

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

СТАДНИК НАТАЛІЯ БОГДАНІВНА

УДК 681.518.3+519.218.82

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ ОПРАЦЮВАННЯ
ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ НА БАЗІ ІЗОМОРФНИХ ЦИКЛІЧНИХ
ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Тернопіль – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Лупенко Сергій Анатолійович,
Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя,
професор кафедри комп'ютерних систем
та мереж.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший науковий
співробітник **Юзефович Роман Михайлович**,
завідувач відділу методів та засобів відбору та
обробки діагностичних сигналів Фізико-
механічного інституту ім. Г.В.Карпенка
Національної академії наук України

кандидат технічних наук, доцент
Пукас Андрій Васильович, завідувач кафедри
комп'ютерних наук Західноукраїнського
національного університету.

Захист відбудеться « 12 » березня 2021 року о 11:00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 58.052.01 у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя (46001, Тернопіль, вул. Руська, 56, ауд. 79).

З дисертацією можна ознайомитись у науково-технічній бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.

Автореферат розісланий «11» лютого 2021 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради



Б. Г. Шелестовський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Розробка та використання інформаційних систем автоматизованого аналізу, прогнозування циклічних процесів та сигналів із використанням сучасних програмно-апаратних засобів, суттєво підвищує ефективність вирішення багатьох важливих завдань в галузі медицини, техніки та економіки. Зокрема, такими інформаційними системами є комп'ютеризовані системи функціональної кардіодіагностики за циклічними сигналами серця, автоматизовані системи аналізу та прогнозування за циклічними економічними процесами, автоматизовані системи аналізу та прогнозування електро-, газо-, водо-, нафто- споживання, інформаційні системи аналізу та діагностики стану матеріалів за циклічними процесами самоорганізації на їх поверхні, що перебувають під енергетичним впливом.

Якість функціонування, а саме, точність, достовірність, інформативність, швидкодія таких інформаційних систем у значній мірі залежать від адекватності, конструктивності, складності математичних моделей досліджуваних циклічних сигналів.

Розробкою математичних моделей та аналізу циклічних сигналів займалося багато зарубіжних та вітчизняних вчених, зокрема слід назвати Боме, Войчишина, Гайселса, Гансена, Гладишева, Гарда, Гарднера, Драгана, Євтуха, Колмогорова, Коренкевича, Кохела, Литвиненка, Лупенка, Марченка, Нематоллахі, Приймака, Слуцького, Солтані, Тсе, Хінчина, Щербака, Юзефовича, Яворського І., Яворського Б. та ін. Відомо багато математичних моделей циклічних сигналів, що розроблені у рамках як детермінованого, так і стохастичного підходів до їх опису. Серед детермінованих моделей, найбільш відомими є гармонічні та квазігармонічні функції, періодичні та майже періодичні полігармонічні функції, які описують часову структуру циклічних сигналів, а також моделі у вигляді ряду лінійних та нелінійних диференціальних (або різницевих) рівнянь, які описують механізми формування (породження) таких сигналів. Серед стохастичних математичних моделей циклічних сигналів вже класичними стали періодично корельовані та періодично розподілені випадкові процеси, періодичні білі шуми (процеси із незалежними періодичними значеннями), лінійні періодичні випадкові процеси та поля, марковські періодичні випадкові процеси, майже періодичні, зокрема, полі періодичні випадкові процеси.

Останнім часом для моделювання циклічних сигналів біологічного, економічного та технічного походження у рамках стохастичного підходу активно застосовуються та розвиваються математичні моделі у вигляді циклічних випадкових процесів та векторів, а також, умовні циклічні випадкові процеси, які узагальнюють періодичні (періодично корельовані та періодично розподілені) випадкові процеси та вектори, та мають ефективні формальні засоби врахування мінливості та спільності ритму досліджуваних циклічних сигналів, що підвищує точність, достовірність та інформативність їх дослідження (аналізу, прогнозування, комп'ютерної імітації) в комп'ютеризованих інформаційних системах.

Однак в теоретичних та прикладних результатах моделювання та статистичного опрацювання циклічних сигналів на базі цих нових їх моделей має місце ряд суттєвих недоліків, зокрема, потребують свого уточнення відоме означення ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових

процесів, а також процедура побудови умовного циклічного випадкового процесу дискретного та континуального аргументів; відсутнє означення ізоморфізму відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності (функцій розподілу, певних моментних функцій) циклічних випадкових процесів; не встановлено базові властивості та співвідношення між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, які ґрунтуються на різних поняттях ізоморфізму та на властивості ритмічної пов'язаності циклічних випадкових процесів, що унеможлиблює чітку структурування класу циклічних випадкових процесів та ускладнює подальший розвиток теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного підходу. Крім того, методи опрацювання циклічних випадкових процесів у порівнянні із аналогічними методами для стохастично періодичних процесів мають значно більшу обчислювальну складність, що є перешкодою для їх застосування у інформаційних системах аналізу циклічних сигналів із обмеженими обчислювальними ресурсами.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження пов'язане з виконанням науково-дослідної теми «Класи інформаційних технологій в проектах «Розумне місто»» інвентарний номер державної реєстрації №0117 U 002241, 2017–2019 рр. – де здобувачу належить система комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик кардіосигналів для телемедицини в проекті «Розумне місто».

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розвиток моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів, а саме, удосконалення концепції ізоморфізму циклічних випадкових процесів та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також розробка математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробка методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Для досягнення мети необхідно було вирішити такі задачі:

1. Провести компаративний аналіз і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів та процесів із точки зору можливості врахування у них визначальних ознак, властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки ефективних методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах з метою виявлення основних недоліків цих моделей та постановки наукового завдання дисертаційного дослідження.

2. Розвинути концепцію ізоморфізму між циклічними випадковими процесами з метою структурування класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу, побудови математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури), а також розробки ефективного методу статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів дискретного аргументу у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

3. Здійснити структурування класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на класи еквівалентності та встановлення основних властивостей і співвідношень між ними.

4. Розробити математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю, яка б не суперечливо враховувала стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.

5. Задля ефективного опрацювання циклічних випадкових сигналів у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами розробити нові методи їх статистичного опрацювання, зокрема, статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що характеризується спрощеними аналітичними виразами для розрахунків та нижчою обчислювальною складністю у порівнянні із відомим аналогом.

6. З метою аналітичного дослідження впливу основних параметрів на обчислювальну складність алгоритмів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, побудувати аналітичні вирази для їх функцій обчислювальної складності.

7. З метою апробації та автоматизації розроблених у роботі математичних структур, які лежать в основі моделювання та опрацювання циклічних сигналів в цифрових інформаційних системах, створити систему комп'ютерних програм для автоматизованого статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів із низькою обчислювальною складністю та інтегрувати її в існуючий багатofункціональний програмний комплекс.

Об'єкт дослідження. Процес моделювання та опрацювання стохастичних циклічних сигналів в цифрових інформаційних системах.

Предмет дослідження. Математичні моделі та методи ефективного статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик стохастичних циклічних сигналів у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

Методи дослідження. Методи теорії категорій для означення різних видів ізоморфізму циклічних випадкових процесів; методи теорії випадкових процесів для моделювання стохастичних цифрових циклічних сигналів; методи математичної статистики, а саме, методи статистичного точкового оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів для побудови методів опрацювання циклічних сигналів у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами; методи розробки програмних систем на основі об'єктно-орієнтованого підходу.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Вперше, завдяки означенням різних видів ізоморфізму між циклічними випадковими процесами та означення їх строгої ритмічної пов'язаності, породжено різні види розбиттів класу циклічних випадкових процесів на підкласи еквівалентності та встановлено основні властивості і співвідношення між ними, що уможливило чітке структурування класів циклічних випадкових процесів як дискретного, так і континуального (дійсного) аргументів, та стало основою для розвитку теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формалізованого підходу.

2. Вперше, ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами дискретного аргументу та враховуючи

факт існування відповідного класу їх еквівалентності, розроблено математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури) у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що уможливило логічне узгодження та коректне одночасне застосування двох взаємодоповнювальних цифрових методів аналізу циклічних сигналів в рамках їх єдиної математичної моделі, а саме, застосування статистичних методів морфологічного аналізу та статистичного аналізу ритму циклічних сигналів із подвійною стохастичністю у цифрових інформаційних системах.

3. Дістали подальшого розвитку методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом їх зведення до відомих методів оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам, що дало змогу спростити аналітичні вирази для розрахунку реалізацій статистик та знизити обчислювальну складність алгоритмів статистичного аналізу циклічних сигналів у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

4. Вперше побудовано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що дало змогу у рамках кореляційної теорії випадкових процесів досліджувати аналітичними методами вплив основних параметрів відповідних методів статистичного оцінювання на їх обчислювальну складність.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені у дисертації нові математичні об'єкти у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, методів статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу та аналітичних виразів для розрахунку обчислювальної складності цих статистичних методів, удосконалюють відоме математичне забезпечення сучасних комп'ютеризованих систем аналізу циклічних сигналів для медицини, техніки та економіки, а також для проведення дослідницької роботи в науково-експериментальних лабораторіях.

На основі отриманих у дисертації нових теоретичних та прикладних результатів, розроблено систему комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів, яку впроваджено в ТОВ «Медичний центр «МЕВІЗ»» (акт впровадження від 24.06.2020 р.), а також впроваджено у навчальний процес Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (акт впровадження від 23.06.2020 р.) та в науково-дослідну роботу Тернопільського національного медичного університету імені І. Я. Горбачевського (акт впровадження від 24.06.2020 р.).

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати дисертаційної роботи сформульовані та отримані автором самостійно. У наведених працях опублікованих із співавторами, здобувачеві належать: у [1, 6] – проведено статистичне оцінювання ймовірнісних характеристик електрокардіосигналів; у [2] – обґрунтовано випадкову функцію ритму умовного циклічного випадкового процесу як моделі серцевого ритму; у [3] – здійснено компаративний аналіз

моделей циклічних сигналів з точки зору їх використання для задач аналізу серцевого ритму; у [4] побудовано математичні моделі у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу; у [5, 10] розглянуто модернізований програмний комплекс для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак електрокардіосигналу; у [7] – розроблено підхід до генерації таксономічного дерева моделей циклічних сигналів у рамках теорії циклічних функціональних відносин; у [8] – розглянуто класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними; у [9] – досліджено функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу; у [11] – розроблено метод статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей; у [12] – розроблено нову інформаційну технологію моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів, що ґрунтуються на теорії циклічних випадкових функцій; у [13] – застосовано процеси авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії; у [14, 17] – досліджено лінійний циклічний випадковий процес як математичну модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування; у [15] – розроблено модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів; у [16] – проведено порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв'язку; у [18] – обґрунтовано моделі поля електричних потенціалів, які виникають в наслідок електричної активності серця людини, у вигляді лінійного циклічного випадкового просторово-часового поля; у [19] – розроблено метод статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що суттєво спрощує аналітичні вирази та формули для розрахунків. З наукових робіт, опублікованих у співавторстві, у дисертаційній роботі використані результати особистих досліджень здобувача.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались на: 13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) (Львів, 2018 р.); 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). (Будейовіце, Чехія 2019 р.); The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020). (Khmelnyskyi, Ukraine, June 10-12, 2020 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя (м. Тернопіль, 14–15 травня 2020 р.); XXI Міжнародній конференції «Problem of decision making under uncertainties» (м. Східниця, Україна, 13–17 травня 2013); IV науково-технічній конференції «Інформаційні моделі, системи та технології», ТНТУ ім. І. Пулюя, (м. Тернопіль, 15–16 травня 2014 р.); V Міжнародній науково-технічній конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», (м. Тернопіль: ТНТУ, 17–18 листопада 2016 р.); 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT 2020) (Deggendorf, Germany,

16–18 september 2020); на наукових семінарах кафедри комп'ютерних систем та мереж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Публікації. Основні наукові результати дисертації опубліковано у 19 наукових працях, зокрема: 1 стаття у закордонному науковому періодичному виданні [1], 8 статей у наукових фахових періодичних виданнях України [2–5, 10–13], а також 10 у матеріалах міжнародних та всеукраїнських науково-практичних та науково-технічних конференцій. Із них 4 публікації входять до міжнародної наукометричної бази Scopus [6, 7, 10, 19], а 8 публікацій входять до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus [1–5, 11–13].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 119 найменувань, 3 додатків. Повний обсяг дисертації складає 230 сторінок, основний зміст викладено на 180 сторінках, де наведено 82 рисунків та 1 таблиця.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність дослідження, наведено зв'язок роботи з науково-дослідною темою, поставлено мету та визначено завдання дослідження, окреслено об'єкт та предмет дослідження, наведено перелік методів дослідження, що застосовувались для досягнення мети дисертаційної роботи. Сформульовано наукову новизну, практичне значення отриманих результатів та особистий творчий внесок здобувача. Подано відомості щодо апробації та опублікування результатів дослідження.

У першому розділі проведено порівняльний аналіз і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів (процесів) із точки зору можливості врахування ними визначальних ознак, властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах.

Розглянуто та дано стислу характеристику відомим математичним моделям циклічних сигналів. Відзначено, що одним із найперспективніших підходів до математичного моделювання, комп'ютерної симуляції та опрацювання циклічних сигналів в автоматизованих інформаційних системах, є підхід, що ґрунтується на узагальненій математичній моделі циклічних сигналів у вигляді абстрактного циклічного функціонального відношення, яке як частинні свої випадки включає детерміновані, стохастичні, нечіткі та інтервальні математичні моделі циклічних сигналів як з постійним, так і зі змінним ритмом. Зокрема, у рамках цього підходу проаналізовано такі стохастичні моделі циклічних сигналів як циклічний випадковий процес, що узагальнює періодично розподілений випадковий процес та дає змогу враховувати змінність ритму циклічного сигналу, вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, який уможливорює врахування спільності ритму синхронно зареєстрованих циклічних сигналів, та умовний циклічний випадковий процес, який дає змогу врахувати подвійну стохастичність досліджуваних циклічних сигналів, а саме, стохастичність їх морфологічної та ритмічної структур. Відзначено важливу роль поняття ізоморфізму в теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів, оскільки це поняття займає центральне місце в означенні детермінованих, стохастичних, інтервальних та нечітких моделей циклічних сигналів та лежить в основі їх методів опрацювання.

Сформульовано основні недоліки відомих результатів у сфері математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках теорії циклічних випадкових процесів, що стало підставою для формулювання наукового завдання даного дисертаційного дослідження.

У **другому розділі** дано означення основних видів ізоморфізму між циклічними випадковими процесами дискретного та континуального (дійсного) аргументів, що дало змогу здійснити структурування класів циклічних випадкових процесів, шляхом побудови різних розбиттів на класи їх еквівалентності та встановлення відповідних співвідношень між цими класами. Ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами, дано означення умовному циклічному випадковому процесу дискретного аргументу як математичної моделі циклічних сигналів із подвійною стохастичністю.

Уточнено означення поняття ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$, які задані на ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ (множина Ω є множиною елементарних подій, $\mathbf{F}$ – алгебра випадкових подій, $\mathbf{P}$ – ймовірнісна міра, що задана на $\mathbf{F}$) та на множині дійсних чисел чи на упорядкованих дискретних множинах типу $\mathbf{D} = \left\{ t_{ml} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2 \right\}$, для елементів яких має місце

такий тип лінійного упорядкування: $t_{m_1 l_1} < t_{m_2 l_2}$, якщо $m_2 < m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а

$l_2 < l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1} > t_{m_2 l_2}$ ($m_2, m_1 \in \mathbf{Z}$, $l_2, l_1 = \overline{1, L}$, $0 < t_{m, l+1} - t_{m, l} < \infty$). А саме, доповнено відоме означення положенням про спосіб привнесення порядку у циклічні випадкові процеси як певну множину упорядкованих пар «аргумент, значення», шляхом упорядкування ізоморфних циклічних випадкових процесів за типом упорядкування їх областей визначення. Дано тлумачення цього виду ізоморфізму в термінах теорії категорій, а саме, як ізоморфізм стосовно бінарних відношень $\rho_1(\cdot, \cdot)$ та $\rho_2(\cdot, \cdot)$ між реляційними системами $\langle \mathbf{A}_1, \{\rho_1(\cdot, \cdot), \rho_2(\cdot, \cdot)\} \rangle$ та $\langle \mathbf{A}_2, \{\rho_1(\cdot, \cdot), \rho_2(\cdot, \cdot)\} \rangle$, де множина-носіїв $\mathbf{A}_1$ є множиною $\{(t, \xi_1(\omega, t)), t \in \mathbf{W}\}$ усіх пар (аргумент, значення), яка формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$, а множина-носіїв $\mathbf{A}_2$ є множиною $\{(t', \xi_2(\omega, t')), t' \in \mathbf{W}'\}$ усіх пар (аргумент, значення), яка формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$. Бінарне відношення $\rho_1(\cdot, \cdot)$ є відношення лінійного порядку на множинах $\mathbf{A}_1$ та $\mathbf{A}_2$, тобто відношення лінійного порядку на множині пар $\{(t, \xi_1(\omega, t)), t \in \mathbf{W}\}$ та на множині пар $\{(t', \xi_2(\omega, t')), t' \in \mathbf{W}'\}$. Бінарне відношення $\rho_2(\cdot, \cdot)$ є відношенням «мати рівні значення із імовірністю 1» для значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$, коли їх відповідні аргументи $t \in \mathbf{W}$ та $t' \in \mathbf{W}'$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t \leftrightarrow t'$).

Означено ряд інших понять ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та різних ймовірнісних атрибутів їх циклічності, а саме, відносно математичне сподівання та кореляційної функції, змішаних початкових та центральних моментних функції вищого порядку, а також сімейства функцій

розподілу. Зокрема, циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t, n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t', n)$, називаються ізоморфними відносно порядку та сімейства функцій розподілу, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку між областями визначення циклічних випадкових процесів (ізоморфізм між упорядкованими числовими множинами $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$).

2. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$, як ізоморфізм відносно порядку між множинами $\{(t, \xi_1(\omega, t)), t \in \mathbf{W}\}$ та $\{(t', \xi_2(\omega, t')), t' \in \mathbf{W}'\}$ усіх пар (аргумент, значення), які репрезентують ці випадкові процеси.

3. Має місце рівність (k -вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k)$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1, \dots, x_k, t'_1, \dots, t'_k)$ циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i + T_1(t_i, n)$ та $t'_i + T_2(t'_i, n)$, $i = \overline{1, k}$, $n \in \mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових процесів, мають місце такі рівності:

$$F_{k_{\xi_1}}(x_1, \dots, x_k, t_1 + T_1(t_1, n), \dots, t_k + T_1(t_k, n)) = F_{k_{\xi_2}}(x_1, \dots, x_k, t'_1 + T_2(t'_1, n), \dots, t'_k + T_2(t'_k, n)),$$

$$x_i \in \mathbf{R}, t_i \in \mathbf{W}, t'_i \in \mathbf{W}', t_i + T_1(t_i, n) \leftrightarrow t'_i + T_2(t'_i, n), i = \overline{1, k}, k \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{Z}. \quad (1)$$

Показано, що із ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega, t')$, $\omega \in \Omega$, $t' \in \mathbf{W}'$ із необхідністю слідує їх ізоморфізм відносно порядку та сімейства функцій розподілу.

Грунтуючись на означених у дисертаційній роботі видах ізоморфізму циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументів, побудовано ряд розбиттів відповідних класів циклічних випадкових процесів на підкласи їх еквівалентності. Зокрема, на класі Θ усіх можливих циклічних випадкових процесів, кожен з яких задано на одній із можливих дискретних множин типу $\mathbf{D} = \left\{ t_{ml} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, 2 \leq L < \infty \right\}$ із класу **SetOf_D**,

задано відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \Theta^2$, яке базується на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами дискретного аргументу із Θ ; задано відношення еквівалентності $\varphi_2 \subset \Theta^2$, яке базується на понятті ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та їх певних атрибутів циклічності (наприклад, сімейства функцій розподілу), а також задано відношення еквівалентності $\varphi_3 \subset \Theta^2$, яке має місце між строго ритмічно пов'язаними циклічними випадковими процесами із Θ . Усі ці відношення породжують відповідні їм розбиття класу Θ на підкласи еквівалентності, а саме, відношення $\varphi_1 \subset \Theta^2$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1} = \left\{ \Theta_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B} \right\}$ класу Θ на підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів;

відношення $\varphi_2 \subset \Theta^2$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \{\Theta_v^{\varphi_2}, v \in Y\}$ класу Θ на підкласи ізоморфних відносно порядку та певних атрибутів циклічності (наприклад, сімейства функцій розподілу) циклічних випадкових процесів; а відношення $\varphi_3 \subset \Theta^2$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_3} = \{\Theta_{\gamma}^{\varphi_3}, \gamma \in \Gamma\}$ класу Θ на підкласи строго ритмічно пов'язаних циклічних випадкових процесів. Параметри β , v та γ ідентифікують (помічають, вибирають) елементи (класи еквівалентності) із відповідних розбиттів.

Встановлено базові властивості та співвідношення між розглянутими вище відношеннями еквівалентності $\varphi_1 \subset \Theta^2$, $\varphi_2 \subset \Theta^2$ та $\varphi_3 \subset \Theta^2$ та породжуваними ними відповідними розбиттями. Зокрема, встановлено, що із відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \Theta^2$ із необхідністю слідує відношення еквівалентності $\varphi_2 \subset \Theta^2$ ($\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$), а саме, має місце така залежність між цими відношеннями:

$$\varphi_1 \subset \varphi_2 \subset \Theta^2. \quad (2)$$

Із співвідношення (2) безпосередньо випливає, що розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1} = \{\Theta_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in B\}$ класу Θ циклічних випадкових процесів є більш дрібнішим, ніж його розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \{\Theta_v^{\varphi_2}, v \in Y\}$, а розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \{\Theta_v^{\varphi_2}, v \in Y\}$ можна подати через елементи більш дрібнішого розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1} = \{\Theta_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in B\}$: $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \left\{ \bigcup_{\mu \in M} \Theta_{v,\mu}^{\varphi_1}, v \in Y \right\}$, а сам клас Θ можна подати через сукупність класів еквівалентності $\Theta_{v,\mu}^{\varphi_1} : \bigcup_{v \in Y} \bigcup_{\mu \in M} \Theta_{v,\mu}^{\varphi_1} = \Theta$ (див. рисунок 1а).

Встановлено, що між відношеннями $\varphi_1 \subset \Theta^2$ та $\varphi_3 \subset \Theta^2$ має місце залежність:

$$\varphi_1 \cap \varphi_3 = \emptyset. \quad (3)$$

Тобто, із (3) слідує, що якщо будь-які два циклічні випадкові процеси із Θ є ізоморфними відносно порядку та значень (належать деякому класу еквівалентності $\Theta_{\beta}^{\varphi_1}$), то вони із необхідністю не є строго ритмічно пов'язаними (мають різні функції ритму і одночасно не належать жодному із класів еквівалентності $\Theta_{\gamma}^{\varphi_3}$). З іншої сторони, якщо будь-які два циклічні випадкові процеси із Θ є строго ритмічно пов'язаними (мають рівні функції ритму і належать деякому класу еквівалентності $\Theta_{\gamma}^{\varphi_3}$ із $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_3}$), то вони із необхідністю не є ізоморфними відносно порядку та значень і одночасно не належать жодному класу еквівалентності $\Theta_{\beta}^{\varphi_1}$ із $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1}$ (див. рисунок 1б).

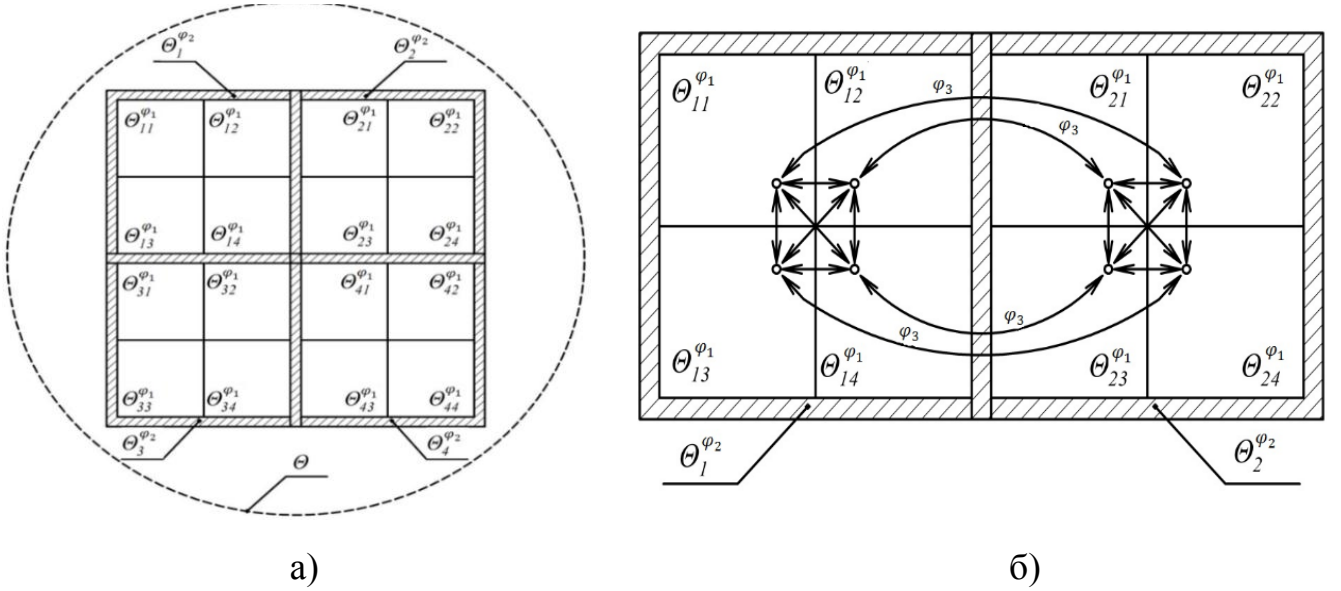


Рис. 1. Ілюстративні діаграми: а) діаграма, що ілюструє розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1}$ та розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2}$ класу Θ ; б) діаграма, що ілюструє взаємозв'язок між розбиттями $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_1}$ та $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_3}$ класу Θ

Показано, що будь-який елемент (циклічний випадковий процес) із Θ може бути однозначно ідентифікованим, шляхом його мічення параметрами β та γ , а саме, парою (β, γ) із декартового добутку $\mathbf{B} \times \mathbf{\Gamma}$ індексних множин $\mathbf{B}$ та $\mathbf{\Gamma}$. Тобто, параметри β та γ , фактично, задають певну умовну систему координат, із допомогою якої можна ідентифікувати будь-який циклічний випадковий процес із Θ . Встановлено, що розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \{\Theta_{\nu}^{\varphi_2}, \nu \in \mathbf{Y}\}$ можна подати через елементи

розбиття $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_3} = \{\Theta_{\gamma}^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\}$, а саме: $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \left\{ \bigcup_{\alpha \in \mathbf{A}} \Theta_{\nu, \alpha}^{\varphi_3}, \nu \in \mathbf{Y} \right\}$ або $\mathbf{D}_{\Theta}^{\varphi_2} = \{\Theta_{\nu, \alpha}^{\varphi_3}, \nu \in \mathbf{Y}, \alpha \in \mathbf{A}\}$.

Наведені вище співвідношення лежать в основі структуризації класу циклічних випадкових процесів, що полягає у виявленні різних видів його розбиття на класи еквівалентності, встановлення їх властивостей та аналітичних залежностей між цими відношеннями еквівалентності та елементами розбиттів.

Застосовуючи поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень, розроблено математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, який є випадковим об'єктом $\{\xi(\omega, t_{ml}(\omega')) \in \Theta_{\xi}, \omega' \in \mathbf{\Omega}', \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega')\}$, що задано на двох стохастично незалежних ймовірнісних просторах $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ та $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$, при чому для кожної елементарної події ω' , відповідна його ω' -реалізація $\{\xi_{\omega'}(\omega, t_{ml}^{\omega'}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}\}$ належить класу $\Theta_{\beta}^{\varphi_1}$ ізоморфних (еквівалентних) відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. А його часова область визначення є випадковою областю визначення $\mathbf{D}(\omega') = \{t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2\}$, яка задана на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$, при чому для кожної елементарної події ω' , відповідна ω' -реалізація $\mathbf{D}_{\omega'} = \{t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2\}$ є дискретною

підмножиною дійсних чисел, елементи якої задовольняють такі умови: $t_{m_1 l_1}^{\omega'} < t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, якщо $m_2 < m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 < l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1}^{\omega'} > t_{m_2 l_2}^{\omega'}$ ($m_2, m_1 \in \mathbf{Z}$, $l_2, l_1 = \overline{1, L}$, $0 < t_{m, l+1}^{\omega'} - t_{m l}^{\omega'} < \infty$).

На відміну від циклічного випадкового процесу, у якого функція ритму є детермінованою функцією, функція ритму умовного циклічного випадкового процесу є випадковою. А саме, випадкова функція ритму $T(t_{ml}(\omega'), n)$, $\omega' \in \Omega'$, $t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R}$, $n \in \mathbf{Z}$ умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, задана на ймовірнісному просторі $(\Omega', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$ і для кожної елементарної події ω' , відповідна їй ω' -реалізація $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n)$, $t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$ задовольняє умовам функції ритму, а саме: 1) групі умов: 1а) $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n) > 0$, якщо $n > 0$ ($T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, 1) < \infty$); 1б) $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n) = 0$, якщо $n = 0$; 1с) $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n) < 0$, якщо $n < 0$, $t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'} \subset \mathbf{R}$; 2) для будь-яких $t_{m_1 l_1}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$ та $t_{m_2 l_2}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$, для яких $t_{m_1 l_1}^{\omega'} < t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, для функції $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n)$ виконується строга нерівність $T_{\omega'}(t_{m_1 l_1}^{\omega'}, n) + t_{m_1 l_1}^{\omega'} < T_{\omega'}(t_{m_2 l_2}^{\omega'}, n) + t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, $\forall n \in \mathbf{Z}$; 3) функція $T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n)$ є найменшою за модулем ($|T_{\omega'}(t_{ml}^{\omega'}, n)| \leq |T_{\omega'}^{\gamma}(t_{ml}^{\omega'}, n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_{\omega'}^{\gamma}(t_{ml}^{\omega'}, n), \gamma \in \Gamma\}$, які задовольняють вище наведеним умовам 1 та 2.

Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу дає змогу одночасного врахування як стохастичність досліджуваних сигналів, що враховується при статистичному морфологічному їх аналізі, так і стохастичності ритмічної структури досліджуваного сигналу, що враховується при проведенні аналізу ритму, наприклад, серцевого ритму.

У **третьому розділі** розроблено новий підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення методів їх опрацювання до методів опрацювання ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей. Отримано нові обчислювально ефективні методи статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Побудовано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

Грунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, розроблено новий підхід до статистичного опрацювання (оцінювання, аналізу, прогнозування) ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, $\omega \in \Omega$, $t_{ml} \in \mathbf{D}$ за його багатоцикловою ω -реалізацією $\xi_{1\omega}(t_{ml})$, $\omega \in \Omega$, $t_{ml} \in \mathbf{D}$, шляхом зведення методів його статистичного опрацювання до методів опрацювання ізоморфної йому відносно порядку та значень періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega, i)$, $\omega \in \Omega$, $i \in \mathbf{Z}$, що полягає у виконанні таких кроків: 1) перетворення ω -реалізації $\xi_{1\omega}(t_{ml})$, $\omega \in \Omega$, $t_{ml} \in \mathbf{D}$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, $\omega \in \Omega$, $t_{ml} \in \mathbf{D}$ у ω -реалізацію $\xi_{2\omega}(i)$, $i \in \mathbf{Z}$ ізоморфної йому відносно порядку та значень L -періодичної послідовності $\xi_2(\omega, i)$, $\omega \in \Omega$, $i \in \mathbf{Z}$, шляхом дії оператора перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t_{ml})}\{\cdot\}$ із функцією перетворення шкали $y(t_{ml}) = L \cdot (m-1) + l$; 2) застосування відомих методів опрацювання (оцінювання, аналізу, прогнозування) періодичних випадкових послідовностей та отримання їх результатів; 3) отримання результатів опрацювання (оцінювання,

аналізу, прогнозування) циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \Omega, t_{ml} \in \mathbf{D}$, шляхом застосування оберненого оператора перетворення шкали до попередньо отриманих відповідних результатів опрацювання для L -періодичної випадкової послідовності.

На основі цього підходу, розроблено нові методи статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, які мають нижчу обчислювальну складність, ніж відомі аналоги. А саме, показано, що відомий метод обчислення значення реалізації точкової статистичної оцінки математичного сподівання циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ дискретного аргументу за його M -цикловою ω -реалізацією $\xi_{1\omega}(t_{ml})$, що формально подається у вигляді такого виразу

$$\hat{m}_{\xi_1}(t_{1l}) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \xi_{1\omega}(t_{1l} + T(t_{1l}, n)), l = \overline{1, L}, \quad (4)$$

може бути зведений до методу обчислення значення статистичної оцінки початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) L -періодичної послідовності $\xi_2(\omega, i)$, що ізоморфна відносно порядку та значень циклічному випадковому процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, і який ґрунтується на значно простішому виразі

$$\hat{m}_{\xi_2}(l) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \xi_{2\omega}(l + L \cdot n), l = \overline{1, L}. \quad (5)$$

Також показано, що відомий метод обчислення значення реалізації точкової статистичної оцінки кореляційної функції $r_{2_{\xi_1}}(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ дискретного аргументу, що формально подається у вигляді такого виразу:

$$\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}) = \frac{1}{M - M_1 + 1} \cdot \sum_{n=0}^{M-M_1} [\xi_{1\omega}(t_{m_1 l_1} + T(t_{m_1 l_1}, n)) - \hat{m}_{\xi_1}(t_{m_1 l_1})] \cdot [\xi_{1\omega}(t_{m_2 l_2} + T(t_{m_2 l_2}, n)) - \hat{m}_{\xi_1}(t_{m_2 l_2})], \quad (6)$$

$$m_1, m_2 \in \{ \overline{1, M_1} \}, l_1, l_2 \in \{ \overline{1, L} \}.$$

(тут M_1 ($M_1 \ll M$) – задає часову глибину кореляції, а саме, максимально можливе значення, які можуть набирати індекси m_1 та m_2), може бути зведений до методу обчислення значення реалізації статистичної оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2)$ кореляційної функції $r_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2)$ L -періодичної послідовності $\xi_2(\omega, i)$, який ґрунтується на значно простішому виразі:

$$\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2) = \frac{1}{M - M_1 + 1} \cdot \sum_{n=0}^{M-M_1} [\xi_{2\omega}(l_1 + L \cdot n) - \hat{m}_{\xi_2}(l_1)] \cdot [\xi_{2\omega}(l_2 + L \cdot n) - \hat{m}_{\xi_2}(l_2)],$$

$$l_1, l_2 = \overline{1, L \cdot M_1}. \quad (7)$$

Для формул (4) – (7) отримано аналітичні вирази їх функцій обчислювальної складності, значення яких є кількістю операцій (арифметичних та операцій зчитування даних із масивів), а також аналітичні вирази, що є різницями відповідних функцій обчислювальної складності для відомих та нових методів статистичного точкового оцінювання перших двох моментних функцій циклічного випадкового процесу. Зокрема, вираз для різниці $\Delta F(L, M)$ функцій обчислювальних складностей $F_1(L, M)$ та $F_2(L, M)$ виразів (4) та (5), має вигляд:

$$\Delta F(L, M) = \Delta C(L, M) = C_1(L, M) - C_2(L, M) = L \cdot (M + 1). \quad (8)$$

А вираз для різниці $\Delta F(L, M, M_1)$ функцій обчислювальних складностей $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ для виразів (6) та (7), має вигляд:

$$\Delta F(L, M, M_1) = L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (3 \cdot M - 3 \cdot M_1 + 5). \quad (9)$$

Як приклад, графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ подано на рис. 2.

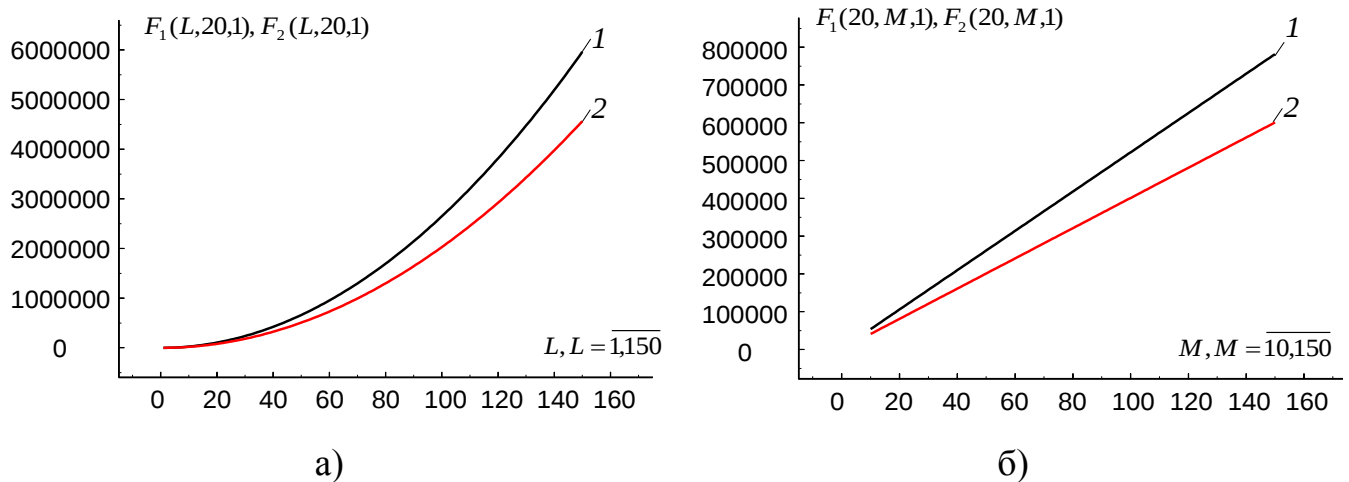
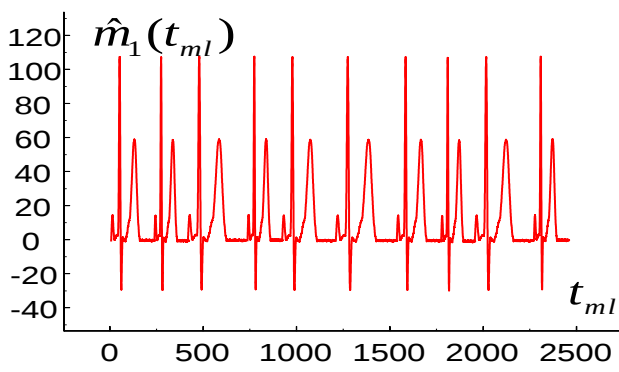


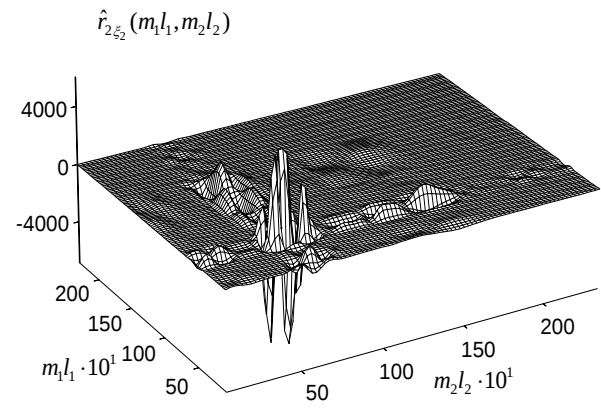
Рис. 2. а) Графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при фіксованих значеннях параметрів M та M_1 , а саме, при $M = 20$ та $M_1 = 1$;
б) від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу при фіксованих значеннях параметрів L та M_1 , саме, при $L = 20$ та $M_1 = 1$

Із формул (8) та (9), а також із графіків на рисунку 2, видно, що функція обчислювальної складності для нового методу оцінювання кореляційної функції циклічного випадкового процесу дискретного аргументу є меншою у порівнянні із відомим.

Застосовано розроблені методи для розв'язання задачі статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик електрокардіосигналу, а саме, до розв'язання задачі статистичного точкового оцінювання його початкової моментної функції першого порядку та кореляційної функції за його довгою багатоцикловою реєстрограмою. Як приклад, на рисунку 3 подано деякі результати опрацювання електрокардіосигналу згідно розроблених у дисертаційній роботі методів.



а)



б)

Рис. 3. Графіки: а) декількох циклів початкової моментної функції першого порядку електрокардіосигналу;
б) оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2})$ кореляційної функції електрокардіосигналу

У четвертому розділі розроблено систему комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів на основі нових обчислювально ефективних методів, що розроблені в третьому розділі дисертації.

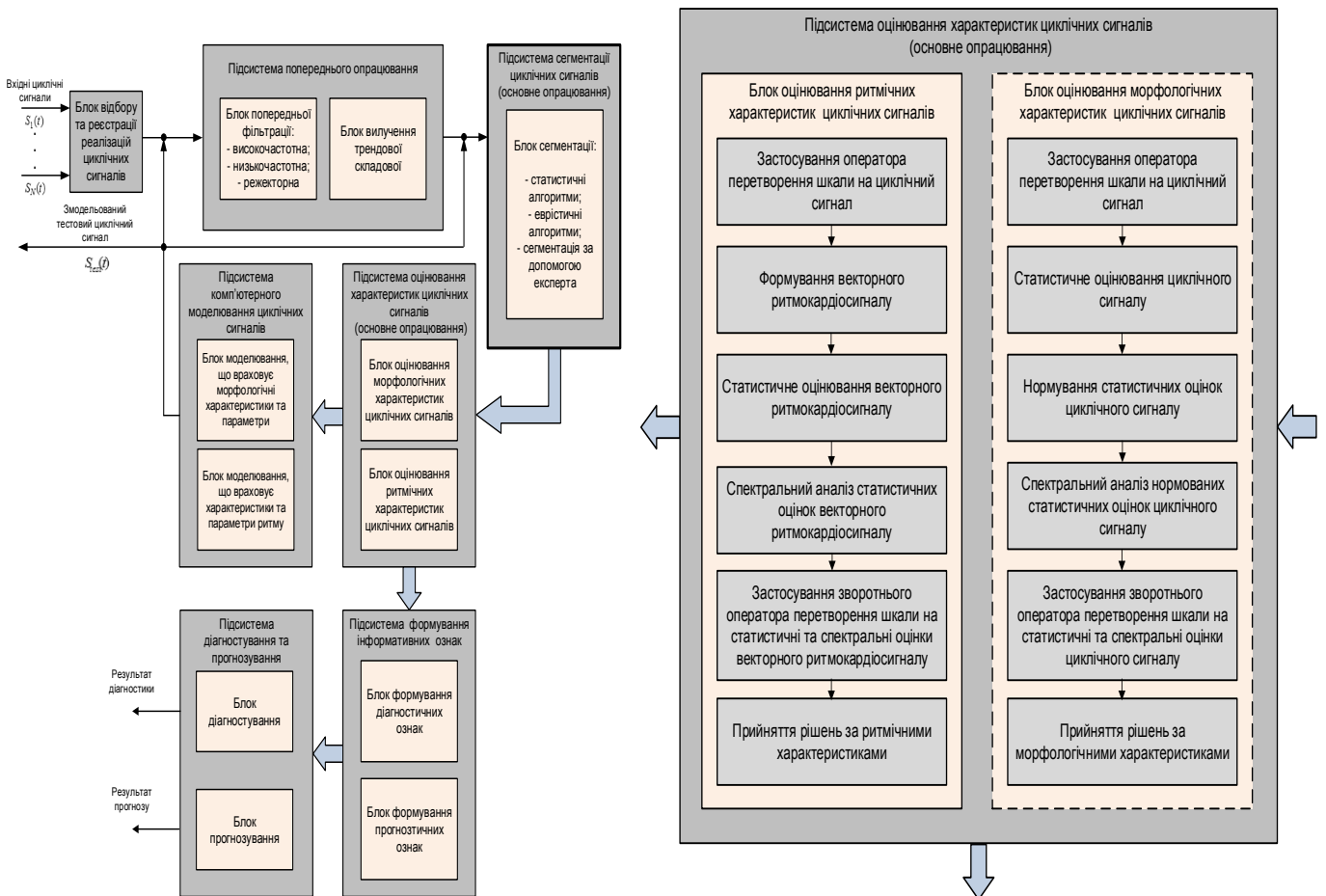


Рис. 4. Узагальнена структурно-функціональна схема багатofункціонального програмного комплексу і схема підсистеми опрацювання циклічних сигналів для

їх морфоаналізу та аналізу ритму

Розглянуто структурно-функціональні схеми та функціональні можливості багатофункціонального програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів, який доповнено цією системою комп'ютерних програм. На рис. 4 подано узагальнену структурно-функціональну схему програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів і схема підсистеми опрацювання циклічних сигналів для їх морфоаналізу та аналізу ритму.

Пунктирним контуром позначені ті модулі програмного комплексу, які належать новій системі комп'ютерних програм, що ґрунтується на математичному забезпеченні, яке розроблено у даному дисертаційному дослідженні.

Створення такої системи комп'ютерних програм підвищує швидкодію статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу, що має місце у комп'ютеризованих системах діагностування стану серцево-судинної системи та інформаційних системах аналізу та прогнозування економічних циклічних процесів. Програмний комплекс реалізовано на мові програмування Object Pascal.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальне наукове завдання, що має істотне значення для розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів, у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Основні результати та висновки проведених теоретичних та експериментальних досліджень полягають у вирішенні таких задач:

1. Розвинуто концепцію ізоморфізму між циклічними випадковими процесами, а саме, їх ізоморфізму відносно порядку та значень, а також ізоморфізму відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності (математичне сподівання, кореляційна функція, моментні функції вищого порядку, функції розподілу), що уможливило чітку структурування класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу, а також побудову математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури) у вигляді умовного циклічного випадкового процесу.

2. Здійснено чітку структурування класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на класи еквівалентності, які ґрунтуються на означених видах ізоморфізму та на властивості строгої ритмічної пов'язаності циклічних випадкових процесів, а також шляхом встановлення основних властивостей та співвідношень між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, що розвинуло теорію моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формалізованого підходу.

3. Базуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами та враховуючи факт існування відповідного класу їх еквівалентності, розроблено математичну модель циклічних цифрових

сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що несуперечливо враховує стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму, використовуючи для моделювання ритму циклічного сигналу дискретну випадкову функцію ритму та випадкову область визначення умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу.

4. Розроблено нові методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення їх до оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам, що є підставою для спрощення аналітичних виразів для розрахунків та зменшення обчислювальної складності у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів у комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

5. Отримано вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що дало змогу досліджувати аналітичними методами вплив основних параметрів відповідних алгоритмів статистичного оцінювання на їх обчислювальну складність.

6. Ґрунтуючись на розроблених обчислювально ефективних методах статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, створено систему комп'ютерних програм для автоматизованого статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів із низькою обчислювальною складністю та інтегровано її в існуючий багатофункціональний програмний комплекс, що стало підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Лупенко С., Зозуля А., Сверстюк А., Стадник Н. Математичне моделювання та методи опрацювання сигналів серця на базі циклічних випадкових процесів та векторів. *Sciences and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences*, VI(20), ISSUE 172, July 2018. Budapest 2018. P. 47–54. **(Індексується в Index Copernicus)**.

2. Лупенко С., Сверстюк А., Луцик Н., Стадник Н., Зозуля А. Умовний циклічний випадковий процес як математична модель коливних сигналів та процесів із подвійною стохастичністю. *Поліграфія і видавнича справа. Printing and Publishing*, No 1 (71) 2016. Львів, 2016. С. 147–159. **(Індексується в Index Copernicus)**.

3. Lupenko S., Osukhivskas H., Lutsyk N., Stadnyk N., Zozulia A., Shablil N. The comparative analysis of mathematical models of cyclic signals structure and processes. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University*, No 2 (82). Ternopil 2016. P. 115–127. **(Індексується в Index Copernicus)**.

4. Лупенко С. А., Литвиненко Я. В., Стадник Н. Б., Зозуля А. М.,

Сверстюк А. С. Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу як узагальнена математична модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. Луцьк, 2020. № 1 (38). С. 60–69. **(Індексується в Index Copernicus)**.

5. Стадник Н. Б. Модифікація програмного комплексу для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак за електркардіо-сигналами. С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, Н. Б. Стадник, Г. М. Осухівська, А. С. Сверстюк. *Науковий журнал Вісник Хмельницького національного університету* № 1 (281). – ХНУ, Хмельницьк, 2020 р. С. 137–146. **(Індексується в Index Copernicus, Google Scholar)**.

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

6. Stadnik N. Modeling and signals processing using cyclic random functions S. Lupenko, O. Orobchuk, N. Stadnik, A. Zozulya. *13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*, September 11-14 2018. Lviv, Ukraine, 2018. Т. 1. Р. 360–363. **(Індексується в Scopus)**.

7. Stadnyk N. An approach to constructing a taxonomic tree of models cyclic signals in the tasks of developing an onto-oriented system for decisions supporting of models choice». S. Lupenko, N. Stadnyk, Ch. Nnamene. *9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)* June 5–7, 2019 in Ceske Budejovice, Czech Republic. Р. 89–92. **(Індексується в Scopus)**.

8. Стадник Н. Класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними. Н. Стадник, С. Лупенко, К. Чізова Ннамене. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14–15 травня 2020 року. ТНТУ, 2020. С. 179–180. **(Google Scholar)**.

9. Стадник Н. Функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу. Н. Стадник, С. Лупенко. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14–15 травня 2020 року. ТНТУ, 2020. С. 177–178. **(Google Scholar)**.

10. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N., Osukhivska H., Kryvinska N. Modification of the software system for the automated determination of morphological and rhythmic diagnostic signs by electrocardio signals. *The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020)*. Khmelnytskyi, Ukraine, vol-2623, June 10–12, 2020. Р. 36–46. **(Індексується в Scopus)**.

11. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method for reducing the computational complexity of processing discrete cyclic random processes in digital data analysis systems. *Scientific Journal of TNTU*. TNTU, 2020. Vol 97. No 1. Р. 110–121. **(Індексується в Index Copernicus, Google Scholar)**.

Праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

12. Лупенко С. А., Горкуненко А. Б., Осухівська Г. М., Стадник Н. Б.

Інформаційна технологія моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів. *Журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»* № 2 2012 р., м. Хмельницький. С. 167–176. **(Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).**

13. Стадник Н. Б. Застосування процесів авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії. *Збірник матеріалів III науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 24 квітня 2013 р., Тернопіль. С. 17.

14. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Стадник Н. Б. Циклічний лінійний випадковий процес, як конструктивна математична модель циклічних сигналів та процесів (Cyclic linear random process as a constructive mathematical model of cyclic signals and processes). *В матеріалах XXI Міжнародної конференції «Problem of decision making under uncertainties»* 13–17 травня 2013, м. Східниця, Україна. С. 44.

15. Луцик Н., Лупенко С., Стадник Н. Модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 15–16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 10.

16. Стадник Н., Лупенко С. Порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв'язку. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 15–16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 15.

17. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Лупенко А. М., Стадник Н. Б. Лінійний циклічний випадковий процес як математична модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування. *Вісник Львівської політехніки «Інформаційні системи та мережі»*, № 783 2014 р., Львів. С. 145–153. **(Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).**

18. Лупенко С. А., Шаблій Н. Р., Стадник Н. Р., Зозуля А. М. Лінійні циклічні випадкові функції як математичні моделі сигналів та просторово-часових полів серця. *Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій»*, 17–18 листопада 2016 р. – Тернопіль: ТНТУ, 2016. С. 65–66.

19. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method of statistical processing of discrete cycle random processes, by their reduction to isomorphic periodic random sequences. 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT 2020) Deggendorf, GERMANY, 16–18 September 2020. P. 209–212. **(Індексується в Scopus).**

АНОТАЦІЯ

Стадник Н. Б. Моделювання та ефективні методи опрацювання циклічних сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, 2020.

Дисертація присвячена вирішенню актуального наукового завдання розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними

класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Розроблено систему комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів на основі нових обчислювально ефективних методів, що розроблені в дисертації. Розглянуто структурно-функціональні схеми та функціональні можливості багатфункціонального програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів, який доповнено розробленою системою комп'ютерних програм.

Ключові слова: математичне моделювання, методи статистичного оцінювання, циклічний випадковий процес, ізоморфізм, циклічні сигнали, обчислювальна складність.

АННОТАЦИЯ

Стадник Н. Б. Моделирование и методы обработки циклических сигналов на базе изоморфных циклических случайных процессов. – Квалификационный научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 «Математическое моделирование и вычислительные методы». – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, Тернополь, 2020.

Диссертация посвящена решению актуальной научной задачи развития моделирования и методов статистической обработки циклических сигналов в рамках теории циклических случайных процессов в направлении совершенствования концепции их изоморфизма и установления базовых параметров и соотношений между различными классами их эквивалентности, а также в направлении разработки математической модели цифровых циклических сигналов с двойной стохастичностью и разработки методов их статистической обработки с низкой вычислительной сложностью в цифровых системах с ограниченными вычислительными ресурсами. Разработана система компьютерных программ для статистического оценивания вероятностных характеристик циклических сигналов на основе новых вычислительно эффективных методов, разработанных в диссертации. Рассмотрены структурно-функциональные схемы и функциональные возможности многофункционального программного комплекса для моделирования и анализа циклических сигналов, который дополнен разработанной системой компьютерных программ.

Ключевые слова: математическое моделирование, методы статистического оценивания, циклический случайный процесс, изоморфизм, циклические сигналы, вычислительная сложность.

ANNOTATION

Stadnyk N.B. Modeling and effective methods of cyclic signal processing based on isomorphic cyclic random processes. – Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Technical Sciences on specialty 01.05.02 «Mathematical modeling and computational methods». – Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ternopil, 2020.

This thesis deals with the solution of the important problem of the development of modeling and methods of statistical cyclic signals processing within the theory of cyclic random processes in the direction of improving the concept of their isomorphism and establishing basic properties and relations between different classes of their equivalence as well as in the development of the mathematical model of digital cyclic signals with double stochasticity and development of methods for their statistical processing with low computational complexity in portable digital systems with limited computing resources.

Information on isomorphism of cyclic functional relations, especially, on different types of isomorphism between cyclic random processes is considered in details. The important role of the isomorphism concept in the theory of modeling and processing of cyclic signals is noted, as this concept plays a fundamental role in defining deterministic, stochastic, interval and fuzzy models of cyclic signals and defines their processing methods.

The procedure of constructing the mathematical model of cyclic digital signals in the form of cyclic random process of the discrete argument is developed. It makes possible to take into account the stochasticity of cyclic signals both in their morphological statistical analysis and in statistical analysis of their rhythm. The definition of discrete random function of rhythm and random domain of conditional cyclic random process of discrete argument, which are the basis of rhythm analysis of cyclic signals within stochastic approach, are given. Approaches to morphological statistical analysis of cyclic signals with double stochasticity and statistical analysis of their rhythm are formulated.

A new approach to statistical processing of cyclic random processes of discrete argument based on the procedures of their reduction to isomorphic periodic random sequences, which simplifies analytical calculations and formulas complexity of appropriate algorithms in the problems of statistical processing of cyclic signals in information systems for medicine, engineering and economics is developed. It is especially important for their implementation in portable systems with sufficiently limited computing power. Applying this new approach for solving statistical problem of evaluation the probabilistic characteristics of cyclic discrete argument processes, the new computation efficient methods for statistical evaluation of the initial moment function of the first order (mathematical expectation) and the correlation function of discrete argument cyclic random processes are obtained. Analytical expressions for functions of computational complexity of known and new methods of statistical evaluation of initial moment function of the first order (mathematical expectation) and correlation function of discrete argument cyclic random processes are constructed.

The system of computer programs for statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals based on new computationally efficient methods developed in the third section of the dissertation is worked out. Structural and functional schemes and functional capabilities of multifunctional software package for cyclic signals modeling and analysis, equipped with the developed of computer programs system are considered.

Creation of computer programs system for statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals is the basis for increasing the speed of statistical cyclic signals processing within their mathematical models such as cyclic random process and conditional cyclic random process of discrete argument, which takes place in computerized diagnostic systems cardiovascular system and information systems for analysis and forecasting of economic cyclical processes.

Key words: mathematical modeling, statistical evaluation methods, cyclic random process, isomorphism, cyclic signals, computational complexity.

Підписано до друку 27.01.2021. Формат 60×90, 1/16.
Друк лазерний. Папір офсетний. Гарнітура TimesNewRoman.
Умовно-друк. арк. 0,9. Наклад – 100 прим.
Замовлення №270121

Друк ФОП Паляниця В. А.
Свідоцтво ДК №4870 від 20.03.2015 р.
м. Тернопіль, вул. Б. Хмельницького, 9а, оф.38.
тел. (0352) 528-777.