

Причинки до теорії структури етеру.

Вступ.

Після електромагнетної теорії світла — світляні філії є проявом певних забурень електромагнетних в етері, які дають ся обняти в слїдуючі частинні рівняня ріжничкові:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathfrak{F} &= -\frac{i}{c} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathfrak{F} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E} + i \mathfrak{H},$$

коли вектори $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ означають електричну зглядно магнетну силу поля; i є постійною величиною $c = 3.10^{10}$. Символ $\operatorname{rot} \mathfrak{F}$ означає зложений вектор, якого поодинокі вираження виглядають:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial z}$$

в правім напрямі прямокутного укладу осей сорядних.

Теорію електромагнетних явищ Cl. Maxwell-a розвинули опісля Н. А. Lorentz¹⁾ та Sir I. Larmor²⁾. Після їх виводів основні рівняня Maxwell-a (1) не є все обовязково важні для всіх дійсних вартостей змінних x , y , z , t . Виїмок становлять ту

¹⁾ Archives néerlandaises, vol. 25. (1892); Amstrd. Proceedings 1902 p. 305.

²⁾ Aether and Matter, Cambridge 1900.

певні особливі місця, які можна уважати за жерела електромагнетних филь та забурень в етері. Після загально прийнятої гіпотези Н. А. Lorentz-а єствуют в етері виїмкові області, зложені з дуже много малих, в собі замкнених просторів. Ті області займають якраз наряди електричні, яких простірна густота ϱ є функцією x, y, z, t . А всякий рух тої електричності подає нам векторова функція $\mathbf{v}$ тих самих змінних.

Векторові функції $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ визначаємо для всіх дійсних wartości x, y, z, t при помочи т. зв. опізнених потенціалів (retardierende Potentiale) L. Lorentz-а — $\mathfrak{A}$ і Φ . Їх виражаємо як потрійні інтеграли, що обнимають ϱ і $\mathbf{v}$, а вектори $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ випроваджаємо з них при помочи реляцій:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \\ \mathfrak{H} &= \text{rot } \mathfrak{A}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В сей спосіб визначені $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ відповідати будуть рівняням (1) лише в случаю, коли місця здефініювані через x, y, z, t не належать до особливих місць. Для виїмкових областей, занятих електричними нарядами, важними будуть рівняня:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathfrak{H} &= \varrho \mathbf{v} - \frac{i}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathfrak{H} &= i\varrho. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Н. А. Lorentz і L. Larmor оперли ся в своїх розважаннях на тих саме рівнянях та отримали ряд нових взорів, якими можна докладно вияснити найголовнійші оптичні і електромагнетні свійства матерії. Рівняня (2) більше зложеної будови називають ся звичайно макроскопійними рівнянями для явищ в етері, в протиставленю до рівнянь (3) мікроскопійних або основних рівнянь електронвої теорії.

Теорія Larmor-а є більше уоснованою; там уважає він рівняня (1) як рівняня цілого систему, а електричність уважає за т. зв. систем ізольованих точок особливих в етері, т. є. точок, в яких $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ прибирають нескінчені вартости. А. Lienard отримав розвязку²⁾ рівнянь (1), котру можна уважати за докладне означенє елементарного магнетного поля в одній особливій точці

¹⁾ Aether and Matter. p. 77.

²⁾ L' Eclairage electrique, t. 16. 1898. pp. 5., 53., 106.

для случаю, коли скорість особливої точки зближає ся ледви до скорости світла. Показує ся у тих розважаннях, що електричний наряд особливої точки не змінєть ся з часом. Розвязка Liénard-a, виведена первісно з опізнених потенціалів для простірнього розділу електричності, позволяє на відвернене цілої чинности, в наслідок чого можна перейти з рівнань (1) до рівнань (3) через суперпозицію поодиноких піль. Витворені в сей спосіб через згущенє особливих точок поля творять виїмкові простори, в яких так φ , як й φ_0 є ріжними від зера; они найімовірнійше є підложем електромагнетних явищ в етері.

Одною прикметою сеї більше основної теорії є се, що кладе она вагу на незмінність електричного наряду і на обмеженє скорости наряду¹⁾. Математична дискусія над сею теорією до тепер ще не повна; бракує до єї повности якоїсь гіпотези, яка відслонить мабуть структуру етеру і викаже ясно, що електричні наряди є дійсно особливими точками в осередовищу. Ходить отже о поставленє гіпотези, яка вдоволялаб деяким висше поданим усливям; се саме буде задачею сеї розправи. З гори однак застерігаєть ся, що математична аналіза ще не відповідає вповні усім усливям поставленого problemu.

Місця і криві особливі векторових піль.

Векторові поля, які відповідають рівнянням (1), визначені функціями $\mathcal{E}$ і $\mathcal{H}$ обнимають також области, в котрих $\mathcal{E}$ і $\mathcal{H}$ стають ся нескінченими, як се виказав Н. Bateman в своїх працях²⁾. До тих особливих місць поля можна дістатись при помочи т. зв. кривих движимих; отже особливі місця векторного поля лежать на движимих кривих. Імовірно, що поля ті можуть бути утворені через суперпозицію електромагнетних піль, як се приймає Liénard. Назвім їх „етеричними полями“ для відріжнення їх від піль електромагнетних, які саме мають свійства в попереднім уступі згадані. Фізичне істнованє етеричних піль є справою отвореною; можна однак розважати гіпотезу, що коли більшу скількість етеричних піль уложить ся одні на других, то їх криві особ-

¹⁾ I. I. Thomson, Recent Researches (1893), p. 21.

²⁾ Н. Bateman: The Mathem. Analysis of Electr. and Optical Wave Motion..., Univ. Press, Cambridge 1914. Ch. 8. — Philos. Magazine, Oct. 1913, Jan. 1914.

ливі вказують структуру етеру, який може піддержати якийсь рід електромагнетного поля; поле таке означене математично характеризувалоб ся прикметами уложених над собою етеричних піль.

Відповідно до сеї гіпотези Н. Bateman-а структура етеру залежить до певної степені від електромагнетного поля, етером піддержаного і на відворот. В наслідок сего мусить існувати певна математична звязь між електромагнетним полем а положеними над ним етеричними полями, яких особливі криві подають структуру етеру. Розберім тепер звязь між ними, яка відповідає случаєви, в якім електромагнетне поле є основним полем, як приймає Liénard.

Злучені поля.

Два векторові поля, в котрих векторами злученими є $\mathfrak{F}$, зглядно $\mathfrak{F}'$, називають тоді злученими, коли їх скалярний добуток $(\mathfrak{F} \mathfrak{F}') = 0$. З самим собою злучене поле називаєть ся самозлучене і в тім случаю $(\mathfrak{F}^2) = 0$.

Коли напрям впливу енергії в двох полях є той самий в кожній точці, а оба поля є samozлучені, тоді є они також між собою злучені. Щоби сє доказати, зауважім, що з огляду на прямовий напрям впливу енергії до напрямів електричної і магнетної сили $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$, вектори $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ та $\mathfrak{E}'$, $\mathfrak{H}'$ злучені з якою небудь точкою мусять лежати в одній площі. А що дальше, оба поля є samozлучені, тому сили електричні і магнетні кожного поля є прямові, отже мусить заходити звязь, що:

$$\mathfrak{F}' = k \mathfrak{F},$$

де k є зложеною величиною. Коли так, то ясним тепер є, що реляція $(\mathfrak{F} \mathfrak{F}') = 0$ є вислідом двох реляцій $(\mathfrak{F}^2) = 0$ і $(\mathfrak{F}'^2) = 0$. Треба однак зауважати, що сей аргумент заводить, коли вплив енергії слїдує в обох полях у відворотних напрямках, бо тоді правильною конклюдзією є:

$$\mathfrak{F} = k. \mathfrak{F}'',$$

де $\mathfrak{F}'' = \mathfrak{E} - i \mathfrak{H}$.

Розгляньмо тепер поле електромагнетне і велике число взаїмно злучених, samozлучених піль етеричних, з яких кожде получене є з електромагнетним полем. Криві особливі тих піль етеричних уважати мемо за лінії, які творять елементи етеру та

приймаємо, що такий саме елемент є підложем електромагнетного поля, о яким є бесіда. В повисше наведеним примірі елементу криві особливі сходять ся в одній точці, яка є особливою точкою електромагнетного поля, піддержуваного тим саме елементом.

Треба однак запримітити, що услівє злученя є незмінне, коли виконаємо трансформацію змінних, яка оставляє рівняня (1) незмінними. Така гіпотеза дасть ся отже погодити з новочасними поняттями теорії зглядности. Так само треба зауважати, що коли умістимо певне число взаїмно злучених піль одні над другими, тоді взір рода $(\mathcal{E}^*) - (\mathcal{H}^*)$ у функції Lagrange-а поля є сумою взорів того рода, які належать до поодиноких піль. Є отже можливе, що услівє злученя має динамічне значінє. Поля ужиті до твореня елементу етеру можна уважати за аналогічні до взорів ряду Fourier-а або елементів інтегралу Fourier-а; можна прийняти, що кождий елемент ряду Fourier-а помножений через довільний чинник представляє саме таке одно із піль; а надаючи знов тим сочинникам різні вартости, можна представити математично різні стани дрогань волокон елементарного поля. Дроганя ті можуть відбувати ся здовж особлившої кривої, а напрям їх може зміняти ся з часом і бути різним для різних волокон. Се одиноке, що певно способом математичним можна на разі пояснити.

Не можна однак певно приймати, що волокна елементу виповняють весь простір. Коли возьмемо під увагу лише ті етеричні поля, котрих особливщі криві лежать в області простору валця або стіжка, якого вершок лежить в особливій точці електромагнетного поля, то Н. Bateman приймає як імовірне¹⁾, що можна так дібрати сочинники при елементах ряду Fourier-а, що в случаю суперпозиції обох піль електромагнетного і етеричного, вектори $\mathcal{E}$ і $\mathcal{H}$ в цілім поли зійдуть до зера. Так саме виглядає структура елементу у I. I. Thomson-а²⁾, в его теорії електричного поля.

Розвязка основних рівнянь.

Складники вектора $\mathcal{F}$, котрі відповідають рівняням (1), є розвязкою різнничкового рівняня філевого руху:

¹⁾ The Mathem. Analysis of Electr. and Optical Wave Motion etc. p. 121.

²⁾ Phil. Magaz. vol. 19. (1910) p. 301. 1913. (Ost. Dezem.).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4)$$

Приймім, що рівнянє се буде сповнене для

$$u = \gamma f(\beta).$$

де функція $f(\beta)$ є різна для кожного складника $\mathfrak{F}$, однак функції β і γ не змінюють своїх вартостей для поодиноких $\mathfrak{F}$. Приймім далше, що величини β і γ є функціями x, y, z, t , а далше як питому прикмету величини β се, що она мусить бути так зложеною, що рівнянє $1/f(\beta) = 0$ може бути рівновартісне до двох дійсних реляцій, обнимаючих x, y, z, t . Так можна представити криву движиму, яка веде до особливих місць поля. Що до скорости кривої особливої в прямовім напрямі до стичної в кожній її точці, то виказано, що не є она ніколи більшою від скорости сьвігла¹⁾.

Питанє вишуканя всіх розвязок філевого руху, що має загальну форму $\gamma \cdot f(\beta)$ не зістав ще зовсім розвязаний, але в случаю, в якім вираженє се може уходити за вираженє більш загальне у формі $u = \gamma f(\alpha, \beta)$, де $f(\alpha, \beta)$ є довільною функцією, а u відповідає фалевому рівнянню, питанє може бути розвязане в слідующий спосіб:

Зауважмо, що функція $f(\alpha, \beta)$ мусить відповідати ріжничковому рівнянню:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \quad (5)$$

з якого слідують три рівняня, які обнимають α і β , коли сочинники

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2, \frac{\partial f}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial f}{\partial \beta} \text{ і } \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)^2$$

є зерами.

Приймім, що x, y, α, β є новими змінними незалежними; тоді попереднє рівнянє прийме вигляд:

$$K^{-2}[AX^2 - 2HXY + BY^2] = 0, \quad (6)$$

де:

$$A = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{c^2},$$

¹⁾ The Mathem. Analysis of Electr. p. 123.

$$B = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1,$$

$$H = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial t}{\partial y},$$

$$X = \frac{\partial (f, z)}{\partial (\alpha, \beta)},$$

$$K = \frac{\partial (z, t)}{\partial (\alpha, \beta)},$$

$$Y = \frac{\partial (f, t)'}{\partial (\alpha, \beta)}.$$

Ставляючи знов:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \alpha} \frac{\partial f}{\partial \beta} = 0, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)^2 = 0,$$

отримуємо лінійні рівняння, в яких виступають A , B , H . Визначником тих рівнянь є K^{-3} . Він буде зером лише в тій ситуації, коли між величинами α , β , x , y існує вище наведена зв'язь. Абстрагуючи від сього случаю можемо з рівняння (6) вносити, що: $A=0$, $B=0$, $H=0$. Отже відповідно до послідного рівняння можемо написати:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \lambda \frac{\partial z}{\partial y}, \quad \frac{\partial t}{\partial y} = -\lambda \frac{\partial z}{\partial x},$$

де λ є певною функцією α , β , x , y . Підставляючи ті реляції у рівнянє $A=0$, бачимо, що:

$$\lambda^2 c^2 = -1,$$

а відтак, що:

$$c \frac{\partial t}{\partial x} = i \frac{\partial z}{\partial y},$$

$$c \frac{\partial t}{\partial y} = -i \frac{\partial z}{\partial x}.$$

З тих рівнянь слїдує, що:

$$z - ct = F(x + yi),$$

$$z + ct = G(x - yi),$$

де функції F і G є також функціями α і β . Коли підставимо ті вираження у рівність $B=0$, тоді отримаємо реляцію:

$$F'(x + yi) \cdot G'(x - yi) + 1 = 0;$$

на основі сего можемо написати, що:

$$\left. \begin{aligned} z - ct &= \varphi + \sigma(x + yi), \\ z + ct &= \psi - \frac{1}{\sigma}(x - yi), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де σ , φ , ψ є довільними функціями α і β . Тих рівнянь можна ужити до означення α і β як функцій x , y , z , t . — А коли α і β є визначені рівняннями в сей спосіб, то можна отримати, як се вже доказав Н. Bateman¹⁾, розв'язку рівняння (4) через положення $u = \gamma f(\alpha, \beta)$, де величина γ є одним із якобіанів вигляду $\partial(\alpha, \beta)/\partial(y, z)$. Методом приміненою в попередній аналізі можна отримати всі функції сего рода для філевого руху. Для доповнення доказу мусимо вказати, що існує двох відповідних вартостей γ залежить лише від величин α і β .

Приймим, що вираження $\gamma \cdot f(\alpha, \beta)$ і $\gamma' \cdot F(\alpha, \beta)$ сповняють рівняння філевого руху (4), де функції $f(\alpha, \beta)$ і $F(\alpha, \beta)$ є довільними; тоді легко виснувати, що:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \alpha}{\partial z} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \alpha}{\partial t}, \\ \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \beta}{\partial z} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \beta}{\partial t}, \end{aligned}$$

де $w = \gamma'/\gamma$. З тих рівнянь слідує, що:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= P \frac{\partial \alpha}{\partial x} + Q \frac{\partial \beta}{\partial x}, \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= P \frac{\partial \alpha}{\partial y} + Q \frac{\partial \beta}{\partial y}, \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= P \frac{\partial \alpha}{\partial z} + Q \frac{\partial \beta}{\partial z}, \end{aligned}$$

де P і Q є функціями x , y , z , t ; для $w = \alpha$ і $w = \beta$, отримаємо частинні розв'язки попередних рівнянь. З повисших рівнянь слідує отже, що:

$$dw = P d\alpha + Q d\beta,$$

а з того слідує, що $w = \gamma'/\gamma$ є функцією α і β .

¹⁾ Messenger of Mathematics, March, 1914. p. 164; The Math. Analysis of Electr. and Opt. etc. p. 134.

Н. Bateman **вказав**¹⁾, що коли α і β є визначені рівняннями:

$$\left. \begin{aligned} (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2 &= c^2 (t-\tau)^2, \\ l(x-\xi) + m(y-\eta) + n(z-\zeta) &= cp(t-\tau), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

де $\xi, \eta, \zeta, \tau, l, m, n, p$ є функціями α і β , між якими заходить відношене:

$$l^2 + m^2 + n^2 = p^2,$$

тоді функції рівняня фiлевого руху $\gamma. f(\alpha, \beta)$ існують.— Рівняня під (8) є рівноважні з рівняннями (7), коли:

$$\varphi = \zeta - c\tau - \sigma(\xi + \eta i),$$

$$\psi = \zeta + c\tau + \frac{1}{\sigma}(\xi - \eta i),$$

$$\sigma = -\frac{l - im}{n + p} = \frac{z - \zeta - c(t - \tau)}{x - \xi + (y - \eta)i}.$$

Опираючись на повисших виводах дійшов Н. Bateman²⁾ до вислїдів, що етеричне поле можна визначити при помочи функцій α і β , коли означимо складники вектора $\mathfrak{F}$ в сей спосіб:

$$\mathfrak{F}_x = f(\alpha, \beta) \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(y, z)}$$

або:

$$\mathfrak{F}_x = \frac{i}{c} f(\alpha, \beta) \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(x, t)},$$

та подібно:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{F}_y &= \frac{i}{c} f(\alpha, \beta) \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(y, t)}, \\ \mathfrak{F}_z &= \frac{i}{c} f(\alpha, \beta) \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(z, t)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Модель елeмeнту етeру.

Розважмо тепер случай, коли $\alpha = \tau$, а ξ, η, ζ є тільки функціями самого α , тоді після Liénard-а перше рівняне (8) через додане нерівностей:

$$t \geq \tau, \quad c^2 > \xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2$$

¹⁾ The Math. Analysis of Electr. and Optical etc. Ch. 8.

²⁾ The Math. Anal. of. Elect. etc. pp. 12., 122.

визначає саме одну дійсну вартість α , з заміткою, що:

$$\xi' = \frac{d\xi}{dt}, \quad \eta' = \frac{d\eta}{dt}, \quad \zeta' = \frac{d\zeta}{dt}.$$

Коли ще величини l , m , n , p є лінійними функціями величини β , тоді друге рівнянє (8) аналогічно визначає докладно одну вартість β , яка є зложеною функцією x , y , z , t . Виберім у реляціях (9) функцію $f(\alpha, \beta)$ так, що: $\frac{1}{f(\alpha, \beta)} = \beta - \beta_0$, (де β_0 є довільно обраною зложеною величиною), тоді вектор $\mathfrak{F}$ отримає нескінчену вартість в точках движимої кривої $\beta = \beta_0$.

Коли $\beta = \beta_0$ і α задержують свої вартости раз обрані, тоді σ має означену вартість в зложенім аргументі; з того слідує, що лінія, яка сполучає точку (x, y, z, t) з точкою (ξ, η, ζ, τ) має вже означений напрям. Беручи в рахубу перше рівнянє із рівнянь (8) бачимо, що можливі положення точки (x, y, z, t) є положеннями точки, що має початок в (ξ, η, ζ, τ) і порушається по прямій лінії зі швидкістю світла. Коли α прибирати-ме різні дійсні вартости, тоді отримаємо ряд таких точок, які в кожній хвилі творять особливу криву етеричного поля, визначеного рівняннями (9). Та особлива крива є все в лучбі з точкою (ξ, η, ζ, τ) , яка є в русі. Коли надавати-мем величині β_0 різні вартости отримаємо ряд особливих кривих, з яких все одна відповідає одній обраній вартости для β_0 .

Застановім ся тепер, чи можливим є вибрати довільні функції до нашої розпорядимости в сей спосіб, що крива особлива етеричного поля, вище поданого случаю, є все лінією електричної сили в електромагнетнім полі, а точка (ξ, η, ζ, τ) є саме особливою точкою поля.

Liénard уловив, що прийнявши точку (ξ, η, ζ, τ) як наряд в русі, можна випровадити електромагнетне поле із потенціалів:

$$\mathfrak{A}_x = \xi'/v, \quad \mathfrak{A}_y = \eta'/v, \quad \mathfrak{A}_z = \zeta'/v, \quad \Phi = c/v, \quad (10)$$

де: $v = \xi'(x - \xi) + \eta'(y - \eta) + \zeta'(z - \zeta) - c^2(t - \tau)$.

Положім:

$$x - \xi = cl_0(t - \tau), \quad y - \eta = cm_0(t - \tau), \quad (z - \zeta) = cn_0(t - \tau),$$

а дальше:

$$c - l_0 \xi' - m_0 \eta' - n_0 \zeta' = \lambda, \quad c^2 - \xi'^2 - \eta'^2 - \zeta'^2 = \mu,$$

тоді на основі обчислення складників $\mathfrak{E}$ взорами (2) отримаємо, що :

$$\mathfrak{E}_x = \frac{1}{c v^2} \frac{\partial \tau}{\partial t} \left[\mu (\xi' - c l_0) + c (t - \tau) \{ \lambda \xi'' + \right. \\ \left. + (\xi' - c l_0) (l_0 \xi'' + m_0 \eta'' + n_0 \zeta'') \} \right].$$

Приймім тепер, що l_0 , m_0 , n_0 є функціями τ і, що особлива точка (ξ, η, ζ, τ) з різних своїх положень висилає частинки, то напрям послідніх є означений напрямом $\cosinus$ -ів (l_0, m_0, n_0) , а рух відбувають они по прямих лініях зі швидкістю світла. Коли (x, y, z) , $(x+dx, y+dy, z+dz)$ є срядними в часі t двох частинок висланих в часах τ , $\tau+d\tau$, тоді знайдемо, що :

$$\frac{dx}{d\tau} = \xi' - c l_0 + c (t - \tau) \frac{dl_0}{d\tau}.$$

Порівнюючи се з вираженем для $\mathfrak{E}_x$ бачимо, що лінія, яка лучить дві по собі слідуючі частинки, годить ся що до напрямку з частию лінії електричної сили в кождім часі t , скоро похідні величин l_0 , m_0 , n_0 є дані рівняннями такої форми :

$$\mu \frac{dl_0}{d\tau} = \lambda \xi'' + (\xi' - c l_0) (l_0 \xi'' + m_0 \eta'' + n_0 \zeta'').$$

Коли се услівє є сповнене, то ряд висланих частинок утворить в кождім часі t лінію електричної сили в електромагнетнім полі з особливим місцем (ξ, η, ζ, τ) . При різних знов початкових напрямках для (l_0, m_0, n_0) можна сею дорогою отримати всі лінії електричної сили в електромагнетнім полі.

А що функції l , m , n , p є довільними під зглядом своєї залежности від α , тому можемо їх так вибрати, щоби напрям, даний рівнанєм $\beta = \beta_0$ годив ся в кождім часі τ з напрямом, означеним функціями (l_0, m_0, n_0) . Се значить, що можна обрати систем етеричних піль в сей спосіб, що їх особливі криві годять ся в кождій хвилі з лініями електричної сили в електромагнетнім полі з особливим місцем (ξ, η, ζ, τ) .

Що до условин лучби поля етеричного з електромагнетнім, то доказав Н. Bateman¹⁾, що електромагнетне поле, визначене потенціялами (10) є злучене з кождим полем, поданим рівняннями (9), де α , β є спеціальними функціями, в сім уступі роз-

¹⁾ The Mathem. Anal. of Electr. etc. pp. 126, 133.

сліджуваними. Н. Bateman уловив також¹⁾, що поле типу (9) є самозлучене і то таке, що вплив енергії (вектор Poynting-a) слідує здовж луча від (ξ, η, ζ, τ) до (x, y, z, t) ; з сего знов слідує, що різні поля етеричні, подані в (9) творять взаємно получену систему.

Много остає ще питань до розвязки, щоби теорія структури етеру була зовсім повна та можна єї було прийняти. Коли уважати-мем етер як утворений з елементів, тоді оказуєть ся потреба закона, який визначував би взаємне діланє на себе двох елементів. До тепер не стверджено ще сути макроскопійного рівняня, яке сповняли би вектори $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ в області, занятий великими масами особливих кривих піль етеричних. Поле отримане через суперпозицію всіх етеричних піль є імовірно відмінне що до свого характеру від звичайного електромагнетного поля; бути може, що стоїть оно в певній звязи із законом тяготїня.

Beiträge zur Theorie der Struktur des Aethers

von Dr. Wołodymyr Kuczer.

Die elektromagnetischen Vorgänge im Aether werden durch die fundamentalen Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathfrak{F} &= -\frac{i}{c} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathfrak{F} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

definiert, wobei Vektor $\mathfrak{F} = \mathfrak{E} + i\mathfrak{H}$. Die Vektore $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ bedeuten elektrische bzw. magnetische Kraft des Feldes. Maxwellsche Theorie wurde dann durch H. A. Lorentz und Sir Larmor entwickelt. Ihren Betrachtungen gemäß bilden singuläre Punkte eine Ausnahme von den Gleichungen (1). Diese Punkte sollen als Quellen der elektromagnetischen Störungen im Aether betrachtet werden. Der singuläre Punkt ist ein Sitz der elektrischen Ladung, deren räumliche Dichte ϱ durch x, y, z, t definiert wird. Die Vektorfunktionen werden durch retardierende Potentiale $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{D}$ angegeben und zwar:

¹⁾ The Math. Anal. of Electr. etc. p. 12. Phil. Magaz. Jan. 1914.

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \\ \mathfrak{H} &= \text{rot } \mathfrak{A}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Die so definierten $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ entsprechen den Gleichungen (1), aber nicht den singulären Punkten. Singuläre Rayone werden durch die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathfrak{F} &= \rho \mathbf{v} - \frac{i}{c} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathfrak{F} &= i \rho \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ausgedrückt. Die Gleichungen (2) werden als makroskopische Gleichungen für Aether, während die Gleichungen (3) als mikroskopische oder fundamentale Gleichungen der Elektronentheorie betrachtet. Die Theorie von Larmor nimmt die Gl. (1) als Gleichungen des ganzen Systems und Elektrizität, als System der isolierten, singulären Punkte im Aether an; in den isolierten Punkten wird der Wert von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ unendlich. Eine ausführliche Auflösung der Gl. (1) für das elementarmagnetische Feld wurde von A. Lienard gegeben. Dieser Theorie fehlt aber noch eine Hypothese, die wahrscheinlich die Struktur des Aethers enthüllen und die Sache der elektrischen Ladungen im Aether klar stellen wird, ob elektrische Ladungen tatsächlich singuläre Punkte im Aether sind. Das Aufsuchen einer solchen Hypothese ist die Aufgabe der Dissertation.

Zu den singulären Punkten eines Feldes kann man vermittels der s. g. „beweglichen singulären Kurven“ gelangen. Ätherische Felder werden wahrscheinlich durch Superposition der elektromagnetischen Felder gebildet. Die physikalische Existenz der aetherischen Felder ist noch offen, aber man kann annehmen, daß singuläre Kurven bei der Superposition dieser Felder die Elemente des Äthers, den Träger einer Art elektromagnetischen Feldes, angeben. Ein elektromagnetisches und ein aetherisches Feld sind einander konjugierte Felder. Das Skalarprodukt der Vektore $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{F}'$ dieser Felder ist Null. Konjugierte Felder, die ein Element des Äthers bilden, können als Elemente einer Fourierischen Reihe definiert werden; man kann annehmen, daß jedes Element der Fourierischen Reihe mit einem willkürlichen Koeffizienten multipliziert ein solches Feld darstellt; wenn man aber den Koeffizienten verschiedene Werte angibt, so bekommt man verschiedene Schwingungen der Faden des Elementarfeldes. Die Koeffizienten kann man auch so wählen, daß im Falle der Super-

position eines aetherischen und elektromagnetischen Feldes die Vektore $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ den Wert Null annehmen können. Das ist eben die Struktur des Elementes in der Theorie des elektrischen Feldes bei I. I. Thomson.

Die Komponenten von $\mathfrak{F}$, die der Gl. (1) entsprechen, bilden die Auflösung der Gleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Nun kann man beweisen, daß die Auflösung dieser Gleichung $u = \gamma \cdot f(\alpha, \beta)$ ist, wo γ , α , β die Funktionen von x , y , z , t sind. Als Komponenten des Vektors $\mathfrak{F}$ eines aetherischen Feldes ergeben sich: $\mathfrak{F}_x = f(\alpha, \beta) \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(y, z)}$, u. s. w. Diese Relationen für Komponenten von $\mathfrak{F}$ stimmen überein mit denen von H. Bateman (The Math. Analys. of Electr. and Optic. Ch. 8). Wählen wir nun die Funktion $f(\alpha, \beta)$ so, daß: $\frac{1}{f(\alpha, \beta)} = \beta - \beta_0$, wo β_0 eine willkürliche Größe ist, dann wird $\mathfrak{F}$ in den Punkten der singulären Kurve $\beta = \beta_0$ unendlich. Wenn aber $\beta = \beta_0$ und α alle reellen Werte annimmt, dann erhält man eine Reihe von Punkten (x, y, z, t) , in denen singuläre Kurven des aetherischen Feldes den Anfang haben. Diese Kurven verbinden die Punkte (x, y, z, t) mit den singulären Punkten (ξ, η, ζ, τ) , die sich in der Bewegung befinden. Den verschiedenen Werten von β_0 entsprechen verschiedene singuläre Kurven; man erhält also eine Schar singulärer Kurven. Die Richtung singulärer Kurven deckt sich mit der Richtung der elektrischen Kraftlinien des konjugierten elektromagnetischen Feldes mit einem singulären Punkte (ξ, η, ζ, τ) .