^{\Omega_{nn'}^>} |\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})| d\Omega \bigg/ \int_{\Omega_{nn'}^<}^{\Omega_{nn'}^>} |\sigma(E, \Omega, \mathcal{H} = 0)| d\Omega, \quad (4.74)$$

де $\Omega_{nn'}^<$, $\Omega_{nn'}^>$ - енергії поля, при яких реалізуються відповідно нижній і верхній мінімуми функції $|\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})|$ при $E = const$ і $\mathcal{H} = const$.

Отже, побудована теорія спектральних параметрів електрона та активної динамічності провідності багатошарової РТС у постійних повздовжньому електричному та поперечному магнітному полях у моделі відкритої наносистеми на основі розв'язку відповідних стаціонарного та повного рівнянь Шредінгера з апроксимацією вкладу від електричного та магнітного полів ефективним потенціалом, а також точного розв'язку цих рівнянь. Розвинена теорія дозволяє виконати розрахунок залежностей згаданих фізичних величин від величини магнітного поля й порівняти отримані результати з експериментальними даними для досліджуваних ККЛ у поперечному магнітному полі, що і буде виконано далі.

4.4 Властивості електронних квазістаціонарних станів та активної динамічної провідності каскаду квантового каскадного лазера в поперечному магнітному полі

Розрахунок і аналіз спектральних параметрів електронних КСС, активної динамічної провідності та відносної інтегральної інтенсивності випромінювання виконувався на прикладі відкритої багатошарової РТС на основі $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ квантових ям та $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}$ бар'єрів, як окремого каскаду ККЛ, що досліджувався в експериментальній роботі [118].

Геометричні параметри РТС каскаду ККЛ вибирались такими, як у експериментальній роботі [118] згідно з рис. 4.1. Товщини в нанометрах зліва направо по РТС такі: шарів-бар'єрів (2,4, 2,5, 2,5, 2,5, 2,4), шарів-ям – (4,2, 7,4, 5,5, 4,6). Згідно з роботою [118] $m_0 = 0.043m_e$, $m_1 = 0.083m_e$, $U_0 = 516$ меВ, $F = 55$ кВ/см, $n_0 = 9,2 \cdot 10^{17}$ см⁻³.

Оскільки в цитованій експериментальній роботі лазерне випромінювання спостерігалось на довжині хвилі $\lambda = 9.5$ мкм ($\Omega \approx 130$ меВ) за рахунок квантових переходів між двома нижніми електронними КСС, то теоретичний розрахунок також буде стосуватися КСС нижньої частини спектру.

Для порівняння між собою теоретичних та експериментальних результатів, а також для того, щоб з'ясувати причини встановленого на експерименті різкого згасання відносної інтегральної інтенсивності лазерного випромінювання зі збільшенням величини напруженості магнітного поля, виконувався розрахунок не тільки величини $\sigma(E, \Omega, \mathcal{H})$ та її парціальних складових ($\sigma^\pm$) при $E = E_2$ в околі $\Omega = \Omega_{21} = E_2 - E_1$, але й резонансних енергій та ширин перших трьох КСС, у яких електрон локалізований в активній зоні КСС.

Перш ніж аналізувати резонансні енергії (E_n) та резонансні ширини (Γ_n) КСС, доцільно виконати розрахунок також і функції просторового розподілу ймовірності знаходження електрона в n -ному КСС

$$\rho(z) = \int_{E_{n-1}}^{E_n} |\Phi(E, z)|^2 dE, \quad (4.75)$$

де $\bar{E}_0 = 0$, $\bar{E}_n$ –положення n -го мінімуму функції розподілу густини ймовірності $W(E)$ у шкалі енергій.

На рис. 4.3а, б наведені результати розрахунку ефективного потенціалу $U_{eff}(z)$, густини ймовірності $\rho(z)$, резонансних енергій E_1 , E_2 робочих КСС, між якими здійснюється квантовий перехід ($2 \rightarrow 1$) з випромінюванням енергії

($\Omega_{21} = E_2 - E_1$) електромагнітного поля при чотирьох значеннях напруженості магнітного поля.

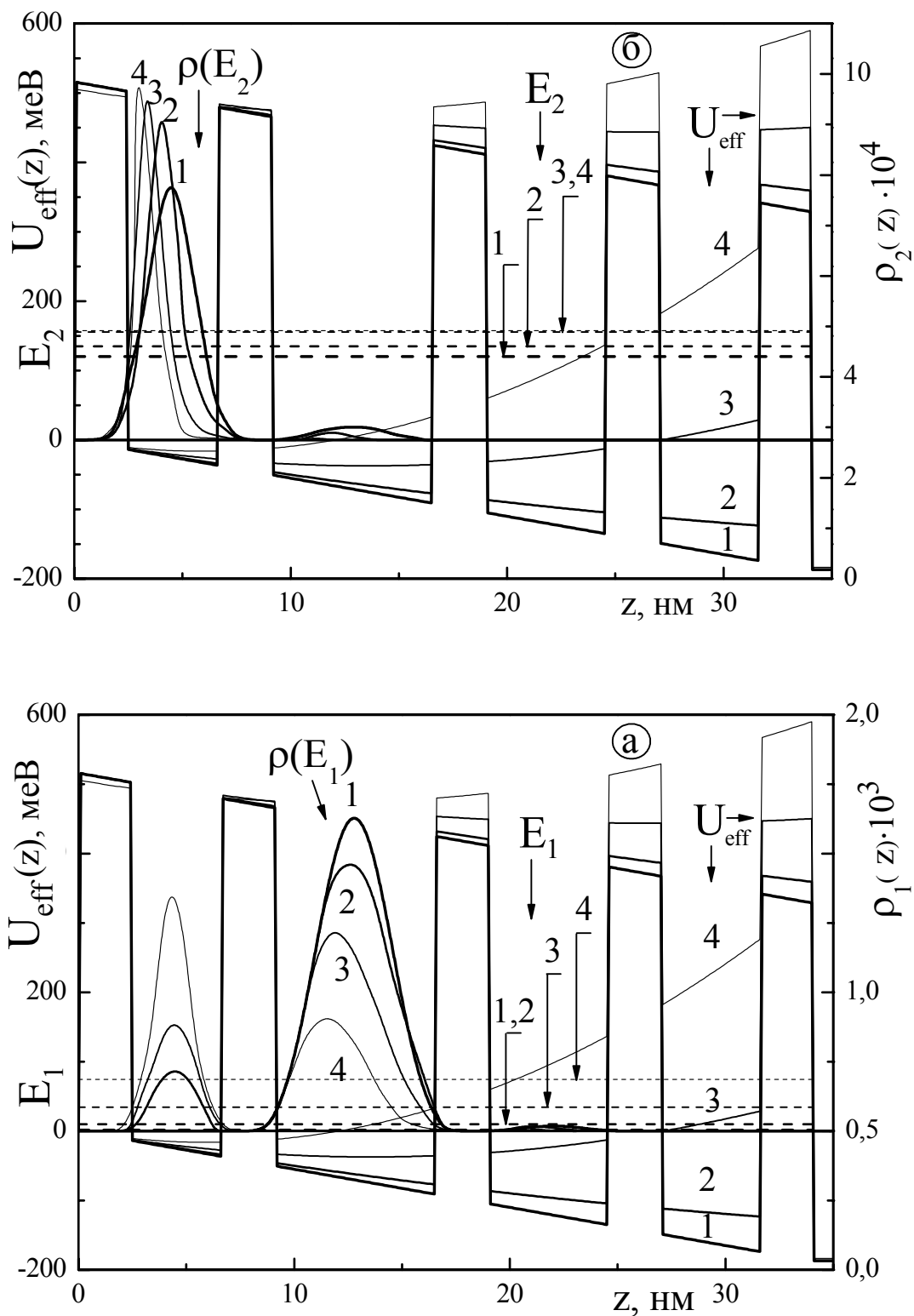


Рис. 4.3. Залежності $U_{eff}(z)$, а) E_1 , $\rho(E_1, z)$; б) E_2 , $\rho(E_2, z)$ при чотирьох значеннях напруженості магнітного поля: 1 – 0 Тл, 2 – 5 Тл, 3 – 10 Тл, 4 – 15 Тл.

З рис. 4.3 видно, що при відсутності магнітного поля електрон у другому КСС (рис. 4.3б) локалізується переважно в першій (вхідній) потенційній ямі активної зони, а в першому КСС (рис. 4.3а) - у другій. Тому в досліджуваній моделі відкритої РТС, як і в моделі відповідної закритої системи [118], відбувається інтенсивне випромінювання електромагнітного поля, в, так званому "косому переході". Зі збільшенням величини магнітного поля $\mathcal{H}$ електрон в другому КСС ще більше локалізується в першій ямі, тоді як у першому КСС він делокалізується в другій ямі і поступово переміщується у першу яму. Квантовий перехід при стає більш "прямим", через що, як буде видно далі, інтенсивність виникаючого електромагнітного випромінювання істотно зменшується.

Як відомо з експериментальної роботи [118], дизайн двоямної активної зони був утворений таким чином (рис. 4.1), щоб при потраплянні електронів у РТС з енергією $E \sim E_2$ виникало лазерне випромінювання унаслідок квантового переходу з другого у перший КСС. Розрахунок резонансних енергій та ширин перших трьох КСС при $\mathcal{H} = 0$ Тл показав, що отримана різниця резонансних енергій $\Omega_{21} - \Omega_{32} = 13.6$ меВ ($\Omega_{21} = 118.6$ меВ, $\Omega_{32} = 105$ меВ) є досить близькою до резонансних ширин другого та третього КСС ($\Gamma_1 = 0.56$ меВ, $\Gamma_2 = 2.27$ меВ, $\Gamma_3 = 5.19$ меВ). Отже, виникає питання, чи не може зміна величини напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ привести до того, що різниці резонансних енергій електронних КСС $E_2 - E_1$ і $E_3 - E_2$ будуть практично однаковими, внаслідок чого процеси випромінювання можуть компенсуватися процесами поглинання електромагнітного поля. Щоб дати відповідь на це запитання виконувався розрахунок $E_{n=1,2,3}(\mathcal{H})$, $\Gamma_{n=1,2,3}(\mathcal{H})$ в залежності від величини напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ у широкому діапазоні (0-22Тл). Розраховані залежності РЕ та РШ приведено на рис. 4.4а, б.

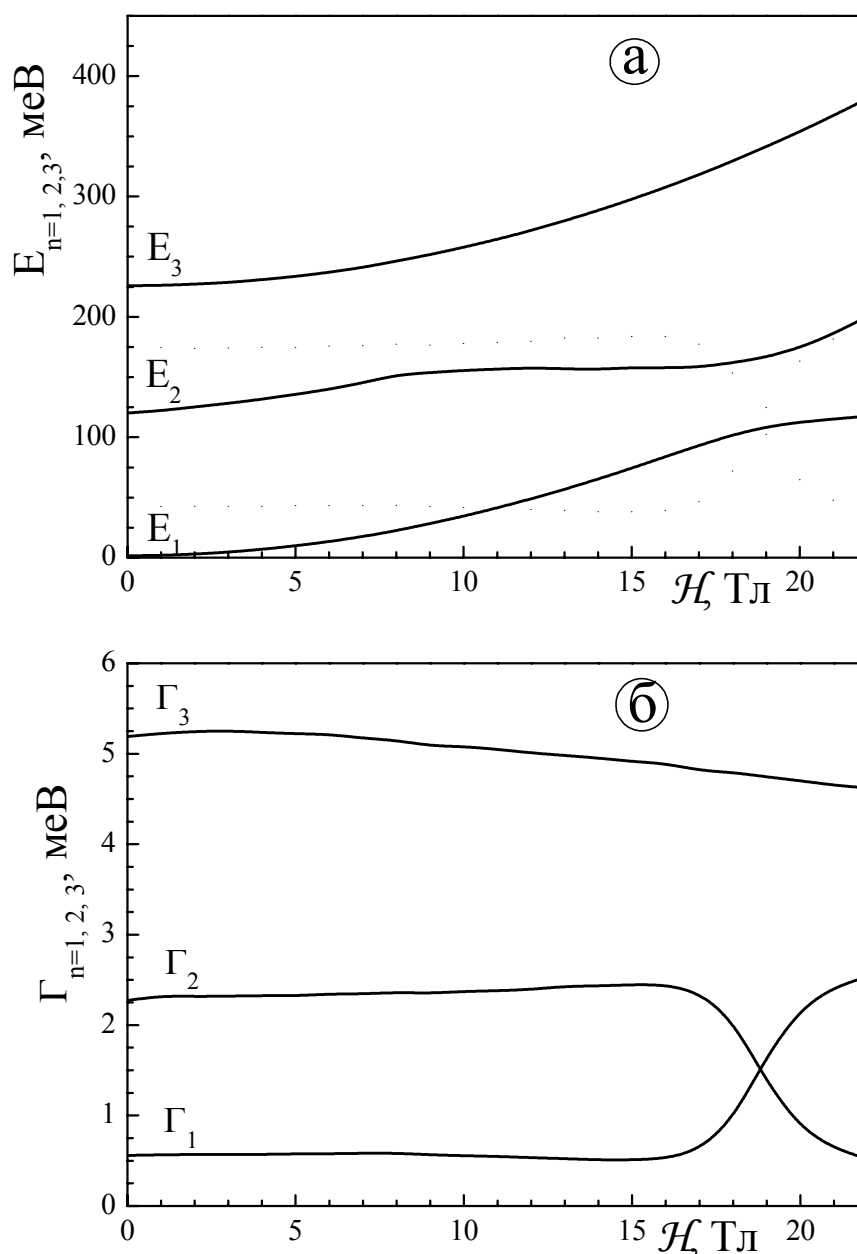


Рис. 4.4. Залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$: а) резонансних енергій ($E_{n=1,2,3}$) ; б) резонансних ширин ($\Gamma_{n=1,2,3}$).

З рис. 4.4а, б видно, що зі збільшенням величини магнітного поля $\mathcal{H}$ величини резонансних енергій всіх трьох КСС зростають, причому наближаючись до околу величини напруженості магнітного поля $\mathcal{H} = 14$ Тл резонансні енергії E_1 і E_2 , утворюють своєрідний антикросінг, пов'язаний з проаналізованою раніше зміною локалізації електрона в першому КСС, тобто

його переміщенням з другої ями активної зони в першу. Ця обставина ще більш яскраво проявляється на перетині польових залежностей резонансних ширин $\Gamma_1(\mathcal{H})$ і $\Gamma_2(\mathcal{H})$ при певній величині напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$.

На рис. 4.5 приведено розраховані залежності енергій випромінювання Ω_{21} та поглинання Ω_{32} електромагнітного поля від величини напруженості магнітного поля у широкому діапазоні (0-22Тл). Там же приведені експериментальні і теоретичні залежності від напруженості магнітного поля енергії лазерного випромінювання (Ω_{21}), отримані в роботі [118]. З рис. 4.5 видно, що зі збільшенням напруженості магнітного поля у межах (0÷8Тл), розрахована у розвинутій теорії величина енергії електромагнітного випромінювання, у відповідності з експериментом [118], зростає, тоді як теоретичні розрахунки, виконані у цитованій роботі, приводили до оберненого напрямку зміщення максимуму спектру випромінювання. Теоретично розрахована середня величина енергії випромінювання ($\Omega_{21} \approx 125$ меВ) в цьому інтервалі напруженостей магнітного поля з точністю не гірше 6% корелює з експериментально отриманим значенням ($\Omega_{21}^{\text{exp}} \approx 133$ меВ).

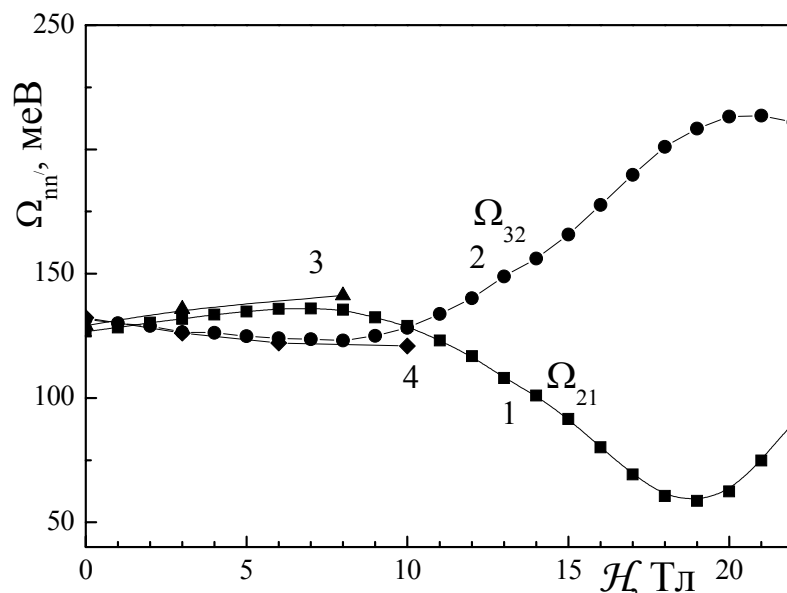


Рис. 4.5. Залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$: в побудованій теорії (енергії випромінювання Ω_{21} – 1, енергії поглинання Ω_{23} – 2), в експерименті – 3 та теорії – 4 з роботи [118].

Розраховані залежності активної динамічної провідності σ_{21} та її парціальних складових $\sigma_{21}^{a\pm}$ у залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ приведено на рис. 4.6.

З рис. 4.6 видно, що в усьому інтервалі зміни $\mathcal{H}$ величини провідностей ($\sigma_{21}^{a\pm}$), що формуються в процесах поглинання енергії електромагнітного поля Ω_{21} (навіть близькою до Ω_{32}), дуже малі, а величини $\sigma_{21}^{r\pm}$, що формуються у процесах з випромінюванням електромагнітного поля - сильно залежать від напруженості магнітного поля.

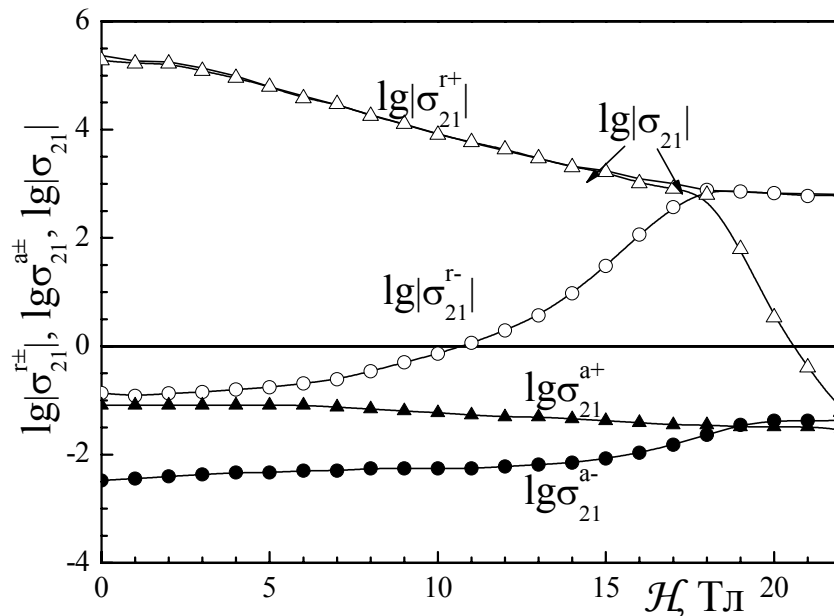


Рис. 4.6. Залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ логарифмів величин повної (σ_{21}) та парціальних складових ($\sigma_{21}^{a\pm}$, $\sigma_{21}^{r\pm}$) провідностей в одиницях $\sigma_0=1\text{См/см}$.

Зі збільшенням напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ початкова значна величина негативної парціальної складової динамічної провідності в прямому напрямку $|\sigma^+(E_2, \Omega_{21}, \mathcal{H})|$ зменшується, а мала провідність $|\sigma^-(E_2, \Omega_{21}, \mathcal{H})|$ у

зворотному напрямку - збільшується. Тому зі збільшенням напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ приблизно до 16 Тл повна величина провідності $\sigma(E_2, \Omega_{21}, \mathcal{H})$ формується прямим електронним потоком; в інтервалі 16 Тл-19 Тл - парціальні складові провідності в різні боки РТС є співмірними між собою, а при $\mathcal{H} \geq 19$ Тл переважає провідність, що формується потоком у зворотному напрямі до початкового. Таким чином, при досягненні напруженості магнітного поля порядку 16 Тл відбувається вирівнювання електронних потоків у обидві сторони активної зони кожного каскаду, внаслідок чого робота ККЛ припиняється, що і спостерігалось експериментально [118].

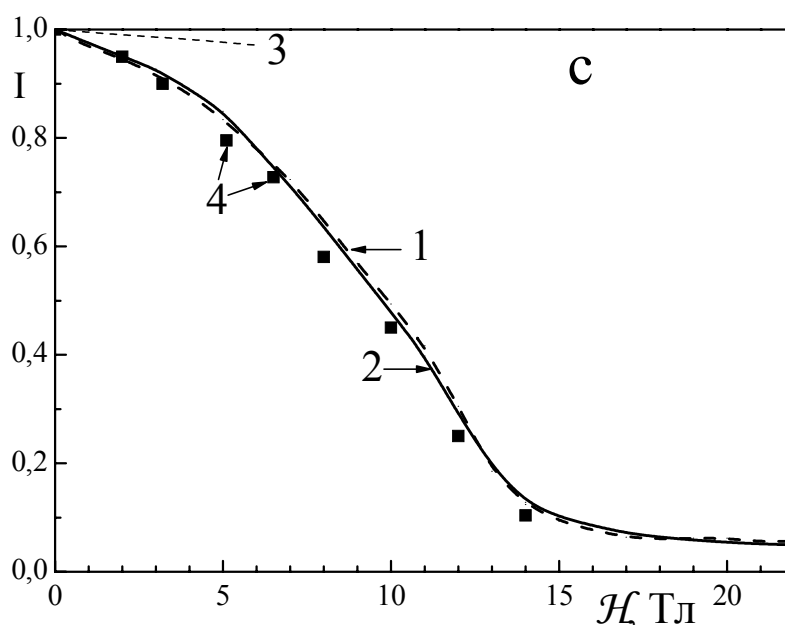


Рис. 4.7. Залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$: відносної інтегральної інтенсивності випромінювання (в побудованій теорії: 1– на основі апроксимації ефективного потенціалу, 2 – точний розв’язок; в теорії – 3 та експерименті – 4 з роботи [118]).

На основі розвинутої у попередніх параграфах теорії активної динамічної провідності з використанням розв’язків повного рівняння Шредінгера у відкритих моделях: а) активної зони з апроксимацією потенціальної енергії магнітного та

електричного полів ефективним потенціалом та б) повного каскаду з точними потенціальними енергіями обох постійних полів виконувався розрахунок динамічної провідності та її парціальних складових, а також відносної інтегральної інтенсивності лазерного випромінювання, сформованого квантовими випромінювальними переходами між двома нижніми КСС у залежності від напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$. При цьому також розраховувалася аналогічна польова залежність частоти лазерного випромінювання електромагнітного поля. Результати цих розрахунків представлено на рис. 4.7. З рис. 4.7 видно, що відносна інтегральна інтенсивність випромінювання, розрахована за запропонованою теорією (криві 1 та 2), на відміну від розрахованої в роботі [118] (крива 3), задовільно узгоджується з експериментом (крива 4) у всьому інтервалі (0-14 Тл) зміни напруженості магнітного поля.

Зауважимо, що як видно з рис. 4.7, результати розрахунку залежностей відносної інтегральної інтенсивності лазерного випромінювання та частоти випромінювання електромагнітного поля від напруженості магнітного поля, які були виконані в двох відкритих моделях РТС: активної зони та повного каскаду, добре корелюють між собою та з експериментальними результатами [118]. Проте застосування моделі повного каскаду має перевагу в тому, що дозволяє більш адекватно описати процеси, які приводять до зменшення інтегральної інтенсивності випромінювання, розраховуючи функцію просторового розподілу $\rho_{n=1,2}(z)$ для робочих КСС електрона, а також, не зважаючи на хороше узгодження в розрахунках спектрів електрона, дає змогу більш наближено до експерименту розрахувати часи життя електрона в робочих КСС.

Висновки до розділу 4

1. Розвинена квантова теорія електронного транспорту крізь відкриту багат шарову нано-РТС як у моделі активної зони, так і в моделі повного каскаду ККЛ в постійних поздовжньому електричному і поперечному магнітному полях з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем.

2. Встановлено, що зі збільшенням напруженості магнітного поля $\mathcal{H}$ РЕ перших трьох КСС електрона зростають: третього – рівномірно, а першого і другого – нерівномірно, з ознаками антикросінгу. Резонансна ширина третього КСС слабо залежить від напруженості магнітного поля, а ширин першого і другого КСС до напруженості $\mathcal{H}=16\text{Тл}$ майже не змінюються, тоді як в інтервалі $16\text{Тл} \leq \mathcal{H} \leq 22\text{Тл}$ відбувається взаємна зміна ширин цих станів. Причиною складної залежності спектральних параметрів КСС є зміщення максимумів функції розподілу ймовірності $\rho_{n=1,2}(z)$ перебування електрона з другої у першу потенціальну яму зі збільшенням напруженості магнітного поля.

3. Вперше розрахована і проаналізована негативна активна динамічна провідність багат шарової РТС як у моделі активної зони, так і в моделі окремого каскаду ККЛ. Показано, що у процесах поглинання виникаюча динамічна провідність мала, а в процесах, що пов'язані з випромінюванням, зі збільшенням напруженості магнітного поля, величина динамічної провідності у прямому напрямку зменшується, а в оберненому - збільшується.

4. Вперше показано, що у відповідності з експериментом [118], при збільшенні магнітного поля до 8 Тл пік лазерного випромінювання зсувається в область більших енергій, а його відносна інтегральна інтенсивність випромінювання різко зменшується через те, що магнітне поле значно збільшує ефективний потенціал вихідних ям і бар'єрів, що і викликає руйнування енергетичної структури узгоджених між собою постійним електричним полем сусідніх каскадів ККЛ.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Уперше побудовано теорію коефіцієнта прозорості, спектральних параметрів (РЕ, РШ) КСС і активної динамічної провідності відкритої ДБРТС відносно пучка електронів, які взаємодіють між собою та з електромагнітним полем у моделі прямокутних потенціалів і різних ефективних мас у ямах і бар'єрах цієї наносистеми. Показано, що збільшення міжелектронної взаємодії деформує форму коефіцієнта прозорості $D(E, \nu)$ від квазілоренцевої до клиноподібної, зміщуючи його максимум в область більших електронних енергій. Для адекватної характеристики коефіцієнта прозорості нелоренцевої форми уведено поняття узагальнених РЕ $E_n(\nu)$, РШ $\Gamma_n(\nu)$.

2. Установлено, що міжелектронна взаємодія слабо змінює величину активної динамічної провідності і незалежно від її знака зміщує положення максимуму в область більших енергій електромагнітного поля. При значній величині міжелектронної взаємодії активна динамічна провідність σ як функція електронної енергії, набуває клиноподібної форми, а як функція енергії електромагнітного поля вона, в основному, залишається квазілоренцевою.

3. Уперше побудована теорія спектральних параметрів КСС та активної динамічної провідності електронів плоскою відкритою багат шаровою РТС як окремим каскадом ККД з трибар'єрною активною зоною. Показано, що розвинена теорія дозволяє однозначно встановити такий геометричний дизайн активної зони каскаду, який згідно з експериментом оптимізує функціональні характеристики ККД.

4. Уперше розвинена теорія квазістаціонарних станів і активної динамічної провідності електронів відкритими багат шаровими РТС у постійному поздовжньому електричному полі та без нього з урахуванням взаємодії електронів з високочастотним електромагнітним полем. На прикладі експериментально реалізованого ККЛ з чотирибар'єрною активною зоною окремого каскаду показано, що лише модель повного відкритого каскаду дозволяє надійно оптимізовувати геометричний дизайн активної зони.

5. Уперше розвинена квантова теорія електронного транспорту крізь відкриту багатошарову РТС у моделях активної зони та повного каскаду ККЛ у постійних поздовжньому електричному і поперечному магнітному полях з урахуванням взаємодії електронів з електромагнітним полем на основі модифікованого методу Бете. Досліджена залежність від напруженості магнітного поля P_E та P_H електронних КСС, а також розрахована і проаналізована негативна активна динамічна провідність відкритої багатошарової РТС у моделях активної зони й окремого каскаду ККЛ.

6. Уперше показано, що відповідно до експерименту, збільшення напруженості магнітного поля збільшує частоту випромінювання ККЛ, різко зменшуючи його інтегральну інтенсивність. Установлено, що збільшення напруженості магнітного поля приводить до поступового руйнування узгодженості між робочими квазістаціонарними станами електрона в активній зоні ККЛ і до зменшення парціальної складової активної динамічної провідності в прямому потоці, що й викликає, згідно з експериментом, зупинку функціонування ККЛ при деякій величині напруженості магнітного поля.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Казаринов Р. Ф. О возможности усиления электромагнитных волн в полупроводниках со сверхрешеткой / Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис // ФТП. – 1972. – Т. 6, № 7. – С. 1359 - 1365.
2. Казаринов Р. Ф. К теории электрических свойств полупроводников со сверхрешеткой / Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис // ФТП. – 1973. – Т. 7, № 3. – С. 488 - 499.
3. Faist J. Quantum Cascade Laser / J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco [et al.] // Science. – 1994. – V. 264, № 5158. – P.533 - 556.
4. Faist J. High-power long wavelength ($\lambda \sim 11,5 \mu\text{m}$) quantum cascade lasers operating above room temperature / J. Faist, C. Sirtori, F. Capasso [et al.] // IEEE Photon. Technol. Lett. – 1998. – V. 10, № 8. – P. 1100 - 1102.
5. Rochat M. Far-infrared ($\lambda = 88 \mu\text{m}$) electroluminescence in a quantum cascade structure / M. Rochat, J. Faist, M. Beck [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 73, № 25. – P. 3724 - 3727.
6. Sirtori C. GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Quantum Cascade Lasers / C. Sirtori, P. Kruck, S. Barbieri [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 73, №24. – P. 3486 - 3489.
7. Hofstetter D. Surface-emitting $10.1 \mu\text{m}$ quantum-cascade distributed feedback lasers / D. Hofstetter, J. Faist, M. Beck and U. Oesterle // Appl. Phys. Lett. – 1999. – V. 75, № 24. – P. 3724 - 3727.
8. Sirtori C. Low-loss Al-free waveguides for unipolar semiconductor lasers / C. Sirtori, P. Kruck, S. Barbieri [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2004. – V. 75, № 25. – P. 3911 - 3914.
9. Sirtori C. Influence of DX Centers on the Performance of Unipolar Semiconductor Lasers Based GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ / C. Sirtori, S. Barbieri, P. Kruck [et al.] // IEEE Photon. Technol. Lett. – 1999. – V. 11, № 9. – P. 1090 - 1092.

10. Hofstetter D. Measurement of semiconductor laser gain and dispersion curves utilizing Fourier transforms of the emission spectra / D. Hofstetter, J. Faist // IEEE Photon. Technol. Lett. – 1999. – V. 11, № 11. – P. 1372 - 1374.
11. Müller A. Electrically tunable, room-temperature quantum-cascade lasers / A. Müller, M. Beck J. Faist [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1999. – V. 75, № 11. – P. 1509 - 1512.
12. Blaser S. Room-temperature, continuous-wave, single-mode quantum-cascade lasers at $\lambda \approx 5.4 \mu\text{m}$ / S. Blaser, D. A. Yarekha, L. Hvozdar [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2004. – V. 86, № 4. – P. 041109-1 - 041109-3.
13. Wittmann A. Room temperature, continuous wave operation of distributed feedback quantum cascade lasers with widely spaced operation frequencies / A. Wittmann, M. Giovannini, J. Faist [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V. 89, № 14. – P. 141116-1 - 141116-3.
14. Mohan A. Room-temperature continuous-wave operation of an external-cavity quantum cascade laser / A. Mohan, A. Wittmann, A. Hugi [et al.] // Opt. Lett. – 2007. – V. 32, № 19. – P. 2792 - 2794.
15. Geiser M. Strong light-matter coupling at terahertz frequencies at room temperature in electronic LC resonators / M. Geiser, C. Walther, G. Scalari [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2010. – V. 97, № 19. – P. 191107-1 - 191107-3.
16. Bismuto A. High power Sb-free quantum cascade laser emitting at 3.3 μm above 350 K / A. Bismuto, M. Beck and J. Faist // Appl. Phys. Lett. – 2011. – V. 98, № 19. – P. 191104-1 - 191104 -3.
17. Tombez L. Frequency noise of free-running 4.6 μm distributed feedback quantum cascade lasers near room temperature / L. Tombez, J. Di Francesco, S. Schilt [et al.] // Opt. Lett. – 2011. – V. 36, № 16. – P. 3109 - 3111.
18. Geiser M. Room temperature terahertz polariton emitter / M. Geiser, G. Scalari, F. Castellano, M. Beck and J. Faist // Appl. Phys. Lett. – 2012. – V. 104, № 14. – P. 141118-1 - 141118 -4.

19. Hofstetter D. Quantum-cascade-laser structures as photodetectors / D. Hofstetter, M. Beck and J. Faist // Appl. Phys. Lett. – 2002. – V. 81, № 15. – P. 2683 - 2685.
20. Scalari G. A THz quantum cascade detector in a strong perpendicular magnetic field / G. Scalari, M. Graf, D. Hofstetter [et al.] // Semicond. Sci. Technol.. – 2002. – V. 21, № 12. – P. 1743 - 1746.
21. Giorgetta F. R. 16.5 μm quantum cascade detector using miniband transport / F. R. Giorgetta, E. Baumann, M. Graf [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2007. – V. 90, № 23. – P. 231111-1 - 231111 -3.
22. Giorgetta F. R. Short wavelength (4 μm) quantum cascade detector based on strain compensated InGaAs/InAlAs / F. R. Giorgetta, E. Baumann, R. Théron [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2008. – V. 92, № 12. – P. 121101-1 - 121101 -3.
23. Schneider H. Room-temperature midinfrared two-photon photodetector / H. Schneider, H. C. Liu, S. Winnerl [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2008. – V. 93, № 10. – P. 101114-1 - 101114 -3.
24. Diehl L. Characterization and modeling of quantum cascade lasers based on a photon-assisted tunneling transition / L. Diehl, M. Beck, J. Faist [et al.] // IEEE J. Quantum Electron. – 2001. – V. 37, № 3. – P. 448 - 455.
25. Willenberg H. Intersubband gain in a Bloch oscillator and quantum cascade laser / H. Willenberg, G. H. Döhler and J. Faist // Phys. Rev. B. – 2003. – V. 67, № 8. – P. 085315-1 - 080315 -10.
26. Scalari G. Far-infrared ($\lambda \sim 87 \mu\text{m}$) bound-to-continuum quantum-cascade lasers operating up to 90 K / G. Scalari, L. Ajili, J. Faist [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2003. – V. 82, № 19. – P. 3165 - 3167.
27. Sirtori C. The quantum cascade laser. A device based on two-dimensional electronic subbands / C. Sirtori, J. Faist, F. Capasso and A. Y. Cho // Pure. Appl. Opt. - 1998. – V. 7, № 2. – P. 373 - 381.

28. Голант Е. И. Прохождение электронов через потенциальные барьеры в высокочастотных полях // Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, А. С. Тагер // ФТП. – 1994. – Т. 28, №5. – С. 740 - 751.
29. Геельвич Э. А. Лазер на межзонных переходах в квантовых ямах с когерентным транспортом электронов / Э. А. Геельвич, А. Б. Пашковский, Е. И. Голант // Письма в ЖТФ. – 2002. – Т. 28, №23. – С. 1 - 8.
30. Елесин В. Ф. Когерентный лазер на двухъямной структуре / В. Ф. Елесин, А. В. Цуканов // ФТП. – 2000. – Т. 34, №11. – С. 1404 - 1407.
31. Елесин В. Ф. Высокочастотные свойства двухямных наноструктур / В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев // ФТП. – 2008. – Т. 42, №5. – С. 586 - 590.
32. Ремнев М. А. Влияние спейсерных слоев на вольт-амперные характеристики резонансно-туннельного диода / М. А. Ремнев, И. Ю. Катеев, В. Ф. Елесин // ФТП. – 2010. – Т. 44, №8. – С. 586 - 590.
33. Dupont E. Simplified density-matrix model applied to three-well terahertz quantum cascade lasers / E. Dupont, S. Fatholouloumi, and H. C. Liu // Phys. Rev. B. – 2010. – V. 81, № 20. – P. 205311-1 - 205311 -10.
34. Ткач Н. В. Плоские двухбарьерные резонансно-туннельные структуры: резонансные энергии и резонансные ширины квазистационарных состояний электрона / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети // ФТП. – 2009. – Т. 43, №10. – С. 1346 - 1355.
35. Ткач М. В. Метод S-матриці в теорії резонансних енергій і ширин квазістаціонарних станів електрона у несиметричній двобар'єрній резонансно-тунельній структурі / М. В. Ткач, Ю. О. Сеті // УФЖ. – 2009. – Т. 54, № 6. – С. 611 - 620.
36. Ткач М. В. Квазістаціонарні стани електрона і провідність симетричної трибар'єрної резонансно-тунельної структури / М. В. Ткач, Ю. О. Сеті // УФЖ. – 2009. – Т. 55, № 7. – С. 798 - 807.

37. Елесин В. Ф. Кинетическая теория полупроводникового каскадного лазера на квантовых ямах и проволоках / В. Ф. Елесин, А. В. Крашенинников // ЖЭТФ. – 1997. – Т. 111, № 2. – С. 681 - 695.
38. Елесин В. Ф. Резонансное туннелирование электронов, взаимодействующих с фононами / В. Ф. Елесин // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123, № 5. – С. 1096 - 1005.
39. Елесин В. Ф. Перестраиваемый терагерцовый генератор на двухъямной наноструктуре с когерентной электронной подсистемой / В. Ф. Елесин, // ЖЭТФ. – 2005. – Т. 128, № 5. – С. 922 - 937.
40. Пашковский А. Б. Подавление переходов между расщепленными уровнями трехбарьерных структур переменным пространственным зарядом / А. Б. Пашковский // ФТП. – 2009. – Т. 43, № 10. – С. 1356 - 1361.
41. Пашковский А. Б. Резонансное прохождение электронов через трехбарьерные структуры в двухчастотном электрическом поле / А. Б. Пашковский // ФТП. – 2011. – Т. 45, № 6. – С. 759 - 764.
42. Ткач Н. В. Эволюция спектральных параметров квазичастиц в открытой симметричной трехбарьерной резонансно-туннельной наноструктуре / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети // ФТТ. – 2011. – Т. 53, № 3 – С. 550 - 557.
43. Ткач Н. В. Оптимизация конфигурации симметричной трехбарьерной резонансно-туннельной структуры как активного элемента квантового каскадного детектора / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети // ФТП. – 2011. – Т. 45, № 3 – С. 387 - 395.
44. Liu H. C. Simplified density-matrix model applied to three-well terahertz quantum cascade lasers / H. C. Liu // Phys. Rev. B. – 1991. – V. 43, № 15. – P. 12538 - 12548.
45. Ткач Н. В. Нерезонансные каналы прозрачности двухбарьерной наносистемы в электромагнитном поле произвольной напряженности / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети // Письма в ЖЭТФ. – 2012. – Т. 95, № 5 – С. 296 - 301.
46. Keay B. J. Photon-Assisted Electric Field Domains and Multiphoton-Assisted

- Tunneling in Semiconductor Superlattices / B. J. Keay, S. J. Alen Jr., J. Galán [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 75, № 22. – P. 4098 - 4101.
47. Guimarães P. S. S. Photon-mediated sequential resonant tunneling in intense terahertz electric fields / P. S. S. Guimarães, B. J. Keay, J. P. Kaminski, [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V. 72, № 24. – P. 3792 - 3795.
 48. Krajewska K. Photon-mediated sequential resonant tunneling in intense terahertz electric fields / K. Krajewska, J. P. Kaminski and R. M. Potvliege // *Ann. Phys.* – 2008. – V. 323, № 11. – P. 2639 - 2653.
 49. Krajewska K. Control of resonance states in crossed magnetic and laser fields / K. Krajewska, J. P. Kaminski // *Laser Phys.* – 2004. – V. 14, № 2. – P. 194 - 199.
 50. Asada M. Density-Matrix Modeling of Terahertz Photon-Assisted Tunneling and Optical Gain in Resonant Tunneling Structures / M. Asada // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2001. – V. 40, № 3. – P. 5251 - 5256.
 51. Thorwart M. Correlated sequential tunneling through a double barrier for interacting one-dimensional electrons / M. Thorwart, R. Egger, M. Grifoni // *Phys. Rev. B.* – 2005. – V. 72, № 3. – P. 035330-1 - 035330-3.
 52. Kumar S. Coherence of resonant-tunneling transport in terahertz quantum-cascade lasers / S. Kumar and Q. Hu // *Phys. Rev. B.* – 2009. – V. 80, № 24. – P. 245316-1 - 245316-13.
 53. Boykin T. B. Tight-binding model for GaAs/AlAs resonant-tunneling diodes / E. B. Boykin // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V. 43, № 6. – P. 4777 - 4784.
 54. Mendez E. E. Resonant interband tunneling via Landau levels in polytype heterostructures / E. E. Mendez, H. Ohno, and L. Esaki // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V. 43, № 6. – P. 5196 - 5199.
 55. Fu Y. Transient response in quantum transport of noninteracting electrons in nanostructures/ Y. Fu // *Phys. Rev. B.* – 1991. – V. 44, № 19. – P. 10884 - 10887.
 56. Klann. R. Electroluminescence study of resonant tunneling in GaAs-AlAs superlattices / R. Klann, H. T. Grahn, and K. Ploog // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 55, № 15. – P. 11037 - 11044.

57. Boykin T. B. Current-voltage calculations for InAs/AlSb resonant-tunneling diodes / E. B. Boykin // *Phys. Rev. B.* – 1995. – V. 51, № 7. – P. 4289 - 4295.
58. Taniyama H. Scattering-matrix method for the tight-binding model of heterostructure electronic states / H. Taniyama and A. Yoshii // *Phys. Rev. B.* – 1996. – V. 53, № 15. – P. 9993 - 9999.
59. Kindlihaven A. AC response of bipolar double-barrier resonant-tunneling structures/ A. Kindlihaven, A. G. Mal'shukov, K. A. Chao, M. Willander // *Phys. Rev. B.* – 1998. – V. 56, № 16. – P. 10609 - 10618.
60. Cheianov V. AC response of bipolar double-barrier resonant-tunneling structures/ V. Cheianov, P. Rodin and E. Schöll // *Phys. Rev. B.* – 1998. – V. 62, № 15. – P. 9966 - 9968.
61. Beletski N. N. Controlling the spin polarization of the electron current in a semimagnetic resonant-tunneling diode / N. N. Beletski, G. P. Berman and S. A. Borysenko // *Phys. Rev. B.* – 2005. – V. 71, № 12. – P. 125325-1 - 125325-8.
62. Ganguly M. Layers of semiconductor nanostructure for image processing applications / M. Ganguly and C. K. Sarkar // *Semicond. Sci. Technol.* – 2009. – V. 24, № 2. – 035801, 5pp.
63. R  th M. Zero field spin polarization in a two-dimensional paramagnetic resonant tunneling diode / M. R  th, C. Gould L. W. Molenkamp // *Phys. Rev. B.* – 2011. – V. 83, № 15. – P. 155408-1 - 155408-7.
64. Essimbi B. Z. Electrical short pulses generation using a resonant tunneling diode nonlinear transmission line / B. Z. Essimbi and D. J  ger // *Phys. Scr.* – 2012. – V. 85, № 3. – 025023, 5pp.
65. Davydov A. S. AC Linear and nonlinear resonance electron tunneling through a system of potential barriers / A. S. Davydov, V. N. Ermakov// *Physica D.* – 1987. – V. 28, № 1-2. – P. 168-180.

66. Елесин В. Ф. К теории когерентного резонансного туннелирования взаимодействующих электронов / В. Ф. Елесин // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 123, № 5. – С. 1096 - 1005.
67. Елесин В. Ф. Теория когерентного лазера на оптимизированной наноструктуре с учетом межэлектронного взаимодействия / В. Ф. Елесин // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 122, № 1. – С. 131 - 139.
68. Елесин В. Ф. Нелинейный отклик двухъямной наноструктуры с учетом межэлектронного взаимодействия / В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, А. И. Подливаев // ФТП. – 2009. – Т. 43, № 2. – С. 269 - 273.
69. Kindlihan. A. AC response of bipolar double-barrier resonant-tunneling structures / A. Kindlihan, A. G. Mal'shukov, K. A. Chao, M. Willander // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 58, № 16. – P 10609 – 10618.
70. Kraynov V. P. Resonant reflection of a Bose–Einstein condensate by a double barrier within the Gross–Pitaevskii equation / V. P. Kraynov and H. A. Ishkhanyan // Phys. Scr. – 2010. – V. 140, № 2010 – 014052, 3pp.
71. Ishkhanyan H. A. Resonance reflection by the one-dimensional Rosen-Morse potential well in the Gross-Pitaevskii problem / H. A. Ishkhanyan, V. P. Kraynov // JETP. – 2009. – V. 109, № 4. – P. 585 - 589.
72. Carr L. D. Stationary solutions of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation. I. Case of repulsive nonlinearity / L. D. Carr, C. W. Clark and W. P. Reinhardt // Phys. Rev. A. – 2000. – V. 62, № 6. – P. 063610-1 – 063610-10.
73. Carr L. D. Stationary solutions of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation. II. Case of attractive nonlinearity / L. D. Carr, C. W. Clark and W. P. Reinhardt // Phys. Rev. A. – 2000. – V. 62, № 6. – P. 063611-1 - 063611-10.
74. Bronski J. C. Bose-Einstein Condensates in Standing Waves: The Cubic Nonlinear Schrödinger Equation with a Periodic Potential / J. C. Bronski, L. D. Carr, B. Deconinck and J. N. Kutz // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. 86, № 8.

- P. 1402 - 1405.
75. Bronski J. C. Stability of repulsive Bose-Einstein condensates in a periodic potential / J. C. Bronski, L. D. Carr, B. Deconinck, J. N. Kutz and K. Promislow // Phys. Rev. E. – 2001. – V. 63, № 3. – P. 036612-1 - 036612-11.
 76. Carr L. D. Stationary solutions of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation. II. Case of attractive nonlinearity / L. D. Carr, J. N. Kutz and W. P. Reinhardt // Phys. Rev. E. – 2001. – V. 63, № 6. – P. 066604-1 - 066604-9.
 77. Seaman B. T. Effect of a potential step or impurity on the Bose-Einstein condensate mean field / B. T. Seaman, L. D. Carr, and M. J. Holland // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 71, № 3. – P. 033609-1 - 033609-10.
 78. Seaman B. T. Nonlinear band structure in Bose-Einstein condensates: Nonlinear Schrödinger equation with a Kronig-Penney potential / B. T. Seaman, L. D. Carr, and M. J. Holland // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 71, № 3. – P. 033622-1 - 033622-9.
 79. Dounas-Frazer D. R. Ultracold Bosons in a Tilted Multilevel Double-Well Potential / D. R. Dounas-Frazer, A. M. Hermundstad and L. D. Carr // Phys. Rev. Lett. – 2007. – V. 99, № 20. – P. 200402-1 - 200402-4.
 80. Snyder V. D. Hartree-Fock-Bogoliubov model and simulation of attractive and repulsive Bose-Einstein condensates/ V. D. Snyder, S. J. J. M. F. Kokkelmans and L. D. Carr // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 85, № 3. – P. 033616-1 - 033616-13.
 81. Carr L. D. Nonlinear scattering of a Bose-Einstein condensate on a rectangular barrier / L. D. Carr, R. R. Miller, D. R. Bolton and S. A. Strong // Phys. Rev. A. – 2012. – V. 86, № 2. – P. 023621-1 - 023621-13.
 82. Rapedius K. Analytical study of resonant transport of Bose-Einstein condensates / K. Rapedius, D. Witthaut, and H. J. Korsch // Phys. Rev. A. – 2006. – V. 73, № 3. – P. 033608-1 - 033608-12.

83. Rapedius K. Barrier transmission for the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation: Resonances and transmission profiles / K. Rapedius, and H. J. Korsch // *Phys. Rev. A.* – 2006. – V. 77, № 6. – P. 063610-1 - 063610-11.
84. Rapedius K. Barrier transmission for the nonlinear Schrödinger equation: surprises of nonlinear transport / K. Rapedius, and H. J. Korsch // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2008. – V. 77, № 2008 – 355001, 6pp.
85. Rapedius K. Resonance solutions of the nonlinear Schrödinger equation in an open double-well potential / K. Rapedius, and H. J. Korsch // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys* – 2009. – V. 42, № 2009 – 044005, 12pp.
86. Rapedius K. Multi-barrier resonant tunnelling for the one-dimensional nonlinear Schrödinger Equation / K. Rapedius, and H. J. Korsch // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2009. – V. 42, № 2009 – 425301, 20pp.
87. Rapedius K. Nonlinear resonant tunneling of Bose-Einstein condensates in tilted optical lattices / K. Rapedius, C. Elsen, D. Witthaut, S. Wimberger and H. J. Korsch // *Phys. Rev. A.* – 2010. – V. 82, № 6. – P. 063601-1 - 063601-7.
88. Rapedius K. Calculating resonance positions and widths using the Siegert approximation method / K. Rapedius // *Eur. J. Phys.* – 2011. – V. 32, № 5. – P. 1199 - 1211.
89. Abramowitz M. Handbook of Mathematical Functions / M. Abramowitz, I. Stegun. – New York: Dover Publications, 1974. – 1150 p.
90. Пашковский А. Б. Переменный пространственный заряд и неоднозначность квантовых состояний в двухбарьерных структурах / А. Б. Пашковский // *ФТП.* – 2000. – Т. 32, № 3. – С. 340 - 348.
91. Голант. Е. И. Двухчастотная лазерная генерация в трехбарьерных гетероструктурах с когерентным транспортом электронов / Е. И. Голант, А. А. Капралова, В. М. Лукашин, А. Б. Пашковский // *Письма в ЖТФ.* – 2000. – Т. 36, № 23. – С. 17 - 23.

92. Пашковский А.Б. Четность и резкое расширение резонансных уровней в трехбарьерных структурах / А.Б. Пашковский // Письма в ЖЭТФ. – 2002. – Т. 82, №4. – С. 228 - 233.
93. Галиев В. И. Многоканальное рассеяние носителей заряда на гетероструктурах с квантовыми ямами / В.И. Галиев, А.Н. Круглов, А.Ф. Полупанов и др. // ФТП. – 2002. - .Т 36, №5. – С. 576 - 581.
94. Голант Е. И. Влияние виртуальных переходов в высокочастотном поле на электронный транспорт в трехбарьерных структурах/ Е. И. Голант // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 73, № 11. – С. 698 - 701.
95. Голант Е. И. Аномальное подавление плазменными колебаниями резонансного взаимодействия электронов с высокочастотным полем в несимметричных двухбарьерных структурах / Е. И. Голант, А. Б. Пашковский // Письма в ЖТФ. – 1996. – Т. 64, № 12 . – С. 829 - 834.
96. Беляева И. В. Оценка отрицательной динамической проводимости двухбарьерных резонансно-туннельных структур / И. В. Беляева, А. Б. Пашковский // Письма в ЖТФ. – 1995. – Т. 21, № 6. – С. 46 – 49.
97. Голант Е. И. Необычное поведение коэффициента отражения электронов от несимметричных двухбарьерных квантовых структур в высокочастотном поле конечной амплитуды / Е. И. Голант, А. Б. Пашковский // Письма в ЖЭТФ. – 1996. – Т. 63, №7. – С. 559 - 564.
98. Беляева И. В. Особенности резонансного взаимодействия электронов с высокочастотным электрическим полем в двухбарьерных структурах / Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, И. В. Беляева// ФТП. – 1997. – Т. 31, №2. – С. 137 - 144.
99. Голант Е. И. Зависимость резонансной проводимости симметричных двухбарьерных структур от амплитуды высокочастотного поля / Е. И. Голант, А. Б. Пашковский // ФТП. – 1997. – Т. 31, № 8. – С. 950 - 953.
100. Голант Е. И. Резонансное взаимодействие электронов с высокочастотным электрическим полем в несимметричных двухбарьерных структурах /

- Е. И. Голант, А. Б. Пашковский // ФТП. – 1997. – Т.31, № 9. – С. 1077 - 1082.
101. Ткач Н. В. Эволюция и коллапс квазистационарных состояний электрона в плоских симметричных резонансно-туннельных структурах / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети // ФНТ. – 2009. – Т. 35, № 7 – С. 710 - 720.
 102. Hu J. The effect of temperature on the resonant tunneling and electric field domain formation in multiple quantum well superlattices / J. Hu, A. Shakouri and A. Yariv // Appl. Phys. Lett. – 1997. – V. 81, № 4. – P. 2033 - 2035.
 103. Miyamoto K. Resonant tunneling in asymmetrical double-barrier structures under an applied electric field. / K. Miyamoto, H. Yamamoto // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 84, № 1. – P. 311 - 318.
 104. Yong G. Resonant tunneling in step-barrier structures under an applied electric field / G. Yong, B. Gu, J. Yu, Y. Kawazoe // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 84, № 2. – P. 918 - 924.
 105. Yong G. Resonant tunneling in step-barrier structures under an applied electric field. / G. Yong, B. Gu, J. Yu, Y. Kawazoe // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 84, № 2. – P. 918 - 924.
 106. Zaslavsky A. Magnetotunneling in double barrier heterostructures / A. Zaslavsky, D. C. Tsui, M. Santos and M. Shayegan // Phys. Rev. B. – 1989. – V. 40, № 14. – P. 9829 - 9833.
 107. Blaser S. Terahertz intersubband emission in strong magnetic fields / S. Blaser, M. Rochat, M. Beck [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 81, № 67. – P. 67 - 69.
 108. Blaser S. Terahertz interminiband emission and magneto-transport measurements from a quantum cascade chirped superlattice / S. Blaser, M. Rochat, L. Ajili [et al.] // Physica E. – 2002. – V. 13, № 2-4. – P. 854 - 857.
 109. Scalari G. Population inversion by resonant magnetic confinement in terahertz quantum-cascade lasers / G. Scalari, L. Ajili [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2003. – V. 83, № 17. – P. 3453 - 3455.

110. Scalari G. Strong confinement in terahertz intersubband lasers by intense magnetic fields / G. Scalari, C. Walther and L. Sirigu // Phys. Rev. B. – 2007. – V. 76, № 11. – P. 115305-1 - 115305-7.
111. Yohansson P. Tunneling between two-dimensional electron systems in strong magnetic field / P. Yohansson, J. M. Kinaret // Physica B. – 1995. – V. 210, № 3-4 . – P. 446 - 451.
112. Yong G. Comparison of electronic transport through triple electric-barrier structures and triple magnetic-barrier structures / G. Yong, H. Wang, Z. Q. Li, Y. Kawazoe // Phys. Lett. A. – 1998. – V. 238, № 2-3 . – P. 185 - 191.
113. Yong G. Electron coherent tunneling in low-dimensional magnetic quantum structures / G. Yong, H. Wang, J. Yu, Y. Kawazoe // Physica E. – 2000. – V. 8, № 2 . – P. 146 - 153.
114. Yong G. Electric-field effects on electronic tunneling transport in magnetic barrier structures / G. Yong, H. Wang, B. L. Gu // Phys. Rev. B. – 2000. – V. 61, № 3 . – P. 1728 - 1731.
115. Wang Z. M. Transmission characteristics including the coupling effect between normal and lateral degrees of freedom in step-barrier structures with a longitudinal magnetic field. / Z. M. Wang, M. Zhang, Y. C. Li // Physica E. – 2003. – V. 18, № 4. – P. 469 – 474.
116. Wang H. The effect of transverse wave vector and magnetic fields on resonant tunneling times in double-barrier structures / H. Wang, Y. Zhang, H Hu // J. Appl. Phys. – 2007 – V. 101, № 2 . – P. 023712-1 – 023712-5.
117. Zaslavsky A. Transport in transverse magnetic fields in resonant tunneling structures / A. Zaslavsky, J. P. Li, D. C. Tsui, M. Santos and M. Shayegan // Phys. Rev. B. – 1990. – V. 42, № 2. – P. 1374 - 1380.
118. Blaser S. Long-wavelength ($\lambda \sim 10,5 \text{ } \mu\text{m}$) quantum cascade lasers based on a photon-assisted tunneling transition in strong magnetic field. / S. Blaser, L Diehl, M. Beck, J. Faist // Physica E. – 2000 – V. 7, № 1-2 . – P. 33 - 36.

119. Dubrovskii Yu.V. Electron tunneling through single-barrier heterostructures in a magnetic field. / Yu. V.Dubrovskii, Yu. N. Khanin [et al.] // Phys. Rev. B. – 1994. – V. 50, № 7. – P 4897 - 4900.
120. Серов А. Ю. Резонансное туннелирование через квантовую яму с двумя барьерами в поперечном магнитном поле / А. Ю. Серов, Г. Г. Зегря // ЖЭТФ. – 2004. – Т. 126, № 1. – С. 170 - 180.
121. Belle G. Measurement of the miniband width in a superlattice with interband absorption in a magnetic field parallel to the layers. / G. Belle, G. C. Maan // Solid State Commun. – 1985. – V. 56, № 1. – P. 65 - 88.
122. Chung S. K. The effect on currents of anticrossings in the energy spectrum in quantum wells under crossed electric and magnetic fields / S. K. Chung O. Olendski // Semicond. Sci. Technol.– 1997. – V. 12, № 7. – P. 788 - 795.
123. Elagoz S. Double quantum well electronic energy spectrum within a tilted magnetic field / S. Elagoz, H. Elagoz, H. Sari, Y. Ergün, P. Karasu // Superlattices and Microstr.– 1999. – V. 26, № 5. – P. 300 - 305.
124. Hung K-M. Transfer-matrix theory of the energy levels and electron tunneling in heterostructures under an in-plane magnetic field. / K-M. Hung and G. Y. Wu // Phys. Rev. B. – 1992. – V. 45, № 7. – P. 3461 – 3464.
125. Yong G. Quantum magnetotransport of electrons in double-barrier resonant-tunneling structures. / G. Yong and Y-C. Li, X-G. Kong and C-W. Wei // Phys. Rev. B. – 1994. – V. 50, № 23. – P.17249 – 17255.
- 126 Самарский А. А. Методы решения сеточных уравнений / Самарский А. А , Е. С. Николаев. – Москва: Наука, 1978. – 592 с.
127. Ning K. A 10.7 μm InGaAs/InAlAs Quantum Cascade Detector. / K. Ning, Q-U. Liu, L. Lu [et al.] // Chin. Phys. Lett. – 2010. – V. 27, № 12. – P. 128503-1 - 128503-3.
- 128 Ткач М. В. Квазічастинки у наногетеросистемах. Квантові точки та дроти / Ткач М. В. – Чернівці: Рута, 2003. – 312 с.

СПИСОК ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ:

Публікації в наукових фахових виданнях

1. Грищук А. М. Потенціал поля поляризації та оптичні фононні моди в багатошаровій квантовій наноплівці / А. М. Грищук, В. В. Грищук, І. В. Бойко // Фіз. і хім. тверд. тіла. – 2011. – Т. 12, № 4. – С. 855 - 858.
2. Ткач М. В. Вплив нелінійної міжелектронної взаємодії на тунелювання електронів крізь несиметричну двобар'єрну резонансно-тунельну структуру / М. В. Ткач, Ю. О. Сеті, І. В. Бойко // УФЖ. – 2012. – Т. 57, № 8. – С. 852 - 862.
3. Seti Ju. O. Influence of non-linear electrons interaction at their transport through the symmetric two-barrier resonance nano-system / Ju. O. Seti, M. V. Tkach, I. V. Boyko // Journal of Optoelectronics and Advanced Materials – 2012. – V. 14, № 3-4. – P. 393 - 400.
4. Сеті Ю. О. Спектральні параметри і провідність симетричної чотирибар'єрної резонансно-тунельної структури / Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, О. М. Войцехівська // Наук. вісник Чернівецького університету: Збірник наукових праць. Фізика. Електроніка. – 2011. – Т. 1, № 1. – С. 9 - 13.
5. Ткач Н. В. Активная проводимость трехбарьерной резонансно-туннельной структуры и оптимизация работы квантового каскадного лазера / Н. В. Ткач, Ю. А. Сети, В. А. Матиек, И. В. Бойко // ФТП. – 2012. – Т. 46, № 10. – С. 1327 - 1332.

Матеріали наукових конференцій

6. Ткач М. Теорія активної провідності активної зони квантового каскадного лазера у поперечному магнітному полі / М. Ткач, І. Бойко, Ю. Сеті // Актуальні проблеми теоретичної, експериментальної та прикладної фізики: всеукраїнська наукова конференція, 20-22 вересня 2012 р.: матеріали конференції – Тернопіль, 2012. – С. 119 - 121.
7. Бойко І. В. Відносна інтегральна інтенсивність випромінювання квантового каскадного лазера в поперечному магнітному полі / І. В. Бойко, М. В. Ткач,

- Ю. О. Сеті // Physical and technological problems of radio engineering devices, telecommunication, nano- and microelectronics: II-th International Scientific-Practical Conference, October 25-27, 2012: proceedings – 2012, Chernivtsi, Ukraine. – P. 160.
8. Зегря Г. Г. Влияние поперечного магнитного поля на излучение квантового каскадного лазера как резонансно-туннельной структуры / Г. Г. Зегря, Н. В. Ткач, И. В. Бойко, Ю. А. Сети // Полупроводниковые лазеры: физика и технология: 3-ий Российский симпозиум, 13-16 ноября 2012 г.: тезисы докладов – Санкт-Петербург, Россия. – 2012. – С. 40.
 9. Ткач М. Низькорозмірні наносенсорні резонансно-тунельні структури / М. Ткач, Ю. Сеті, О. Войцехівська, І. Бойко // Сенсорна електроніка та мікросистемні технології: 4-та Міжнародна науково-технічна конференція, 28 червня - 2 липня 2010 р.: тези доповідей – Одеса, 2010. – С. 129.
 10. Сеті Ю. Квазістаціонарні стани електрона у три- та чотирибар'єрних плоских наносистемах / Ю. Сеті, І. Бойко, В. Матієк // Актуальні проблеми фізики напівпровідників: VII Міжнародна школа-конференція, 28 вересня - 1 жовтня 2010 р.: тези доповідей – Дрогобич, 2010. – С. 59.
 11. Seti Ju. Permeability coefficient for two-barrier resonance tunnel structure due to the electron-electron interaction / Ju. Seti, I. Boyko, V. Matijek // Physics and Technology of Thin Films and Nanosystems: VIII International Conference, May 16-21, 2011: conference materials – Ivano-Frankivsk, 2011. – V. 1, P. 283.
 12. Seti Ju. Influence of non-linear electrons interaction at their transport through the symmetric two-barrier resonance nano-system / Ju. Seti, M. Tkach and I. Boyko // 12-th International Balkan Workshop on Applied Physics, July 6-8, 2011: abstracts – Constanta, Romania, 2011. – P. 94 - 95.
 13. Сеті Ю.О. Провідність електронного потоку крізь двобар'єрну наноструктуру з урахуванням міжелектронної взаємодії / Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, О. М. Войцехівська // V Українська наукова конференція з фізики

- напівпровідників, 9-15 жовтня 2011 р.: тези доповідей – Ужгород, 2011.– С. 283 – 284.
14. Сеті Ю.О. Спектральні параметри та провідність симетричної чотирибар'єрної резонансно-тунельної структури / Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, О. М. Войцехівська // Фізико-технологічні проблеми радіотехнічних пристроїв, засобів телекомунікацій, нано- та мікроелектроніки: І-а Всеукраїнська науково-практична конференція, 13-15 жовтня 2011 р.: матеріали конференції – Чернівці, 2011.– С. 183 - 186.
 15. Tkach M. Dynamic conductivity of resonance tunnel structures in the models of open cascades in nanolasers / M. Tkach, Ju. Seti, I. Boyko and O. Voitsekhivska // The 8-th General Conference of Balkan Physical Union, July 5-7, 2012: abstracts – 2012, Constanta, Romania. – P. 99 - 100.
 16. Матієк В. Властивості динамічної провідності у двох моделях квантового каскадного лазера / В. Матієк, Ю. Сеті, І. Бойко // Relaxed, nonlinear and acoustic optical processes and materials: Sixth International Workshop, May 25-29, 2012: proceedings – 2012, Lutsk-Shatsk Lakes, Ukraine. – P. 114 - 115.
 17. Сеті Ю.О. Динамічна провідність чотирибар'єрної активної зони квантового каскадного лазера / Ю. О. Сеті, І. В. Бойко, В. О. Матієк // Структурна релаксація у твердих тілах: IV Міжнародна науково-практична конференція, 29-31 травня 2012 р.: матеріали конференції – Вінниця, 2012.– С. 102 - 104.
 18. Ткач М. В. Квантові каскадні детектори у слабких і сильних електромагнітних полях / М. В. Ткач, Ю. О. Сеті, В. О. Матієк, І. В. Бойко // Сенсорна електроніка та мікросистемні технології: 5-та Міжнародна науково-технічна конференція, 4-8 червня 2012 р.: тези доповідей. – Одеса, 2012.– С. 121.
 19. Tkach M. Conductivity of quantum cascade laser with four-barrier active band/ M. Tkach, Ju. Seti, O. Voitsekhivska and I. Boyko // The 4-th Conference on

“Statistical Physics: Modern Trends and Applications”, July 3-6, 2012: abstracts – 2012, Lviv, Ukraine. – P. 203.