Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

СТАДНИК НАТАЛІЯ БОГДАНІВНА

УДК 681.518.3+519.218.82

ДИСЕРТАЦІЯ

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ ОПРАЦЮВАННЯ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ НА БАЗІ ІЗОМОРФНИХ ЦИКЛІЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

01.05.02 – Математичне моделювання та обчислювальні методи

05 – Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело _______________ Н.Б. Стадник/

Науковий керівник:
доктор технічних наук, професор
Лупенко Сергій Анатолійович

Ідентичність усіх примірників дисертації
ЗАСВІДЧУЮ:
Вчений секретар спеціалізованої вченої ради
/Б. Г. Шелестовський/

Тернопіль – 2021

АНОТАЦІЯ

Стадник Н. Б. **Моделювання та ефективні методи опрацювання циклічних сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів.** – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, 2021.

Зміст анотації. Дисертація присвячена вирішенню актуального наукового завдання розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами.

У вступі обґрунтовано актуальність дослідження, наведено зв’язок роботи з науково-дослідною темою, поставлено мету та визначено завдання дослідження, об’єкт та предмет дослідження, наведено перелік методів дослідження, що застосовувались для досягнення мети дисертаційної роботи. Сформульовано наукову новизну, практичне значення отриманих результатів та особистий творчий внесок здобувача. Подано відомості щодо апробації та опублікування результатів дослідження.

У першому розділі «Огляд та компаративний аналіз математичних моделей циклічних сигналів у задачах їх автоматизованого опрацювання», окреслено роль математичного моделювання у процесі створення комп’ютеризованих систем аналізу та прогнозування циклічних сигналів. Проведено компаративний аналіз і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів та процесів з точки зору можливості врахування ними визначальних ознак,

властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах. Зокрема, розглянуто та охарактеризовано такі детерміновані математичні моделі циклічних сигналів як гармонічна функція, періодична полігармонічна функція, майже періодична функція. Відзначено, що значно більший дослідницький потенціал мають стохастичні математичні моделі циклічних сигналів. Ряду важливих стохастичних математичних моделей циклічних сигналів дано стислу характеристику.

У розділі відзначено, що до найпростіших стохастичних математичних моделей циклічних сигналів належить вектор випадкових величин та стаціонарний випадковий процес (послідовність) у вузькому та широкому розумінні, які, хоча безпосередньо і не відображають коливний, циклічний рух, однак вони плідно застосовуються для моделювання багатьох сигналів та процесів циклічної структури. Значну увагу у розділі приділено таким математичним моделям циклічних сигналів як адитивні, мультиплікативні та адитивно-мультиплікативні суміші стаціонарного в широкому розумінні випадкового процесу та детермінованих періодичних функцій; періодично корельованим та періодично розподіленим випадкових процесам.

Розглянуто та дано стислу характеристику ряду спеціальних випадкових процесів, у яких всі або лише деякі ймовірнісні характеристики є періодичними. Зокрема, проаналізовано процеси із незалежними періодичними приростами, процеси із незалежними періодичними значеннями (періодичні білі шуми), марковські періодичні випадкові процеси та ланцюги, лінійні періодичні випадкові процеси. Також розглянуто декілька існуючих підходів до математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів зі змінним ритмом, які враховують різного роду відхилення від детермінованих та стохастичних періодичних моделей. Зокрема, розглянуто квазігармонічну функцію, де мінливість ритму враховується у такому понятті як миттєва кутова частота та миттєвий період; квазімеандр, де мінливість ритму враховується поняттями частість та змінний період; майже періодичний (періодично корельований) випадковий процес, що узагальнює періодично розподілений (періодично корельований) випадковий процес; випадкові процеси із зонно-часовою структурою. Також дано стислу характеристику умовно періодичному зі змінним періодом випадковому процесу як такому, що, хоча і претендує на узагальнення періодично розподіленого випадкового процесу, однак містить внутрішні логіко-термінологічні суперечності та не має адекватних засобів математичного відображення циклічної структури досліджуваних сигналів.

Відзначено, що одним із найперспективніших підходів до математичного моделювання, комп'ютерної симуляції та опрацювання циклічних сигналів в автоматизованих інформаційних системах, є підхід, що ґрунтується на узагальненій математичній моделі циклічних сигналів у вигляді абстрактного циклічного функціонального відношення, яке як частинні свої випадки включає детерміновані, стохастичні, нечіткі та інтервальні математичні моделі циклічних сигналів як з постійним, так і зі змінним ритмом. Зокрема, у рамках цього підходу проаналізовано такі стохастичні моделі циклічних сигналів як циклічний випадковий процес, що узагальнює періодично розподілений випадковий процес та дає змогу враховувати змінність ритму циклічного сигналу, вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, який уможливлює врахування спільності ритму синхронно зареєстрованих циклічних сигналів, та умовний циклічних випадковий процес, який дає змогу врахувати подвійну стохастичність досліджуваних циклічних сигналів, а саме, стохастичність їх морфологічної та ритмічної структур. Детально розглянуто відомості про ізоморфізм циклічних функціональних відношень, зокрема, про різні типи ізоморфізму між циклічними випадковими процесами. Відзначено важливу роль поняття ізоморфізму в теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів, оскільки це поняття відіграє фундаментальну роль в означенні детермінованих, стохастичних, інтервальних та нечітких моделей циклічних сигналів та лежить в основі їх методів опрацювання.

Сформульовано основні недоліки відомих результатів в сфері математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках теорії циклічних випадкових процесів, що стало підставою для формулювання наукового завдання даного дисертаційного дослідження.

У другому розділі «Ізоморфізми та класи еквівалентності циклічних випадкових процесів в задачах математичного моделювання стохастичних циклічних сигналів», уточнено означення поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень, а саме, доповнено відоме означення положенням про спосіб привнесення порядку у циклічні випадкові процеси як певну множину упорядкованих пар «аргумент, значення», шляхом упорядкування ізоморфних циклічних випадкових процесів за типом упорядкування їх областей визначення. Зокрема, протрактовано поняття ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів у термінах теорії категорій, а саме, як ізоморфізм стосовно двох бінарних відношень (відношення лінійного порядку та відношеня «мати рівні значення із імовірністю 1») між реляційними системами, носіями яких є множини усіх пар (аргумент, значення), які репрезентують ці циклічні випадкові процеси.

Дано означення ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та таких ймовірнісних атрибутів їх циклічності як математичне сподівання та кореляційна функція, змішані початкові та центральні моментні функції вищого порядку, а також сімейство функцій розподілу. Ці види ізоморфізмів доповнюють відомий вид ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, дають змогу досліджувати значно ширші підкласи ізоморфних відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності, ніж відносно вузькі підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, та лежать в основі структуризації класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу.

Оскільки із різними видами ізоморфізму циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійснозначного) аргументів, можна пов’язати розбиття відповідних класів циклічних випадкових процесів на підкласи їх еквівалентності, то в другому розділі здійснено структуризацію класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на взаємопов’язані класи еквівалентності, які ґрунтуються на означених видах ізоморфізму та на властивості строгої ритмічної пов’язаності циклічних випадкових процесів. Встановлено базові властивості та співвідношення між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, що розвиває теорію моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формального підходу. Зокрема, у формі діаграми Венна подано співвідношення між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, що породжені різними видами їх ізоморфізму, а саме, ізоморфізму відносно порядку та значень, ізоморфізму відносно порядку та сімейства функцій розподілу, ізоморфізму відносно порядку та їх змішаних початкових та центральних моментних функцій, ізоморфізму відносно порядку та перших двох моментних функцій (математичного сподівання та кореляційної функції).

Розроблено процедуру побудови математичної моделі циклічних цифрових сигналів у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що дає змогу несуперечливо врахувати стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму. Дано означення дискретної випадкової функції ритму та випадкової області визначення умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, які лежать в основі аналізу ритму циклічних сигналів в рамках стохастичного підходу. Сформульовані підходи до проведення морфологічного статистичний аналізу циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та статистичного аналізу їх ритму.

У третьому розділі «Обчислювально ефективні методи статистичного опрацювання дискретних циклічних випадкових процесів» розроблено новий підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, який ґрунтується на процедурі їх зведення до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що спростило аналітичні вирази та формули для розрахунків, а також знизило обчислювальну складність відповідних алгоритмів у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах для медицини, техніки та економіки, що особливо важливо для їх реалізації у портативних системах з суттєво обмеженими обчислювальними потужностями. Застосувавши цей новий підхід до вирішення завдання статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, отримано нові обчислювально ефективні методи статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Побудовано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

Наведено приклади статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку та кореляційної функції електрокардіосигналу як циклічного випадкового процесу дискретного аргументу із використанням відомих методів, а також із застосуванням нових методів статистичного оцінювання, що ґрунтується на процедурі зведення досліджуваного циклічного випадкового процесу до ізоморфної йому періодичної випадкової послідовності.

У четвертому розділі «Система комп’ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів як складова багатофункціонального програмного комплексу» розроблено систему комп’ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів на основі нових обчислювально ефективних методів, що розроблені в третьому розділі дисертації. Розглянуто структурно-функціональні схеми та функціональні можливості багатофункціонального програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів, який дооснащено розробленою системою комп’ютерних програм. Цей програмний комплекс забезпечує ввід та попереднє опрацювання циклічних сигналів, оцінювання їх сегментної структури, статистичний морфоаналіз та аналіз ритму циклічних сигналів; імітаційне моделювання циклічних сигналів, а також дає змогу зберігати, повторно використовувати та графічно відображати результати опрацювання та імітаційного моделювання циклічних сигналів. Програмний комплекс реалізовано на мові програмування Object Pascal. Наведено приклади скріншотів відповідних його інтерфейсів.

Створення системи комп’ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів є підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу, що має місце у комп’ютеризованих системах діагностування стану серцево-судинної системи та інформаційних системах аналізу та прогнозування економічних циклічних процесів.

Розроблена система комп’ютерних програм статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів була впроваджена у ТОВ "Медичний центр «МЕВІЗ»", а також впроваджена у навчальний процес Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та в науково-дослідну роботу Тернопільського національного медичного університету імені І. Я. Горбачевського.

Основні наукові результати дисертації опубліковано у 19 працях, зокрема: 1 стаття у закордонному науковому періодичному виданні [1], 8 статей у наукових фахових періодичних виданнях України [2–5, 10–13], а також 10 у працях міжнародних та всеукраїнських науково-практичних та науково-технічних конференцій. Із них 4 публікації входять до міжнародної наукометричної бази Scopus [6, 7, 10, 19], а 8 публікацій входять до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus [1–5, 11–13].

Ключові слова: математичне моделювання, методи статистичного оцінювання, циклічний випадковий процес, ізоморфізм, циклічні сигнали, обчислювальна складність.

ABSTRACT

Stadnyk N. B. **Modeling and effective methods of cyclic signal processing based on isomorphic cyclic random processes.** – Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Technical Sciences on specialty 01.05.02 “Mathematical modeling and computational methods”. – Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ternopil, 2020.

Abstract content. This thesis deals with the solution of the important problem of the development of modeling and methods of statistical cyclic signals processing within the theory of cyclic random processes in the direction of improving the concept of their isomorphism and establishing basic properties and relations between different classes of their equivalence as well as in the development of the mathematical model of digital cyclic signals with double stochasticity and development of methods for their statistical processing with low computational complexity in portable digital systems with limited computing resources.

In the introduction section the relevance of the investigation is substantiated, the coherence of the work with the research topic is given, the purpose and tasks of the investigation, its object and subject are determined, the list the research methods used for thesis goal achievement is given. The scientific novelty, practical significance of the obtained results and personal creative contribution of the candidate are formulated. Information concerning the investigation results evaluation and publication is presented.

Section 1 “Review and comparative analysis of mathematical models of cyclic signals in the problems of their automated processing” outlines the role of mathematical modeling in the process of creating computerized systems for cyclic signals analysis and prediction. The comparative analysis and classification of known mathematical models of cyclic signals and processes in terms of their ability to take into account the defining features, properties of spatiotemporal cyclic signals structure and the possibility of developing methods for their processing in automated information systems are carried out. Particularly, such deterministic mathematical

models of cyclic signals as harmonic function, periodic polyharmonic function, almost periodic function are considered and characterized. It is noted that stochastic mathematical models of cyclic signals have considerably greater research potential. A brief description of a number of important stochastic mathematical models of cyclic signals is given.

It is noted in this section that the simplest stochastic mathematical models of cyclic signals include the random variables vector and a stationary random process (sequence) in the narrow and broad sense, which, although not directly reflect oscillatory, cyclic motion, but are successfully used for modeling of many signals and cyclic structure processes. Considerable attention in this section is paid to such mathematical models of cyclic signals as additive, multiplicative and additive-multiplicative mixtures of stationary random process and deterministic periodic functions; periodically correlated and periodically distributed random processes in a broad sense.

A brief description of a number of special random processes where all or only several probabilistic characteristics are periodic is given. Particularly, processes with independent periodic increments, processes with independent periodic values (periodic white noises), Markov periodic random processes and chains, linear periodic random processes are analyzed. Several existing approaches to mathematical modeling and processing of cyclic signals with variable rhythm, taking into account various deviations from deterministic and stochastic periodic models, are considered. In particular, the quasiharmonic function, where the variability of rhythm is taken into account in such concept as instantaneous angular frequency and instantaneous period; quasi-meander, where the variability of rhythm is taken into account by the concepts of frequency and variable period; almost periodic (periodically correlated) random process that summarizes periodically distributed (periodically correlated) random process; random processes with zone-time structure are considered. Also a brief characteristic of conditionally periodic with a variable period random process such as, although claiming to generalize periodically distributed random process, but containing internal logical and terminological contradictions and having no adequate means of mathematical representation of the investigated signals cyclic structure is given.

It is noted that one of the most promising approaches to mathematical modeling, computer simulation and processing of cyclic signals in automated information systems is the approach based on the generalized mathematical model of cyclic signals in the form of abstract cyclic functional relationship, which includes deterministic, stochastic, fuzzy and interval mathematical models of cyclic signals with both constant and variable rhythm. Particularly, within this approach such stochastic models of cyclic signals as cyclic random process generalizing periodically distributed random process and enabling to take into account the variability of cyclic signal rhythm, vector of cyclically rhythmically related random processes, enabling to take into account the rhythm of synchronous signals, and conditional cyclic random process, enabling to take into account the double stochasticity of the investigated cyclic signals, such as, stochasticity of their morphological and rhythmic structures are analyzed. Information on isomorphism of cyclic functional relations, especially, on different types of isomorphism between cyclic random processes is considered in details. The important role of the isomorphism concept in the theory of modeling and processing of cyclic signals is noted, as this concept plays a fundamental role in defining deterministic, stochastic, interval and fuzzy models of cyclic signals and defines their processing methods.

The main disadvantages of the known results in the field of mathematical modeling and processing of cyclic signals within the theory of cyclic random processes are formulated. This formed the basis for the scientific task statement in the given thesis investigation.

In Section 2 “Isomorphisms and equivalence classes of cyclic random processes in the problems of mathematical modeling of stochastic cyclic signals”, the definition of the concept of cyclic random processes isomorphism with respect to order and values is specified, especially, the well-known definition of the statements of pairs ordering into cyclic random processes as certain set of ordered pairs “argument, value” by ordering isomorphic cyclic random processes according to the type of their definition areas ordering is specified. Particularly, the notion of isomorphism with respect to the order and values of cyclic random processes in terms of category theory is interpreted, i.e., as isomorphism with respect to two binary relations (linear order relations and “have equal values with probability 1” relation) between relational systems, which sets of all pairs (argument, value), carry and represent these cyclic random processes.

The definition of cyclic random processes isomorphism with respect to order and such probabilistic attributes of their cyclicity as mathematical expectation and correlation function, mixed initial and central moment functions of higher order, as well as a family of distribution functions is given. These types of isomorphisms supplement the known type of isomorphism with respect to the order and values of cyclic random processes; make it possible to investigate much wider subclasses of isomorphic with respect to order and probabilistic attributes of cyclicity than relatively narrow subclasses of isomorphic with respect to order and values of cyclic random processes, and underlie the structuring of classes of cyclic random processes of discrete and continuous (real) argument.

Since the division of the corresponding classes of cyclic random processes into their equivalence subclasses can be related to different types of isomorphism of cyclic random processes of discrete to continuous (real) arguments, the structuring of the class of cyclic random processes by forming its various division into interrelated equivalence classes, based on the indicated types of isomorphism and on the properties of strict rhythmic connection of cyclic random processes. The basic properties and relations between different equivalence classes of cyclic random processes is carried out in Section 2. The basic properties and relations between different classes of cyclic random processes equivalence are established. It makes possible to develop the theory of modeling and processing of cyclic signals within the framework of stochastic formal approach. In particular, the Venn diagram represents the relations between different classes of equivalence of cyclic random processes generated by different types of their isomorphism, i.e., isomorphism with respect to the order and values, isomorphism with respect to the order and distribution functions family, isomorphism with respect to the order and their mixed initial and central moment functions, isomorphism with respect to the order and the first two moment functions (mathematical expectation and correlation function).

The procedure of constructing the mathematical model of cyclic digital signals in the form of cyclic random process of the discrete argument is developed. It makes possible to take into account the stochasticity of cyclic signals both in their morphological statistical analysis and in statistical analysis of their rhythm. The definition of discrete random function of rhythm and random domain of conditional cyclic random process of discrete argument, which are the basis of rhythm analysis of cyclic signals within stochastic approach, are given. Approaches to morphological statistical analysis of cyclic signals with double stochasticity and statistical analysis of their rhythm are formulated.

In Section 3 “Computational effective methods of statistical processing of discrete cyclic random processes” a new approach to statistical processing of cyclic random processes of discrete argument based on the procedures of their reduction to isomorphic periodic random sequences, which simplifies analytical calculations and formulas complexity of appropriate algorithms in the problems of statistical processing of cyclic signals in information systems for medicine, engineering and economics is developed. It is especially important for their implementation in portable systems with sufficiently limited computing power. Applying this new approach for solving statistical problem of evaluation the probabilistic characteristics of cyclic discrete argument processes, the new computation efficient methods for statistical evaluation of the initial moment function of the first order (mathematical expectation) and the correlation function of discrete argument cyclic random processes are obtained. Analytical expressions for functions of computational complexity of known and new methods of statistical evaluation of initial moment function of the first order (mathematical expectation) and correlation function of discrete argument cyclic random processes are constructed.

Examples of statistical evaluation of the initial moment function of the first order and correlation function of electrocardiographic signal as discrete argument cyclic random process using existing methods, as well as new methods of statistical evaluation based on the procedure of the investigated cyclic random process reduction to its isomorphic periodic random sequence are given.

In Section 4 “System of computer programs for statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals as a component of multifunctional software package” the system of computer programs for statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals based on new computationally efficient methods developed in the third section of the dissertation is worked out. Structural and functional schemes and functional capabilities of multifunctional software package for cyclic signals modeling and analysis, equipped with the developed of computer programs system are considered. This software package provides input and pre-processing of cyclic signals, evaluation of their segment structure, statistical morphoanalysis and analysis of cyclic signals rhythm; simulation modeling of cyclic signals, and makes it possible to store, reuse and display graphically the results of cyclic signals processing and simulation. The software package is implemented in the programming language Object Pascal. Examples of screenshots of its respective interfaces are given.

Creation of computer programs system for statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals is the basis for increasing the speed of statistical cyclic signals processing within their mathematical models such as cyclic random process and conditional cyclic random process of discrete argument, which takes place in computerized diagnostic systems cardiovascular system and information systems for analysis and forecasting of economic cyclical processes.

The developed system of computer program statistical evaluation of probabilistic characteristics of cyclic signals was introduced in LLC “Medical center “MEVIZ“, and was also introduced into the educational process of Ternopil Ivan Puluj National Technical University named after and into scientific-research work of Ternopil I. Ya. Gorbachevsky National Medical University.

The main scientific results of the thesis are published in 19 works, particularly: 1 article in foreign scientific periodical [1], 8 articles in scientific professional periodicals of Ukraine [2–5, 10–13], as well as 10 publications in the in the works of international and All-Ukrainian scientific-practical and scientific-technical conferences. Among them, 4 publications are included into international scientometric database Scopus [6, 7, 10, 19], and 8 publications into international scientometric database Index Copernicus [1–5, 11–13].

Key words: mathematical modeling, statistical evaluation methods, cyclic random process, isomorphism, cyclic signals, computational complexity.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Лупенко С., Зозуля А., Сверстюк А., Стадник Н. Математичне моделювання та методи опрацювання сигналів серця на базі циклічних випадкових процесів та векторів. *Sciences and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences*, VI (20), ISSUE 172, July 2018. Budapest 2018. P. 47–54. (Індексується в Index Copernicus).

2. Лупенко С., Сверстюк А., Луцик Н., Стадник Н., Зозуля А. Умовний циклічний випадковий процес як математична модель коливних сигналів та процесів із подвійною стохастичністю. *Поліграфія і видавнича справа. Printing and Publishing*, No 1 (71) 2016. Львів, 2016. С. 147–159. (Індексується в Index Copernicus).

3. Lupenko S., Osukhivskas H., Lutsyk N., Stadnyk N., Zozulia A., Shablii N. The comparative analysis of mathematical models of cyclic signals structure and processes. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University*, No 2 (82). Ternopil 2016. P. 115–127. (Індексується в Index Copernicus).

4. Лупенко С. А., Литвиненко Я. В., Стадник Н. Б., Зозуля А. М., Сверстюк А. С. Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу як узагальнена математична модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво.* Луцьк, 2020. № 1 (38). С. 60–69. (Індексується в Index Copernicus).

5. Стадник Н. Б. Модифікація програмного компелексу для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак за електоркардіосигналоми С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, Н. Б. Стадник, Г. М. Осухівська, А. С. Сверстюк *Науковий журнал Вісник Хмельницького національного університету* № 1 (281). ХНУ, Хмельницьк, 2020 р. С. 137–146. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

6. Stadnik N. Modeling and signals processing using cyclic random functions. S. Lupenko, O. Orobchuk, N. Stadnik, A. Zozulya. *13th IEEE International*

Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), September 11-14 2018. Lviv, Ukraine, 2018. T. 1. P. 360–363. (Індексується в Scopus).

7. Stadnyk N. An approach to constructing a taxonomic tree of models cyclic signals in the tasks of developing an onto-oriented system for decisions supporting of models choice. S. Lupenko, N. Stadnyk, Ch. Nnamene. *9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)* June 5-7, 2019 in Ceske Budejovice, Czech Republic. P. 89–92. (Індексується в Scopus).

8. Стадник Н. Класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними. Н. Стадник, С. Лупенко, К. Чізова Ннамене. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій“ до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14-15 травня 2020 року. ТНТУ, 2020. С. 179–180. (Google Scholar).

9. Стадник Н. Функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу. Н. Стадник, С. Лупенко. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій“ до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14-15 травня 2020 року. ТНТУ, 2020. С. 177–178. (Google Scholar).

10. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N., Osukhivska H., Kryvinska N. Modification of the software system for the automated determination of morphological and rhythmic diagnostic signs by electrocardio signals. *The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020)*. Khmelnytskyi, Ukraine, vol-2623, June 10-12, 2020. P. 36–46. (Індексується в Scopus).

11. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method for reducing the computational complexity of processing discrete cyclic random processes in digital data analysis systems. *Scientific Journal of TNTU*. Ternopil. TNTU, 2020. Vol 97. No 1. P. 110–121. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

Праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

12. Лупенко С. А., Горкуненко А. Б., Осухівська Г. М., Стадник Н. Б. «Інформаційна технологія моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів. *Журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»* № 2 2012 р., м. Хмельницький. С. 167–176. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

13. Стадник Н. Б. Застосування процесів авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії. *Збірник матеріалів ІІІ науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 24 квітня 2013 р., Тернопіль. С. 17.

14. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Стадник Н. Б. «Циклічний лінійний випадковий процес, як конструктивна математична модель циклічних сигналів та процесів» (Cyclic linear random process as a constructive mathematical model of cyclic signals and processes). *В матеріалах XXI Міжнародної конференції «Problem of decision making under uncertainties»* 13-17 травня 2013, м. Східниця, Україна. С. 44.

15. Луцик Н., Лупенко С., Стадник Н. «Модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С.10.

16. Стадник Н., Лупенко С. «Порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв’язку. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 15.

17. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Лупенко А. М., Стадник Н. Б. «Лінійний циклічний випадковий процес як математична модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування. *Вісник Львівської політехніки «Інформаційні системи та мережі»*, № 783 2014 р., Львів. С. 145–153. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

18. Лупенко С. А., Шаблій Н. Р., Стадник Н. Р., Зозуля А. М. Лінійні циклічні випадкові функції як математичні моделі сигналів та просторово-часових полів серця. *Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій»*, 17-18 листопада 2016 р. Тернопіль. ТНТУ, 2016. С. 65–66.

19. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method of statistical processing of discrete cycle random processes, by their reduction to isomorphic periodic random sequences. *10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT 2020)* Deggendorf, Germany, 16–18 September 2020. P. 209–212. (Індексується в Scopus).

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$\mathbf{N}$	множина натуральних чисел
$\mathbf{R}$	множина дійсних чисел
$\mathbf{Z}$	множина цілих чисел
$\mathbf{\Omega}$, $\mathbf{\Omega'}$	множина елементарних подій
$\mathbf{F}$	алгебра (σ-алгебра) випадкових подій
$\mathbf{P}$	ймовірнісна міра, що задана на $\mathbf{F}$
$\xi(\omega,t)$	випадковий процес
$\xi(\omega,k)$	випадкова послідовність
$T(t,n)$	функція ритму циклічного випадкового процесу

ВСТУП

Актуальність теми. На протязі усієї історії значний інтерес у людства викликали циклічні процеси та явища, які із розвитком науки та технологій стали об'єктами інтенсивного їх дослідження та практичного освоєння. Розробка та використання інформаційних систем автоматизованого (чи автоматичного) аналізу, прогнозування циклічних процесів та сигналів із використанням сучасних програмно-апаратних засобів, суттєво підвищує ефективність вирішення багатьох важливих завдань в галузі медицини, техніки та економіки. Зокрема, такими інформаційними системами є комп'ютеризовані системи функціональної кардіодіагностики за циклічними сигналами серця, автоматизовані системи аналізу та прогнозування за циклічними економічними процесами, автоматизовані системи аналізу та прогнозування електро-, газо-, водо-, нафто- споживання, інформаційні системи аналізу та діагностики стану матеріалів за циклічними процесами самоорганізації на їх поверхні.

Як зазначено у роботах [1, 3, 23], якість (точність, достовірність, інформативність, швидкодія) функціонування таких інформаційних систем у значній мірі залежить від якості (адекватності, конструктивності) математичних моделей досліджуваних циклічних процесів (сигналів).

Розробкою математичного моделювання та аналізу циклічних сигналів займалося багато зарубіжних та вітчизняних вчених, зокрема слід назвати Боме, Войчишина, Гайселса, Гансена, Гладишева, Ґарда, Ґарднера, Драгана, Євтуха, Колмогорова, Коренкевича, Кохела, Литвиненка, Лупенка, Марченка, Нематоллахі, Приймака, Слуцького, Солтані, Тсе, Хінчина, Щербака, Юзефовича, Яворського І., Яворського Б. та ін. Відомо багато математичних моделей циклічних сигналів, що розроблені у рамках як детермінованого, так і стохастичного підходів до їх опису. Серед детермінованих моделей, найбільш відомими є гармонічні та квазігармонічні функції, періодичні та майже періодичні полігармонічні функції, які описують часову структуру циклічних сигналів, а також моделі у вигляді ряду лінійних та нелінійних диференціальних (або різницевих) рівнянь, які описують механізми формування (породження) таких сигналів. Серед стохастичних математичних моделей циклічних сигналів вже класичними стали періодично корельовані та періодично розподілені випадкові процеси, періодичні білі шуми (процеси із незалежними періодичними значеннями), лінійні періодичні випадкові процеси та поля, марковські періодичні випадкові процеси, майже періодичні, зокрема, полі періодичні випадкові процеси.

Останнім часом для моделювання циклічних сигналів біологічного, економічного та технічного походження у рамках стохастичного підходу активно застосовуються та розвиваються математичні моделі у вигляді циклічних випадкових процесів та векторів, а також, умовні циклічні випадкові процеси які узагальнюють періодичні (періодично корельовані та періодично розподілені) випадкові процеси та вектори, та мають формальні засоби врахування мінливості ритму досліджуваних циклічних сигналів.

Однак в теоретичних та прикладних результатах моделювання та статистичного опрацювання циклічних сигналів на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу має ряд недоліків, які становлять певну перепону у розвитку теорії циклічних випадкових процесів, зокрема, умовних циклічних випадкових процесів, та розробки ефективних методів статистичного опрацювання циклічних сигналів, зокрема, циклічних сигналів із подвійною стохастичністю у портативних цифрових інформаційних системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Наведене вище, дає підстави сформулювати наукове завдання даного дисертаційного дослідження, яке полягає в розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження пов'язане з виконанням науково-дослідної теми «Класи інформаційних технологій в проектах «Розумне місто», інвентарний номер державної реєстрації № 0117U002241, 2017-2019 рр. – де здобувачу належить система комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик кардіосигналів для телемедицини в проекті «Розумне місто».

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розвиток моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів, а саме, удосконалення концепції ізоморфізму циклічних випадкових процесів та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також розробка математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробка методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Для досягнення мети необхідно було вирішити такі задачі:

1. Провести компаративний аналіз і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів та процесів із точки зору можливості врахування у них визначальних ознак, властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки ефективних методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах з метою виявлення основних недоліків цих моделей та постановки наукового завдання дисертаційного дослідження.

2. Розвинути концепцію ізоморфізму між циклічними випадковими процесами з метою структуризації класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу, побудови математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури), а також розробки ефективного методу статистичного опрацювання

циклічних випадкових процесів дискретного аргументу у комп’ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

3. Здійснити структуризацію класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на класи еквівалентності та встановлення основних властивостей і співвідношень між ними.

4. Розробити математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю, яка б несуперечливо враховувала стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.

5. Задля ефективного опрацювання циклічних випадкових сигналів у комп’ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами розробити нові методи їх статистичного опрацювання, зокрема, статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що характеризується спрощеними аналітичними виразами для розрахунків та нижчою обчислювальною складністю у порівнянні із відомим аналогом.

6. З метою аналітичного дослідження впливу основних параметрів на обчислювальну складність алгоритмів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, побудувати аналітичні вирази для їх функцій обчислювальної складності.

7. З метою апробації та автоматизації розроблених у роботі математичних структур, які лежать в основі моделювання та опрацювання циклічних сигналів в цифрових інформаційних системах, створити систему комп’ютерних програм для автоматизованого статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів із низькою обчислювальною складністю та інтегрувати її в існуючий багатофункціональний програмний комплекс.

Об’єкт дослідження. Процес моделювання та опрацювання стохастичних циклічних сигналів в цифрових інформаційних системах.

Предмет дослідження. Математичні моделі та методи ефективного статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик стохастичних циклічних сигналів у портативних комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними потужностями.

Методи дослідження. Методи теорії категорій для означення різних видів ізоморфізму циклічних випадкових процесів; методи теорії випадкових процесів для моделювання стохастичних цифрових циклічних сигналів; методи математичної статистики, а саме, методи статистичного точкового оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів для побудови методів опрацювання циклічних сигналів у портативних комп'ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними потужностями; методи розробки програмних систем на основі об'єктно-орієнтованого підходу.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Вперше, завдяки означенням різних видів ізоморфізму між циклічними випадковими процесами та означення їх строгої ритмічної пов'язаності, породжено різні види розбиттів класу циклічних випадкових процесів на підкласи еквівалентності та встановлено основні властивості і співвідношення між ними, що уможливлює чітке структурування класів циклічних випадкових процесів як дискретного, так і континуального (дійсного) аргументів, та стало основою для розвитку теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формалізованого підходу.

2. Вперше, ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами дискретного аргументу та враховуючи факт існування відповідного класу їх еквівалентності, розроблено математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури) у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що уможливило логічне узгодження та коректне одночасне застосування двох взаємодоповнювальних цифрових методів аналізу циклічних сигналів в рамках їх єдиної математичної моделі, а саме,

застосування статистичних методів морфологічного аналізу та статистичного аналізу ритму циклічних сигналів із подвійною стохастичністю у цифрових інформаційних системах.

3. Дістали подальшого розвитку методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом їх зведення до відомих методів оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам, що дало змогу спростити аналітичні вирази для розрахунку реалізацій статистик та знизити обчислювальну складність алгоритмів статистичного аналізу циклічних сигналів у комп’ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

4. Вперше побудовано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що дало змогу у рамках кореляційної теорії випадкових процесів досліджувати аналітичними методами вплив основних параметрів відповідних методів статистичного оцінювання на їх обчислювальну складність.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені у дисертації нові математичні об’єкти у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, методів статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу та аналітичних виразів для розрахунку обчислювальної складності цих статистичних методів, що удосконалюють відоме математичне забезпечення сучасних комп’ютеризованих систем аналізу циклічних сигналів для медицини, техніки та економіки, а також для проведення дослідницької роботи в науково-експериментальних лабораторіях.

На основі отриманих у дисертації нових теоретичних та прикладних результатів, розроблено систему комп’ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів, яку впроваджено ТОВ "Медичний центр «МЕВІЗ»" (акт впровадження від 24.06.2020 р.), а також впроваджено у навчальний процес Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (акт впровадження від 23.06.2020 р.) та в науково-дослідну роботу Тернопільського національного медичного університету імені І. Я. Горбачевського (акт впровадження від 24.06.2020 р.).

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати дисертаційної роботи сформульовані та отримані автором самостійно. У наведених працях (Додаток А), опублікованих із співавторами, здобувачеві належать: у [1, 6] – проведення статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик електрокардіосигналів; у [2] – обґрунтування випадкової функції ритму умовного циклічного випадкового процесу як моделі серцевого ритму; у [3] – компаративний аналіз моделей циклічних сигналів з точки зору їх використання для задач аналізу серцевого ритму; у [4] побудова математичної моделі у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу; у [5, 10] розглядається модернізований програмний комплекс для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак електрокардіосигналу; у [7] – розроблено підхід до генерації таксономічного дерева моделей циклічних сигналів у рамках теорії циклічних функціональних відносин; у [8] – розглянуто класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними; у [9] – досліджено функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу; у [11] – розроблено метод статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей; у [12] – розроблено нову інформаційну технологію моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів, що ґрунтуються на теорії циклічних випадкових функцій; у [13] – застосовано процеси авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії; у [14, 17] – досліджено лінійний циклічний випадковий процес як математичну модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування; у [15] – розроблено модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів; у [16] – проведено порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв’язку; у [18] – обґрунтовано моделі поля електричних потенціалів, які виникають в наслідок електричної активності серця людини, у вигляді лінійного циклічного випадкового просторово-часового поля; у [19] – розроблено метод статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що суттєво спрощує аналітичні вирази та формули для розрахунків.

З наукових робіт, опублікованих у співавторстві, у дисертаційній роботі використані результати особистих досліджень здобувача.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались на: 13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) (Lviv, Ukraine 2018); 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). (Будейовіце, Чехія 2019 р.); The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020). (Khmelnytskyi, Ukraine, June 10-12, 2020р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя (м. Тернопіль, 14-15 травня2020 р.); XXI Міжнародній конференції «Problem of decision making under uncertainties» (м. Східниця, Україна, 13-17 травня 2013); IV науково-технічній конференції «Інформаційні моделі, системи та технології», ТНТУ ім. І. Пулюя, (м. Тернопіль, 15-16 травня 2014 р.); V Міжнародній науково-технічній конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», (м. Тернопіль: ТНТУ, 17-18 листопада 2016 р.); 10th International Conference on Advanced Computer Information

Technologies (ACIT 2020) (Deggendorf, Germany, 16–18 september 2020); на наукових семінарах кафедри комп'ютерних систем та мереж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Публікації. Основні наукові результати дисертації опубліковано у 19 працях, зокрема: 1 стаття у закордонному науковому періодичному виданні [1], 8 статей у наукових фахових періодичних виданнях України [2–5, 10–13], а також 9 у працях міжнародних та всеукраїнських наукових та науково-технічних конференцій. Із них 4 публікації входять до міжнародної наукометричної бази Scopus [6, 7, 10, 19], а 8 публікацій входять до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus [1–5, 11–13].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 119 найменувань, 3 додатків. Повний обсяг дисертації складає 230 сторінки, основний зміст викладено на 180 сторінках, де наведено 83 рисунків та 1 таблицю.

РОЗДІЛ 1
ОГЛЯД ТА КОМПАРАТИВНИЙ АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ У ЗАДАЧАХ ЇХ АВТОМАТИЗОВАНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

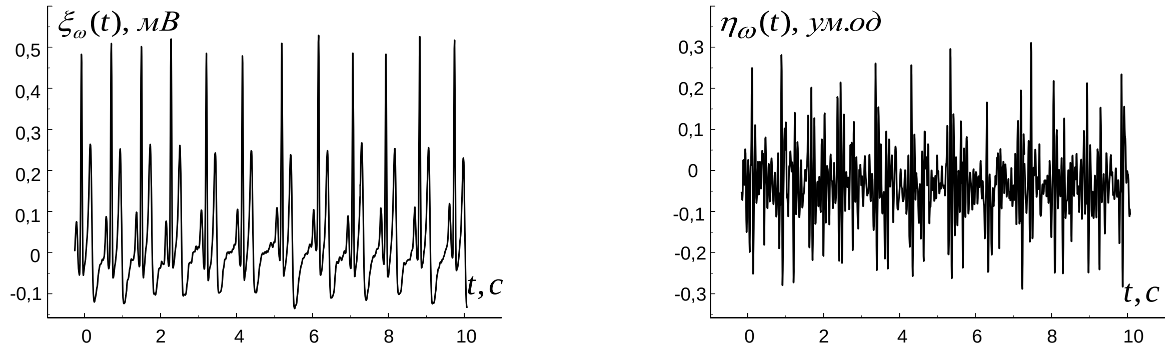
У розділі наведено результати компаративного аналізу і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів та процесів з точки зору можливості врахування ними визначальних ознак, властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах. Виявлено та сформульовано основні недоліки відомих результатів в сфері математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках теорії циклічних випадкових процесів, що стало підставною для формулювання наукового завдання даного дисертаційного дослідження.

Основні результати цього розділу опубліковано в роботах [1–6, 8, 10, 23, 56, 73, 78].

1.1. Роль математичного моделювання у процесі створення комп’ютеризованих систем аналізу та прогнозування циклічних сигналів

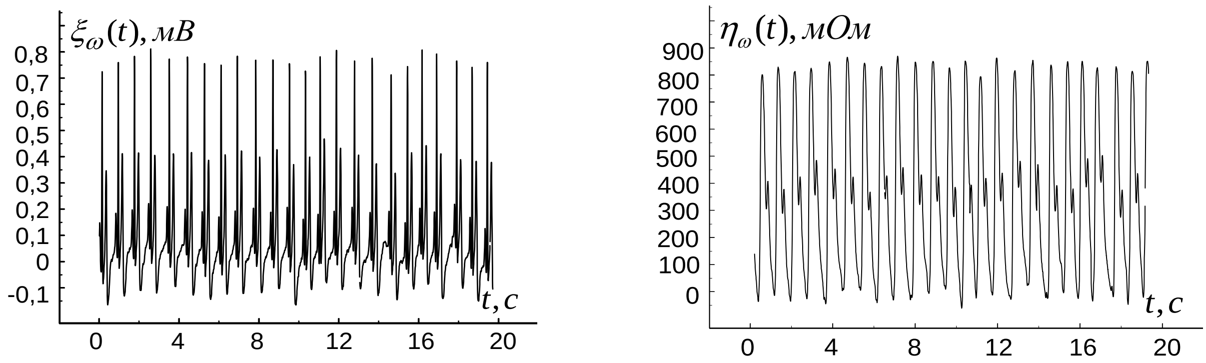
Відомо, що циклічні процеси та явища мають місце у багатьох природних, соціальних та технічних системах. Ці процеси є носіями відомостей про функціональний стан тих систем, у яких вони протікають, а отже, є сигналами, що мають циклічну часову і/або просторову структуру. Зокрема, до циклічних сигналів та процесів відносять сигнали серцево-судинної системи організму людини (електрокардіосигнали, магнітокардіосигнали, фонокардіосигнали і т.п.), циклічні екномічні процеси (індекси ділової активності усіх галузей економіки, валовий національний продукт країн, сезонні індекси доходів підприємств і т.п.) та процеси самоорганізації на поверхні матеріалів [7–33].

На рис. 1.1–1.4 подано реєстрограми типових циклічних сигналів різної фізичної природи та походження [7].



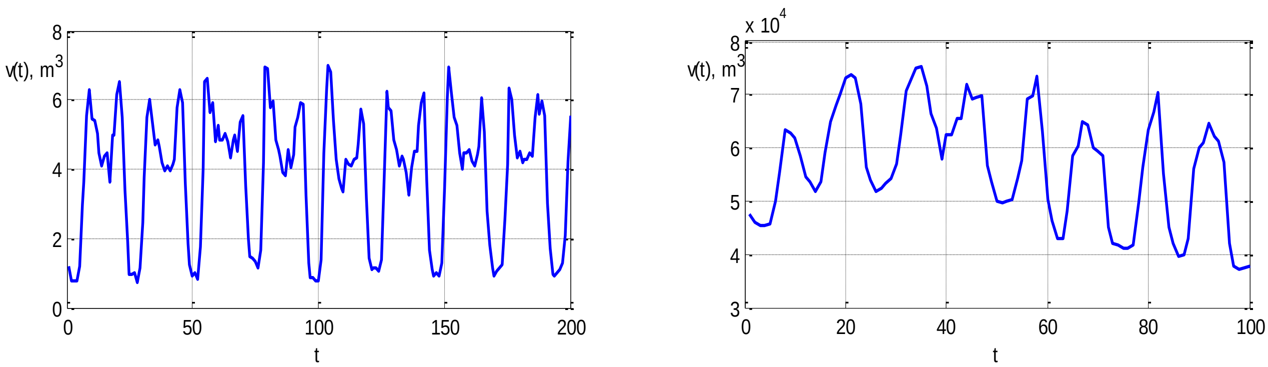
а) б)

Рис. 1.1. Графіки реалізацій синхронно зареєстрованих електрокардіосигналу в II відведенні (а) та фонокардіосигналу (б)



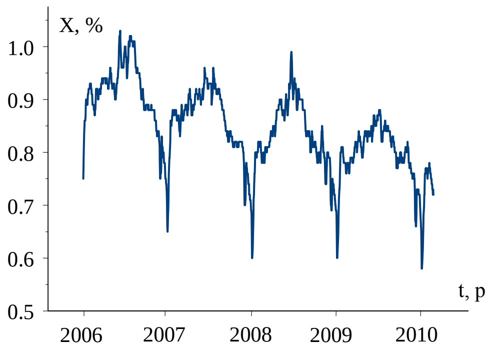
а) б)

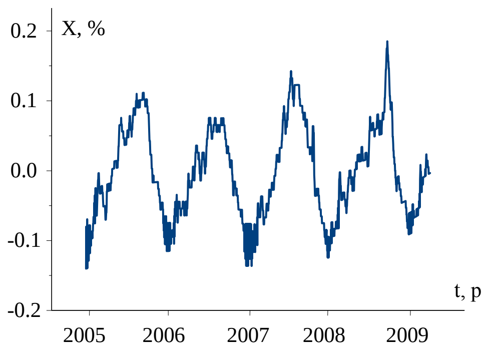
Рис. 1.2. Графіки реалізацій синхронно зареєстрованих електрокардіосигналу в II відведенні (а) та реокардіосигналу (б)



а) б)

Рис. 1.3. Графіки водонавантаження (а) та газонавантаження (б)





а) б)

Рис. 1.4. Приклади типових економічних циклічних процесів: індекс активності будівельної галузі США (а), індекс активності автомеханічної галузі США (б)

Сучасні комп’ютерні системи та технології суттєво підвищують ефективність (швидкість, ступінь автоматизації, точність, достовірність, інформативність) опрацювання циклічних сигналів різної природи, забезпечують можливість проведення комп’ютерних імітаційних експериментів. Прикладами таких систем є комп’ютерні системи функціональної кардіодіагностики [9–20], автоматизовані системи аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів [21–30], електро-, газо-, водо-, нафто- споживання [34–42], системи генерування та імітації циклічних сигналів [43–51].

Сучасна методологія та технології розробки таких комп’ютеризованих систем автоматизованого опрацювання циклічних сигналів ґрунтуються на відповідних математичних моделях циклічних сигналів. Як зазначено у працях [7, 10], від якості математичної моделі циклічних сигналів (рис. 1.1) суттєво залежить точність та достовірність методів їх опрацювання та імітації в інформаційній системі, рівень інформативності діагностичних, аутентифікаційних, ідентифікаційних та прогностичних ознак, достовірність прийнятих рішень.

На сьогодні відомо багато математичних моделей циклічних явищ та сигналів [3]. Коротко охарактеризуємо найвідоміші детерміновані та стохастичні математичні моделі циклічних сигналів з точки зору їх здатності відображати визначальні властивості структури циклічних сигналів та ефективності їх використання для вирішення прикладних задач проектування математичного забезпечення автоматизованих інформаційних систем опрацювання циклічних сигналів.

1.2. Детерміновані математичні моделі циклічних сигналів та явищ

Детарміновані математичні моделі циклічних сигналів включають у себе такі математичні об'єкти як є гармонічна функція, періодична полігармонічна функція, майже періодична функція. Найпростішою детермінованою математичною моделлю циклічного (коливного) сигналу є гармонічна функція, яка може бути подана як синусоїдальна чи косинусоїдальна функції. Ця функція описує найпростіший осцилятор-коливну систему, прикладами якої можуть бути фізичний маятник та електричний коливний контур та ін. Для вирішення прикладних завдань аналізу циклічних сигналів у сучасних інформаційних системах гармонічна функція майже не викорстовується, а служить складовим елементом більш складних математичних моделей циклічних сигналів.

Узагальненням гармонічної функції є періодична полігармонічна функція. Гармонічний аналіз періодичних функцій, шляхом їх розкладу у ряди Фур'є вже давно став класичним у багатьох прикладних дослідженнях. При вирішенні прикладних завдань періодичні функції, переважно, використовуються як базові, еталоні моделі циклічних сигналів, оскільки є досить ідеалізованими моделями реальних коливних явищ і можуть описувати циклічні сигнали лише із добре впорядкованою часовою структурою, яка підпорядковується однаковому темпу розгортання у часі всіх циклів сигналу [52–55].

Ще більшим узагальненням гармонічної функції є поняття майже періодичної функції. На відміну від періодичних функцій, майже періодичні функції мають змогу враховувати нерегулярний характер часової структури реальних циклічних сигналів. Однак, майже періодична функція не враховує стохастичний (випадковий) характер реальних циклічних сигналів. Широкого практичного використання у задачах моделювання та опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах майже періодичні функції не отримали.

1.3. Стохастичні математичні моделі циклічних сигналів у вигляді вектора випадкових величин та стаціонарного випадкового процесу

Значно більший дослідницький потенціал мають стохастичні (ймовірнісні, випадкові) математичні моделі циклічних сигналів. До найпростіших стохастичних математичних моделей циклічних сигналів належить вектор випадкових величин та стаціонарний випадковий процес (послідовність). Хоча ці математичні об’єкти у своїх ймовірнісних характеристиках безпосередньо не відображають коливний, циклічний рух, однак вони плідно застосовуються для моделювання багатьох сигналів та процесів циклічної структури [55–60].

Вектор випадкових величин як математична модель циклічних сигналів застосовується в системах кардіодіагностики, офтальмодіагностики та біометричної аутентифікації особи. У цьому разі вектор випадкових величин моделює множину реперних точок (відліків, параметрів) циклів циклічного сигналу, таких як амплітудні значення та параметри форми та тривалості характерих сегментів досліджуваного сигналу. Вектор випадкових величин є найпростішою стохастичною моделлю циклічних сигналів, а тому є малоформативним та не спроможним описувати стохастичну динаміку циклічних сигналів.

Більш інформативною стохастичною моделлю циклічних сигналів, ніж вектор випадкових величини, є стаціонарний випадковий процес (чи послідовність) у вузькому чи широкому розумінні [56, 57, 59, 61, 62]. Застосування теорії стаціонарних випадкових процесів до моделювання циклічних сигналів дає змогу адекватніше враховувати особливості циклічних сигналів у порівнянні з їх моделями у вигляді вектора випадкових величин. Стаціонарний випадковий процес у широкому розумінні – це випадковий процес, у якого початкова моментна функція першого порядку (математичне сподівання) та кореляційна функція є інваріантними за часовими зсувами їх аргументами. Стаціонарний випадковий процес у вузькому розумінні – випадковий процес, багатовимірні функції розподілу якого не залежать від часового зсуву за сукупністю аргументів. А саме, гільбертовий дійснозначний випадковий процес $\{\xi(\omega, t) \in \mathbf{R}, \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ ($\mathbf{\Omega}$ – множина елементарних подій) називається стаціонарним у широкому розумінні (слабо стаціонарним) випадковим процесом, якщо його перші дві моментні функції (математичне сподівання та кореляційна функція) не залежать від початку відліку, а саме [58, 61]:

$$\mathbf{M}\{\xi(\omega,t)\} = m_\xi = const\,. \tag{1.1}$$

$$\begin{gathered} R_\xi(t_1,t_2) = \mathbf{M}\{[\xi(\omega,t_1) - m_\xi] \cdot [\xi(\omega,t_2) - m_\xi]\} = R_\xi(t_2 - t_1) = R_\xi(\tau), \\ \tau = t_2 - t_1,\, t_1,\, t_2,\, \tau \in \mathbf{R}\,. \end{gathered} \tag{1.2}$$

Класоутворюючою властивістю стаціонарного у вузькому розумінні випадкового процесу $\{\xi(\omega, t) \in \mathbf{R}, \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ є незалежність його багатовимірних функцій розподілу від часового зсуву τ за сукупністю аргументів, а саме [60, 63]:

$$F_{k_\xi}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k) = F_{k_\xi}(x_1,\ldots,x_k,t_1+\tau,\ldots,t_k+\tau),\; x_1,\ldots,x_k \in \mathbf{R},\, t_1,\ldots,t_k,\tau \in \mathbf{R}\,. \tag{1.3}$$

Стаціонарний випадковий процес як математична модель має суттєвий недолік, а саме, його ймовірнісні характеристики не враховують циклічність. Врахування циклічності досліджуваних сигналів у рамках стаціонарного випадкового процесу здійснюється на рівні гармонічних компонент у структурі стаціонарного випадкового процесу, що є підставою для аналізу його спектрального складу.

1.4. Найпростіші стохастично періодичні математичні моделі циклічних сигналів

Розвитком теорії моделювання циклічних сигналів в рамках стохастичного підходу є розробка стохастично періодичних моделей циклічних сигналів, які, на відміну від стаціонарного випадкового процесу, безпосередньо у своїх ймовірнісних характеристиках враховують циклічний, коливний характер досліджуваних сигналів. Найпростішими стохастично періодичними математичними моделями циклічних сигналів є адитивні, мультиплікативні та адитивно-мультиплікативні комбінації стаціонарного в широкому розумінні випадкового процесу $\{\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ та детермінованих періодичних функцій $f(t)$, $g(t)$ [53]:

адитивна модель

$$\xi(\omega,t) = f(t) + \xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}. \tag{1.4}$$

мультиплікативна модель

$$\xi(\omega,t) = g(t) \cdot \xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}. \tag{1.5}$$

адитивно-мультиплікативна модель

$$\xi(\omega,t) = f(t) + g(t) \cdot \xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}. \tag{1.6}$$

Як правило моделі (1.4) – (1.6) носять спрощений характер і використовують в задачах фільтрації циклічних сигналів від стохастичних завад.

1.5. Стохастичні математичні моделі циклічних сигналів у вигляді періодично корельованого та періодично розподіленого випадкового процесу

Більш складними стохастично періодичними моделями циклічних сигналів є періодично корельований (цикло корельований) випадковий процес та періодично розподілений випадковий процес [64–70]. Періодично корельований випадковий процес є випадковий процес $\xi(\omega,t)$, математичне сподівання $m_\xi(t)$ якого є періодичною функцією з деяким періодом T $(T>0)$, а кореляційна функція $R_\xi(t_1,t_2)$ – періодична з цим же періодом T за сукупностю аргументів, а саме [64, 65]:

$$m_\xi(t)=m_\xi(t+n\cdot T), n\in\mathbf{Z}. \tag{1.7}$$

$$R_\xi(t_1,t_2)=R_\xi(t_1+n\cdot T, t_2+n\cdot T), n\in\mathbf{Z}. \tag{1.8}$$

Число T називають періодом корельованості. Як свої частинні випадки, періодично корельований випадковий процес включає в себе моделі (1.4) – (1.6). Для опрацювання циклічних сигналів на основі їх математичної моделі у вигляді періодично корельованого випадкового процесу застосовують синфазний, компонентний та фільтровий метод їх опрацювання [65]. Основним недоліком періодично корельованого випадкового процесу є неможливість врахування на його основі вищих моментних функцій та функцій розподілу досліджуваних циклічних сигналів. Всю ймовірнісну структуру досліджуваного циклічного сигналу періодично корельований випадковий процес описує лише у разі, коли цей сигнал має нормальний розподіл.

Для можливості врахування в математичному описі циклічних сигналів їх вищі моментні функції та функції розподілу використовують періодично розподілений випадковий процес (періодичний випадковий процес), у якого є періодичними за сукупністю часових аргументів всі його скінченновимірні функції розподілу, а саме, k-вимірна інтегральна функція розподілу є періодичною з періодом T $(T > 0)$ по сукупності часових аргументів

$$F_{k_\xi}(x_1,...,x_k;t_1,...,t_k) = F_k(x_1,...,x_k;t_1+T,...,t_k+T). \tag{1.9}$$

Якщо для періодичного випадкового процесу існують моментні функції до порядку $k > 1$, то всі вони T-періодичні по часовому аргументу t, а змішані моментні функції є періодичними за сукупністю часових аргументів.

Періодичні випадкові процеси узагальнюють адитивні, мультиплікативні, адитивно-мультиплікативні моделі та періодично корельований випадковий процес та широко використовуються як математичні моделі модульованих радіосигналів, циклічних сигналів серця, економічних циклічних явищ, потоків заявок систем масового обслуговування.

Інформативними ознаками, які є результатом опрацювання циклічних сигналів на базі їх моделі у вигляді періодично розподіленого випадкового процесу є спектральні та часові оцінки їх ймовірнісних характеристик. Основним методом статистичного аналізу періодичних випадкових процесів є метод φ-серій, який аналогічний за структурою синфазному методу, що застосовується для статистичного аналізу періодично корельованого випадкового процесу.

1.6. Спеціальні класи випадкових процесів із періодичними ймовірнісними характеристиками

Окрім розглянутих вище стохастично періодичних випадкових процесів для моделювання циклічних сигналів використовують ряд спеціальних випадкових процесів, у яких всі або лише деякі ймовірнісні характеристики є періодичними. Такими випадковими процесами є процеси із незалежними періодичними приростами [41, 64–76], процеси із незалежними періодичними значеннями (періодичні білі шуми) [64, 71, 74], марковські періодичні випадкові процеси та ланцюги [68–71], лінійні періодичні випадкові процеси та послідовності [77–82].

Згідно [72], випадковий процес $\{\eta(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ із незалежними приростами називається процесом із незалежними періодичними приростами, якщо при фіксованому $h > 0$ розподіли приростів (диференціалів) $\Delta_h \eta(\omega,t) (d\eta(\omega,t))$ та $\Delta_h \eta(\omega,t+T)$ $(d\eta(\omega,t+T))$ однакові для будь-якого $t \in \mathbf{R}$.

Процеси із незалежними періодичними приростами використовуються для опису простих потоків заявок у системах масового обслуговування, що функціонують у коливних режимах (наприклад, системи енерго-, газо-, водопостачання). Крім того, ці випадкові процеси часто використовуються як породжувальні для формування ряду інших випадкових процесів. Внаслідок відносної простоти ймовірнісної структури процесів із незалежними приростами, а також наявності періодичності лише у приростах процесу, їх використання як математичних моделей циклічних сигналів є досить обмежене.

Періодичний білий шум $\{\zeta(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$, який є узагальненою похідною від процесу з незалежними періодичними приростами $\{\eta(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$, в основному, використовується як математична модель різного роду завад у радіофізиці, радіотехніці та акустиці.

Важливим класом випадкових процесів та послідовностей, які використовуються для моделювання циклічних сигналів, є періодичні марковські випадкові процеси та ланцюги. Марковський випадковий процес $\{\xi(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ називається періодичним, якщо для його одновимірних безумовної та умовної функцій розподілу мають місце рівності [68]:

$$F_1(x,t) = F_1(x,t+T),\ x,t \in \mathbf{R}, T > 0. \tag{1.10}$$

$$F_1\left(x_j,t_j\left|x_{j-1},t_{j-1}\right.\right)=F_1\left(x_j,t_j+T\left|x_{j-1},t_{j-1}+T\right.\right),\ x_j,\ t_j\in\mathbf{R},\ j=\overline{2,k}\,. \tag{1.11}$$

Періодичні марковські процеси та ланцюги використовуються для математичного моделювання економічних циклічних явищ та енергонавантажень. Як інформативні ознаки в інформаційних системах аналізу циклічних сигналів на базі моделі у вигляді періодичного марковського процесу застосовують математичне сподівання, дисперсію, одновимірну функцію розподілу та умовну функція розподілу. Як інформативні ознаки в інформаційних системах аналізу дискретних циклічних сигналів на базі моделі у вигляді періодичних ланцюгів Маркова застосовують періодичні матриці ймовірностей переходу між станами ланцюга, що відповідають станам модельованої дискретної системи. Основним недоліком марковських моделей є обмеженість класу циклічних явищ та процесів, для яких має місце марковська властивість.

Ще одним відомим конструктивним класом стохастично періодичних процесів є клас лінійних періодичних випадкових процесів. Лінійний випадковий процес згідно [76–82], може бути поданий у вигляді інтегралу за стохастичною мірою Стілтьєса:

$$\xi(\omega,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi(t,\tau)d\eta(\omega,\tau),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{R}, \tag{1.12}$$

де $\varphi(t,\tau)$ – інтегровна з квадратом за змінною τ детермінована функція, яку названо ядром лінійний випадковий процес $\xi(\omega,t)$; $\eta(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{R}$ – випадковий процес із незалежними приростами (породжувальний процес), узагальнена похідна від якого є білим шумом $\{\zeta(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{R}\}$ у вузькому розумінні.

Для лінійного випадкового процесу, його k-вимірна характеристична функція у формі Леві має вигляд [83]:

$$\ln f_k(u_1,\ldots,u_k;t_1,\ldots,t_k)=$$
$$=i\sum_{j=1}^{k}u_j\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t_j)d\mu(\tau)-\sum_{i,j=1}^{k}u_iu_j\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t_i)\varphi(\tau,t_j)d\sigma(\tau)+ \tag{1.13}$$
$$+\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[e^{ix\sum u_j\phi(\tau,t_j)}-1-\frac{ix}{1+x^2}\sum_{k=1}^{n}u_j\varphi(\tau,t_j)\right]d_xd_\tau L(x,\tau),\ u_1,\ldots,u_k;t_1,\ldots,t_k\in\mathbf{R},$$

де $L(x,\tau)$ – неозначена в нулі функція, що називається пуассонівським спектром стрибків у формі Леві, що має вигляд:

$$L(x,\tau)=\begin{cases}M(x,\tau), & x<0,\\ N(x,\tau), & x>0,\end{cases}, \tag{1.14}$$

де $M(x,\tau)$ та $N(x,\tau)$ ($M(-\infty,\tau)=N(\infty,\tau)=0$) – неспадні функції, що відповідно задають від'ємні та додатні стрибки (прирости) породжуючого процесу.

Функції $\mu(\tau)$ та $\sigma(\tau)$ визначаються так:

$$d\mu(\tau)=d\chi_1(\tau)-d\tau\cdot\int_{-\infty}^{\infty}xd_xL(x,\tau). \tag{1.15}$$

$$d\sigma(\tau)=d\chi_2(\tau)-d\tau\cdot\int_{-\infty}^{\infty}(1+x^2)d_xL(x,\tau), \tag{1.16}$$

де $\chi_1(\tau)$ та $\chi_2(\tau)$ – перша та друга кумулянтні функції породжувального процесу $\eta(\omega,\tau)$.

На основі результатів [80], лінійний випадковий процес (1.12) буде T-періодичним ($T>0$) у трьох таких можливих випадках.

1. У загальному випадку:

а) $$\varphi(t,\tau)=\varphi(t+T,\tau+\alpha T),\alpha\in(-\infty,\infty),\tag{1.17}$$

тобто $\varphi(t,\tau)$ - ядро періодично нестаціонарної лінійної системи;

б) $$\begin{array}{l} d\chi_1(\tau)=d\chi_1(\tau+\alpha T), \\ d\chi_2(\tau)=d\chi_2(\tau+\alpha T), \\ \partial_x\partial_\tau L(x,\tau)=\partial_x\partial_\tau L(x,\tau+\alpha T), \end{array} ,\tag{1.18}$$

де параметр α має значення відношення періоду приростів породжуючого процесу до періоду лінійного випадкового процесу.

2. Для ядра та параметрів породжуючого процесу в (1.12) мають місце такі властивості:

а) $\varphi(t,\tau)=\varphi(t-\tau)$ – ядро часоінваріантної лінійної системи,

б) виконуються умови (1.18) при $\alpha=1$. Тобто, $\eta(\omega,\tau)$ – випадковий процес із незалежними T-періодичними приростами.

3. Для ядра та параметрів породжуючого процесу у (1.12) мають місце такі властивості:

а) $\varphi(t,\tau)=\varphi(t+T,\tau)$,

б) $$\chi_1(\tau)\equiv\mu;\chi_2(\tau)=\sigma^2,L(x,\tau)\equiv L(x),\tag{1.19}$$

тобто, породжуючий процес $\eta(\omega,\tau)$ є однорідним.

Як інформативні ознаки в інформаційних системах аналізу циклічних сигналів на базі їх моделі у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу використовують ядро та ймовірнісні характеристики породжувального процесу. Як зазначено в [77, 78, 84], основною перевагою лінійного періодичного випадкового процесу є його конструктивність та можливість описувати досліджувані циклічні сигнали в рамках багатовимірних функцій розподілу та характеристичних функцій. Недоліком цього класу випадкових процесів є складність та неоднозначність у визначенні (оцінюванні) ядра та параметрів породжувального процесу.

1.7. Математичні моделі циклічних сигналів, що враховують певні відхилення від детермінованої та стохастичної періодичності

Розглянуті вище стохастично періодичні моделі адекватно описують циклічні сигнали лише зі стабільним ритмом, оскільки властивість періодичності постулює повторюваність ймовірнісних характеристик циклічного сигналу через строго задане число, яке називають періодом. Однак така строга повторюваність у структурі багатьох циклічних стохастичних сигналів відсутня. Існує незначна кількість підходів до розробки математичних моделей та методів опрацювання циклічних сигналів зі змінним ритмом, які враховують різного роду відхилення від детермінованої та стохастичної періодичної моделі. Коротко розглянемо ці математичні об’єкти.

Узагальненням періодичного (періодично корельованого) випадкового процесу є майже періодичний (періодично корельований) випадковий процес, а саме, такий випадковий процес, у якого сімейство функцій розподілу (математичне сподівання та кореляційна функція) є майже періодичними із однаковими майже періодами. Як зазначено у роботі [65, 75], клас майже періодичних випадкових процесів є надто широким узагальненням періодичних випадкових процесів і не цілком адекватно відображає циклічну структуру багатьох досліджуваних сигналів.

Одним із підходів до моделювання та формування циклічних сигналів зі змінним ритмом є використання методів модуляції періодичних сигналів. Як зазначено у [85], математичною моделлю результуючого модульованого сигналу є або квазігармонічна функція, де мінливість ритму враховується у такому понятті як миттєва кутова частота та миттєвий період [80], або квазімеандр, де мінливість ритму враховується поняттями частість [86] та змінний період [87]. Подібно до майже періодичної функції, квазігармонічна функція та квазімеандр є широкими узагальненнями періодичної функціональної залежності, які не завжди адекватні структурі циклічних сигналів, оскільки окрім циклічних, вочевидь, охоплюють нециклічні закономірності в структурі сигналів [7]. Зокрема, модуляція періодичної несучої не обов'язково приводить до формування циклічного сигналу, вихідний сигнал може бути і не циклічним, коли буде здійснюватися перемодуляція.

У [9], з метою врахування змінності ритму циклічних сигналів серця в рамках стохастичного підходу до їх моделювання, введено поняття зонної часової структури циклічних сигналів, що дало змогу враховувати нестабільність, мінливість часових інтервалів між однофазними значеннями в різних циклах кардіосигналу. Однак у рамках цього підходу мінливість ритму циклічних сигналів можна враховувати лише моментів початку та кінця зон зареєстрованого кардіосигналу, а не для всіх його однофазних значень. Спроба врахувати зміну часових інтервалів між однофазними значеннями циклічного сигналу для всіх його значень була зроблена в роботі [85], де введено поняття «умовно періодичного зі змінним періодом випадкового процесу» та поняття «змінного періоду», які у математичній формі повинні би відображати мінливість ритму циклічного сигналу. Однак, ці поняття не отримали чіткої математичної дефініції, оскільки містили внутрішні логіко-термінологічні суперечності та не мали засобів адекватного математичного відображення циклічної структури сигналів, зокрема, не було встановлено необхідних та достатніх умов, яким би повинен задовільняти так званий «змінний період», щоб враховувати у цій моделі циклічність структури досліджуваних сигналів.

1.8. Математичні моделі циклічних сигналів у рамках теорії циклічних функціональних відношень

У роботі [3], яку присвячено новим теоретичним основам математичного моделювання, комп'ютерної симуляції та опрацювання циклічних сигналів в автоматизованих інформаційних системах, у рамках єдиного теоретикометодологічного підходу розглянуто детерміновані, стохастичні, нечіткі та інтервальні математичні моделі, методи імітації, дискритизації, статистичного оцінювання та спектрального аналізу циклічних сигналів. Особливу увагу приділено математичним засобам моделювання та опрацювання циклічних сигналів зі змінним ритмом.

Фундаментальним результатом цієї теорії є розробка абстрактного циклічного функціонального відношення як узагальненої математичної моделі циклічних сигналів, що розвинуло математичні засади теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах, та уможливило розробку нових математичних моделей циклічних сигналів, зокрема, такі моделі як числову, векторну, матричну циклічні детерміновані функції, циклічну відносно множини інтервалів числову функцію, циклічний випадковий процес та вектор циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів, які враховують широкий спектр можливих атрибутів циклічності, значне структурне багатоманіття закономірностей мінливості та спільності ритму циклічних сигналів та мають засоби адаптації до змін їх ритму [53].

Серед ймовірнісних математичних моделей циклічних сигналів у рамках теорії циклічних функціональних відношень найбільш розвинутою моделлю, яка знайшла широке використання в задачах моделювання циклічних сигналів серця різної фізичної природи (електричної, магнітної, акустичної), економічних циклічних процесів, поверхневих процесів у матеріалознавстві та сигналів динамічної біометричної аутентифікації, є циклічний випадковий процес [9–33, 43–50]. Циклічний випадковий процес дає змогу несуперечливо описувати циклічні стохастичні сигнали як із постійним, так і зі змінним ритмом. Зокрема, клас періодично розподілених випадкових процесів є підкласом циклічних випадкових процесів. Коротко розглянемо основні відомості, які стосуються циклічного випадкового процесу.

Згідно праці [55], циклічний випадковий процес неперервного (континуального) аргументу $\xi(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ задано на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$, де $\mathbf{\Omega}$ є множиною елементарних подій, $\mathbf{F}$ – алгебра (σ-алгебра) випадкових подій, $\mathbf{P}$ – ймовірнісна міра, що задана на $\mathbf{F}$.

Означення 1.1. Сепарабельний випадковий процес $\xi(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ називається циклічним випадковим процесом неперервного аргументу, якщо існує така функція $T(t,n)$, яка задовольняє умови функції ритму, що скінченновимірні вектори ($\xi(\omega,t_1)$, $\xi(\omega,t_2),...,$ $\xi(\omega,t_k)$) і ($\xi(\omega,t_1+T(t_1,n))$, $\xi(\omega,t_2+T(t_2,n)))$,..., $\xi(\omega,t_k+T(t_k,n))$), $n \in \mathbf{Z}$, де $\{t_1, \ t_2,...,t_k\}$ – множина сепарабельності процесу $\xi(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, при всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Функція ритму $T(t,n)$, згідно із доведеною у роботі [57] теоремою, задовольняє таким умовам:

$$
\begin{aligned}
&\text{a) } T(t,n) > 0, \text{ якщо } n > 0 \ (T(t,1) < \infty);\\
&\text{b) } T(t,n) = 0, \text{ якщо } n = 0;\\
&\text{c) } T(t,n) < 0, \text{ якщо } n < 0, \ t \in \mathbf{R};
\end{aligned}
\tag{1.20}
$$

для будь-яких $t_1 \in \mathbf{R}$ та $t_2 \in \mathbf{R}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t,n)$ виконується строга нерівність:

$$
T(t_1,n)+t_1 < T(t_2,n)+t_2, \ \forall n \in \mathbf{Z}, \tag{1.21}
$$

функція $T(t,n)$ є найменшою за модулем ($|T(t,n)| \leq |T_\gamma(t,n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_\gamma(t,n), \gamma \in \mathbf{\Gamma}\}$, які задовольняють (1.20) та (1.21).

Для циклічного випадкового процесу неперервного аргументу сімейство його функцій розподілу задовольняє наступну рівність:

$$
\begin{gathered}
F_{k_\xi}(x_1,...,x_k,t_1,...,t_k) = F_{k_\xi}(x_1,...,x_k,t_1+T(t_1,n),...,t_k+T(t_k,n)),\\
x_1,...,x_k,t_1,...,t_k \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{N}.
\end{gathered}
\tag{1.22}
$$

Якщо $T(t,n) = n \cdot T, T = const > 0$, то із означення циклічного випадкового процесу отримується циклічний випадковий процес із стабільним ритмом, або так званий стохастично T-періодичний процес. Якщо $T(t,n) \neq n \cdot T$, то отримується циклічний випадковий процес зі змінним ритмом.

Для опису оцифрованих електрокардіосигналів використовують циклічний випадковий процес дискретного аргументу (дискретний циклічний випадковий процес) $\{\xi(\omega,t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$. Так, згідно із роботою [87], областю визначення дискретного циклічного випадкового процесу є впорядкована дискретна $\mathbf{D} = \left\{ t_{ml} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1,L}, L \geq 2 \right\}$ множина дійсних чисел, для елементів якої має місце такий тип лінійного упорядкування: $t_{m_1 l_1} < t_{m_2 l_2}$, якщо $m_2 < m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 < l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1} > t_{m_2 l_2}$ ($m_2, m_1 \in \mathbf{Z}$, $l_2, l_1 = \overline{1,L}$, $0 < t_{m,l+1} - t_{m,l} < \infty$). Крім множини $\mathbf{D}$, дискретний випадковий процес задано на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$.

Означення 1.2. Дискретний випадковий процес $\{\xi(\omega,t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$ називається циклічним дискретним випадковим процесом, якщо існує така дискретна функція $T(t_{ml}, n)$ (функція ритму), яка задовольняє умовам: 1) $T(t_{ml}, n) > 0$, якщо $n > 0$; 2) $T(t_{ml}, n) = 0$, якщо $n = 0$; 3) $T(t_{ml}, n) < 0$, якщо $n < 0$; 4) для будь-яких $t_{m_1 l_1} \in \mathbf{D}$ та $t_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}$, для яких $t_{m_2 l_2} > t_{m_1 l_1}$, для функції $T(t_{ml}, n)$ виконується нерівність $t_{m_1 l_1} + T(t_{m_1 l_1}, n) < t_{m_2 l_2} + T(t_{m_2 l_2}, n)$, $\forall n \in \mathbf{Z}$; що скінченновимірні вектори $(\xi(\omega,t_{m_1 l_1}), \xi(\omega,t_{m_2 l_2}), ..., \xi(\omega,t_{m_k l_k}))$ і $(\xi(\omega,t_{m_1 l_1} + T(t_{m_1 l_1}, n)), \xi(\omega,t_{m_2 l_2} + T(t_{m_2 l_2}, n)), ..., \xi(\omega,t_{m_k l_k} + T(t_{m_k l_k}, n)))$, $n \in \mathbf{Z}$, при всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Із означення 2.2 із необхідністю слідує, що для дискретного циклічного випадкового процесу $\{\xi(\omega,t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$ сімейство його функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$F_1(x,t_{ml}) = F_1(x,t_{ml} + T(t_{ml},n)),\, x \in \mathbf{R},\, t_{ml} \in \mathbf{D},\, n \in \mathbf{Z}$$

$$\begin{gathered} F_k(x_1,\ldots,x_k,t_{m_1l_1},\ldots,t_{m_kl_k}) = \\ = F_k(x_1,\ldots,x_k,t_{m_1l_1} + T(t_{m_1l_1},n),\ldots,t_{m_kl_k} + T(t_{m_kl_k},n)), \\ x_1,\ldots,x_k \in \mathbf{R}, t_{m_1l_1},\ldots,t_{m_kl_k} \in \mathbf{D},\quad n \in \mathbf{Z},\, k \in \mathbf{N}. \end{gathered} \tag{1.23}$$

У роботах [53, 54, 61, 62], введено ряд спеціалізованих підкласів циклічних випадкових процесів, а саме, циклічні білі шуми, процеси із незалежними циклічними приростами, циклічні марковські випадкові процеси, лінійні циклічні випадкові процеси, що узагальнюють відомі стохастичні моделі циклічних сигналів у вигляді відповідних ним класів стохастично періодичних випадкових процесів.

1.9. Умовний циклічний випадковий процес як математична модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю

Подані вище ймовірносні математичні моделі циклічних сигналів не мають засобів одночасного врахування подвійної стохастичності їх ритму та морфологічної структури. Так, періодично корельований та періодично розподілений випадковий процеси враховують стохастичність у морфологічній структурі циклічних сигналів, однак не враховують стохастичність їх ритмічної структури, оскільки описують ритм суто детерміновано, а саме, зводячи цей опис до задання одного єдиного числа – періода випадкового процесу. Циклічний випадковий процес хоч і уможливлює опис змінного ритму циклічних сигналів, однак робить це також у детермінований спосіб, задаючи функцію ритму, яка є детермінованою функцією. Такий стан справ обмежує можливості існуючих методів аналізу багатьох циклічних сигналів для яких характерним є наявність подвійної стохастичності, а саме, стохастичності їх морфологічної та ритмічної структур.

Особливо гостро ця проблема відчувається при моделюванні та аналізі кардіосигналів, де використовується як їх морфологічний аналіз (аналіз морфологічної структури сигналу), так і аналіз серцевого ритму (аналіз ритмічної структури). Причому, обидва види аналізу передбачають стохастичне трактування як морфолоічної, так і ритмічної структур. Не дивлячись на те, що первинними даними для цих двох видів аналізу є одні і ті ж зареєстровані кардіограми (кардіореєстрограми), морфологічний аналіз та аналіз ритму кардіосигналів здійснюється на базі різних, а інколи і суперечливих їх математичних моделей, що не дає змоги узгодити між собою методи статистичного аналізу їх морфологічної та ритмічної структур.

Для вирішення проблеми узгодження між собою статистичних методів морфологічного аналізу циклічних сигналів, що ґрунтуються на моделі циклічного випадкового процесу, яка враховує зміну ритму досліджуваного сигналу у рамках детермінованого підходу, та статистичних методів аналізу їх ритму, що ґрунтуються на стохастичних моделях, у роботах [55–63], розроблено нову модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу. Умовний циклічний випадковий процес добре узгоджується із відомими математичними моделями циклічних сигналів, зокрема, із циклічним випадковим процесом, одночасно враховує циклічну повторюваність структури досліджуваних сигналів; стохастичність морфологічної структури досліджуваних сигналів, що полягає у випадковості однофазних (однаково розподілених) відліків циклічного сигналу у різних його циклах; часову мінливість ритму коливання досліджуваного сигналу; стохастичність зміни ритму циклічного процесу як випадкового процесу, що підпорядкований певним ймовірнісним закономірностям.

Однак процедура побудови умовного циклічного випадкового процесу, що запропонована в роботах [70, 89], не є цілком чіткою, повною та послідовною. Причиною цих недоліків є відсутність у ній однозначності та чіткості поняття ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, на якому ґрунтується ця процедура побудови умовного циклічного випадкового процесу. А також, трактування області визначення умовного циклічного випадкового процесу як детермінованої.

1.10. Ізоморфізм циклічних випадкових процесів у задачах моделювання, опрацювання та комп'ютерної імітації циклічних сигналів

Важливим поняттям теорії циклічних функціональних відношень є поняття ізоморфізму між функціональним відношеннями. Зокрема, поняття ізоморфізму між функціональними відношеннями відіграє фундаментальну роль в означенні класу циклічних відносно атрибуту (множини атрибутів) фунціональних відношень, які лежать в основі сучасної теорії математичного моделювання, методів опрацювання та комп'ютерної симуляції (генерування) циклічних сигналів різної природи. Власне факт існування розбиття функціонального відношення на ізоморфні відносно порядку та атрибуту (множини атрибутів) функціональні відношення є необхідною підставою віднесення його до класу циклічних функціональних відношень. Окрім такого типу ізоморфізму між функціональними відношеннями у роботах [7, 8] було введено більш сильніший тип ізоморфізму між циклічними функціональними відношеннями, а саме ізоморфізм відносно порядку та значень циклічних функціональних відношень. Такі циклічні функціональні відношення можуть відрізнятися лише своїми функціями ритму. Зокрема, введено поняття ізоморфізму відносно порядку та значень для циклічних випадкових процесів.

Згідно із роботою [87], циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t',n)$ (область визначення $\mathbf{W}$ може бути як множиною дійсних чисел ($\mathbf{W}=\mathbf{R}$), так і дискретною множиною ($\mathbf{W}=\mathbf{D}$)), називаються ізоморфними відносно порядку та значень, якщо мають місце наступні факти.

1. Ізоморфізм стосовно відношення порядку між упорядкованими множинами $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ (ізоморфізм між областями визначення циклічних випадкових процесів), а саме:

1а) має місце бієкція між $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ ($\mathbf{W} \Leftrightarrow \mathbf{W}'$), тобто, будь-якому $t \in \mathbf{W}$, відповідає лише одне $t' \in \mathbf{W}'$ ($t \to t'$), а будь-якому $t' \in \mathbf{W}'$ ставиться у відповідінсть лише одне $t \in \mathbf{W}$ ($t' \to t$), причому для будь-яких різних $t_1, t_2 \in \mathbf{W}$ їх образи $t_1', t_2' \in \mathbf{W}'$ є різними, і навпаки;

1б) зберігається тип лінійного упорядкування множин $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$, тобто, $\forall t_1, t_2 \in \mathbf{W}$, $\exists t_1', t_2' \in \mathbf{W}'$, що $t_1' \leftrightarrow t_1$, $t_2' \leftrightarrow t_2$ та має місце відношення порядку $t_2' > t_1'$, якщо $t_2 > t_1$, і навпаки.

2. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, що зумовлено ізоморфізмом їх областей визначення, а саме:

2а) внаслідок бієкції $\mathbf{W} \Leftrightarrow \mathbf{W}'$ областей визначення, має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, тобто для будь-яких $t \in \mathbf{W}$ та $t' \in \mathbf{W}'$, що перебувають у бієктивній пов'язаності ($t \leftrightarrow t'$), відповідні їм пари $(t, \xi_1(\omega,t))$ та $(t', \xi_2(\omega,t'))$ циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ також перебувають у бієктивній пов'язаності $(t, \xi_1(\omega,t)) \leftrightarrow (t', \xi_2(\omega,t'))$.

2б) внаслідок співпадіння типів упорядкування областей визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$, співпадають типи упорядкування самих циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_1, \xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2, \xi_1(\omega,t_2))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t_1', \xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2', \xi_2(\omega,t_2'))$ ($(t_1', \xi_2(\omega,t_1')) \leftrightarrow (t_1, \xi_1(\omega,t_1))$, $(t_2', \xi_2(\omega,t_2')) \leftrightarrow (t_2, \xi_1(\omega,t_2))$), мають місце відношення порядку $(t_2', \xi_2(\omega,t_2')) > (t_1', \xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2, \xi_1(\omega,t_2)) > (t_1, \xi_1(\omega,t_1))$, якщо $t_2' > t_1'$ та $t_2 > t_1$ ($t_1' \leftrightarrow t_1, t_2' \leftrightarrow t_2$).

3. З імовірністю одиниця значення циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, коли їх відповідні аргументи $t\in\mathbf{W}$ та $t'\in\mathbf{W}'$, а також $t+T_1(t,n)$ та $t'+T_2(t',n), n\in\mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t\leftrightarrow t'$, $t'+T_2(t',n)\leftrightarrow t+T_1(t,n), n\in\mathbf{Z}$), є рівними, а саме:

$$\mathbf{P}\{\xi_1(\omega,t)=\xi_2(\omega,t')\}=1 \ ,$$
$$\mathbf{P}\{\xi_1(\omega,t+T_1(t,n))=\xi_2(\omega,t'+T_2(t',n))\}=1,$$
$$t'\leftrightarrow t\,,\ t'+T_2(t',n)\leftrightarrow t+T_1(t,n),\ t\in\mathbf{W}, t'\in\mathbf{W}', n\in\mathbf{Z}. \tag{1.24}$$

У роботах [47, 57, 70, 81] показано, що ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси відрізняються лише своїми шкалами та функціями ритму, а саме, між будь-якими двома ізомофними відносно порядку та значень випадковими процесами $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ має місце рівність їх (k-вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k)$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1,\ldots,t'_k)$, коли відповідні набори аргументів $t_1,\ldots,t_k$ та $t'_1,\ldots,t'_k$, а також $t_i+T_1(t_i,n)$ та $t'_i+T_2(t'_i,n), i=\overline{1,k}, n\in\mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, тобто мають місце такі співвідношення:

$$\begin{gathered} F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k)=F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n))= \\ =F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1,\ldots,t'_k)=F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1+T_2(t'_1,n),\ldots,t'_k+T_2(t'_k,n)), \\ x_1,\ldots,x_k\in\mathbf{R}, t_1,\ldots,t_k, t'_1,\ldots,t'_k\in\mathbf{W}, \\ t'_i\leftrightarrow t_i, t'_i+T_2(t'_i,n)\leftrightarrow t_i+T_1(t_i,n), i=\overline{1,k}, n\in\mathbf{Z}, k\in\mathbf{N}. \end{gathered} \tag{1.25}$$

У роботах [7, 87] дано означення оператора перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t)}[\cdot]$, який відіграє важливу роль у масштабних перетвореннях циклічних випадкових процесів та призводить до трансформації первинного циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ у циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, що ізоморфний первинному процесу відносно порядку та значень. А саме, оператор перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t)}[\cdot]$, який діє на циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$, і перетворює його на ізоморфний йому відносно порядку та значень новий циклічний випадковий процес (складну випадкову функцію) $\xi_2(\omega,t')=\xi_2(\omega,y(t)), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ із проміжним аргументом $t'=y(t)\in\mathbf{W}$, яким є зростаюча числова функція ($y(t_2)=t_2'>t_1'=y(t_1)$, якщо $t_2>t_1$, $t_1,t_2\in\mathbf{W}$) причому має місце така система рівнянь:

$$\begin{cases} t'=y(t), \\ \xi_2(\omega,t')=\xi_1(\omega,t), t,t'\in\mathbf{W}. \end{cases} \tag{1.26}$$

Функцію $y(t)$ названо функцією перетворення шкали.

У роботі [87], встановлено співвідношення між функціями ритму $T_1(t,n)$ та $T_2(t',n)$ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, які пов'язані через оператор перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t)}[\cdot]$ та, відповідно, обернений до нього оператор $\mathbf{G}_{y^{-1}(t)}[\cdot]$:

$$T_2(y(t),n)=y(t+T_1(t,n))-y(t), t\in\mathbf{W}, n\in\mathbf{Z}. \tag{1.27}$$

$$T_1(y^{-1}(t'),n)=y^{-1}(t'+T_2(t',n))-y^{-1}(t'), t'\in\mathbf{W}', n\in\mathbf{Z}. \tag{1.28}$$

Встановлено таку аналітичну залежність між функціями розподілу ізоморфних відносно порядку та значень циклічних функціональних відношень, які пов'язані через оператор перетворення шкали:

$$F_{k_{\xi_2}}\left(x_1,...,x_k,\, y(t_1)+T_2(y(t_1),n),...,y(t_k)+T_2(y(t_k),n)\right)=$$
$$=F_{k_{\xi_1}}\left(x_1,...,x_k,t_1+T_1(t_1,n),...,t_k+T_1(t_k,n)\right), \qquad (1.29)$$
$$x_1,...,x_k\in\mathbf{R},\, t_1,...,t_k\in\mathbf{W},\, n\in\mathbf{Z},\, k\in\mathbf{N}.$$

Дані результати дають змогу здійснювати аналітичне та статистичне дослідження ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу, шляхом аналізу ізоморфного йому відносно порядку та значень деякого іншого циклічного випадкового процесу, якщо відомий оператор перетворення шкали одного процесу в інший [7, 8, 87].

Підсумовуючи проведений вище аналіз існуючих математичних моделей циклічних сигналів, згрупуємо основні результати такого аналізу у таблицю. А саме, в таблиці 1.1 подано порівняльну характеристику основних відомих математичних моделей циклічних сигналів [1].

Таблиця 1.1

Математичні моделі циклічних сигналів

			ВЛАСТИВОСТІ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ						
			ЦИКЛІЧНІСТЬ СИГНАЛІВ	БАГАТОВИМІРНА ЦИКЛІЧНІСТЬ	ДОВІЛЬНІСТЬ АТРИБУТУ ЦИКЛІЧНОСТІ	НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ, НЕТОЧНІСТЬ, ВИПАДКОВІСТЬ СИГНАЛІВ	МІНЛИВІСТЬ РИТМУ	ЗМІНА РИТМУ ЗА ДОВІЛЬНИМ ЗАКОНОМ	СПІЛЬНІСТЬ РИТМУ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ВІДОМІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ	**ДЕТЕРМІНОВАНІ**	ГАРМОНІЧНА ФУНКЦІЯ	+	-	-	-	-	-	-
		ПЕРІОДИЧНА ФУНКЦІЯ	+	-	-	-	-	-	-
		КВАЗІГАРМОНІЧНА ФУНКЦІЯ	+	-	-	-	+	+	-
		МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНА ФУНКЦІЯ	+/-	-	-	+/-	+/-	-	-
		КВАЗІМЕАНДР (МОДУЛЬОВАНИЙ МЕАНДР)	+	-	-	-	+	+	-

Закінчення таблиці 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ВІДОМІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ	СТОХАСТИЧНІ	СТАЦІОНАРНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС	+/-	-	-	+	-	-	-
		СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИЙ ПРОЦЕС (ПКВП, ПРВП, ЛПВП І Т.П.)	+	+	-	+	-	-	-
		ПЕРІОДИЧНИЙ ВИПАДКОВИЙ ВЕКТОР	+	+	-	+	-	-	+
		МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС	+/-	+/-	-	+	+/-	-	-
		КВАЗІГАРМОНІЧНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС	+/-	+/-	-	+	+/-	+/-	-
		ВЕКТОР ПЕРІОДИЧНИХ У ЧАСІ З РІЗНИМИ ПЕРІОДАМИ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ	+	+	-	+	+	-	-
МОДЕЛІ ТЕОРІЇ ЦИКЛІЧНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ВІДНОШЕНЬ		ЦИКЛІЧНА ЧИСЛОВА ФУНКЦІЯ	+	-	-	-	+	+	-
		ІНТЕРВАЛЬНА ЦИКЛІЧНІ ФУНКЦІЇ	+	-	-	+	+	+	-
		ЦИКЛІЧНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС	+	+	-	+	+	+	-
		ВЕКТОР ЦИКЛІЧНИХ РИТМІЧНО ПОВ'ЯЗАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ	+	+	-	+	+	+	+
		НЕЧІТКА ЦИКЛІЧНА ФУНКЦІЯ	+	-	-	+	+	+	-

«+» – враховує (відображає); «-» – не враховує (не відображає); «+/-» – враховує частково.

1.11. Недоліки в задачах стохастичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів та постановка наукового завдання дисертації

Враховуючи викладене вище, в концентрованій формі сформулюємо основні недоліки відомих результатів в сфері математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках теорії циклічних випадкових процесів.

1. Відоме означення ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів потребує свого уточнення, деталізації та доповнення,

зокрема, необхідно сформулювати окремі означення цього виду ізоморфізму як для циклічних випадкових процесів дисктретного аргументу, так і для циклічних випадкових процесів континуального (дійсного) аргументів, а також уточнити та доповнити відоме означення положенням про спосіб привнесення порядку у циклічні випадкові процеси, а саме, шляхом упорядкування ізоморфних циклічних випадкових процесів за типом упорядкування їх областей визначення. Слушно дати інтерпретацію ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів як ізоморфізму між певного виду реляційними системами.

2. У відомих роботах [7, 87], де означено поняття ізоморфізму функціональних відношень відносно порядку та атрибуту (атрибутів) циклічності, яке відіграє фундаментальну роль в означенні класу циклічних відносно атрибуту (множини атрибутів) фунціональних відношень, відсутнє означення такого виду ізоморфізму між самими циклічними функціональними відношеннями, зокрема, відсутнє означення ізоморфізму відносно порядку та ймовірінісних атрибутів циклічності (функцій розподілу, певних моментних функцій, зокрема, математичного сподівання та кореляційної функції) циклічних випадкових процесів. Введення такого виду ізоморфізму між циклічними випадковими процесами доповнить відомі результати, які стосуються поняття їх ізоморфізму відносно порядку та значень та дасть змогу досліджувати значно ширші підкласи ізоморфних відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності, ніж відносно вузькі підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів.

3. Не встановлено базові властивості та співвідношення між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, які ґрунтуються на різних поняттях ізоморфізму та на властивості ритмічної пов’язаності циклічних випадкових процесів, що унеможливлює чітку структуризацію класу циклічних випадкових процесів та ускладнює подальший розвиток теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного підходу.

4. Процедура побудови умовного циклічного випадкового процесу, що запропонована в [81, 82, 89], не є цілком чіткою, повною та послідовною, оскільки ґрунтується на використанні не цілком адекватного означення поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів, а також явно не відображає процедуру побудови умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що не дає змоги несуперечливо врахувати стохастичність циклічних сигналів в цифрових системах їх опрацювання як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.

5. Циклічний випадковий процес як математична модель циклічних сигналів у рамках стохастичного підходу має значно більший дослідницький потенціал, ніж стохастично періодичний процес, однак методи опрацювання циклічних випадкових процесів у порівнянні із аналогічними методами для стохастично періодичних процесів мають значно більшу обчислювальну складність, що є перешкодою для їх застосування у портативних інформаційних системах аналізу циклічних сигналів із обмеженими обчислювальними ресурсами.

Наведені вище недоліки є підставою для формулювання наукового завдання даного дисертаційного дослідження, яке полягає в розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами.

1.12. Висновки до розділу 1

1. Проведено компаративний аналіз і класифікацію відомих математичних моделей циклічних сигналів та процесів з точки зору можливостей врахування ними визначальних ознак, властивостей просторово-часової структури циклічних сигналів та можливості розробки методів їх опрацювання в автоматизованих інформаційних системах. Зокрема, встановлено, що у рамках теорії циклічних функціональних відношень найбільш розвинутою моделлю, яка знайшла своє широке використання в задачах моделювання циклічних сигналів серця, економічних циклічних процесів, поверхневих процесів у матеріалознавстві та сигналів динамічної біометричної аутентифікації є циклічний випадковий процес, що дає змогу несуперечливо описувати циклічні стохастичні сигнали як із постійним, так і зі змінним ритмом. Крім циклічного випадкового процесу значний потенціал має умовний циклічний випадковий процес, який добре узгоджується із циклічним випадковим процесом, одночасно враховує циклічну повторюваність досліджуваних сигналів; стохастичність їх морфологічної структури, часову стохастичну динаміку ритму циклічних сигналів, що підпорядкована певним ймовірнісним закономірностям.

2. Встановлено, що важливим поняттям в теорії моделювання циклічних сигналів є поняття ізоморфізму між функціональним відношеннями, яке відіграє фундаментальну роль в означенні детермінованих, стохастичних, інтервальних та нечітких моделей циклічних сигналів та лежить в основі їх методів опрацювання.

3. На основі проведеного аналізу відомих математичних моделей циклічних сигналів виявлено та сформульовано основні недоліки відомих результатів в сфері математичного моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках теорії циклічних випадкових процесів, що стало підставною для формулювання наукового завдання даного дисертаційного дослідження.

РОЗДІЛ 2
ІЗОМОРФІЗМИ ТА КЛАСИ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ ЦИКЛІЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

У цьому розділі означено основні види ізоморфізму між циклічними випадковими процесами дискретного та континуального (дійсного) аргументів, а також показано їх роль у структуризації класів циклічних випадкових процесів через застосування відповідних видів відношень еквівалентності та встановлення відповідних співвідношень між ними. Ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами, дано означення умовному циклічному випадковому процесу дискретного аргументу як математичної моделі циклічних сигналів із подвійною стохастичністю.

Основні результати другого розділу опубліковано в роботах [90, 93].

2.1. Види ізоморфізмів циклічних випадкових процесів

Дамо означення різним видам ізоморфізму циклічних випадкових процесів, а саме, ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, ізоморфізму відносно порядку та певних ймовірнісних атрибутів (характеристик) циклічності циклічних випадкових процесів.

2.1.1. Ізоморфізм циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень

У загальному випадку, коли область визначення $\mathbf{W}$ циклічних випадкових процесів може бути як множиною дійсних чисел ($\mathbf{W} = \mathbf{R}$), так і дискретною множиною ($\mathbf{W} = \mathbf{D}$), дамо означення ізоморфізму цих процесів відносно порядку та їх значень.

Нехай маємо циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t',n)$. Області визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ цих випадкових процесів у загальному випадку є різними ($\mathbf{W} \neq \mathbf{W}'$). Дамо означення поняттю ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$.

Означення 2.1. Циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t',n)$, будемо називати ізоморфними відносно порядку та значень або казати, що між цими циклічними випадковими процесами існує ізоморфізм відносно порядку та значень, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку між областями визначення циклічних випадкових процесів (ізоморфізм між упорядкованими числовими множинами $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$), а саме:

1а) має місце бієкція між $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ (позначається так: $\mathbf{W} \Leftrightarrow \mathbf{W}'$), тобто, будь-якому $t \in \mathbf{W}$, відповідає лише одне $t' \in \mathbf{W}'$ ($t \to t'$), а будь-якому $t' \in \mathbf{W}'$ ставиться у відповідність лише одне $t \in \mathbf{W}$ ($t' \to t$), причому для будь-яких різних $t_1, t_2 \in \mathbf{W}$ їх образи $t_1', t_2' \in \mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні елементи $t \in \mathbf{W}$ та $t' \in \mathbf{W}'$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $t \leftrightarrow t'$);

1б) зберігається тип лінійного упорядкування множин $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$, тобто, $\forall t_1, t_2 \in \mathbf{W}$, $\exists t_1', t_2' \in \mathbf{W}'$, що $t_1' \leftrightarrow t_1$, $t_2' \leftrightarrow t_2$ та має місце відношення порядку $t_2' > t_1'$, якщо $t_2 > t_1$, і навпаки.

2. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, а саме:

2а) має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ (позначається так: $\xi_1(\omega,t) \Leftrightarrow \xi_2(\omega,t')$), тобто будь-якій парі $(t, \xi_1(\omega,t))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$, відповідає лише одне пара $(t',\xi_2(\omega,t'))$ $((t,\xi_1(\omega,t))\to(t',\xi_2(\omega,t')))$ із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, а будь-якій парі $(t',\xi_2(\omega,t'))$ із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, відповідає лише одна пара $(t,\xi_1(\omega,t))$ $((t',\xi_2(\omega,t'))\to(t,\xi_1(\omega,t)))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$, причому для будь-яких різних $t_1,t_2\in\mathbf{W}$ їх образи $t_1',t_2'\in\mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні пари $(t,\xi_1(\omega,t))$ та $(t',\xi_2(\omega,t'))$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $(t,\xi_1(\omega,t))\leftrightarrow(t',\xi_2(\omega,t'))$);

2б) циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$ є упорядкованими за своїми областями визначення, причому порядкові типи випадкових процесів співпадають із порядковими типами їх областей визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$. Тобто, множина пар $\{(t,\xi_1(\omega,t)),\ t\in\mathbf{W}\}$, що формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ є упорядкованою за параметром t і має однаковий порядковий тип із числовою множиною $\mathbf{W}$, оскільки завжди існує бієктивне відображення області визначення $\mathbf{W}$ на сам випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$, а саме елементу $t\in\mathbf{W}$ ставиться у відповідність лише одна пара $(t,\xi_1(\omega,t))$, і навпаки, причому для двох різних $t_1,t_2\in\mathbf{W}$ відповідні їм пари $(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))$ також різні. Те ж саме має місце і для випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, тобто лінійний порядок із області визначення $\mathbf{W}'$ індукується у сам випадковий процес $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$;

2в) має місце один і той же тип упорядкування циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t_1',\xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))$ $((t_1',\xi_2(\omega,t_1'))\leftrightarrow((t_1,\xi_1(\omega,t_1))),$ $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))\leftrightarrow(t_2,\xi_1(\omega,t_2)))$, мають місце відношення порядку $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))>(t_1',\xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))>(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$, якщо $t_2'>t_1'$ та $t_2>t_1$ ($t_1'\leftrightarrow t_1, t_2'\leftrightarrow t_2$).

3. Має місце рівність значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t'\in\mathbf{W}'$, коли їх відповідні аргументи $t\in\mathbf{W}$ та $t'\in\mathbf{W}'$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t\leftrightarrow t'$) за умови виконання властивостей із вище наведених пунктів 1 та 2, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових процесів, мають місце такі рівності:

$$\mathbf{P}\{\xi_1(\omega,t+T_1(t,n))=\xi_2(\omega,t'+T_2(t',n))\}=1,$$
$$t+T_1(t,n)\leftrightarrow t'+T_1(t',n),\, t\in\mathbf{W},\, t'\in\mathbf{W}',\, n\in\mathbf{Z}. \tag{2.1}$$

Для ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t'\in\mathbf{W}'$ має місце рівність їх (k-вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k)$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1,\ldots,t'_k)$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i+T_1(t_i,n)$ та $t'_i+T_2(t'_i,n),\, i=\overline{1,k},\, n\in\mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме мають місце такі співвідношення:

$$F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n))=F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1+T_2(t'_1,n),\ldots,t'_k+T_2(t'_k,n)),$$
$$x_i\in\mathbf{R},\, t_i\in\mathbf{W}, t'_i\in\mathbf{W}',\, t_i+T_1(t_i,n)\leftrightarrow t'_i+T_2(t'_i,n),\, i=\overline{1,k}, k\in\mathbf{N},\, n\in\mathbf{Z}. \tag{2.2}$$

Дане вище означення ізоморфізму циклічних випадкових процесів може бути протрактоване і в термінах теорії категорій, а саме, як ізоморфізм стосовно бінарних відношень $\rho_1(\cdot,\cdot)$ та $\rho_2(\cdot,\cdot)$ між реляційними системами $\langle \mathbf{A}_1,\{\rho_1(\cdot,\cdot),\, \rho_2(\cdot,\cdot)\}\rangle$ та $\langle \mathbf{A}_2,\{\rho_1(\cdot,\cdot),\, \rho_2(\cdot,\cdot)\}\rangle$. Множина-носій $\mathbf{A}_1$ є множиною $\{(t,\xi_1(\omega,t)),\, t\in\mathbf{W}\}$ усіх пар (аргумент, значення), яка формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t\in\mathbf{W}$, а множина-носій $\mathbf{A}_2$ є множиною $\{(t',\xi_2(\omega,t')),\, t'\in\mathbf{W}'\}$ усіх пар (аргумент, значення), яка формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'),\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t'\in\mathbf{W}'$. Бінарне відношення $\rho_1(\cdot,\cdot)$ є відношення лінійного порядку на множинах $\mathbf{A}_1$ та $\mathbf{A}_2$, тобто відношення лінійного порядку на множині пар $\{(t,\xi_1(\omega,t)), t\in\mathbf{W}\}$ та на множині пар $\{(t',\xi_2(\omega,t')), t'\in\mathbf{W}'\}$. Бінарне відношення $\rho_2(\cdot,\cdot)$ є відношенням «мати рівні значення із імовірністю 1» для значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, коли їх відповідні аргументи $t\in\mathbf{W}$ та $t'\in\mathbf{W}'$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t\leftrightarrow t'$).

Дамо означення ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Нехай маємо циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t_{ml}\in\mathbf{D}$ із функцією ритму $T_1(t_{ml},n)$ та $\xi_2(\omega,t'_{ml}), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ із функцією ритму $T_2(t'_{ml},n)$. Області визначення $\mathbf{D}=\left\{t_{ml}\in\mathbf{R}, m\in\mathbf{Z}, l=\overline{1,L}, L\geq 2\right\}$ та $\mathbf{D}'=\left\{t'_{ml}\in\mathbf{R}, m\in\mathbf{Z}, l=\overline{1,L}, L\geq 2\right\}$ цих випадкових процесів у загальному випадку є різними ($\mathbf{D}\neq\mathbf{D}'$).

Означення 2.2. Циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t_{ml}), \omega\in\mathbf{\Omega}, t_{ml}\in\mathbf{D}$ із функцією ритму $T_1(t_{ml},n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'_{ml}), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ із функцією ритму $T_2(t'_{ml},n)$, будемо називати ізоморфними відносно порядку та значень або казати, що між цими циклічними випадковими процесами існує ізоморфізм відносно порядку та значень, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку між областями визначення циклічних випадкових процесів (ізоморфізм між упорядкованими числовими множинами $\mathbf{D}$ та $\mathbf{D}'$), а саме:

1а) має місце бієкція між $\mathbf{D}$ та $\mathbf{D}'$ (позначається так: $\mathbf{D}\Leftrightarrow\mathbf{D}'$), тобто, будь-якому $t_{ml}\in\mathbf{D}$, відповідає лише одне $t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ ($t_{ml}\to t'_{ml}$), а будь-якому $t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ ставиться у відповідність лише одне $t_{ml}\in\mathbf{D}$ ($t'_{ml}\to t_{ml}$), причому для будь-яких різних $t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2}\in\mathbf{D}$ їх образи $t'_{m_1l_1}, t'_{m_2l_2}\in\mathbf{D}'$ є різними, і навпаки (відповідні елементи $t_{ml}\in\mathbf{D}$ та $t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $t_{ml}\leftrightarrow t'_{ml}$);

1б) зберігається тип лінійного упорядкування множин $\mathbf{D}$ та $\mathbf{D}'$, тобто, $\forall t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}$, $\exists t'_{m_1 l_1}, t'_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}'$, що $t'_{m_1 l_1} \leftrightarrow t_{m_1 l_1}$, $t'_{m_2 l_2} \leftrightarrow t_{m_2 l_2}$ та має місце відношення порядку $t'_{m_2 l_2} > t'_{m_1 l_1}$, якщо $t_{m_2 l_2} > t_{m_1 l_1}$, і навпаки.

2. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$, а саме:

2а) має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$ (позначається так: $\xi_1(\omega, t_{ml}) \Leftrightarrow \xi_2(\omega, t'_{ml})$), тобто будь-якій парі $(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml}))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$, відповідає лише одне пара $(t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml}))$ ($(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml})) \to (t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml}))$) із випадкового процесу $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$, а будь-якій парі $(t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml}))$ із випадкового процесу $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$, відповідає лише одне пара $(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml}))$ ($(t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml})) \to (t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml}))$) із випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$, причому для будь-яких різних $t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}$ їх образи $t'_{m_1 l_1}, t'_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}'$ є різними, і навпаки (відповідні пари $(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml}))$ та $(t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml}))$ будемо називати бієктивно пов’язаними і позначати це так: $(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml})) \leftrightarrow (t'_{ml}, \xi_2(\omega, t'_{ml}))$);

2б) циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$ є упорядкованими за своїми областями визначення, причому порядкові типи випадкових процесів співпадають із порядковими типами їх областей визначення $\mathbf{D}$ та $\mathbf{D}'$. Тобто, множина пар $\{(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml})), t_{ml} \in \mathbf{D}\}$, що формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ є упорядкованою за параметром t_{ml} і має однаковий порядковий тип із числовою множиною $\mathbf{D}$, оскільки завжди існує бієктивне відображення області визначення $\mathbf{D}$ на сам випадковий процес $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$, а саме елементу $t_{ml} \in \mathbf{D}$ ставиться у відповідність лише одна пара $(t_{ml}, \xi_1(\omega, t_{ml}))$, і навпаки, причому для двох різних $t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2} \in \mathbf{D}$ відповідні їм пари $(t_{m_1 l_1}, \xi_1(\omega, t_{m_1 l_1}))$ та $(t_{m_2 l_2}, \xi_1(\omega, t_{m_2 l_2}))$ також різні. Те ж саме має місце і для випадкового процесу $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}$, тобто лінійний порядок із області визначення $\mathbf{D'}$ індукується у сам випадковий процес $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}$;

2в) має місце один і той же тип упорядкування циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_{m_1 l_1}, \xi_1(\omega, t_{m_1 l_1}))$ та $(t_{m_2 l_2}, \xi_1(\omega, t_{m_2 l_2}))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t'_{m_1 l_1}, \xi_2(\omega, t'_{m_1 l_1}))$ та $(t'_{m_2 l_2}, \xi_2(\omega, t'_{m_2 l_2}))$ ($(t_{m_1 l_1}, \xi_1(\omega, t_{m_1 l_1})) \leftrightarrow (t'_{m_1 l_1}, \xi_2(\omega, t'_{m_1 l_1}))$, $(t_{m_2 l_2}, \xi_1(\omega, t_{m_2 l_2})) \leftrightarrow (t'_{m_2 l_2}, \xi_2(\omega, t'_{m_2 l_2}))$), мають місце відношення порядку $(t'_{m_2 l_2}, \xi_2(\omega, t'_{m_2 l_2})) > (t'_{m_1 l_1}, \xi_2(\omega, t'_{m_1 l_1}))$ та $(t_{m_2 l_2}, \xi_1(\omega, t_{m_2 l_2})) > (t_{m_1 l_1}, \xi_1(\omega, t_{m_1 l_1}))$, якщо $t'_{m_2 l_2} > t'_{m_1 l_1}$ та $t_{m_2 l_2} > t_{m_1 l_1}$ ($t'_{m_1 l_1} \leftrightarrow t_{m_1 l_1}$, $t'_{m_2 l_2} \leftrightarrow t_{m_2 l_2}$);

3. Має місце рівність значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}$, коли їх відповідні аргументи $t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $t'_{ml} \in \mathbf{D'}$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t_{ml} \leftrightarrow t'_{ml}$) за умови виконання властивостей із вище наведених пунктів 1 та 2, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових процесів, мають місце такі рівності:

$$\begin{gathered}\mathbf{P}\{\xi_1(\omega, t_{ml} + T_1(t_{ml}, n)) = \xi_2(\omega, t'_{ml} + T_2(t'_{ml}, n))\} = 1, \\ t_{ml} + T_1(t_{ml}, n) \leftrightarrow t'_{ml} + T_2(t'_{ml}, n), t_{ml} \in \mathbf{D}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}, n \in \mathbf{Z}.\end{gathered} \tag{2.3}$$

Для ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D'}$ має місце рівність їх (k-вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1, \ldots, x_k, t_{m_1 l_1}, \ldots, t_{m_k l_k})$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1, \ldots, x_k, t'_{m_1 l_1}, \ldots, t'_{m_k l_k})$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i + T_1(t_i, n)$ та $t'_i + T_2(t'_i, n), i = \overline{1, k}, n \in \mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме, мають місце такі співвідношення:

$$F_{k_{\xi_1}}\left(x_1,\ldots,x_k,t_{m_1l_1}+T_1\left(t_{m_1l_1},n\right),\ldots,t_{m_kl_k}+T_1\left(t_{m_kl_k},n\right)\right)=$$
$$=F_{k_{\xi_2}}\left(x_1,\ldots,x_k,t'_{m_1l_1}+T_2\left(t'_{m_1l_1},n\right),\ldots,t'_{m_kl_k}+T_2\left(t'_{m_kl_k},n\right)\right),$$

$$x_i\in\mathbf{R},\, t_{m_il_i}\in\mathbf{D}, t'_{m_il_i}\in\mathbf{D}',\, t_{m_il_i}+T_1\left(t_{m_il_i},n\right)\leftrightarrow t'_{m_il_i}+T_2\left(t'_{m_il_i},n\right),\, i=\overline{1,k},\, k\in\mathbf{N},\, n\in\mathbf{Z}. \quad (2.4)$$

Статистичний аналіз будь-яких двох ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t_{ml}),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t_{ml}\in\mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega,t'_{ml}),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ за їх будь-якими двома багатоцикловими реалізаціями $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$ та $\xi_{2_\omega}(t'_{ml})$ повинен давати близькі результати, а саме, подібні статистичні оцінки ймовірнісних характеристик циклічних сигналів.

Якщо області визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних функціональних відношень є рівними (співпадають) і є множинами дійсних чисел, а саме, $\mathbf{W}=\mathbf{W}'=\mathbf{R}$, то означення 2.1 певним чином спрощуються і переходить у означення 2.3.

Означення 2.3. Циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$ із функцією ритму $T_2(t,n)$, будемо називати ізоморфними відносно порядку та значень або казати, що між цими циклічними випадковими процесами існує ізоморфізм відносно порядку та значень, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$, а саме:

1а) має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$ (позначається так: $\xi_1(\omega,t)\Leftrightarrow\xi_2(\omega,t')$), тобто будь-якій парі $(t,\xi_1(\omega,t))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$, відповідає лише одна пара $(t',\xi_2(\omega,t'))$ ($(t,\xi_1(\omega,t))\to(t',\xi_2(\omega,t'))$) із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$, а будь-якій парі $(t',\xi_2(\omega,t'))$ із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$, відповідає лише одна пара $(t,\xi_1(\omega,t))$ ($(t',\xi_2(\omega,t'))\to(t,\xi_1(\omega,t))$) із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t\in\mathbf{R}$, причому для будь-яких різних $t_1, t_2 \in \mathbf{R}$ їх образи $t_1', t_2' \in \mathbf{R}$ є різними, і навпаки (відповідні пари $(t, \xi_1(\omega, t))$ та $(t', \xi_2(\omega, t'))$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $(t, \xi_1(\omega, t)) \leftrightarrow (t', \xi_2(\omega, t'))$);

1б) циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ є упорядкованими за своїми областями визначення, причому їх порядкові типи співпадають із порядковими типами їх області визначення $\mathbf{R}$. Тобто, множина пар $\{(t, \xi_1(\omega, t)), t \in \mathbf{R}\}$, що формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, є упорядкованою за параметром t і має однаковий порядковий тип із числовою множиною $\mathbf{R}$, оскільки завжди існує бієктивне відображення області визначення $\mathbf{R}$ на саме випадкове функціональне відношення $\xi_1(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, а саме елементу $t \in \mathbf{R}$ ставиться у відповідність лише одна пара $(t, \xi_1(\omega, t))$, і навпаки, причому для двох різних $t_1, t_2 \in \mathbf{R}$ відповідні їм пари $(t_1, \xi_1(\omega, t_1))$ та $(t_2, \xi_1(\omega, t_2))$ також різні. Те ж саме має місце і для циклічного випадкового процесу $\xi_2(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, тобто лінійний порядок із області визначення $\mathbf{R}$ індукується у саме випадкове функціональне відношення $\xi_2(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$.

1в) має місце один і той же тип упорядкування циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_1, \xi_1(\omega, t_1))$ та $(t_2, \xi_1(\omega, t_2))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t_1', f_2(t_1'))$ та $(t_2', f_2(t_2'))$ ($(t_1', f_2(t_1')) \leftrightarrow (t_1, f_1(t_1))$, $(t_2', f_2(t_2')) \leftrightarrow (t_2, f_1(t_2))$), мають місце відношення порядку $(t_2', f_2(t_2')) > (t_1', f_2(t_1'))$ та $(t_2, f_1(t_2)) > (t_1, f_1(t_1))$, якщо $t_2' > t_1'$ та $t_2 > t_1$ ($t_1' \leftrightarrow t_1, t_2' \leftrightarrow t_2$).

2. Має місце рівність значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}$, коли їх відповідні аргументи $t \in \mathbf{R}$ та $t' \in \mathbf{R}$ перебувають у бієктивній пов'язаності ($t \leftrightarrow t'$) за умови виконання властивостей із вище наведеного пункту 1, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових процесів, мають місце такі рівності:

$$\mathbf{P}\{\xi_1(\omega, t+T_1(t,n)) = \xi_2(\omega, t'+T_2(t',n))\} = 1,$$
$$t+T_1(t,n) \leftrightarrow t'+T_1(t',n),\ t,\ t' \in \mathbf{R},\ n \in \mathbf{Z}. \qquad (2.5)$$

Для ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R}$ має місце рівність їх (k-вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k)$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1,\ldots,t'_k)$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i + T_1(t_i,n)$ та $t'_i + T_2(t'_i,n),\ i=\overline{1,k},\ n \in \mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме мають місце такі співвідношення:

$$F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n)) = F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t'_1+T_2(t'_1,n),\ldots,t'_k+T_2(t'_k,n)),$$
$$x_i,t_i,t'_i \in \mathbf{R},\ t_i+T_1(t_i,n) \leftrightarrow t'_i+T_2(t'_i,n),\ i=\overline{1,k}, k \in \mathbf{N},\ n \in \mathbf{Z}. \qquad (2.6)$$

Як і для дискретних циклічних випадкових процесів, статистичний аналіз будь-яких двох ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R}$ дійсного аргументу за їх будь-якими двома багатоцикловими реалізаціями $\xi_{1_\omega}(t)$ та $\xi_{2_\omega}(t)$ повинен давати близькі результати, а саме, подібні статистичні оцінки їх ймовірінсних характеристик.

2.1.2. Ізоморфізми циклічних випадкових процесів відносно порядку та певних їх ймовірнісних характеристик

Введемо поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та цих ймовірнісних характеристик, наприклад, функцій розподілу, певних моментних функцій, зокрема, математичного сподівання та кореляційної функції.

Дамо означення поняттю ізоморфізму відносно порядку та сімейства функцій розподілу циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$.

Означення 2.4. Циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$ та циклічний випадковий процес $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t',n)$, будемо називати ізоморфними відносно порядку та сімейства функцій розподілу або казати, що між цими циклічними випадковими процесами існує ізоморфізм відносно порядку та сімейства їх функцій розподілу, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку між областями визначення циклічних випадкових процесів (ізоморфізм між упорядкованими числовими множинами $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$), а саме:

1а) має місце бієкція між $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ (позначається так: $\mathbf{W}\Leftrightarrow\mathbf{W}'$), тобто, будь-якому $t\in\mathbf{W}$, відповідає лише одне $t'\in\mathbf{W}'$ ($t\to t'$), а будь-якому $t'\in\mathbf{W}'$ ставиться у відповідність лише одне $t\in\mathbf{W}$ ($t'\to t$), причому для будь-яких різних $t_1,t_2\in\mathbf{W}$ їх образи $t_1',t_2'\in\mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні елементи $t\in\mathbf{W}$ та $t'\in\mathbf{W}'$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $t\leftrightarrow t'$);

1б) зберігається тип лінійного упорядкування множин $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$, тобто, $\forall t_1,t_2\in\mathbf{W}$, $\exists t_1',t_2'\in\mathbf{W}'$, що $t_1'\leftrightarrow t_1$, $t_2'\leftrightarrow t_2$ та має місце відношення порядку $t_2'>t_1'$, якщо $t_2>t_1$, і навпаки.

2. Ізоморфізм відносно порядку циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}'$, а саме:

2а) має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}'$ (позначається так: $\xi_1(\omega,t)\Leftrightarrow\xi_2(\omega,t')$), тобто будь-якій парі $(t,\xi_1(\omega,t))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$, відповідає лише одна пара $(t',\xi_2(\omega,t'))$ ($(t,\xi_1(\omega,t))\to(t',\xi_2(\omega,t'))$) із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}'$, а будь-якій парі $(t',\xi_2(\omega,t'))$ із випадкового процесу

$\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}'$, відповідає лише одна пара $(t, \xi_1(\omega,t))$ ($(t', \xi_2(\omega,t')) \to (t, \xi_1(\omega,t))$) із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$, причому для будь-яких різних $t_1, t_2 \in \mathbf{W}$ їх образи $t_1', t_2' \in \mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні пари $(t, \xi_1(\omega,t))$ та $(t', \xi_2(\omega,t'))$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $(t, \xi_1(\omega,t)) \leftrightarrow (t', \xi_2(\omega,t'))$);

2б) циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}'$ є упорядкованими за своїми областями визначення, причому порядкові типи випадкових процесів співпадають із порядковими типами їх областей визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$. Тобто, множина пар $\{(t, \xi_1(\omega,t)), t \in \mathbf{W}\}$, що формує (репрезентує) циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ є упорядкованою за параметром t і має однаковий порядковий тип із числовою множиною $\mathbf{W}$, оскільки завжди існує бієктивне відображення області визначення $\mathbf{W}$ на сам випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$, а саме елементу $t \in \mathbf{W}$ ставиться у відповідність лише одна пара $(t, \xi_1(\omega,t))$, і навпаки, причому для двох різних $t_1, t_2 \in \mathbf{W}$ відповідні їм пари $(t_1, \xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2, \xi_1(\omega,t_2))$ також різні. Те ж саме має місце і для випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, тобто лінійний порядок із області визначення $\mathbf{W}'$ індукується у сам випадковий процес $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}'$;

2в) має місце один і той же тип упорядкування циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_1, \xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2, \xi_1(\omega,t_2))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t_1', \xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2', \xi_2(\omega,t_2'))$ ($(t_1', \xi_2(\omega,t_1')) \leftrightarrow ((t_1, \xi_1(\omega,t_1)))$, $(t_2', \xi_2(\omega,t_2')) \leftrightarrow (t_2, \xi_1(\omega,t_2))$), мають місце відношення порядку $(t_2', \xi_2(\omega,t_2')) > (t_1', \xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2, \xi_1(\omega,t_2)) > (t_1, \xi_1(\omega,t_1))$, якщо $t_2' > t_1'$ та $t_2 > t_1$ ($t_1' \leftrightarrow t_1, t_2' \leftrightarrow t_2$);

3. Має місце рівність (k-вимірних) функцій розподілу $F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1,\ldots,t_k)$ та $F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t_1',\ldots,t_k')$ циклічних випадкових процесів

$\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i+T_1(t_i,n)$ та $t_i'+T_2(t_i',n),\ i=\overline{1,k},\ n\in\mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових процесів, мають місце такі рівності:

$$F_{k_{\xi_1}}(x_1,\ldots,x_k,t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n))=F_{k_{\xi_2}}(x_1,\ldots,x_k,t_1'+T_2(t_1',n),\ldots,t_k'+T_2(t_k',n)),$$

$$x_i\in\mathbf{R},\ t_i\in\mathbf{W},t_i'\in\mathbf{W}',\ t_i+T_1(t_i,n)\leftrightarrow t_i'+T_2(t_i',n),\ i=\overline{1,k},\ k\in\mathbf{N},\ n\in\mathbf{Z}. \tag{2.7}$$

Із ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$ із необхідністю слідує їх ізоморфізм відносно порядку та сімейства функцій розподілу, оскільки із рівностей (2.1) слідують рівності (2.7), а всі інші властивості (властивості 1 та 2 в означеннях 2.1 та 2.4) цих двох типів ізоморфізмів співпадають.

Ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, загалом, відрізняються лише своїми ритмічними структурами (функціями ритму). А ізоморфні відносно порядку та сімейства функцій розподілу циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}'$, загалом, відрізняються не лише своїми функціями ритму, але й і значеннями для їх бієктивно пов'язаних пар $(t,\xi_1(\omega,t))\leftrightarrow(t',\xi_2(\omega,t'))$, хоча відповідні функції розподілу будуть рівними.

Якщо існують певні моментні функції циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, то можна ввести поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та їх певних моментних функцій. Дамо означення поняттю ізоморфізму відносно порядку та змішаних початкових та центральних моментних функцій випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, які циклічні за цими моментними функціями.

Нехай маємо випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$, що є циклічним за своєю змішаною початковою моментною функцією $c_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ та своєю змішаною центральною моментною функцією $r_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ порядку $s=\sum_{j=1}^{k}s_j$, а також маємо випадковий процес $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, що є циклічним за своєю змішаною початковою моментною функцією $c_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')$ та своєю змішаною центральною моментною функцією $r_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')$ порядку $s=\sum_{j=1}^{k}s_j$, а саме, мають місце рівності:

$$c_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)=\mathbf{M}\left\{\xi_1^{s_1}(\omega,t_1)\cdot\ldots\cdot\xi_1^{s_k}(\omega,t_k)\right\}=c_{s_{\xi_1}}(t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n)). \tag{2.8}$$

$$c_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')=\mathbf{M}\left\{\xi_2^{s_1}(\omega,t_1')\cdot\ldots\cdot\xi_2^{s_k}(\omega,t_k')\right\}=c_{s_{\xi_2}}(t_1'+T_2(t_1',n),\ldots,t_k'+T_2(t_k',n)). \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}r_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)&=\mathbf{M}\left\{\left(\xi_1(\omega,t_1)-m_{\xi_1}(t_1)\right)^{s_1}\cdot\ldots\cdot\left(\xi_1(\omega,t_k)-m_{\xi_1}(t_k)\right)^{s_k}\right\}=\\&=r_{s_{\xi_1}}(t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n)),\end{aligned}. \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}&r_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')=\mathbf{M}\left\{\left(\xi_2(\omega,t_1')-m_{\xi_2}(t_1')\right)^{s_1}\cdot\ldots\cdot\left(\xi_2(\omega,t_k')-m_{\xi_2}(t_k')\right)^{s_k}\right\}=\\&=r_{s_{\xi_2}}(t_1'+T_2(t_1',n),\ldots,t_k'+T_2(t_k',n)),t_i\in\mathbf{W},t_i'\in\mathbf{W}',\ i=\overline{1,k},\ k\in\mathbf{N},\ n\in\mathbf{Z}.\end{aligned} \tag{2.11}$$

Означення 2.5. Випадковий процес $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ із функцією ритму $T_1(t,n)$, що є циклічним за своїми змішаними початковим та центральними моментними функціями $c_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ та $r_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ порядку $s=\sum_{j=1}^{k}s_j$, а також випадковий процес $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$ із функцією ритму $T_2(t',n)$, що є циклічним за своїми змішаними початковим та центральними моментними функціями $c_{s_{\xi_2}}\left(t'_1,\ldots,t'_k\right)$ та $r_{s_{\xi_2}}\left(t'_1,\ldots,t'_k\right)$ порядку $s=\sum_{j=1}^{k}s_j$, будемо називати ізоморфними відносно порядку та їх змішаних початкових та центральних моментних функцій, якщо мають місце такі властивості:

1. Ізоморфізм відносно порядку між областями визначення випадкових процесів (ізоморфізм між упорядкованими числовими множинами $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$), а саме:

1а) має місце бієкція між $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$ (позначається так: $\mathbf{W}\Leftrightarrow\mathbf{W}'$), тобто, будь-якому $t\in\mathbf{W}$, відповідає лише одне $t'\in\mathbf{W}'$ ($t\to t'$), а будь-якому $t'\in\mathbf{W}'$ ставиться у відповідність лише одне $t\in\mathbf{W}$ ($t'\to t$), причому для будь-яких різних $t_1,t_2\in\mathbf{W}$ їх образи $t'_1,t'_2\in\mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні елементи $t\in\mathbf{W}$ та $t'\in\mathbf{W}'$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $t\leftrightarrow t'$);

1б) зберігається тип лінійного упорядкування множин $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$, тобто, $\forall t_1,t_2\in\mathbf{W}$, $\exists t'_1,t'_2\in\mathbf{W}'$, що $t'_1\leftrightarrow t_1$, $t'_2\leftrightarrow t_2$ та має місце відношення порядку $t'_2>t'_1$, якщо $t_2>t_1$, і навпаки.

2. Ізоморфізм відносно порядку випадкових процесів $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, а саме:

2а) має місце бієкція між випадковими процесами $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$ (позначається так: $\xi_1(\omega,t)\Leftrightarrow\xi_2(\omega,t')$), тобто будь-якій парі $(t,\xi_1(\omega,t))$ із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$, відповідає лише одна пара $(t',\xi_2(\omega,t'))$ ($(t,\xi_1(\omega,t))\to(t',\xi_2(\omega,t'))$) із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, а будь-якій парі $(t',\xi_2(\omega,t'))$ із випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'\in\mathbf{W}'$, відповідає лише одна пара $(t,\xi_1(\omega,t))$ ($(t',\xi_2(\omega,t'))\to(t,\xi_1(\omega,t))$) із випадкового процесу $\xi_1(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}$, причому для будь-яких різних $t_1,t_2\in\mathbf{W}$ їх образи $t'_1,t'_2\in\mathbf{W}'$ є різними, і навпаки (відповідні пари $(t,\xi_1(\omega,t))$ та $(t',\xi_2(\omega,t'))$ будемо називати бієктивно пов'язаними і позначати це так: $(t,\xi_1(\omega,t))\leftrightarrow(t',\xi_2(\omega,t'))$);

2б) випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ є упорядкованими за своїми областями визначення, причому порядкові типи випадкових процесів співпадають із порядковими типами їх областей визначення $\mathbf{W}$ та $\mathbf{W}'$. Тобто, множина пар $\{(t,\xi_1(\omega,t)), t\in\mathbf{W}\}$, що формує (репрезентує) випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ є упорядкованою за параметром t і має однаковий порядковий тип із числовою множиною $\mathbf{W}$, оскільки завжди існує бієктивне відображення області визначення $\mathbf{W}$ на сам випадковий процес $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$, а саме елементу $t\in\mathbf{W}$ ставиться у відповідність лише одна пара $(t,\xi_1(\omega,t))$, і навпаки, причому для двох різних $t_1, t_2\in\mathbf{W}$ відповідні їм пари $(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))$ також різні. Те ж саме має місце і для випадкового процесу $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, тобто лінійний порядок із області визначення $\mathbf{W}'$ індукується у сам випадковий процес $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$;

2в) має місце один і той же тип упорядкування випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, а саме: для будь-яких різних пар $(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))$, що перебувають у бієктивній пов'язаності із парами $(t_1',\xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))$ $((t_1',\xi_2(\omega,t_1'))\leftrightarrow((t_1,\xi_1(\omega,t_1)))$, $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))\leftrightarrow(t_2,\xi_1(\omega,t_2)))$, мають місце відношення порядку $(t_2',\xi_2(\omega,t_2'))>(t_1',\xi_2(\omega,t_1'))$ та $(t_2,\xi_1(\omega,t_2))>(t_1,\xi_1(\omega,t_1))$, якщо $t_2'>t_1'$ та $t_2>t_1$ ($t_1'\leftrightarrow t_1, t_2'\leftrightarrow t_2$);

3. Має місце рівність (k-вимірних) змішаних початкових моментних функцій $c_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ та $c_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')$, а також рівність змішаних центральних моментних функцій $r_{s_{\xi_1}}(t_1,\ldots,t_k)$ та $r_{s_{\xi_2}}(t_1',\ldots,t_k')$ випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$, коли відповідні набори їх аргументів $t_i+T_1(t_i,n)$ та $t_i'+T_2(t_i',n), i=\overline{1,k}, n\in\mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності, а саме, враховуючи властивість циклічності цих випадкових

процесів відносно їх змішаних початкових та центральних моментних функцій, мають місце такі рівності:

$$c_{s_{\xi_1}}\left(t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n)\right)=c_{s_{\xi_2}}\left(t_1'+T_2(t_1',n),\ldots,t_k'+T_2(t_k',n)\right). \quad (2.12)$$

$$r_{s_{\xi_1}}\left(t_1+T_1(t_1,n),\ldots,t_k+T_1(t_k,n)\right)=r_{s_{\xi_2}}\left(t_1'+T_2(t_1',n),\ldots,t_k'+T_2(t_k',n)\right),$$

$$t_i\in\mathbf{W}, t_i'\in\mathbf{W}', t_i+T_1(t_i,n)\leftrightarrow t_i'+T_2(t_i',n), i=\overline{1,k}, k\in\mathbf{N}, n\in\mathbf{Z}. \quad (2.13)$$

Якщо розглядати циклічність випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ відносно їх початкових моментних функцій першого порядку (математичних сподівань) $m_{\xi_1}(t)=c_{1_{\xi_1}}(t)$ та $m_{\xi_2}(t')=c_{1_{\xi_2}}(t')$ (коли $k=1$ та $s=1$) та відносно змішаних центральних моментних функцій другого порядку (кореляційних функцій) $r_{2_{\xi_1}}(t_1,t_2)$ та $r_{2_{\xi_2}}(t_1',t_2')$ (коли $k=2$ та $s=2$), то за аналогією із попереднім означенням, можна дати означення поняттю ізоморфізму циклічно корельованих випадкових процесів відносно порядку та перших їх двох моментних функцій (математичного сподівання та кореляційної функції).

Згідно із роботами [7, 8], для циклічно корельованих випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t'\in\mathbf{W}'$ мають місце такі рівності для їх перших двох моментних функцій:

$$m_{\xi_1}(t)=\mathbf{M}\{\xi_1(\omega,t)\}=m_{\xi_1}(t+T_1(t,n)). \quad (2.14)$$

$$m_{\xi_2}(t')=\mathbf{M}\{\xi_2(\omega,t')\}=m_{\xi_2}(t'+T_2(t',n)), t\in\mathbf{W}, t'\in\mathbf{W}', n\in\mathbf{Z}. \quad (2.15)$$

$$\begin{gathered} r_{2_{\xi_1}}(t_1,t_2)=\mathbf{M}\{(\xi_1(\omega,t_1)-m_{\xi_1}(t_1))\cdot(\xi_1(\omega,t_2)-m_{\xi_1}(t_2))\}= \\ =r_{2_{\xi_1}}(t_1+T_1(t_1,n),t_2+T_1(t_2,n)), \end{gathered}. \quad (2.16)$$

$$r_{2_{\xi_2}}(t_1',t_2') = \mathbf{M}\{(\xi_2(\omega,t_1') - m_{\xi_2}(t_1'))\cdot(\xi_2(\omega,t_2') - m_{\xi_2}(t_2'))\} =$$
$$= r_{2_{\xi_2}}(t_1' + T_2(t_1',n), t_2' + T_2(t_2',n)), t_i \in \mathbf{W}, t_i' \in \mathbf{W}', i = \overline{1,2}, n \in \mathbf{Z}. \qquad (2.17)$$

Для ізоморфних відносно порядку та перших двох моментних функцій (математичного сподівання та кореляційної функції) циклічно корельованих випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ із відповідними функціями ритму $T_1(t,n)$ та $T_2(t',n)$ мають місце рівності, що випливають із рівностей (2.12) та (2.13), а саме, має місце рівність їх математичних сподівань $m_{\xi_1}(t_1)$ та $m_{\xi_2}(t_1')$, а також рівність їх кореляційних функцій $r_{2_{\xi_1}}(t_1,t_2)$ та $r_{2_{\xi_2}}(t_1',t_2')$, коли відповідні набори аргументів $t_i + T_1(t_i,n)$ та $t_i' + T_2(t_i',n), i = \overline{1,2}, n \in \mathbf{Z}$ перебувають у бієктивній пов'язаності:

$$m_{\xi_1}(t + T_1(t,n)) = m_{\xi_2}(t' + T_2(t',n)),$$
$$r_{2_{\xi_1}}(t_1 + T_1(t_1,n), t_2 + T_1(t_2,n)) = r_{2_{\xi_2}}(t_1' + T_2(t_1',n), t_2' + T_2(t_2',n)),$$
$$t_i \in \mathbf{W}, t_i' \in \mathbf{W}', t_i + T_1(t_i,n) \leftrightarrow t_i' + T_2(t_i',n), i = \overline{1,2}, n \in \mathbf{Z}. \qquad (2.18)$$

Між різними видами ізоморфізмів, які були розглянуті вище, існує певний взаємозв'язок, певне відношення, а саме, із ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів слідує їх ізоморфізм відносно порядку та сімейства функцій їх розподілу. Із ізоморфізму відносно порядку та сімейства функцій розподілу циклічних випадкових процесів, за умови існування змішаних початкових та центральних моментних функцій цих випадкових процесів, слідує ізоморфізм циклічних випадкових процесів відносно порядку та їх змішаних початкових та центральних моментних функцій. А із ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та їх змішаних початкових та центральних моментних функцій слідує їх ізоморфізм відносно порядку та перших двох моментних функцій (математичного сподівання та кореляційної функції).

2.2. Відношення еквівалентності на множині циклічних випадкових процесів

2.2.1. Відношення еквівалентності та розбиття на підкласи класу циклічних випадкових процесів, що ґрунтуються на різних видах їх ізоморфізму

Із різними видами ізоморфізму циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійснозначного) аргументів, які були означені вище, можна пов’язати розбиття відповідних класів циклічних випадкових процесів на підкласи їх еквівалентності.

Побудуємо розбиття класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійснозначного) аргументів, задаючи на них відношення еквівалентності, в основі якого є ізоморфізм циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень. Нехай маємо клас $\mathbf{\Theta}$ усіх можливих циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що задані на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ (можина $\mathbf{\Omega}$ є множиною елементарних подій, $\mathbf{F}$ – алгебра (σ-алгебра) випадкових подій, $\mathbf{P}$ – ймовірнісна міра, що задана на $\mathbf{F}$) та на одній із множин із класу **SetOf_D**. Клас **SetOf_D** є множиною усіх можливих множин типу $\mathbf{D} = \left\{ t_{ml} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, 2 \le L < \infty \right\}$. На множині (класі) $\mathbf{\Theta}$ задамо відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а саме, бінарне відношення $\varphi_1(\xi_1(\omega, t_{ml}), \xi_2(\omega, t'_{ml}))$, де $\xi_1(\omega, t_{ml}), \xi_2(\omega, t'_{ml})$ – довільні дискретні циклічні випадкові процеси із $\mathbf{\Theta}$. Відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ будемо базувати на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами дискретного аргументу із $\mathbf{\Theta}$. А саме, еквівалентними циклічними випадковими процесами із $\mathbf{\Theta}$ будемо вважати ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси дискретного аргументу.

Задання відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ на класі $\mathbf{\Theta}$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, тобто для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$, мають місце такі співвідношення:

$$\bigcup_{\beta\in\mathbf{B}} \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} = \mathbf{\Theta},\ \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} \neq \varnothing,\ \mathbf{\Theta}_{\beta_1}^{\varphi_1} \bigcap \mathbf{\Theta}_{\beta_2}^{\varphi_1} = \varnothing,\ \beta_1 \neq \beta_2,\ \beta_1, \beta_2 \in \mathbf{B}. \tag{2.19}$$

Параметр β набирає значень із деякої множини $\mathbf{B}$ ($\beta \in \mathbf{B}$), потужність якої дорівнює потужності розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$. Параметр β ідентифікує, помічає, вибирає із розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ один із класів еквівелентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$.

Виберемо один довільний β-елемент $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ із розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$, а саме, деякий клас еквівалентності (ізоморфності) $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} \in \mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. До складу цього класу входять ізоморфні відносно порядку та значень дискретні циклічні випадкові процеси, які відрізняються один від одного лише своїми функціями ритму, а перехід від одного процесу до іншого можна забезпечити через дію відповідного оператора перетворення шкали. А саме, два довільних циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega, t'_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'$ із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ ($\mathbf{D}, \mathbf{D}' \in \mathbf{SetOf\_D}$) пов'язані через прямий $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та обернений $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ оператори перетворення шкали, а саме:

$$\xi_2(\omega, t'_{ml}) = \mathbf{G}_{y_{12}}\left[\xi_1(\omega, t_{ml})\right], \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}, t'_{ml} \in \mathbf{D}'. \tag{2.20}$$

$$\xi_1(\omega,t_{ml})=\mathbf{G}_{y_{21}}\left[\xi_2(\omega,t'_{ml})\right],\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}\in\mathbf{D},\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'. \qquad (2.21)$$

Згідно робіт [87, 90], дія операторів перетворення шкали $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ на циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}\in\mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega,t'_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ повністю визначається (задається) своїми функціями перетворення шкали $y_{12}(t_{ml}),\ t_{ml}\in\mathbf{D}$ та $y_{21}(t'_{ml}),\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'$, які є зростаючими функціями, а саме так:

$$\xi_2(\omega,t'_{ml})=\xi_2(\omega,y_{12}(t_{ml}))=\xi_1(\omega,t_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}\in\mathbf{D},\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'. \qquad (2.22)$$

$$\xi_1(\omega,t_{ml})=\xi_1(\omega,y_{21}(t'_{ml}))=\xi_2(\omega,t'_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}\in\mathbf{D},\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'. \qquad (2.23)$$

Згідно робіт [90], між функціями ритму $T_1(t_{ml},n)$ та $T_2(t'_{ml},n)$ циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}\in\mathbf{D}$ та $\xi_2(\omega,t'_{ml}),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t'_{ml}\in\mathbf{D}'$ із класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, які пов'язані через оператори перетворення шкали $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ мають місце такі залежності:

$$T_2(y_{12}(t_{ml}),n)=y_{12}(t_{ml}+T_1(t_{ml},n))-y_{12}(t_{ml}),\ t_{ml}\in\mathbf{D},\ n\in\mathbf{Z}. \qquad (2.24)$$

$$T_1(y_{21}(t'_{ml}),n)=y_{21}(t'_{ml}+T_2(t'_{ml},n))-y_{21}(t'_{ml}),\ t'_{ml}\in\mathbf{D}',\ n\in\mathbf{Z}. \qquad (2.25)$$

Для формальної ідентифікації конкретного дискретного циклічного випадкового процесу, клас $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ подамо як множину мічених параметром λ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}=\left\{\xi_\lambda\left(\omega,t_{ml}^{\lambda}\right),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_{ml}^{\lambda}\in\mathbf{D}_\lambda,\ \lambda\in\mathbf{\Lambda}\right\}$, що задані на одному і тому ж ймовірносному просторі $(\mathbf{\Omega},\mathbf{F},\mathbf{P})$. Параметр λ набирає значень із деякої множини $\mathbf{\Lambda}$ ($\lambda \in \mathbf{\Lambda}$), потужність якої дорівнює потужності класу $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$. Будь-які елементи із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ відрізняються між собою лише дискретною областю їх визначення, і як наслідок, їх дискретними функціями ритму. Власне область визначення $\mathbf{D}_{\lambda} = \left\{ t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L_{\lambda}}, L_{\lambda} = const \geq 2 \right\}$ будь-якого дискретного циклічного випадкового процесу $\xi_{\lambda}\left(\omega, t_{ml}^{\lambda}\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{D}_{\lambda}$ із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ однозначно його ідентифікує (вирізняє, маркує) з поміж інших випадкових процесів із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$. Також, область визначення $\mathbf{D}_{\lambda} = \left\{ t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L_{\lambda}}, L_{\lambda} = const \geq 2 \right\}$ конкретного λ-процесу $\xi_{\lambda}\left(\omega, t_{ml}^{\lambda}\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{D}_{\lambda}$ із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ повністю визначає його функцію ритму $T_{\lambda}\left(t_{ml}^{\lambda}, n\right)$, а саме:

$$T_{\lambda}\left(t_{ml}^{\lambda}, n\right) = t_{m+n,l}^{\lambda} - t_{ml}^{\lambda}, \; m, n \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2, t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{D}_{\lambda}. \tag{2.26}$$

Таким чином, множину **SetOf_D** також можна подати як параметричну множину, а саме:

$$\mathbf{SetOf\_D} = \left\{ \mathbf{D}_{\lambda}, \lambda \in \mathbf{\Lambda} \right\} = \left\{ \left\{ t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L_{\lambda}}, L_{\lambda} \geq 2 \right\}, \lambda \in \mathbf{\Lambda} \right\}. \tag{2.27}$$

Враховуючи наведені вище міркування, має місце бієкція між класом еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} = \left\{ \xi_{\lambda}\left(\omega, t_{ml}^{\lambda}\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\lambda} \in \mathbf{D}_{\lambda}, \lambda \in \mathbf{\Lambda} \right\}$, множиною областей визначення **SetOf_D** та множиною функцій ритму **SetOf_T**$= \left\{ T_{\lambda}\left(t_{ml}^{\lambda}, n\right), \lambda \in \mathbf{\Lambda} \right\}$ ізоморфних відносно порядку та значень дискретних циклічних випадкових процесів із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, а саме, $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} \Leftrightarrow \mathbf{SetOf\_D} \Leftrightarrow \mathbf{SetOf\_T}$. За таких взаємооднозначних відображеннь між класами процесів, бієктивно пов'язаними елементами, будуть ті елементи множин $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, **SetOf_D** та **SetOf_T**, які мають однаковий параметр λ, а саме: $\xi_{\lambda}\left(\omega, t_{ml}^{\lambda}\right) \leftrightarrow \mathbf{D}_{\lambda} \leftrightarrow T_{\lambda}\left(t_{ml}^{\lambda}, n\right)$.

Поняття еквівалентності та розбиття класу циклічних випадкових процесів дискретного аргументу на класи еквівалентності поширимо на клас циклічних випадкових процесів континуального аргументу. А саме, нехай маємо клас $\mathbf{\Theta}$ циклічних випадкових процесів, що задані на ймовірносному просторі $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ та на множині дійсних чисел $\mathbf{R}$ (можина $\mathbf{\Omega}$ є множиною елементарних подій, $\mathbf{F}$ – алгебра (σ-алгебра) випадкових подій, $\mathbf{P}$ – ймовірнісна міра, що задана на $\mathbf{F}$).

Як і для дискретного випадку, на множині всіх циклічних випадкових процесів дійсного аргументу $\mathbf{\Theta}$ задамо відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а саме, бінарне відношення $\varphi_1(\xi_1(\omega,t), \xi_2(\omega,t))$, де $\xi_1(\omega,t), \xi_2(\omega,t)$ – довільні циклічні випадкові процеси дійсного аргументу із $\mathbf{\Theta}$. Відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ будемо базувати на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами дійсного аргументу із $\mathbf{\Theta}$, а саме, еквівалентними циклічними випадковими процесами із $\mathbf{\Theta}$ будемо вважати ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси дійсного аргументу.

Задання відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ на класі $\mathbf{\Theta}$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дійсного аргументу, тобто для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$, мають місце співвідношення (2.19).

Виберемо один довільний β-елемент $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ із розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$, а саме, деякий клас еквівалентності (ізоморфності) $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} \in \mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ циклічних випадкових процесів дійсного (континуального) аргументу. До складу цього класу входять ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси, які відрізняються один від одного лише своїми функціями ритму, а перехід від одного випадкового процесу до іншого можна забезпечити через дію оператора перетворення шкали. А саме, два довільних циклічних випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ пов'язані через прямий $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та обернений $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ оператори перетворення шкали, а саме:

$$\xi_2(\omega,t')=\mathbf{G}_{y_{12}}[\xi_1(\omega,t)], \omega\in\mathbf{\Omega}, t, t'\in\mathbf{R}. \tag{2.28}$$

$$\xi_1(\omega,t)=\mathbf{G}_{y_{21}}[\xi_2(\omega,t')], \omega\in\mathbf{\Omega}, t, t'\in\mathbf{R}. \tag{2.29}$$

Згідно робіт [94, 95] дія операторів перетворення шкали $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ на циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ повністю визначається (задається) своїми функціями перетворення шкали $y_{12}(t), t\in\mathbf{R}$ та $y_{21}(t'), t'\in\mathbf{R}$, які є зростаючими функціями, а саме так:

$$\xi_2(\omega,t')=\xi_2(\omega,y_{12}(t))=\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t, t'\in\mathbf{R}. \tag{2.30}$$

$$\xi_1(\omega,t)=\xi_1(\omega,y_{21}(t'))=\xi_2(\omega,t'), \omega\in\mathbf{\Omega}, t, t'\in\mathbf{R}. \tag{2.31}$$

Згідно робіт [7, 57, 90], між функціями ритму $T_1(t,n)$ та $T_2(t,n)$ циклічних випадкових процесів $\xi_1(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ та $\xi_2(\omega,t), \omega\in\mathbf{\Omega}, t\in\mathbf{R}$ із класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, які пов'язані через оператори перетворення шкали $\mathbf{G}_{y_{12}}[\cdot]$ та $\mathbf{G}_{y_{21}}[\cdot]$ мають місце такі залежності:

$$T_2(y_{12}(t),n)=y_{12}(t+T_1(t,n))-y_{12}(t), t\in\mathbf{R}, n\in\mathbf{Z}. \tag{2.32}$$

$$T_1(y_{21}(t),n) = y_{21}(t + T_2(t,n)) - y_{21}(t),\ t \in \mathbf{R},\ n \in \mathbf{Z}. \tag{2.33}$$

За аналогією із дискретними циклічними випадковими процесами, множину циклічних випадкових процесів дійсного аргументу $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ подамо як множину мічених параметром λ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} = \{\xi_{\lambda}(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R},\ \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$, що задані на одному і тому ж ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$. Параметр λ набирає значень із деякої множини $\mathbf{\Lambda}$ ($\lambda \in \mathbf{\Lambda}$), потужність якої дорівнює потужності класу $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$. Будь-які, елементи із $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ відрізняються між собою лише своїми функціями ритму.

Враховуючи наведені вище міркування, має місце бієкція між класом еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} = \{\xi_{\lambda}(\omega,t),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ t \in \mathbf{R},\ \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$ та множиною функцій ритму **SetOf_T**$= \{T_{\lambda}(t,n),\ \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$ ізоморфних відносно порядку та значень дискретних циклічних випадкових процесів із $\mathbf{\Theta}_{\xi}$, а саме, $\mathbf{\Theta}_{\xi} \Leftrightarrow$ **SetOf_D** $\Leftrightarrow$ **SetOf_T**. За таких взаємооднозначних відображень, бієктивно пов’язаними елементами, будуть ті елементи множин $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, **SetOf_T** та $\mathbf{\Lambda}$, які мають однаковий параметр λ, а саме: $\xi_{\lambda}(\omega,t) \leftrightarrow T_{\lambda}\left(t_{ml}^{\lambda}, n\right) \leftrightarrow \lambda$.

Узагальненим розглядом вище наведених результатів, які стосувалися введення відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ та розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1},\ \beta \in \mathbf{B}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дійсного чи дискретного аргументу, є їх спільний розгляд, який буде коректним як для випадку, коли клас $\mathbf{\Theta}$ є класом циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, так і для випадку, коли клас $\mathbf{\Theta}$ є класом циклічних випадкових процесів континуального аргументу. У цьому разі, клас еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ будемо позначати так:

$\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1} = \{\xi_\lambda(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}_\lambda, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$, а множину всіх можливих функцій ритму **SetOf_T**, будемо позначати так: **SetOf_T**$= \{T_\lambda(t,n), t \in \mathbf{W}_\lambda, n \in \mathbf{Z}, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$.

Аналогічно можна ввести відношення еквівалентності циклічних випадкових процесів, ґрунтуючись на інших видах їх ізоморфізму, зокрема, вважати еквівалентними ті циклічні випадкових процесів із $\mathbf{\Theta}$, які є ізоморфними відносно порядку та їх певних імовірнісних характеристик (ймовірнісних атрибутів). Нехай на множині (класі) $\mathbf{\Theta}$ задано відношення еквівалентності $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$, яке має місце між циклічними випадковими процесами, які є ізоморфними відносно порядку та їх атрибутів циклічності $\left\{p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1,K}\right\}$. Як і відношення $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, відношення еквівалентності $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на підкласи ізоморфних відносно порядку та сімейства функцій розподілу циклічних випадкових процесів, тобто для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\}$, мають місце такі співвідношення:

$$\bigcup_{\upsilon \in \mathbf{Y}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2} = \mathbf{\Theta},\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2} \neq \varnothing,\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon_1}^{\varphi_2} \bigcap \mathbf{\Theta}_{\upsilon_1}^{\varphi_2} = \varnothing,\ \upsilon_1 \neq \upsilon_2,\ \upsilon_1, \upsilon_2 \in \mathbf{Y}. \tag{2.34}$$

Параметр υ набирає значень із деякої множини $\mathbf{Y}$ ($\upsilon \in \mathbf{Y}$), потужність якої дорівнює потужності розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2}$.

Типовими ймовірнісними характеристиками $\left\{p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1,K}\right\}$, які можуть бути атрибутами циклічності випадкових процесів і за якими розглядається їх ізоморфізм та класи еквівалентності, є сімейство функцій розподілу, змішані початкові та центральні моментні функції, кореляційна функція та математичне сподівання. Співвідношення між цими класами еквівалентності циклічних випадкових процесів можна умовно подати у вигляді діаграми Венна, що зображена на рис. 2.1).

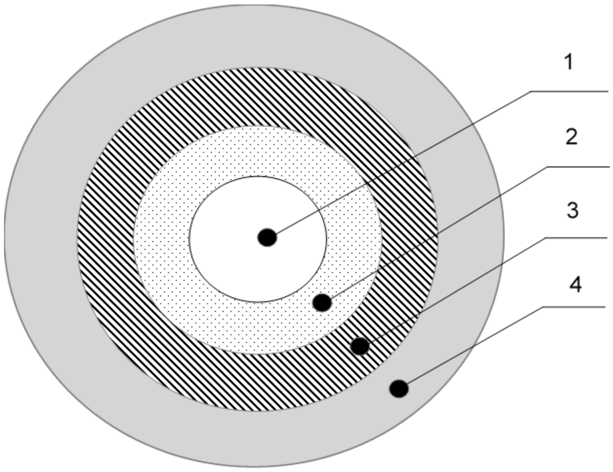


Рис. 2.1. Діаграма Венна для різних класів еквівалентності (ізоморфності) циклічних випадкових процесів: 1) клас еквівалентності циклічних випадкових процесів, породжений їх ізоморфізмом відносно порядку та значень; 2) клас еквівалентності циклічних випадкових процесів, породжений їх ізоморфізмом відносно порядку та сімейства функцій розподілу; 3) клас еквівалентності циклічних випадкових процесів, породжений їх ізоморфізмом відносно порядку та їх змішаних початкових та центральних моментних функцій; 4) клас еквівалентності циклічних випадкових процесів, породжений їх ізоморфізмом відносно порядку та перших двох моментних функцій (математичного сподівання та кореляційної функції) циклічних випадкових процесів

2.2.2. Еквівалентність циклічних випадкових процесів відносно їх функцій ритму

Введемо відношення еквівалентності циклічних випадкових процесів, яке ґрунтується на понятті їх строгої ритмічної пов’язаності. Згідно [90, 93], дамо означення поняттю строгої ритмічної пов’язаності циклічних випадкових процесів. Нехай маємо циклічні відносно множини ймовірнісних атрибутів $\left\{p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1,K}\right\}$ випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$, функції ритму яких позначимо відповідно $T_1(t,n)$ та $T_2(t',n)$.

Означення 2.7. Циклічні випадкові процеси $\xi_1(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}$ та $\xi_2(\omega,t'), \omega \in \mathbf{\Omega}, t' \in \mathbf{W}'$ із функціями ритму відповідно $T_1(t,n)$ та $T_2(t',n)$, називаються строго ритмічно пов'язаними, якщо їх області визначення співпадають, а функції ритму є тотожними, а саме:

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}',\ T_1(t,n) \equiv T_2(t,n). \tag{2.35}$$

Із практичної точки зору строга ритмічна пов'язаність циклічних випадкових процесів дає змогу оцінити ритмічну структуру одного циклічного процесу, провівши аналіз ритму другого циклічного випадкового процесу.

Нехай маємо клас $\mathbf{\Theta}$ усіх можливих циклічних відносно ймовірнісних атрибутів $\left\{p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1,K}\right\}$ випадкових процесів дискретного або континуального аргументів. На множині (класі) $\mathbf{\Theta}$ задамо відношення еквівалентності $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а саме, бінарне відношення $\varphi_3(\xi_1(\omega,t), \xi_2(\omega,t))$, яке має місце між строго ритмічно пов'язаними циклічними випадковими процесами із $\mathbf{\Theta}$. Задання відношення еквівалентності $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$ на класі $\mathbf{\Theta}$ породжує розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на підкласи строго ритмічно пов'язаних циклічних випадкових процесів, тобто для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\right\}$, мають місце такі співвідношення:

$$\bigcup_{\gamma \in \mathbf{\Gamma}} \mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3} = \mathbf{\Theta},\ \mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3} \neq \varnothing,\ \mathbf{\Theta}_{\gamma_1}^{\varphi_3} \bigcap \mathbf{\Theta}_{\gamma_1}^{\varphi_3} = \varnothing,\ \gamma_1 \neq \gamma_2,\ \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbf{\Gamma}. \tag{2.36}$$

Параметр γ набирає значень із деякої множини $\mathbf{\Gamma}$ ($\gamma \in \mathbf{\Gamma}$), потужність якої дорівнює потужності розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3}$. Крім того, слід зазначити, що індексна множина $\mathbf{\Gamma}$ є рівною індексній множині $\mathbf{\Lambda}$ ($\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda}$), елементи якої помічають, ідентифікують конкретний циклічний випадковий процес $\xi_\lambda(\omega, t)$ із будь-якого класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_\beta^{\varphi_1} = \{\xi_\lambda(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}_\lambda, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$, а також ідентифікують відповідну функцію ритму $T_\lambda(t, n)$ із множини **SetOf_T**$= \{T_\lambda(t, n), t \in \mathbf{W}_\lambda, n \in \mathbf{Z}, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\}$ усіх можливих функцій ритму.

2.2.3. Структуризація класу циклічних випадкових процесів на основі співвідношень між різними типами відношень еквівалентності та породжуваними ними розбиттями класу циклічних випадкових процесів

Встановимо основні залежності між розглянутими вище відношеннями еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$ та $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а також між породжуваними ними розбиттями $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \{\mathbf{\Theta}_\beta^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\}$, $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \{\mathbf{\Theta}_\upsilon^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\}$ та $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3} = \{\mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ усіх можливих циклічних відносно множини ймовірнісних характеристик $\left\{p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1, K}\right\}$ випадкових процесів. Під класом $\mathbf{\Theta}$ будемо розуміти як клас $\mathbf{\Theta}$ циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, так і клас циклічних випадкових процесів дійсного (континуального) аргументу.

Оскільки із ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень із необхідністю слідує їх ізоморфізм відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності, то із відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ із необхідністю слідує відношення еквівалентності $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$ ($\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$), а саме, має місце така залежність між цими відношеннями:

$$\varphi_1 \subset \varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2. \qquad (2.37)$$

Тобто відношення $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$ як підмножина декартового квадрату множини $\mathbf{\Theta}$ циклічних відносно ймовірнісних атрибутів $\left\{ p_k : \mathbf{\Psi}^{n_k} \to \mathbf{A}_k, k = \overline{1, K} \right\}$ випадкових процесів включає відношення $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$. Із співвідношення (2.37) безпосередньо випливає, що розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B} \right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ циклічних випадкових процесів є більш дрібнішим, ніж його розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$. А саме, оскільки кожний υ-елемент $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$ розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$ є множиною ізоморфних відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності циклічних випадкових процесів, то задавши відношення еквівалентності $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ безпосередньо на ньому ($\varphi_1 \subset \left(\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2} \right)^2$), отримаємо розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \mu \in \mathbf{M} \right\}$ цього υ-елемента $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$. Кожен μ-елемент $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}$ розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \mu \in \mathbf{M} \right\}$ є класом еквівалентності, а саме, класом ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів із υ-елемента $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$. Для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \mu \in \mathbf{M} \right\}$ мають місце такі залежності:

$$\bigcup_{\mu \in \mathbf{M}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1} = \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2},\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1} \neq \varnothing,\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu_1}^{\varphi_1} \bigcap \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu_2}^{\varphi_1} = \varnothing,\ \mu_1 \neq \mu_2,\ \mu_1, \mu_2 \in \mathbf{M}. \tag{2.38}$$

Таким чином, розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$, що породжене відношенням еквівалентності $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$, можна подати через елементи більш дрібнішого розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B} \right\}$, породженого відношенням $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а саме так: $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \bigcup_{\mu \in \mathbf{M}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$.

Розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B} \right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ на ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкових процесів можна подати через елементи $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}$, а саме так:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \upsilon \in \mathbf{Y}, \mu \in \mathbf{M} \right\}. \qquad (2.39)$$

Клас $\mathbf{\Theta}$ циклічних випадкових процесів через сукупність класів еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}$ можна подати так:

$$\bigcup_{\upsilon \in \mathbf{Y}} \bigcup_{\mu \in \mathbf{M}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1} = \mathbf{\Theta}. \qquad (2.40)$$

Оскільки будь-який клас еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}$ у розбитті $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \mu \in \mathbf{M} \right\}$ класу $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$ однозначно задається, маркується параметром $\mu \in \mathbf{M}$, а будь-який клас еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$ у розбитті $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$ ідентифікується параметром $\upsilon \in \mathbf{Y}$, а для ідентифікації будь-якого класу $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ у розбитті $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B} \right\}$ необхідно задати параметр $\beta \in \mathbf{B}$, то цей параметр можна задати парою (υ, μ), яка є елементом декартового добутку $\mathbf{Y} \times \mathbf{M}$ індексних множин $\mathbf{Y}$ та $\mathbf{M}$. Тобто, індексна множина $\mathbf{B}$ пов’язана із індексними множинами $\mathbf{Y}$ та $\mathbf{M}$ через їх декартовий добуток, а саме, $\mathbf{B} = \mathbf{Y} \times \mathbf{M}$.

На рис. 2.2 подано діаграму, що ілюструє більш дрібніше розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \upsilon \in \mathbf{Y}, \mu \in \mathbf{M} \right\}$ та більш укрупнене розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y} \right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$, а також їх взаємозв’язок.

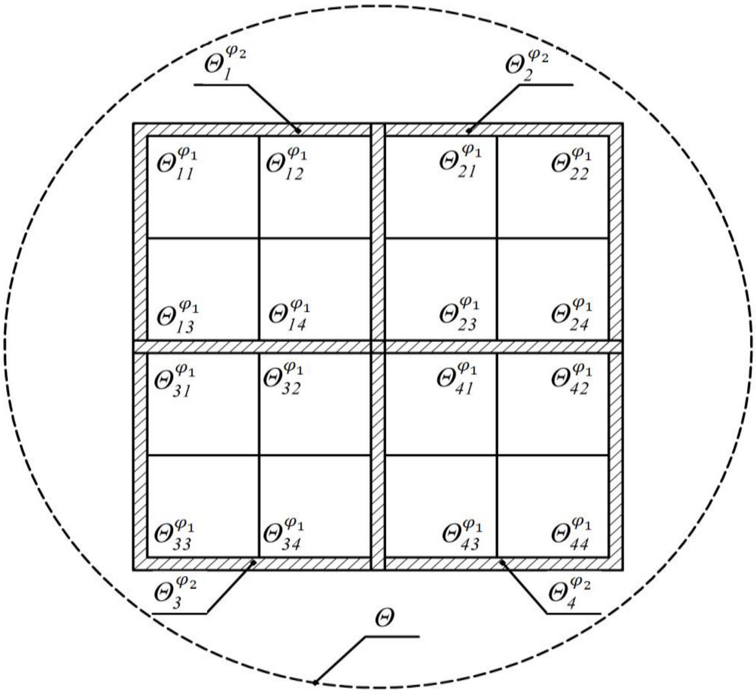


Рис. 2.2. Діаграма, що ілюструє розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ та розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2}$ класу $\mathbf{\Theta}$.

Розглянемо співвідношення між відношеннями еквівалентностями $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$, $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$, які ґрунтуються на розглянутих вище поняттях ізоморфізму, та між відношенням еквівалентності $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$, яке базується на понятті строгої ритмічної пов'язаності циклічних випадкових процесів, а також співвідношення між розбиттями $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}, \beta \in \mathbf{B}\right\}$ ($\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\mu}^{\varphi_1}, \upsilon \in \mathbf{Y}, \mu \in \mathbf{M}\right\}$), $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\right\}$ та розбиттям $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\gamma}^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\right\}$.

Як було відзначено вище, будь-який клас еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ із $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ містить ізоморфні відносно порядку та значень циклічні випадкові процеси із $\mathbf{\Theta}$, які відрізняються лише своїми функціями ритму. Причому, серед усіх циклічних випадкових процесів із класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ немає жодних двох циклічних випадкових процесів, які б мали тотожні функції ритму. Тобто їх функції ритму завжди різні і належать множині $\mathbf{SetOf\_T} = \left\{T_\lambda(t,n), t \in \mathbf{W}_\lambda, n \in \mathbf{Z}, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\right\}$ усіх можливих функцій ритму.

Наведене вище означає, що відношення $\varphi_1 \subset \mathbf{\Theta}^2$ та $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$ як підмножини декартового степеня множини $\mathbf{\Theta}$, не мають спільних елементів:

$$\varphi_1 \bigcap \varphi_3 = \varnothing. \tag{2.41}$$

Тобто, із (2.41) слідує, що якщо будь-які два циклічні випадкові процеси із $\mathbf{\Theta}$ є ізоморфними відносно порядку та значень (належать деякому класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_\beta^{\varphi_1}$), то вони із необхідністю не є строго ритмічно пов'язаними (мають різні функції ритму і одночасно не належать жодному із класів еквівлентності $\mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3}$). З іншої сторони, якщо будь-які два циклічні випадкові процеси із $\mathbf{\Theta}$ є строго ритмічно пов'язаними (мають рівні функції ритму і належать деякому класу еквівлентності $\mathbf{\Theta}_\gamma^{\varphi_3}$ із $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3}$), то вони із необхідністю не є ізоморфними відносно порядку та значень і одночасно не належать жодному класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_\beta^{\varphi_1}$ із $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ (див. рис. 2.3).

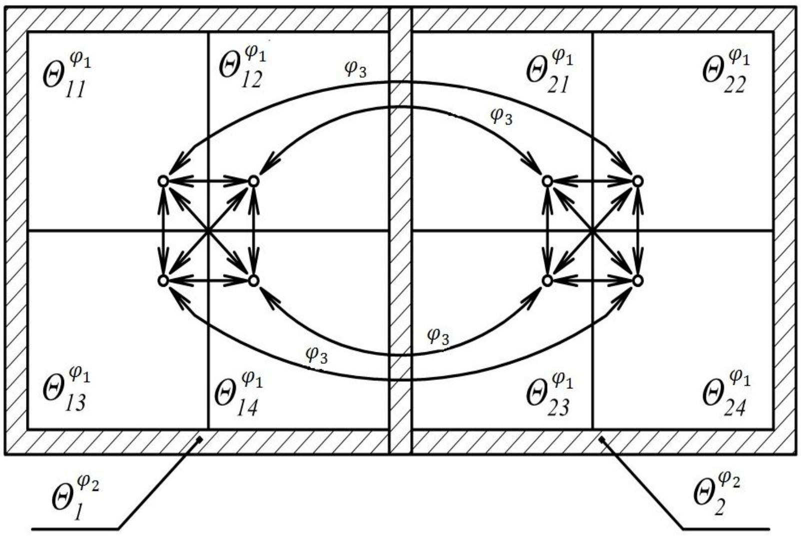


Рис. 2.3. Діаграма, що ілюструє взаємозв'язок між розбиттями $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_1}$ та $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3}$ класу $\mathbf{\Theta}$.

Виходячи із наведеного вище, видно, що будь-який елемент (циклічний випадковий процес) із $\mathbf{\Theta}$ може бути однозначно ідетнифікованим, шляхом його мічення параметрами β та γ, а саме, парою (β, γ) із декартового добутку $\mathbf{B} \times \mathbf{\Gamma}$ індексних множин $\mathbf{B}$ та $\mathbf{\Gamma}$. Тобто, параметри β та γ, фактично, задають певну умовну систему координат, із допомогою якої можна ідентифікувати будь-який циклічний випадковий процес із $\mathbf{\Theta}$.

Розглянемо відношення еквівалентності $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$ безпосередньо на кожному υ-елементі (класі еквівалентності) $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$ розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\right\}$ ($\varphi_3 \subset \left(\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}\right)^2$) та отримаємо розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}, \alpha \in \mathbf{A}\right\}$ цього υ-елемента $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$. Кожен α-елемент $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}$ розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}, \alpha \in \mathbf{A}\right\}$ є класом еквівалентності, а саме, класом строго ритмічно пов’язаних циклічних випадкових процесів із υ-елемента $\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}$. Для елементів розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}, \alpha \in \mathbf{A}\right\}$ мають місце такі залежності:

$$\bigcup_{\mu \in \mathbf{M}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3} = \mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2},\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3} \neq \varnothing,\ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha_1}^{\varphi_3} \bigcap \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha_2}^{\varphi_3} = \varnothing,\ \alpha_1 \neq \alpha_2,\ \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbf{M}. \tag{2.42}$$

Таким чином, розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$, що породжене відношенням еквівалентності $\varphi_2 \subset \mathbf{\Theta}^2$, можна подати через елементи розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_3} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\gamma}^{\varphi_3}, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\right\}$, породженого відношенням $\varphi_3 \subset \mathbf{\Theta}^2$, а саме так: $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{\bigcup_{\alpha \in \mathbf{A}} \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}, \upsilon \in \mathbf{Y}\right\}$.

Розбиття $\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{\mathbf{\Theta}_{\upsilon}^{\varphi_2}, \upsilon \in \mathbf{Y}\right\}$ класу $\mathbf{\Theta}$ можна подати через елементи $\mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}$, а саме так:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{\Theta}}^{\varphi_2} = \left\{ \mathbf{\Theta}_{\upsilon,\alpha}^{\varphi_3}, \upsilon \in \mathbf{Y}, \alpha \in \mathbf{A} \right\}. \tag{2.43}$$

Наведені вище співвідношення лежать в основі структуризації класу циклічних випадкових процесів, що полягає у виявленні різних видів його розбиття на класи еквівалентності, встановлення їх властивостей та аналітичних залежностей між цими відношеннями еквівалентності та елементами розбиттів.

2.3. Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу та його випадкова функція ритму

Клас ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів формально враховує той факт, що моделлю циклічного сигналу є циклічний випадковий процес, обґрунтування чого дано в попередніх роботах [74, 90, 95, 96], а також відображає той експериментальний факт, що оцінки функцій ритму циклічного сигналу за різними його реєстрограмами суттєво відрізняються, однак статистичні характеристик самого сигналу за різними його реєстрограмами є близькими. Для врахування стохастичності ритмічної структури циклічних сигналів такий математичний опис необхідно дооснастити новим ймовірнісним простором, у якому кожній його елементарній події буде відповідати один із елементів (циклічний випадковий процес) із класу еквівалентності $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$, що уможливить опис ритму циклічного сигналу як випадкової функції ритму в рамках теорії випадкових процесів. Такий опис дасть змогу усунути наявну суперечність між описами ритму та морфологічної структури в існуючих моделях циклічних сигналів та процесів.

Ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, а також на пов’язаному із ним поняттям класу еквівалентності циклічних випадкових процесів, розробимо процедуру побудови умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу як математичної моделі циклічних сигналів із подвійною стохастичністю для задач їх статистичного опрацювання в цифрових системах. Для цього розглянемо стохастичний експеримент, який описується деяким ймовірнісним простором $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$, що є стохастично незалежним із $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$, та який полягає у стохастичному виборі одного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу $\xi_\lambda\left(\omega, t_{ml}^\lambda\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^\lambda \in \mathbf{D}_\lambda$ із класу $\mathbf{\Theta}_\beta^{\varphi_1} = \left\{\xi_\lambda\left(\omega, t_{ml}^\lambda\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^\lambda \in \mathbf{D}_\lambda, \lambda \in \mathbf{\Lambda}\right\}$ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

Введемо випадковий об’єкт $\lambda(\omega') = \lambda, \omega' \in \mathbf{\Omega}', \lambda \in \mathbf{\Lambda}$ як вимірну функцію із областю визначення $\mathbf{\Omega}'$ та областю значень $\mathbf{\Lambda}$. У такому разі ω'-реалізацією випадкового об’єкту $\lambda(\omega')$ є параметр λ, який визначає відповідний йому циклічний випадковий процес $\xi_\lambda\left(\omega, t_{ml}^\lambda\right), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^\lambda \in \mathbf{D}_\lambda$ із областю визначення $\mathbf{D}_\lambda$ та функцією ритму $T_\lambda\left(t_{ml}^\lambda, n\right)$. Введемо три випадкові об’єкти, які задані на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$, а саме: умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу $\xi(\omega, t_{ml}(\omega')), \omega' \in \mathbf{\Omega}', \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega')$; випадкову дискретну область його визначення $\mathbf{D}(\omega') = \left\{t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2\right\}$, що задана на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$ та приймає значення із множини **SetOf_D**, а також випадкову функцію ритму $T(t_{ml}(\omega'), n)$ умовного циклічний випадковий процес дискретного аргументу $\xi(\omega, t_{ml}(\omega'))$, яка приймає свої значення (детерміновані функції ритму) із множини **SetOf_T**.

Означення 2.8. Випадковий об’єкт $\mathbf{D}(\omega') = \left\{t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2\right\}$, який задано на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$ називається випадковою областю визначення ***умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу***, якщо для кожної ω', відповідна його ω'-реалізація

$\mathbf{D}_{\omega'} = \left\{ t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{R},\, m \in \mathbf{Z},\, l = \overline{1, L},\, L \ge 2 \right\}$ є дискретною підмножиною дійсних чисел, елементи якої задовольняють такі умови: $t_{m_1 l_1}^{\omega'} < t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, якщо $m_2 < m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 < l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1}^{\omega'} > t_{m_2 l_2}^{\omega'}$ ($m_2, m_1 \in \mathbf{Z}$, $l_2, l_1 = \overline{1, L}$, $0 < t_{m,l+1}^{\omega'} - t_{ml}^{\omega'} < \infty$).

Означення 2.9. Випадковий об’єкт $\{\xi(\omega, t_{ml}(\omega')) \in \mathbf{\Theta}_{\xi},\, \omega' \in \mathbf{\Omega}',\, \omega \in \mathbf{\Omega},\, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega')\}$, який задано на стохастично незалежних ймовірнісних просторах $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ та $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$ називається ***умовним циклічним випадковим процесом дискретного аргументу***, якщо для кожної ω', відповідна його ω'-реалізація $\left\{\xi_{\omega'}\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right),\, \omega \in \mathbf{\Omega},\, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}\right\}$ належить класу $\mathbf{\Theta}_{\beta}^{\varphi_1}$ ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

Означення 2.10. Випадкова функція $T(t_{ml}(\omega'), n),\, \omega' \in \mathbf{\Omega}',\, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R},\, n \in \mathbf{Z}$, яка задана на ймовірнісному просторі $(\mathbf{\Omega}', \mathbf{F}', \mathbf{P}')$ називається ***випадковою функцією ритму умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу***, якщо для кожної ω', відповідна її ω'-реалізація $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right),\, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$ належить класу **SetOf_T**, кожен елемент якого задовольняє умовам функції ритму, а саме: 1) групі умов: 1a) $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right) > 0$, якщо $n > 0$ ($T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, 1\right) < \infty$); 1b) $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right) = 0$, якщо $n = 0$; 1c) $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right) < 0$, якщо $n < 0$, $t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'} \subset \mathbf{R}$; 2) для будь-яких $t_{m_1 l_1}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$ та $t_{m_2 l_2}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$, для яких $t_{m_1 l_1}^{\omega'} < t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, для функції $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right)$ виконується строга нерівність $T_{\omega'}\left(t_{m_1 l_1}^{\omega'}, n\right) + t_{m_1 l_1}^{\omega'} < T_{\omega'}\left(t_{m_2 l_2}^{\omega'}, n\right) + t_{m_2 l_2}^{\omega'}$, $\forall n \in \mathbf{Z}$; 3) функція $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right)$ є найменшою за модулем ($\left|T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right)\right| \le \left|T_{\omega'}^{\gamma}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right)\right|$) серед усіх таких функцій $\left\{T_{\omega'}^{\gamma}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right),\, \gamma \in \mathbf{\Gamma}\right\}$, які задовольняють вище наведеним умовам 1 та 2.

Умовний циклічний випадковий процес $\{\xi(\omega, t_{ml}(\omega')), \omega' \in \mathbf{\Omega}', \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega')\}$ дискретного аргументу дає змогу одночасного врахування як стохастичність досліджуваних сигналів, що враховується при статистичному морфологічному їх аналізі, так і стохастичності ритмічної структури досліджуваного сигналу, що враховується при проведенні аналізу ритму, наприклад, серцевого ритму.

Морфологічний статистичний аналіз зводиться до статистичного аналізу будь-якої його ω'-реалізації $\left\{\xi_{\omega'}\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right), \ \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}\right\}$ як циклічного випадкового процесу із детермінованою функцією ритму $T_{\omega'}\left(t_{ml}^{\omega'}, n\right), \ t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}$ згідно із відомими методами статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів [7, 82, 100, 101]. Зокрема, такий статистичний аналіз зводиться до статистичного оцінювання вкладених у циклічний випадковий процес L стаціонарних та стаціонарно-пов'язаних випадкових процесів $\left\{\varphi_l\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right), \ \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}\right\}$. Кожний такий випадковий стаціонарний процес заданий на дискретній множині $\mathbf{D}^l_{\omega'} = \left\{t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = const\right\}$, яка є вкладеною в $\mathbf{D}_{\omega'}$ і описує (моделює) l-ту фазу досліджуваного циклічного сигналу. Значення стаціонарного дискретного стаціонарного випадкового процесу $\varphi_l\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right), \ \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}_{\omega'}, m \in \mathbf{Z}, l = const$ визначаються так:

$$\varphi_l\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right) = \xi_{\omega'}\left(\omega, t_{ml}^{\omega'}\right), \ \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}^{\omega'} \in \mathbf{D}^l_{\omega'}, m \in \mathbf{Z}, l = const. \qquad (2.44)$$

Аналіз ритму циклічного сигналу із подвійною стохастичністю зводиться до статистичного аналізу елементів випадкової області визначення $\mathbf{D}(\omega') = \left\{t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}, L \geq 2\right\}$ умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу $\{\xi(\omega, t_{ml}(\omega')), \omega' \in \mathbf{\Omega}', \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega')\}$, або до статистичного аналізу його випадкової функції ритму $T(t_{ml}(\omega'),n),\ \omega' \in \mathbf{\Omega}',\ t_{ml}(\omega') \in \mathbf{R},\ n \in \mathbf{Z}$. Випадкова функція ритму $T(t_{ml}(\omega'),n)$ повністю визначається елементами випадкової області $\mathbf{D}(\omega')$ згідно із формулою:

$$T(t_{ml}(\omega'),n) = t_{m+n,l}(\omega') - t_{m,l}(\omega'),\ m,n \in \mathbf{Z},\ l = \overline{1,L},\ t_{m,l}(\omega') \in \mathbf{D}(\omega'). \qquad (2.45)$$

Аналогічно означенню умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу можна ввести і означення умовного циклічного випадкового процесу дійсного (континуального) аргументу.

2.4. Висновки до розділу 2

1. Уточнено означення поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та значень, а саме, доповнено відоме означення положенням про спосіб привнесення порядку у циклічні випадкові процеси як певну множину упорядкованих пар «аргумент, значення», шляхом упорядкування ізоморфних циклічних випадкових процесів за типом упорядкування їх областей визначення.

2. Означено поняття ізоморфізму циклічних випадкових процесів відносно порядку та таких ймовірнісних атрибутів їх циклічності як математичне сподівання та кореляційна функція, змішані початкові та центральні моментні функції вищого порядку, а також сімейство функцій розподілу. Ці види ізоморфізмів доповнюють відомий вид ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, дають змогу досліджувати значно ширші підкласи ізоморфних відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності, ніж відносно вузькі підкласи ізоморфних відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, та лежать в основі

структуризації класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу.

3. Здійснено структуризацію класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на взаємопов'язані класи еквівалентності, які ґрунтуються на означених видах ізоморфізму та на властивості строгої ритмічної пов'язаності циклічних випадкових процесів. Встановлено базові властивості та співвідношення між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, що розвиває теорію моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формального підходу.

4. Розроблено процедуру побудови математичної моделі циклічних цифрових сигналів у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу. Ця модель дає змогу несуперечливо врахувати стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.

5. Дано означення дискретної випадкової функції ритму та випадкової області визначення умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, які лежать в основі аналізу ритму циклічних сигналів в рамках стохастичного підходу.

РОЗДІЛ 3
ОБЧИСЛЮВАЛЬНО ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОГО ОПРАЦЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ЦИКЛІЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

У цьому розділі розроблено новий підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що суттєво спрощує аналітичні вирази та формули для розрахунків, а також зменшує обчислювальну складність у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів у інтелектуалізованих інформаційних системах в медицині, техніці та економіці, що особливо важливо для їх реалізації у портативних системах з суттєво обмеженими обчислювальними потужностями. Отримано нові обчислювально ефективні методи статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Побудовано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

Основні результати третього розділу опубліковано в роботах [97, 98].

3.1. Підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей

У відомих роботах [99-103] подано відомості про методи статистичного часового та спектрального аналізу циклічних сигналів у рамках їх моделі у вигляді періодично корельованого випадкового процесу та періодично розподіленого випадкового процесу. Властивість стохастичної періодичності процесу є основою для методів статистичного опрацювання циклічних сигналів, а саме, дає змогу усереднювати відліки реалізації досліджувано циклічного сигналу, взятих через період. Тому, всі ці методи як свій параметр містять період (чи його оцінку) досліджуваного циклічного сигналу. У роботах [6, 7, 97, 98], на базі циклічного випадкового процесу розроблено методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів, зокрема, його початкових, центральних та змішаних моментних функцій, багатовимірних функцій розподілу, а також методи спектрального аналізу та прогнозування [99, 100, 104]. Всі ці методи статистичного опрацювання циклічних сигналів як свій параметр-функцію містять функцію ритму (чи її оцінку) досліджуваного циклічного сигналу.

Циклічний випадковий процес як математична модель циклічних сигналів у рамках стохастичного підходу має значно більший дослідницький потенціал, ніж стохастично періодичний процес, оскільки, по-перше, клас циклічних випадкових процесів, як свій підклас, включає клас стохастично періодичних процесів, а по-друге, на відміну від стохастично періодичних процесів, має засоби врахування змінності ритму досліджуваного циклічного сигналу. Однак, методи опрацювання циклічних випадкових процесів у порівнянні із аналогічними методами для стохастично періодичних процесів характеризуються значно більшою обчислювальною складністю, що часто є перешкодою для їх застосування у портативних інформаційних системах аналізу, діагностування та прогнозування за циклічними сигналами.

Зважаючи на вказану вище проблему високої обчислювальної складності методів статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, видається слушним перейти до більш простіших в обчислювальному аспекті методів його опрацювання.

У даному підрозділі розробимо підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що суттєво спрощує аналітичні вирази та формули для розрахунків, а також зменшує обчислювальну складність у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів у інтелектуалізованих інформаційних системах в медицині, техніці та економіці.

Оскільки сучасні інформаційні системи, переважно, є цифровими, то у подальшому для моделювання продискретизованих (оцифрованих) циклічних сигналів будемо використовувати циклічний випадковий процес $\{\xi(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D}\}$ дискретного аргументу, який задано на певному ймовірнісному просторі із множиною елементарних подій $\mathbf{\Omega}$ та на дискретній множині $\mathbf{D}$ – підмножині $\mathbf{D}=\left\{t_{ml},\, m\in\mathbf{Z},\, l=\overline{1,L},\, L\geq 2\right\}$ дійсних чисел, де індекс m позначає номер циклу циклічного випадкового процесу, а індекс l – номер відліку дискретного випадкового процесу в рамках його m-го циклу.

Підхід до статистичного опрацювання (оцінювання, аналізу, прогнозування) ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D}$ за його багатоцикловою ω-реалізацією $\xi_{1_\omega}(t_{ml}),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t_{ml}\in\mathbf{D}$, шляхом зведення його до ізоморфної йому відносно порядку та значень періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,i\in\mathbf{Z}$ полягає у послідовному виконанні таких кроків [98]:

1) перетворення ω-реалізації $\xi_{1_\omega}(t_{ml}),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,t_{ml}\in\mathbf{D}$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D}$ у ω-реалізацію $\xi_{2_\omega}(i),\,i\in\mathbf{Z}$ ізоморфної йому відносно порядку та значень L-періодичної послідовності $\xi_2(\omega,i),\,\omega\in\mathbf{\Omega},\,i\in\mathbf{Z}$, шляхом дії оператора перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t_{ml})}\{\cdot\}$ із функцією перетворення шкали $y(t_{ml})=L\cdot(m-1)+l$;

2) застосування відомих методів опрацювання (оцінювання, аналізу, прогнозування) періодичних випадкових послідовностей та отримання їх результатів (статистичних точкових та інтервальних оцінок певних ймовірнісних характеристик, розкладів у спектр за обраним функціональним базисом, побудованих прогнозів і т.п.);

3) отримання результатів опрацювання (оцінювання, аналізу, прогнозування) циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}$, шляхом застосування оберненого оператора перетворення шкали до попередньо отриманих відповідних результатів опрацювання (статистичних точкових та інтервальних оцінок певних ймовірнісних характеристик, розкладів у спектр за обраним функціональним базисом, побудованих прогнозів і т.п.) для L-періодичної випадкової послідовності.

У подальшому викладі матеріалу будемо вважати, що зареєстровано M циклів по L відліків у кожному циклі досліджуваного циклічного сигналу, математичною моделлю якого є циклічний випадковий процес $\left\{\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{R}, m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L}\right\}$ (для спрощення подальших позначень будемо писати $\xi_1(\omega, t_{ml})$). Відповідно, математичною моделлю реєстрограми циклічного сигналу буде ω-реалізація $\left\{\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{R}, m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L}\right\}$ (для спрощення подальших позначень будемо писати $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$) цього циклічного випадкового процесу дискретного аргументу. Ізоморфна досліджуваному дискретному процесу відносно порядку та значень L-періодична випадкова послідовність $\left\{\xi_2(\omega, i), \omega \in \mathbf{\Omega}, i = \overline{1, M \cdot L}\right\}$ (для спрощення подальших позначень будемо писати $\xi_2(\omega, i)$) отримується, шляхом дії оператора перетворення шкали $\mathbf{G}_{y(t_{ml})}\{\cdot\}$ із функцією перетворення шкали $y(t_{ml}) = L \cdot (m-1) + l$ на первинний випадковий процес $\xi_1(\omega, t_{ml})$, а саме:

$$\xi_2(\omega, i) = \mathbf{G}_{y(t_{ml})}\{\xi_1(\omega, t_{ml})\}, \tag{3.1}$$

що еквівалентно такій системі рівнянь:

$$\begin{cases} i = y(t_{ml}) = L \cdot (m-1) + l,\ m = \overline{1, M},\ l = \overline{1, L}, \\ \xi_2(\omega, i) = \xi_1(\omega, t_{ml}),\ i = \overline{1, M \cdot L},\ t_{ml} \in \mathbf{R}. \end{cases} \qquad (3.2)$$

Цим же оператором перетворення шкали пов’язані M-циклова ω-реалізація $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ та M-циклова ω-реалізація $\left\{\xi_{2_\omega}(i),\ i = \overline{1, M \cdot L}\right\}$ (для спрощення подальших позначень будемо писати $\xi_{2_\omega}(i)$).

3.2. Методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик дискретного циклічного випадкового процесу

Застосуємо описаний вище підхід до задачі статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу дискретного аргументу. Оскільки завдання статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу є надто обчислювально складним, оскільки потребує обчислення реалізацій статистичних оцінок багатовимірних функцій розподілу, то слушно спочатку розробити метод статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічно корельованого випадкового процесу дискретного аргументу, а саме, розробити метод оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічно корельованого випадкового процесу $\left\{\xi_1(\omega, t_{ml}), \omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{R},\ m = \overline{1, M},\ l = \overline{1, L}\right\}$ дискретного аргументу, шляхом зведення його до ізоморфної йому відносно порядку та значень L-періодичної випадкової послідовності $\left\{\xi_2(\omega, i),\ \omega \in \mathbf{\Omega},\ i = \overline{1, M \cdot L}\right\}$.

3.2.1. Метод статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку дискретного циклічного випадкового процесу

Відомим підходом до статистичного опрацювання, а саме, до статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу є підхід, що описано у роботах [94, 95, 108–110]. Одним із методів статистичного оцінювання, що має одну із найнижчих обчислювальних складностей (у порівнянні із аналогічними методами оцінювання багатовимірних функцій розподілу та змішаних моментних функцій багатьох змінних), є метод статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) $m_\xi(t_{ml})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$. Цей метод дає змогу отримати точкові статистичні оцінки математичного сподівання циклічного випадкового процесу дискретного аргументу за його M-цикловою ω-реалізацією $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$, що формально подається у вигляді такого виразу [98]:

$$\hat{m}_{\xi_1}(t_{1l}) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \xi_{1_\omega}(t_{1l} + T(t_{1l}, n)),\ l = \overline{1, L}. \quad (3.3)$$

Аналогічна формула для обчислення значення статистичної оцінки початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) L-періодичної послідовності $\xi_2(\omega, i)$, що ізоморфна відносно порядку та значень циклічному випадковому процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, ґрунтується на виразі

$$\hat{m}_{\xi_2}(l) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \xi_{2_\omega}(l + L \cdot n),\ l = \overline{1, L}. \quad (3.4)$$

Проведемо дослідження обчислювальної складності відомого методу статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу дискретного аргументу та розробленого у дисертації методу зведення статистичного опрацювання ймовірнісних характеристик циклічного випадкового процесу дискретного аргументу до відповідного статистичного опрацювання ізоморфної йому відносно порядку та значень періодичної випадкової послідовності.

Подамо обчислювальні складності методів статистичного оцінювання математичного сподівання циклічного випадкового процесу та математичного сподівання періодичної випадкової послідовності як деякі функції $F_1(L,M)$ та $F_2(L,M)$ від параметрів L та M. Параметри обчислювальних складностей реалізації цих методів визначають їх розмірність, а також задають точність і роздільну здатність методу оцінювання ймовірнісних характеристик, а саме, параметр L задає роздільну здатність (кількість відліків статистики на кожен її цикл), а параметр M – точність (обсяг статистики) методу оцінювання ймовірнісних характеристик.

Аналізуючи формули (3.3) та (3.4), можна виділити дві групи обчислювальних операцій. Перша група об’єднує у собі операції над значеннями реалізацій $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_{2_\omega}(i)$, $i = \overline{1, M \cdot L}$, а друга група операцій об’єднує операції над значеннями, які приймають аргументи цих ω-реалізацій, а також операції вибору відповідних значень із масивів $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_{2_\omega}(i)$, $i = \overline{1, M \cdot L}$ за попередньо обчисленими значеннями t_{ml} та i. Обчислювальну складність, яка стосується першої групи обчислювальних операцій у формулі (3.3), будемо описувати функцією $S_1(L,M)$, а обчислювальну складність другої групи операцій у формулі (3.3) будемо описувати функцією $C_1(L,M)$. Таким чином, загальну функцію обчислювальної складності $F_1(L,M)$, яка стосується методу статистичного оцінювання математичного сподівання згідно формули (3.3), можна подати так:

$$F_1(L,M) = S_1(L,M) + C_1(L,M). \qquad (3.5)$$

Обчислювальну складність, яка стосується першої групи обчислювальних операцій у формулі (3.4), будемо описувати функцією $S_2(L,M)$, а обчислювальну складність другої групи операцій у формулі (3.4) будемо описувати функцією $C_2(L,M)$. Таким чином, загальну функцію обчислювальної складності $F_2(L,M)$, яка стосується методу статистичного оцінювання математичного сподівання згідно формули (3.4), можна подати так:

$$F_2(L,M) = S_2(L,M) + C_2(L,M). \tag{3.6}$$

Запишемо функцію обчислювальної складності $S_2(L,M)$ для першої підзадачі (підзадача обчислення значень оцінки математичного сподівання та значень періодичної випадкової послідовності) задачі оцінювання математичного сподівання періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$ згідно формули (3.4). Перша підзадача для кожного значення l передбачає виконання M арифметичних операцій цілочисельного додавання та одну операцію ділення двох цілих чисел. Оскільки l набирає своїх значень від 1 до L, то функцію обчислювальної складності $S_2(L,M)$ (загальна кількість операцій над значеннями функцій в формулі (3.4)) цієї підзадачі можна подати так:

$$S_2(L,M) = L \cdot (M+1). \tag{3.7}$$

Як видно із формули (3.7) при зростанні L та M обчислювальна складність буде лінійно зростати по кожному із параметрів. У функції (3.7) обчислювальні складності виконання арифметичної операції додавання та операції ділення приймається рівними між собою (хоча на практиці є різними), оскільки врахування їх відмінності не впливає на зниження обчислювальної складності внаслідок використання методу зведення у порівнянні із відомим методом.

Запишемо функцію $C_2(L,M)$ для другої підзадачі задачі оцінювання математичного сподівання періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$. Оскільки друга підзадача (підзадача обчислення цілочисельних аргументів періодичної випадкової послідовності) зводиться до виконання $L \cdot M$ двох арифметичних, а саме, операції цілочисельного множення двох чисел L та n та операції додавання до їх добутку цілого числа l, а також $L \cdot M$ операцій вибору значення функції $\xi_{2_\omega}(i),\ i=\overline{1,M \cdot L}$ для попередньо обчисленого значення її аргумента i, то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так

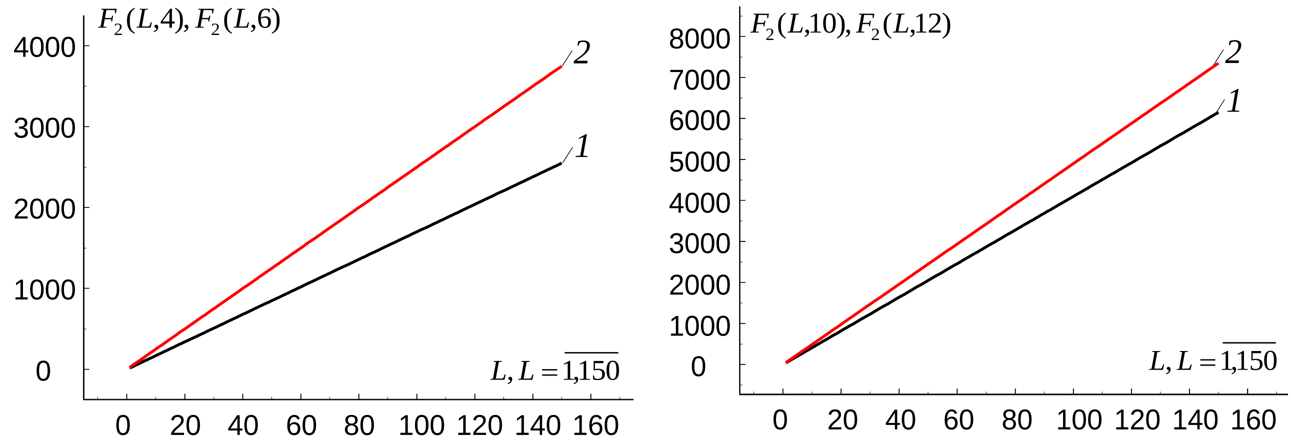
$$C_2(L,M) = 3 \cdot L \cdot M\,. \tag{3.8}$$

Як видно із формули (3.8) при зростанні L та M обчислювальна складність буде лінійно зростати по кожному із параметрів. У функції (3.8) обчислювальні складності виконання арифметичної операції додавання та операції множення, а також операції вибору значень із масиву $\xi_{2_\omega}(i),\ i=\overline{1,M \cdot L}$ приймається рівними між собою (хоча на практиці є різними), оскільки врахування їх відмінності не впливає на зниження обчислювальної складності внаслідок використання методу зведення у порівнянні із відомим методом.

Враховуючи формули (3.6), (3.7) та (3.8), запишемо функцію обчислювальної складності $F_2(L,M)$ задачі оцінювання математичного сподівання за формулою (3.4), а саме:

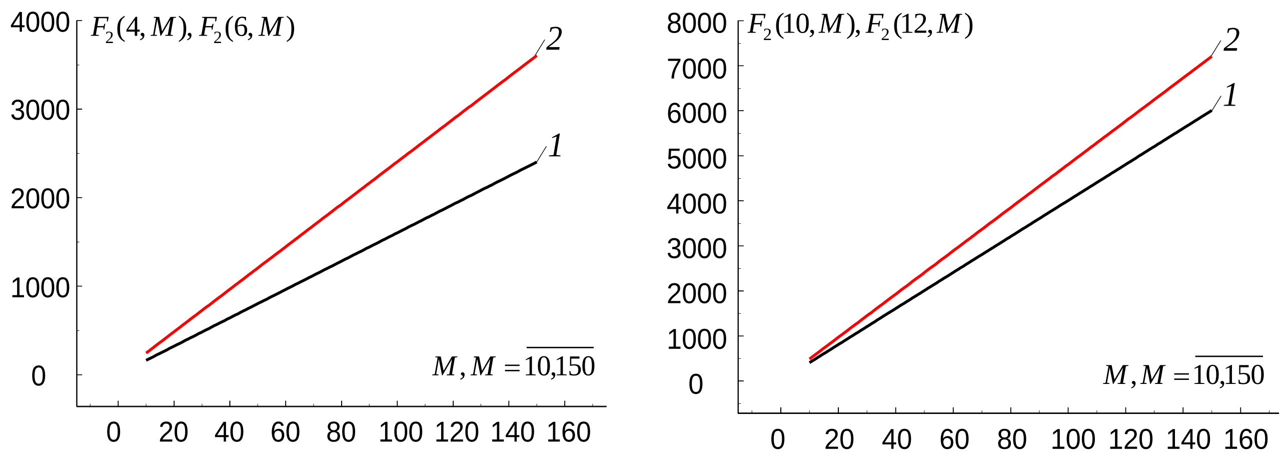
$$F_2(L,M) = S_2(L,M) + C_2(L,M) = L \cdot (M+1) + 3 \cdot L \cdot M = 4 \cdot L \cdot M + L = L \cdot (4 \cdot M + 1). \tag{3.9}$$

Як видно із формули (3.9) при зростанні L та M обчислювальна складність буде лінійно зростати по кожному із параметрів. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L,M)$ подано на рис. 3.1 та 3.2.



а) б)

Рис. 3.1. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L,M)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі: а) при $M=4$ (позначено 1) та $M=6$ (позначено 2); б) при $M=10$ (позначено 1) та $M=12$ (позначено 2)



а) б)

Рис. 3.2. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L,M)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу: а) при $L=4$ (позначено 1) та $L=6$ (позначено 2); б) при $L=10$ (позначено 1) та $L=12$ (позначено 2)

Запишемо функцію обчислювальної складності $S_1(L,M)$ для першої підзадачі (підзадача обчислення значень оцінки математичного сподівання та значень циклічного випадкового процесу) задачі оцінювання математичного сподівання циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ згідно формули (3.3). Перша підзадача для кожного значення l передбачає виконання M арифметичних операцій цілочисельного додавання та одну операцію ділення двох цілих чисел. Оскільки l набирає своїх значень від 1 до L, то функцію обчислювальної складності $S_1(L, M)$ (загальна кількість операцій над значеннями функцій в формулі (3.3)) цієї підзадачі можна подати так:

$$S_1(L, M) = L \cdot (M + 1). \tag{3.10}$$

Як видно із формули (3.10) при зростанні L та M обчислювальна складність буде лінійно зростати по кожному із параметрів.

Запишемо функцію $C_1(L, M)$ для другої підзадачі задачі оцінювання математичного сподівання циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ згідно формули (3.3). Аналізуючи формулу (3.3), можна бачити, що для отримання оцінки математичного сподівання циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ необхідно попередньо обчислити функцію ритму $T(t_{ml}, n)$, яка є функцією від двох аргументів, а саме, від аргументу t_{ml}, який набирає свої значення із множини дійсних чисел, та цілочисельного аргументу n, причому перший аргумент, у свою чергу, також є функцією від двох цілочисельних аргументів m та l. Формула (3.4), має значно простіший вигляд, ніж формула (3.3), оскільки не потребує обчислення значення аргументу t_{ml} та значення дискретної функції ритму $T(t_{ml}, n)$.

Функцію обчислювальної складності $C_1(L, M)$ другої підзадачі (підзадача обчислення дійснозначних аргументів циклічного випадкового процесу дискретного аргументу) подамо у вигляді суми чотирьох складових:

$$C_1(L, M) = C_1^1(L, M) + C_1^2(L, M) + C_1^3(L, M) + C_1^4(L, M). \tag{3.11}$$

Перша складова $C_1^1(L,M)$ визначає кількість операцій вибору значень аргументу t_{1l} із одновимірного масиву $\left\{t_{1l},\, l=\overline{1,L}\right\}$. Ця складова не залежить від кількості зареєстрованих циклів циклічного сигналу ($C_1^1(L,M)=C_1^1(L)$), а залежить лише від кількості значень його реалізації на одному циклі та має таке значення:

$$C_1^1(L,M)=C_1^1(L)=L\,. \tag{3.12}$$

Друга складова $C_1^2(L,M)$ визначає кількість операцій вибору значень дискретної функції ритму $T(t_{1l},n)$ із двовимірного масиву $\left[T(t_{1l},n),\, l=\overline{1,L},\, n=\overline{0,M-1}\right]$. Оскільки дискретна функція ритму $T(t_{1l},n)$ є функцією від двох аргументів, а саме, від аргументу t_{1l}, який набирає свої значення із множини дійсних чисел, та цілочисельного аргументу n, то часова складність такої операції перевищує часову складність операції вибору значень аргументу t_{1l} із одновимірного масиву $\left\{t_{1l},\, l=\overline{1,L}\right\}$ як мінімум удвічі, а отже, функцію $C_1^2(L,M)$ можна записати так:

$$C_1^2(L,M)=2\cdot L\cdot M\,. \tag{3.13}$$

Третя складова $C_1^3(L,M)$ визначає кількість арифметичних операцій додавання значень t_{1l} до значень функції ритму $T(t_{1l},n)$ при обчисленні значень аргументів реалізації $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega,t_{ml})$ та має такий вигляд:

$$C_1^3(L,M) = L \cdot M \ . \qquad (3.14)$$

Четверта складова $C_1^4(L,M)$ визначає кількість операцій вибору відповідних значень із масиву $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}$ за попередньо обчисленими значеннями t_{ml} та має такий вигляд:

$$C_1^4(L,M) = L \cdot M \ . \qquad (3.15)$$

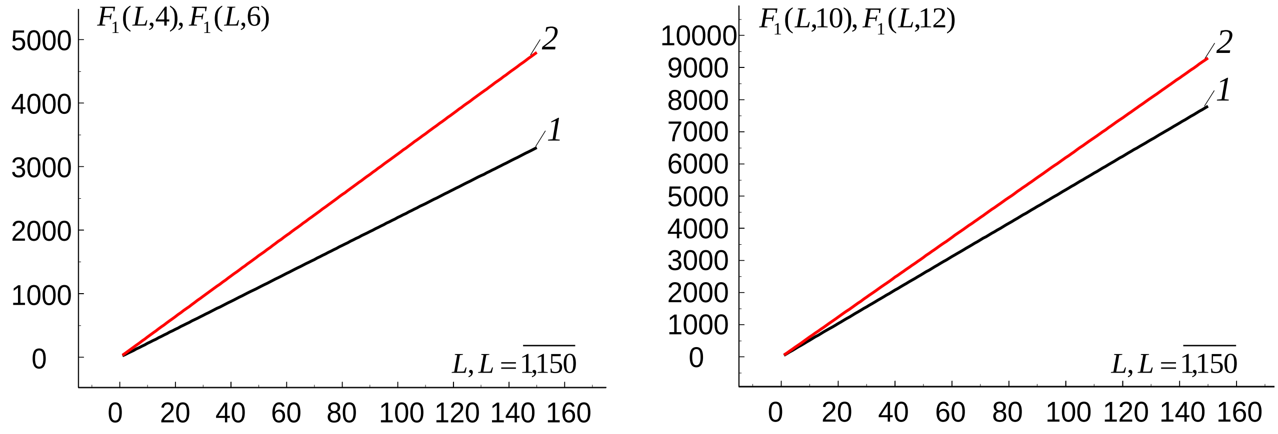
Таким чином, функція обчислювальної складності другої підзадачі обчислення дійснозначних аргументів циклічного випадкового процесу у формулі (3.3) буде мати вигляд:

$$C_1(L,M) = L + 2 \cdot L \cdot M + L \cdot M + L \cdot M = 4 \cdot L \cdot M + L = L \cdot (4 \cdot M + 1). \qquad (3.16)$$

Враховуючи формули (3.5), (3.10) та (3.16), запишемо функцію обчислювальної складності $F_1(L,M)$ задачі оцінювання математичного сподівання за формулою (3.3), а саме:

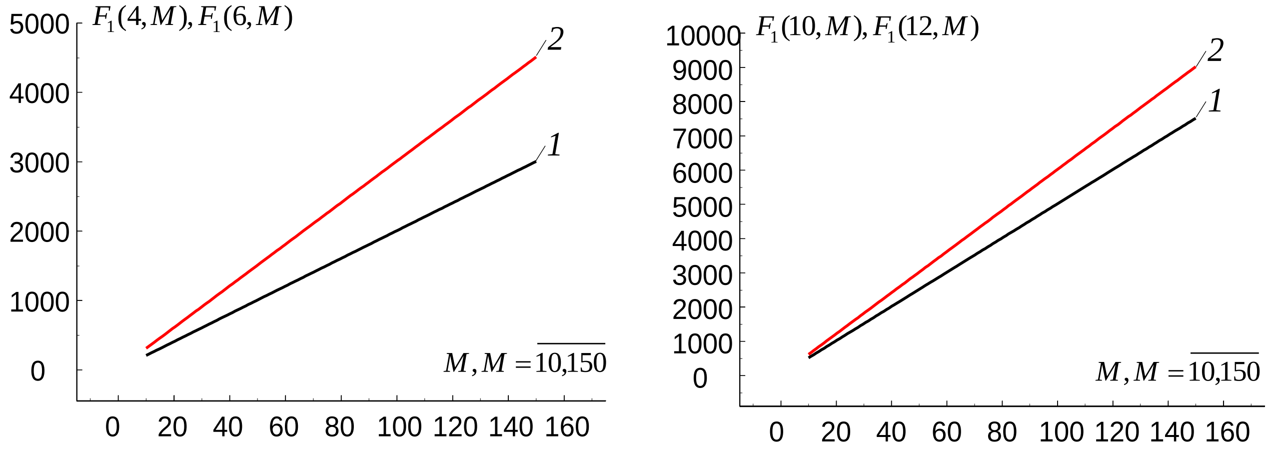
$$F_1(L,M) = S_1(L,M) + C_1(L,M) = L \cdot (M+1) + 4 \cdot L \cdot M + L = 5 \cdot L \cdot M + 2 \cdot L = L \cdot (5 \cdot M + 2). \qquad (3.17)$$

Як видно із формули (3.17) при зростанні L та M обчислювальна складність $F_1(L,M)$ буде лінійно зростати по кожному із параметрів. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L,M)$ подано на рис. 3.3 та 3.4.



а) б)

Рис. 3.3. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L,M)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі: а) при $M=4$ та $M=6$; б) при $M=10$ та $M=12$



а) б)

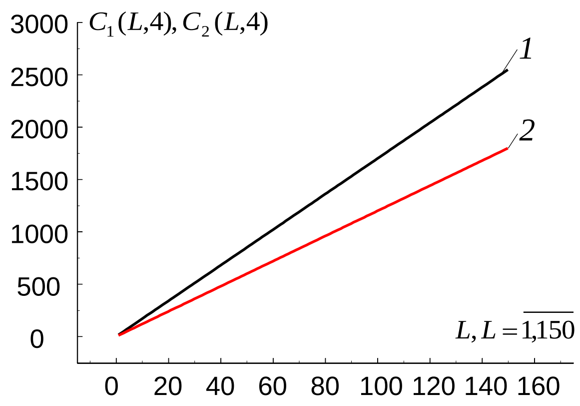
Рис. 3.4. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L,M)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу: а) при $L=4$ та $L=6$; б) при $L=10$ та $L=12$

Порівняємо функції обчислювальної складності $F_1(L,M)$ та $F_2(L,M)$. Порівнюючи формули (3.10) та (3.7), перш за все відзначимо, що їх перші складові $S_1(L,M)$ та $S_2(L,M)$ є тотожними, оскільки L-періодична випадкова послідовність $\xi_2(\omega,i)$ та циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t_{ml})$ мають одинакові значення внаслідок їх ізоморфізму відносно порядку та значень, а структури процедур оперування над значеннями реалізацій згідно формул (3.3) та (3.4) є тотожними. А отже, перша група обчислювальних операцій та відповідна їх обчислювальна складність згідно формули (3.3) є ідентичною першій групі операцій та обчислювальній складності згідно формули (3.4). Тобто, метод зведення для цих груп операцій не дає жодних переваг з точки зору зниження обчислювальної складності методів статистичного оцінювання. Однак для другої групи операцій, застосування методу зведення дасть змогу знизити обчислювальну складність процедур оцінювання математичного сподівання циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Покажемо це. Для цього запишемо різницю $\Delta F(L,M)$ функцій обчислювальних складностей $F_1(L,M)$ та $F_2(L,M)$, яка дорівнює різниці $\Delta C(L,M)$ функцій обчислювальних складностей $C_1(L,M)$ та $C_2(L,M)$, а саме:

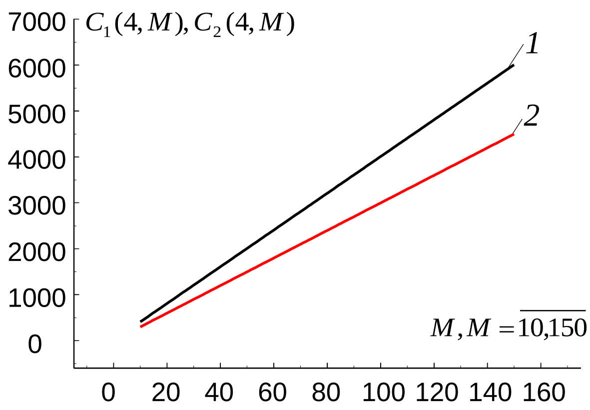
$$\begin{aligned}\Delta F(L,M)=\Delta C(L,M)=C_1(L,M)-C_2(L,M)=\\ =4\cdot L\cdot M+L-3\cdot L\cdot M=L\cdot M+L=L\cdot(M+1).\end{aligned} \tag{3.18}$$

Як бачимо, функція обчислювальної складності, а саме, кількість операцій для нового методу є меншою у порівнянні із відомим, і із ростом кількості відліків L на цикл та кількості циклів M лінійно зростає по кожному параметру L та M.

Графіки перерізів функцій обчислювальних складностей $C_1(L,M)$ та $C_2(L,M)$ подано на рис. 3.5.



а)



б)

Рис. 3.5. Графіки перерізів функцій обчислювальних складностей $C_1(L,M)$ та $C_2(L,M)$: а) від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при $M=4$ та б) від кількості M циклів при $L=4$

Зазначимо, що вище наведено найпростіший метод статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів, а саме, метод оцінювання його одновимірної початкової моментної функції. У цьому разі, зниження обчислювальної складності методу статистичного оцінювання одновимірної початкової моментної функції не є надто значним. Однак суттєве зниження обчислювальної складності завдяки використанню методу зведення цілком слушно очікувати в задачах статистичного оцінювання кореляційної та коваріаційної функцій, змішаних моментних функцій вищого порядку та багатовимірних функцій розподілу циклічного випадкового процесу дискретного аргументу. Дослідимо обчислювальні складності статистичного оцінювання кореляційної функцій циклічного випадкового процесу за відомим та новим методами.

3.2.2. Метод статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу

Відомим методом статистичного оцінювання кореляційної функції $r_{2_{\xi_1}}(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ дискретного аргументу у задачах спектрально-кореляційного аналізу циклічних сигналів, є метод, який розроблено у роботах [5, 6, 97]. Цей метод дає змогу отримати статистичну оцінку $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ кореляційної функції $r_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ циклічного випадкового процесу дискретного аргументу за його M-цикловою ω-реалізацією $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$, що подається у вигляді такого виразу:

$$\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right) = \frac{1}{M - M_1 + 1} \cdot$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{M-M_1} \left[\xi_{1_\omega}\left(t_{m_1 l_1} + T\left(t_{m_1 l_1}, n\right)\right) - \hat{m}_{\xi_1}\left(t_{m_1 l_1}\right)\right] \cdot \left[\xi_{1_\omega}\left(t_{m_2 l_2} + T\left(t_{m_2 l_2}, n\right)\right) - \hat{m}_{\xi_1}\left(t_{m_2 l_2}\right)\right], \qquad (3.19)$$

$$m_1, m_2 \in \left\{\overline{1, M_1}\right\}, l_1, l_2 \in \left\{\overline{1, L}\right\}.$$

де M_1 ($M_1 << M$) – задає часову глибину кореляції, а саме, максимально можливе значення, які можуть набирати індекси m_1 та m_2 у масиві $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$. Це число вибирається у залежності від кількості $M - M_1 + 1$ усереднень в реалізації статистики, щоб забезпечити необхідний рівень точності та достовірності статистичного оцінювання кореляційної функції.

Аналогічна формула для обчислення значення статистичної оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2)$ кореляційної функції $r_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2)$ L-періодичної послідовності $\xi_2(\omega, i)$, що ізоморфна відносно порядку та значень циклічному випадковому процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, ґрунтується на виразі:

$$\hat{r}_{2_{\xi_1}}(l_1, l_2) = \frac{1}{M - M_1 + 1} \cdot \sum_{n=0}^{M-M_1} \left[\xi_{2_\omega}(l_1 + L \cdot n) - \hat{m}_{\xi_2}(l_1)\right] \cdot \left[\xi_{2_\omega}(l_2 + L \cdot n) - \hat{m}_{\xi_2}(l_2)\right], \qquad (3.20)$$

$$l_1, l_2 = \overline{1, L \cdot M_1}.$$

Проведемо дослідження обчислювальної складності методу статистичного оцінювання кореляційної функції циклічно корельованого випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ дискретного аргументу, який ґрунтується на формулі (3.19) та методу, який грунтується на методі зведення та формулі (3.20).

Подамо обчислювальні складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції циклічного випадкового процесу та періодичної випадкової послідовності як деякі функції $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ від параметрів L, M та M_1. Ці параметри обчислювальної складності визначають розмірність задачі оцінювання кореляційної функції. Як і в задачі статистичного оцінювання математичного сподівання процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$, параметри L та M задають точність і роздільну здатність методу оцінювання кореляційної функції, а саме, параметр L задає роздільну здатність (кількість відліків статистики на кожен її цикл), а параметр M – точність (обсяг статистики) методу оцінювання кореляційної функції. Параметр M_1 характеризує глибину кореляції.

Аналізуючи формули (3.19) та (3.20), як і у наведеному вище випадку оцінювання математичного сподівання процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ (формули (3.3) та (3.4)), можна виділити дві групи обчислювальних операцій. Перша група об'єднує у собі операції над значеннями реалізацій $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_{2_\omega}(i),\ i = \overline{1, M \cdot L}$, а друга група операцій об'єднує операції над значеннями, які приймають аргументи цих ω-реалізацій, а також операції вибору відповідних значень із масивів $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}$ та $\xi_{2_\omega}(i),\ i = \overline{1, M \cdot L}$ за попередньо обчисленими значеннями t_{ml} та i.

Обчислювальну складність, яка стосується першої групи обчислювальних операцій у формулі (3.19), будемо описувати функцією $S_1(L, M, M_1)$, а обчислювальну складність другої групи операцій у формулі (3.19) будемо описувати функцією $C_1(L,M,M_1)$. Таким чином, загальну функцію обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$, яка стосується методу статистичного оцінювання кореляційної функції згідно формули (3.19), можна подати так:

$$F_1(L,M,M_1) = S_1(L,M,M_1) + C_1(L,M,M_1). \tag{3.21}$$

Обчислювальну складність, яка стосується першої групи обчислювальних операцій у формулі (3.20), будемо описувати функцією $S_2(L,M,M_1)$, а обчислювальну складність другої групи операцій у формулі (3.20) будемо описувати функцією $C_2(L,M,M_1)$. Таким чином, загальну функцію обчислювальної складності $F_2(L,M,M_1)$, яка стосується методу статистичного оцінювання кореляційної функції згідно формули (3.20), можна подати так:

$$F_2(L,M,M_1) = S_2(L,M,M_1) + C_2(L,M,M_1). \tag{3.22}$$

Запишемо функцію обчислювальної складності $S_2(L,M,M_1)$ для першої підзадачі (підзадача обчислення значень оцінки кореляційної функції та значень періодичної випадкової послідовності) задачі оцінювання кореляційної функції періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$ згідно формули (3.20). У першій підзадачі для кожної набору (l_1,l_2) аргументів реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ кореляційної функції матимемо $M-M_1+2$ серій із трьох арифметичних операцій (двох операцій віднімання та однієї операції множення). У кількість $M-M_1+2$ таких серій із трьох операцій входить $M-M_1+1$ операцій додавання та одна операція ділення. Зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ кореляційної функції необхідно $L^2 \cdot (M_1)^2$ наборів (l_1,l_2), то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так:

$$S_2(L,M,M_1)=3\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot(M-M_1+2). \qquad (3.23)$$

Розкривши дужки у виразі (3.23), спростимо його. А саме:

$$S_2(L,M,M_1)=3\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-3\cdot L^2\cdot(M_1)^3+6\cdot L^2\cdot(M_1)^2. \qquad (3.24)$$

Як видно із формули (3.24) при зростанні M обчислювальна складність буде лінійно зростати, при зростанні L обчислювальна складність буде квадратично зростати, а при зростанні M_1 – обчислювальна складність буде зростати за кубічним законом. У функції (3.24) обчислювальні складності виконання арифметичної операції додавання, множення та ділення приймаються рівними між собою (хоча на практиці є різними), оскільки врахування їх відмінності не впливає на зниження обчислювальної складності внаслідок використання методу зведення у порівнянні із відомим методом.

Запишемо функцію $C_2(L,M,M_1)$ для другої підзадачі задачі оцінювання кореляційної функції $r_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ L-періодичної послідовності $\xi_2(\omega,i)$. Аналізуючи операції над аргументами функцій $\xi_{2_\omega}(l_1+L\cdot n)$ та $\xi_{2_\omega}(l_2+L\cdot n)$, які входять до складу формули (3.20), видно, що такими операціями є арифметична операція цілочисельного множення чисел L та n, дві операції цілочисельного додавання до їх добутку цілого числа l_1 та цілого числа l_2, а також дві операції вибору значень функції $\hat{m}_{\xi_2}(l)$ та дві операції вибору значень функції $\xi_{2_\omega}(i)$ для попередньо обчислених значень їх аргументі. Тобто, для одного набору (l_1,l_2) аргументів реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ кореляційної функції матимемо $M-M_1+1$ серій із трьох арифметичних операцій та чотирьох операцій вибору значень із одновимірних масивів. Зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ кореляційної функції необхідно $L^2\cdot(M_1)^2$ наборів (l_1,l_2), то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так:

$$C_2(L, M, M_1) = 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (M - M_1 + 1). \qquad (3.25)$$

Розкривши дужки у виразі (3.25), спростимо його. А саме:

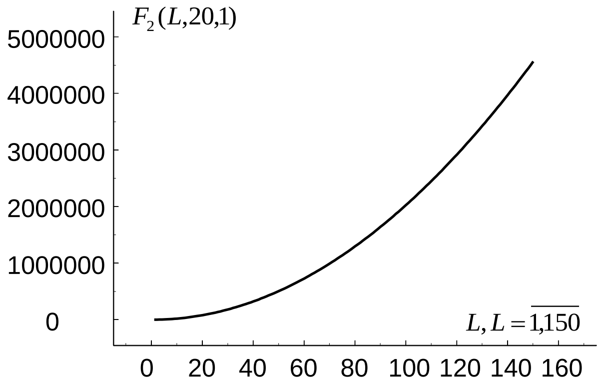
$$C_2(L, M, M_1) = 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 . \qquad (3.26)$$

Як видно із формули (3.26) при зростанні M обчислювальна складність буде лінійно зростати, при зростанні L, обчислювальна складність буде квадратично зростати, а при зростанні M_1 – обчислювальна складність буде змінюватися за кубічним законом. У функції (3.26) обчислювальні складності виконання арифметичної операції додавання та операції множення приймається рівними між собою.

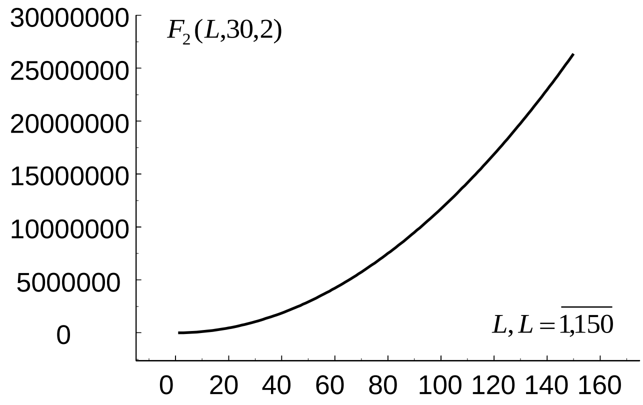
Враховуючи формули (3.23), (3.24) та (3.26), запишемо функцію обчислювальної складності $F_2(L, M, M_1)$ задачі оцінювання кореляційної функції за формулою (3.20), а саме:

$$\begin{gathered} F_2(L, M, M_1) = 3 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 3 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 6 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 + \\ + 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 = \\ = 10 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 10 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 13 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 = \\ = L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (10 \cdot M - 10 \cdot M_1 + 13). \end{gathered} \qquad (3.27)$$

Як видно із формули (3.27) при зростанні M обчислювальна складність буде лінійно зростати, при зростанні L, обчислювальна складність буде квадратично зростати, а при зростанні M_1 – обчислювальна складність буде змінюватися за кубічним законом. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L, M, M_1)$ подано на рис. 3.6 – 3.8.

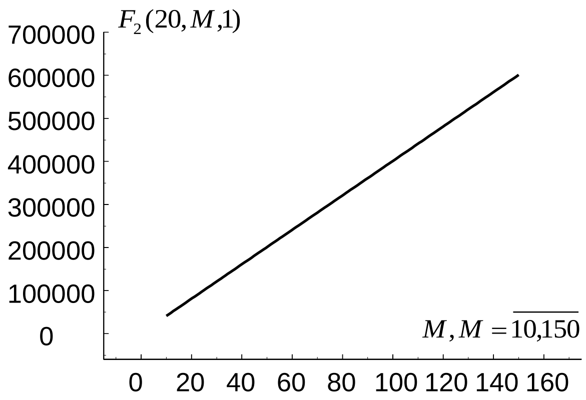


а)

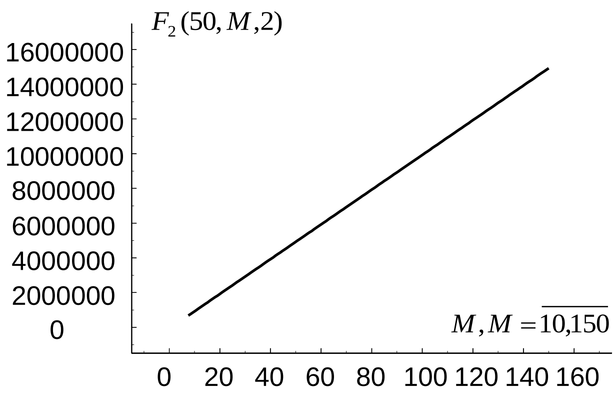


б)

Рис. 3.6. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L,M,M_1)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при фіксованих значеннях параметрів M та M_1: а) при $M=20$ та $M_1=1$; б) при $M=30$ та $M_1=2$

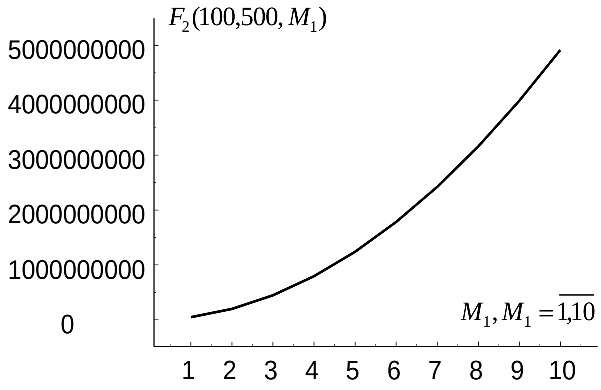


а)

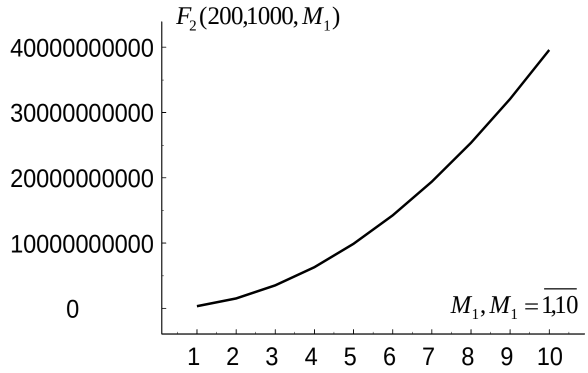


б)

Рис. 3.7. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L,M,M_1)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу при фіксованих значеннях параметрів L та M_1: а) при $L=20$ та $M_1=1$; б) при $L=50$ та $M_1=2$



а)



б)

Рис. 3.8. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_2(L, M, M_1)$ від параметра M_1 при фіксованих параметрах L та M: а) при $L = 100$ та $M = 500$; б) при $L = 200$ та $M = 1000$

Запишемо функцію обчислювальної складності $S_1(L, M, M_1)$ для першої підзадачі (підзадача обчислення значень оцінки кореляційної функції та значень циклічного випадкового процесу) задачі оцінювання кореляційної функції циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ згідно формули (3.19). Перша підзадача для кожної набору $\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ аргументів реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ кореляційної функції матимемо $M - M_1 + 2$ серій із трьох арифметичних операцій (двох операцій віднімання та однієї операції множення). У кількість $M - M_1 + 2$ таких серій із трьох операцій входить $M - M_1 + 1$ операцій додавання та одна операція ділення. Зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ кореляційної функції необхідно $L^2 \cdot (M_1)^2$ наборів $\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ із двовимірного масиву $\left\{t_{ml}, m = \overline{1, M_1}, l = \overline{1, L}\right\}$, то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так:

$$S_1(L, M, M_1) = 3 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (M - M_1 + 2). \tag{3.28}$$

Розкривши дужки у виразі (3.28), спростимо його. А саме:

$$S_1(L,M,M_1)=3\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-3\cdot L^2\cdot(M_1)^3+6\cdot L^2\cdot(M_1)^2. \qquad (3.29)$$

Як видно із формули (3.29) при зростанні M обчислювальна складність буде лінійно зростати, при зростанні L, обчислювальна складність буде квадратично зростати, а при зростанні M_1 – обчислювальна складність буде змінюватися за кубічним законом. У функції (3.29) обчислювальні складності виконання арифметичної операції додавання, множення та ділення приймаються рівними між собою (хоча на практиці є різними), оскільки врахування їх відмінності не впливає на зниження обчислювальної складності внаслідок використання методу зведення у порівнянні із відомим методом.

Функцію обчислювальної складності $C_1(L,M,M_1)$ другої підзадачі (підзадача обчислення дійснозначних аргументів циклічного випадкового процесу дискретного аргументу) подамо у вигляді суми чотирьох складових:

$$C_1(L,M,M_1)=C_1^1(L,M,M_1)+C_1^2(L,M,M_1)+C_1^3(L,M,M_1)+C_1^4(L,M,M_1). \qquad (3.30)$$

Перша складова $C_1^1(L,M,M_1)$ визначає кількість операцій вибору значень аргументів $t_{m_1l_1}$, $t_{m_2l_2}$ із двовимірного масиву $\left\{t_{ml},\, m=\overline{1,M_1},\, l=\overline{1,L}\right\}$. Враховуючи, що часова складність операції вибору значень із двовимірного масиву перевищує часову складність операції вибору значень із одновимірного масиву як мінімум удвічі, то першу складову $C_1^1(L,M,M_1)$ подамо так:

$$C_1^1(L,M,M_1)=C_1^1(L,M_1)=2\cdot L^2\cdot(M_1)^2. \qquad (3.31)$$

Як видно із формули (3.31) перша складова $C_1^1(L,M,M_1)$ не залежить від кількості зареєстрованих циклів циклічного сигналу ($C_1^1(L,M,M_1)=C_1^1(L,M_1)$).

Друга складова $C_1^2(L, M, M_1)$ визначає кількість операцій вибору значень $T(t_{m_1l_1}, n)$, $T(t_{m_2l_2}, n)$ із двовимірного масиву $\left[T(t_{1l}, n), l=\overline{1,L}, n=\overline{0,M-1}\right]$ у формулі (2.19). Для одного набору $(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ аргументів реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ кореляційної функції матимемо $M - M_1 + 1$ серій із двох операцій вибору значень $T(t_{m_1l_1}, n)$, $T(t_{m_2l_2}, n)$ із двовимірного масиву $\left[T(t_{1l}, n), l=\overline{1,L}, n=\overline{0,M-1}\right]$. Оскільки дискретна функція ритму є функцією від двох аргументів, то часова складність такої операції перевищує часову складність операції вибору значень із одновимірного масиву як мінімум удвічі, а також, зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ кореляційної функції необхідно $L^2 \cdot (M_1)^2$ наборів $(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ із двовимірного масиву $\left\{t_{ml}, m=\overline{1,M_1}, l=\overline{1,L}\right\}$, то другу складову $C_1^2(L, M, M_1)$ подамо так:

$$C_1^2(L, M, M_1) = 4 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (M - M_1 + 1) = 4 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 4 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 4 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \qquad (3.32)$$

Третя складова $C_1^3(L, M, M_1)$ визначає кількість арифметичних операцій при обчисленні значень аргументів реалізації $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$ циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t_{ml})$ у формулі (3.19). Оскільки для кожного набору аргументів $(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ кореляційної функції мають місце дві операції додавання, то, зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ кореляційної функції необхідно $L^2 \cdot (M_1)^2$ наборів $(t_{m_1l_1}, t_{m_2l_2})$ із двовимірного масиву $\left\{t_{ml}, m=\overline{1,M_1}, l=\overline{1,L}\right\}$, то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так:

$$C_1^3(L,M,M_1)=2\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot(M-M_1+1)=$$
$$=2\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-2\cdot L^2\cdot(M_1)^3+2\cdot L^2\cdot(M_1)^2. \quad (3.33)$$

Четверта складова $C_1^4(L,M,M_1)$ визначає кількість операцій вибору відповідних значень функції $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml}\in\mathbf{D}$ та функції $\hat{m}_{\xi_1}(t_{1l})$ за попередньо обчисленими значеннями її аргументів. Оскільки для кожного набору аргументів $(t_{m_1l_1},t_{m_2l_2})$ реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1},t_{m_2l_2})$ кореляційної функції мають місце $M-M_1+1$ серій із двох операцій вибору значення функції $\xi_{1_\omega}(t_{ml}), t_{ml}\in\mathbf{D}$ та двох операцій вибору значень функції $\hat{m}_{\xi_1}(t_{1l})$, а також, зважаючи на те, що для обчислення реалізації оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}(t_{m_1l_1},t_{m_2l_2})$ кореляційної функції необхідно $L^2\cdot(M_1)^2$ наборів $(t_{m_1l_1},t_{m_2l_2})$, то функцію обчислювальної складності цієї підзадачі можна подати так:

$$C_1^4(L,M)=4\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot(M-M_1+1)=$$
$$=4\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-4\cdot L^2\cdot(M_1)^3+4\cdot L^2\cdot(M_1)^2. \quad (3.34)$$

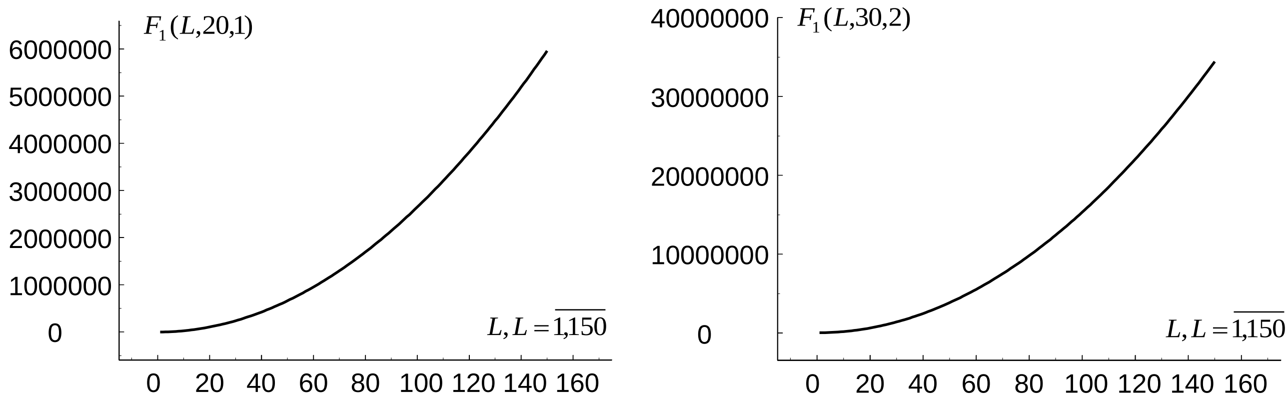
Таким чином, функція обчислювальної складності другої підзадачі для задачі статистичного оцінювання кореляційної функції циклічного випадкового процесу дискретного аргументу буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}C_1(L,M,M_1)&=2\cdot L^2\cdot(M_1)^2+4\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-4\cdot L^2\cdot(M_1)^3+4\cdot L^2\cdot(M_1)^2+\\&+2\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-2\cdot L^2\cdot(M_1)^3+2\cdot L^2\cdot(M_1)^2+\\&+4\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-4\cdot L^2\cdot(M_1)^3+4\cdot L^2\cdot(M_1)^2=\\&=10\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M-10\cdot L^2\cdot(M_1)^3+12\cdot L^2\cdot(M_1)^2=\\&=L^2\cdot(M_1)^2\cdot(10\cdot M-10\cdot M_1+12).\end{aligned} \quad (3.35)$$

Враховуючи формули (3.21), (3.29) та (3.35), запишемо функцію обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$ задачі оцінювання кореляційної функції за формулою (3.19), а саме:

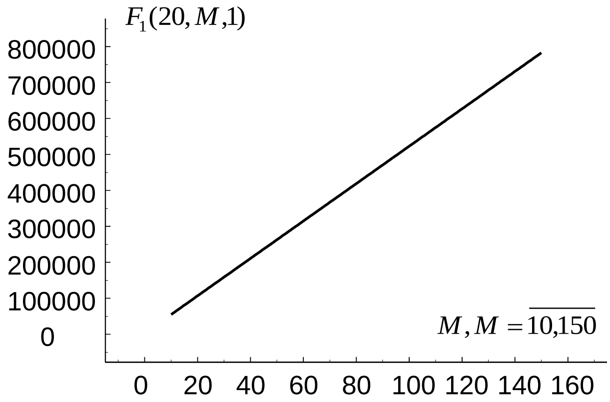
$$\begin{aligned}F_1(L,M,M_1) &= 3\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M - 3\cdot L^2\cdot(M_1)^3 + 6\cdot L^2\cdot(M_1)^2 + \\ &+ 10\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M - 10\cdot L^2\cdot(M_1)^3 + 12\cdot L^2\cdot(M_1)^2 = \\ &= 13\cdot L^2\cdot(M_1)^2\cdot M - 13\cdot L^2\cdot(M_1)^3 + 18\cdot L^2\cdot(M_1)^2 = \\ &= L^2\cdot(M_1)^2\cdot(13\cdot M - 13\cdot M_1 + 18).\end{aligned} \tag{3.36}$$

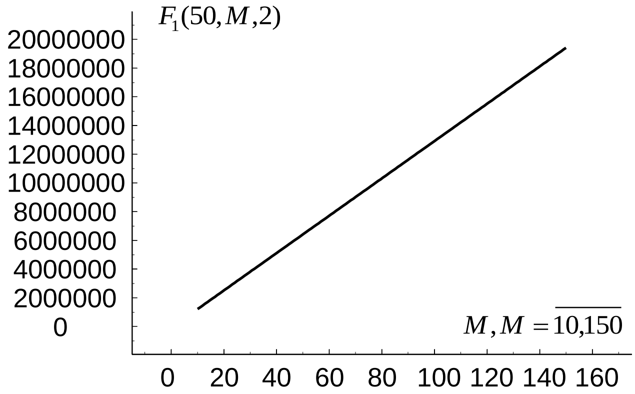
Як видно із формули (3.36) при зростанні M обчислювальна складність буде лінійно зростати, при зростанні L обчислювальна складність буде квадратично зростати, а при зростанні M_1 – обчислювальна складність буде змінюватися за кубічним законом. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$ подано на рис. 3.9 – 3.11.



а) б)

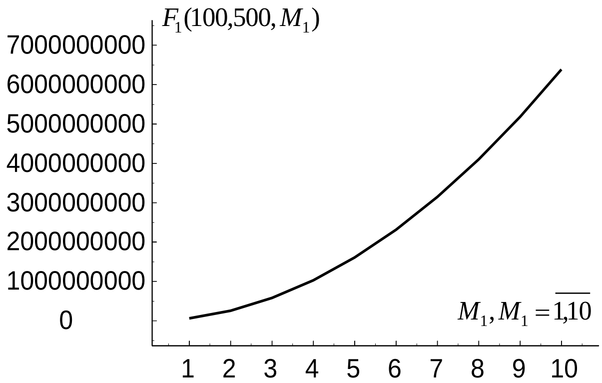
Рис. 3.9. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при фіксованих значеннях параметрів M та M_1: а) при $M=20$ та $M_1=1$; б) при $M=30$ та $M_1=2$

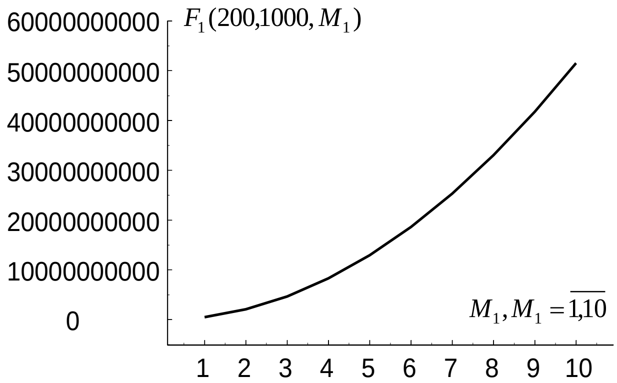




а) б)

Рис. 3.10. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу при фіксованих значеннях параметрів L та M_1: а) при $L = 20$ та $M_1 = 1$; б) при $L = 50$ та $M_1 = 2$





а) б)

Рис. 3.11. Графіки перерізів функції обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ від параметра M_1 при фіксованих параметрах L та M : а) при $L = 100$ та $M = 500$; б) при $L = 200$ та $M = 1000$

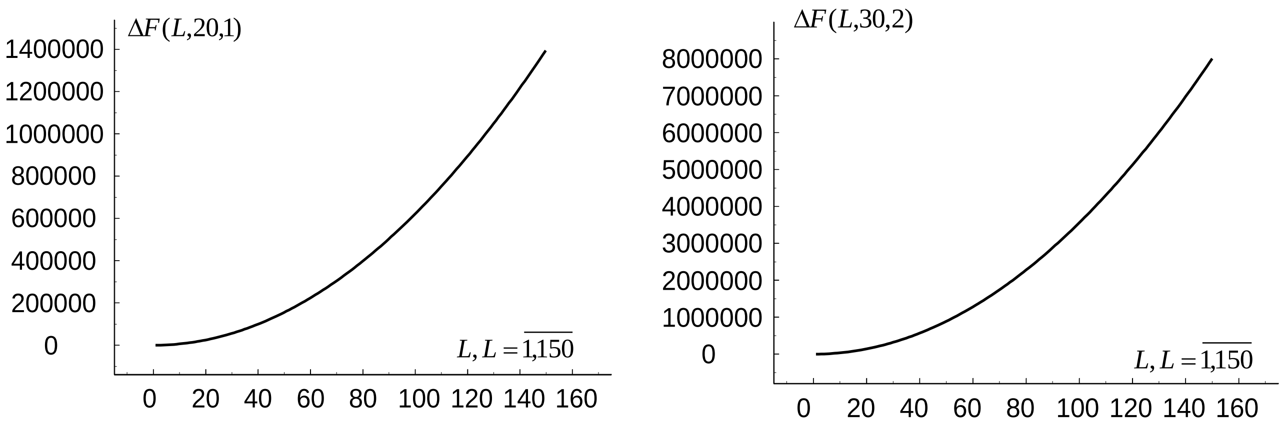
Порівняємо функції обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$. Порівнюючи формули (3.27) та (3.36), перш за все відзначимо, що їх перші складові $S_2(L, M, M_1)$ та $S_1(L, M, M_1)$ є тотожними, оскільки

L-періодична випадкова послідовність $\xi_2(\omega,i)$ та циклічний випадковий процес $\xi_1(\omega,t_{ml})$ мають однакові значення внаслідок їх ізоморфізму відносно порядку та значень, а структури процедур оперування над значеннями реалізацій згідно формул (3.19) та (3.20) є тотожними. Тобто, метод зведення для цих груп операцій не дає жодних переваг з точки зору зниження обчислювальної складності методів статистичного оцінювання. Однак для другої групи операцій, застосування методу зведення дасть змогу знизити обчислювальну складність процедур оцінювання кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу. Покажемо це. Для цього запишемо різницю $\Delta F(L,M,M_1)$ функцій обчислювальних складностей $F_1(L,M,M_1)$ та $F_2(L,M,M_1)$, яка дорівнює різниці $\Delta C(L,M,M_1)$ функцій обчислювальних складностей $C_1(L,M,M_1)$ та $C_2(L,M,M_1)$, а саме:

$$
\begin{aligned}
\Delta F(L,M,M_1) &= \Delta C(L,M,M_1) = C_1(L,M,M_1) - C_2(L,M,M_1) = \\
&= 10 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 10 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 12 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 - \\
&\quad - 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M + 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 - 7 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 = \\
&= 3 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot M - 3 \cdot L^2 \cdot (M_1)^3 + 5 \cdot L^2 \cdot (M_1)^2 = \\
&= L^2 \cdot (M_1)^2 \cdot (3 \cdot M - 3 \cdot M_1 + 5).
\end{aligned}
\tag{3.37}
$$

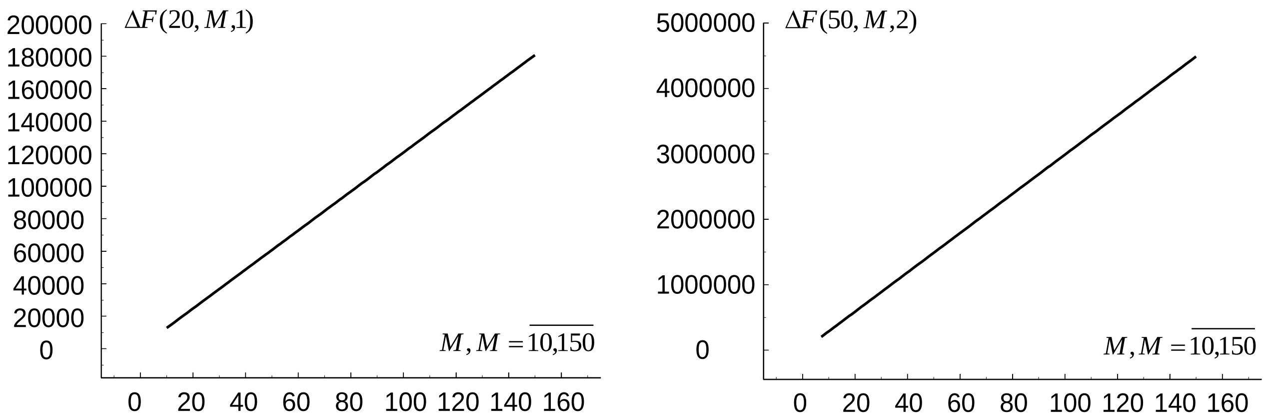
Як видно із виразу (3.37), функція $\Delta F(L,M,M_1)$ від L залежить квадратично, від M_1 змінюється за кубічним типом залежності, а від параметру M залежить лінійно.

Графіки перерізів функції $\Delta F(L,M,M_1)$ подано на рис. 3.12- 3.14.



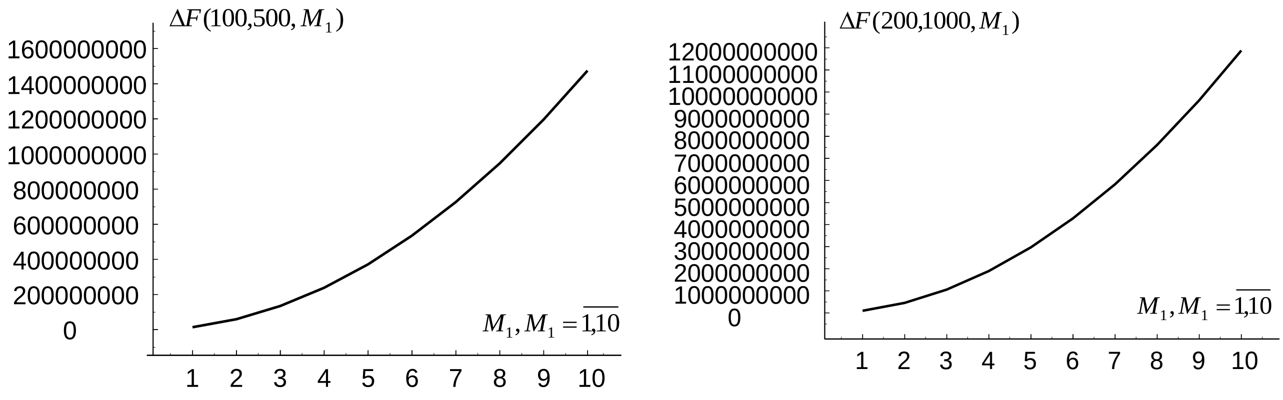
а) б)

Рис. 3.12. Графіки перерізів функції $\Delta F(L, M, M_1)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при фіксованих значеннях параметрів M та M_1: а) при $M = 20$ та $M_1 = 1$; б) при $M = 30$ та $M_1 = 2$



а) б)

Рис. 3.13. Графіки перерізів функції $\Delta F(L, M, M_1)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу при фіксованих значеннях параметрів L та M_1: а) при $L = 20$ та $M_1 = 1$; б) при $L = 50$ та $M_1 = 2$



а) б)

Рис. 3.14. Графіки перерізів функції $\Delta F(L, M, M_1)$ від параметра M_1 при фіксованих параметрах L та M : а) при $L = 100$ та $M = 500$; б) при $L = 200$ та $M = 1000$

Графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ подано на рис. 3.15 – 3.17.

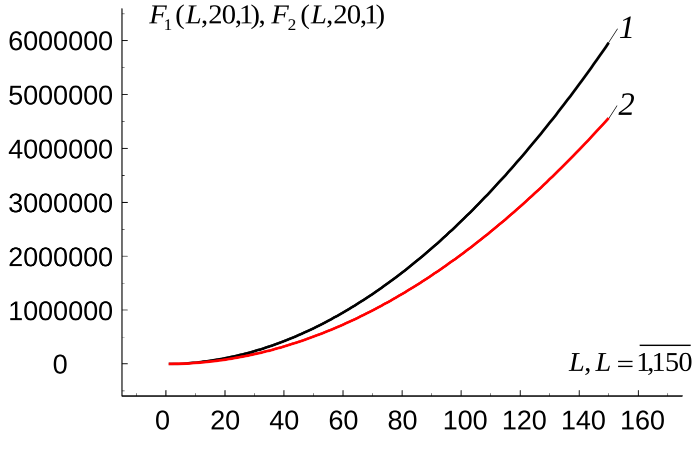


Рис. 3.15. Графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L, M, M_1)$ та $F_2(L, M, M_1)$ від кількості L відліків циклічного сигналу на одному його циклі при фіксованих значеннях параметрів M та M_1, а саме, при $M = 20$ та $M_1 = 1$;

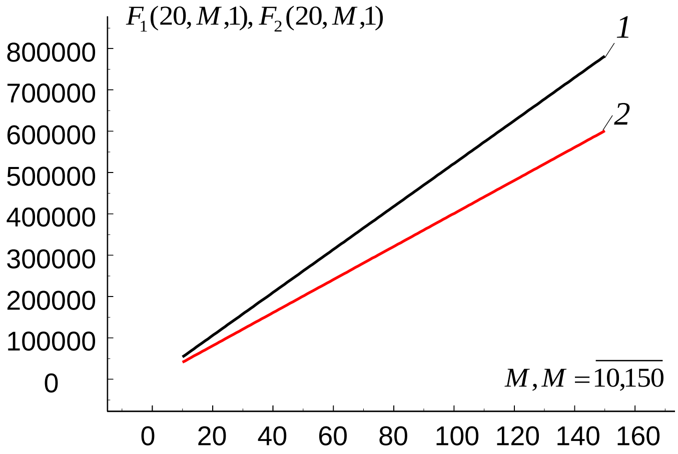


Рис. 3.16. Графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$ та $F_2(L,M,M_1)$ від кількості M зареєстрованих циклів циклічного сигналу при фіксованих значеннях параметрів L та M_1, саме, при $L=20$ та $M_1=1$

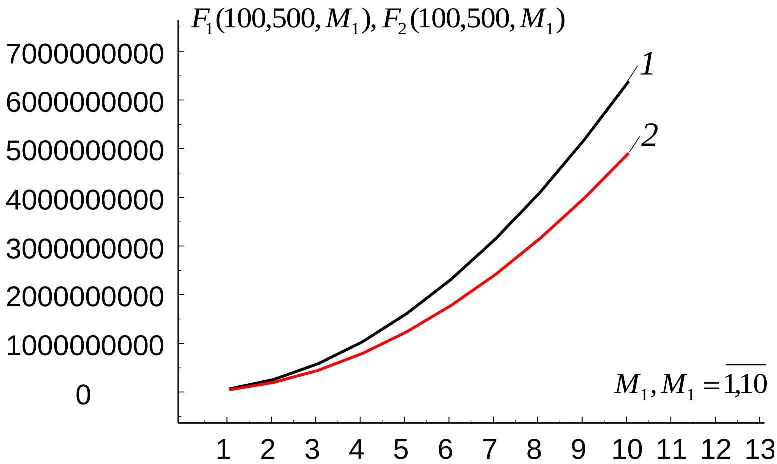
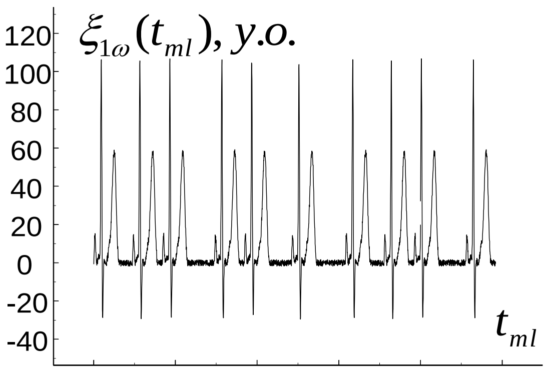


Рис. 3.17. Графіки перерізів функцій обчислювальної складності $F_1(L,M,M_1)$ та $F_2(L,M,M_1)$ від параметру M_1 при фіксованих значеннях параметрів L та M, а саме, при $L=100$ та $M=500$;

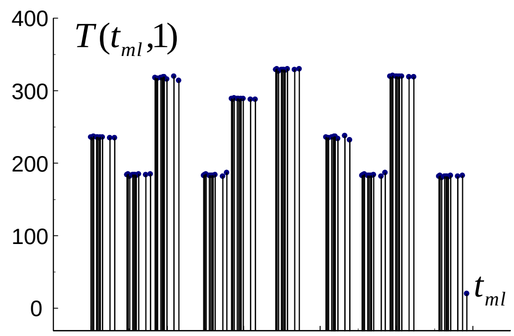
Як бачимо, функція обчислювальної складності, а саме, кількість операцій (арифметичних та операцій зчитування даних із масивів) для нового методу оцінювання кореляційної функції циклічного випадкового процесу дискретного аргументу є меншою у порівнянні із відомим.

3.3. Приклад застосування методів статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик електрокардіосигналів

Наведемо приклад застосування розроблених методів для розв'язання задачі статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик електрокардіосигналу, а саме, до розв'язання задачі статистичного точкового оцінювання його початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції за його довгою багатоцикловою реєстрограмою (електрокардіограмою), яка зображена на рис. 3.18 (а) [98], і моделлю якого є циклічний випадковий процес дискретного аргументу $\xi_1(\omega, t_{ml})$. Графік оцінки функції ритму $T(t_{ml}, n)$ (при $n=1$) зареєстрованого електрокардіосигналу, моделлю якого є циклічний випадковий процес дискретного аргументу, подано на рис. 3.18 (б).



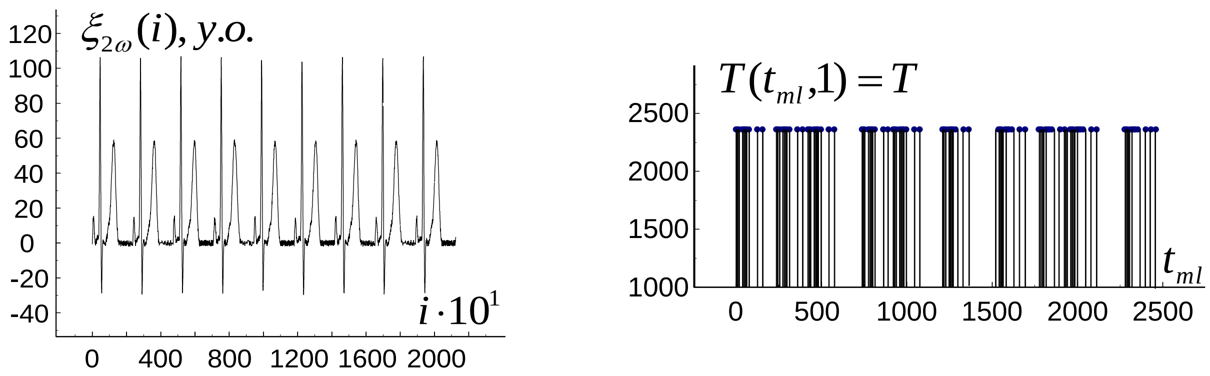
а)



б)

Рис. 3.18. Графіки: а) декількох циклів зареєстрованої реалізації електрокардіосигналу; б) оцінка функції ритму $T(t_{ml}, n)$ (при $n=1$) зареєстрованого електрокардіосигналу

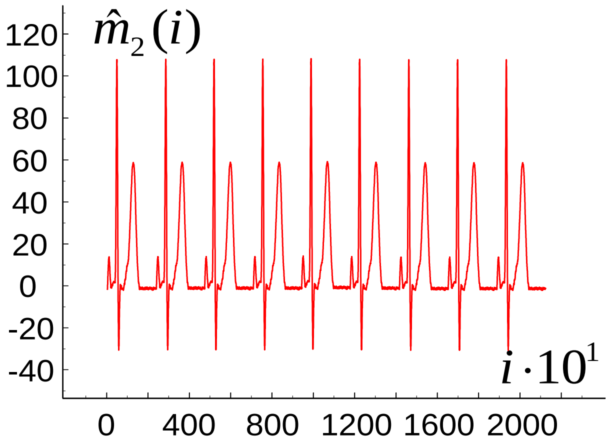
На рис. 3.19 (а) зображено реалізацію $\xi_{2_\omega}(i)$ L-періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$, яка отримана шляхом дії оператора перетворення шкали згідно формул (3.1) та (3.2) на реалізацію $\xi_{1_\omega}(t_{ml})$ (на електрокардіограму) циклічного випадкового процесу $\xi_1(\omega,t_{ml})$. Графік оцінки функції ритму $T(t_{ml},n)$ (при $n=1$) L-періодичної випадкової послідовності, яка отримана із електрокардіосигналу, шляхом дії на нього оператором перетворення шкали, подано на рис. 3.19 (б).



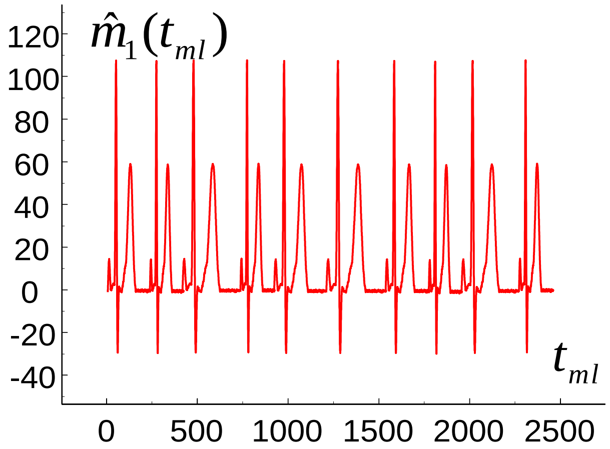
а) б)

Рис. 3.19. Графіки: а) декількох циклів реалізації L-періодичної випадкової послідовності, яка отримана із електрокардіограми, шляхом дії на неї оператором перетворення шкали; б) оцінки функції ритму $T(t_{ml},n)$ (при $n=1$) L-періодичної випадкової послідовності

На рис. 3.20 (а) подано оцінку $\hat{m}_{\xi_2}(i)$ початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) L-періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$, яку обчислено згідно формули (3.4). На рис. 3.20 (б) подано оцінку $\hat{m}_{\xi_1}(t_{ml})$ початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) електрокардіосигналу, яку обчислено згідно формули (3.3).



а)



б)

Рис. 3.20. Графіки: а) декількох циклів оцінки $\hat{m}_{\xi_2}(i)$ початкової моментної функції першого порядку L-періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$; б) декількох циклів початкової моментної функції першого порядку електрокардіосигналу

На рис. 3.21 подано оцінку $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1,l_2)$ кореляційної функції L-періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega,i)$, яку обчислено згідно формули (3.20).

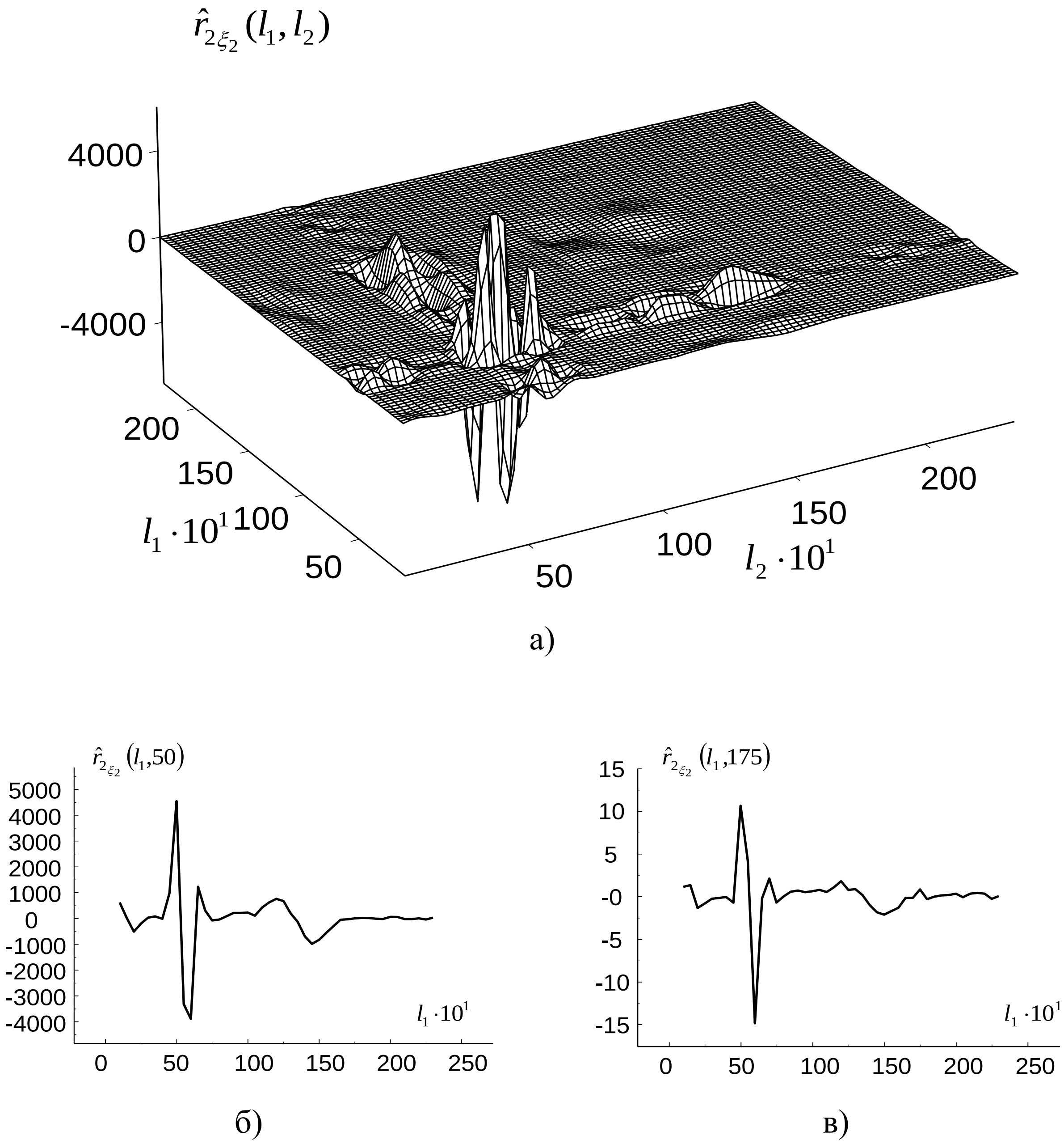
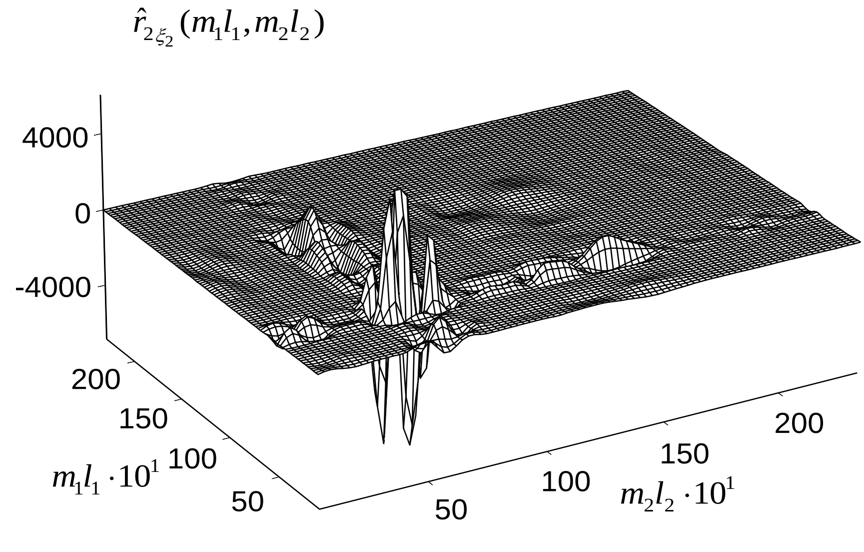
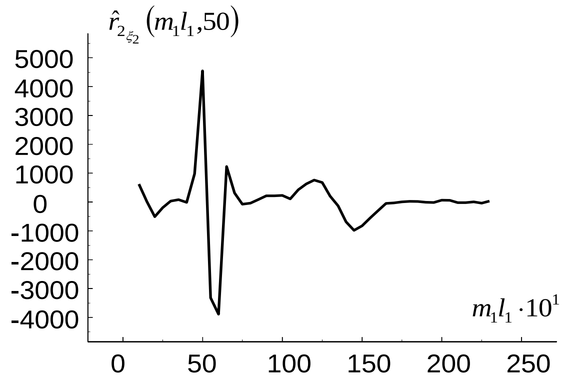


Рис. 3.21. Графік оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_2}}(l_1, l_2)$ кореляційної функції L-періодичної випадкової послідовності $\xi_2(\omega, i)$ (а) та її перерізів: б) при $l_2 = 50$; в) при $l_2 = 175$

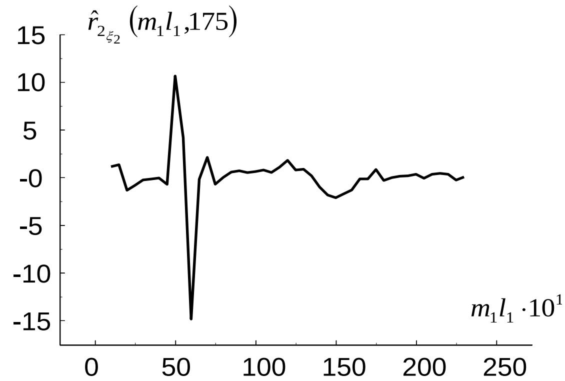
На рис. 3.22 подано оцінку $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ кореляційної функції електрокардіосигналу, яку обчислено згідно формули (3.19).



а)



б)



в)

Рис. 3.22. Графік оцінки $\hat{r}_{2_{\xi_1}}\left(t_{m_1 l_1}, t_{m_2 l_2}\right)$ кореляційної функції електрокардіосигналу, яку обчислено згідно формули (3.19) (а) та графіки її перерізів: (б) при $l_2 = 50$; в) при $l_2 = 175$

3.4. Висновки до розділу 3

1. Ґрунтуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень циклічних випадкових процесів, розроблено новий підхід до статистичного опрацювання циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення їх до ізоморфних ним періодичних випадкових послідовностей, що є підставою для спрощення аналітичних виразів та формул для розрахунків, а

також зменшення обчислювальної складності у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів в портативних системах з обмеженими обчислювальними потужностями.

2. Розроблено нові методи статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, які мають нижчу обчислювальну складність, ніж відомі аналоги.

3. Отримано аналітичні вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу.

4. Наведено приклади статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку та кореляційної функції електрокардіосигналу в рамках його моделі у вигляді циклічного випадкового процесу із використанням відомих методів, а також із застосуванням нових методів статистичного оцінювання.

РОЗДІЛ 4
СИСТЕМА КОМП’ЮТЕРНИХ ПРОГРАМ ДЛЯ СТАТИСТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ ЯК СКЛАДОВА БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ

У даному розділі розроблено систему комп’ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів на основі нових обчислювально ефективних методів, що розроблені в третьому розділі дисертації. Розглянуто структурно-функціональні схеми та функціональні можливості багатофункціонального програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів, який дооснащено цією системою комп’ютерних програм.

Основні результати даного розділу опубліковано у роботах [98, 111, 116, 119].

4.1. Структурно-функціональна схема модернізованого багатофункціонального програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів

Розроблений у третьому розділі дисертації метод зведення було втілено у програмний комплекс для моделювання та аналізу циклічних сигналів, шляхом його доповнення системою нових програмних модулів (системою комп’ютерних програм). Ця система комп’ютерних програм як своє математичне забезпечення містить розроблений у третьому розділі метод статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів, шляхом зведення його до оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам. Створення такої системи комп’ютерних програм є підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу, що має місце у комп'ютеризованих системах діагностування стану серцево-судинної системи та інформаційних системах аналізу та прогнозування економічних циклічних процесів.

На рис. 4.1 подано узагальнену структурно-функціональну схему програмного комплексу для моделювання та аналізу циклічних сигналів [98, 116].

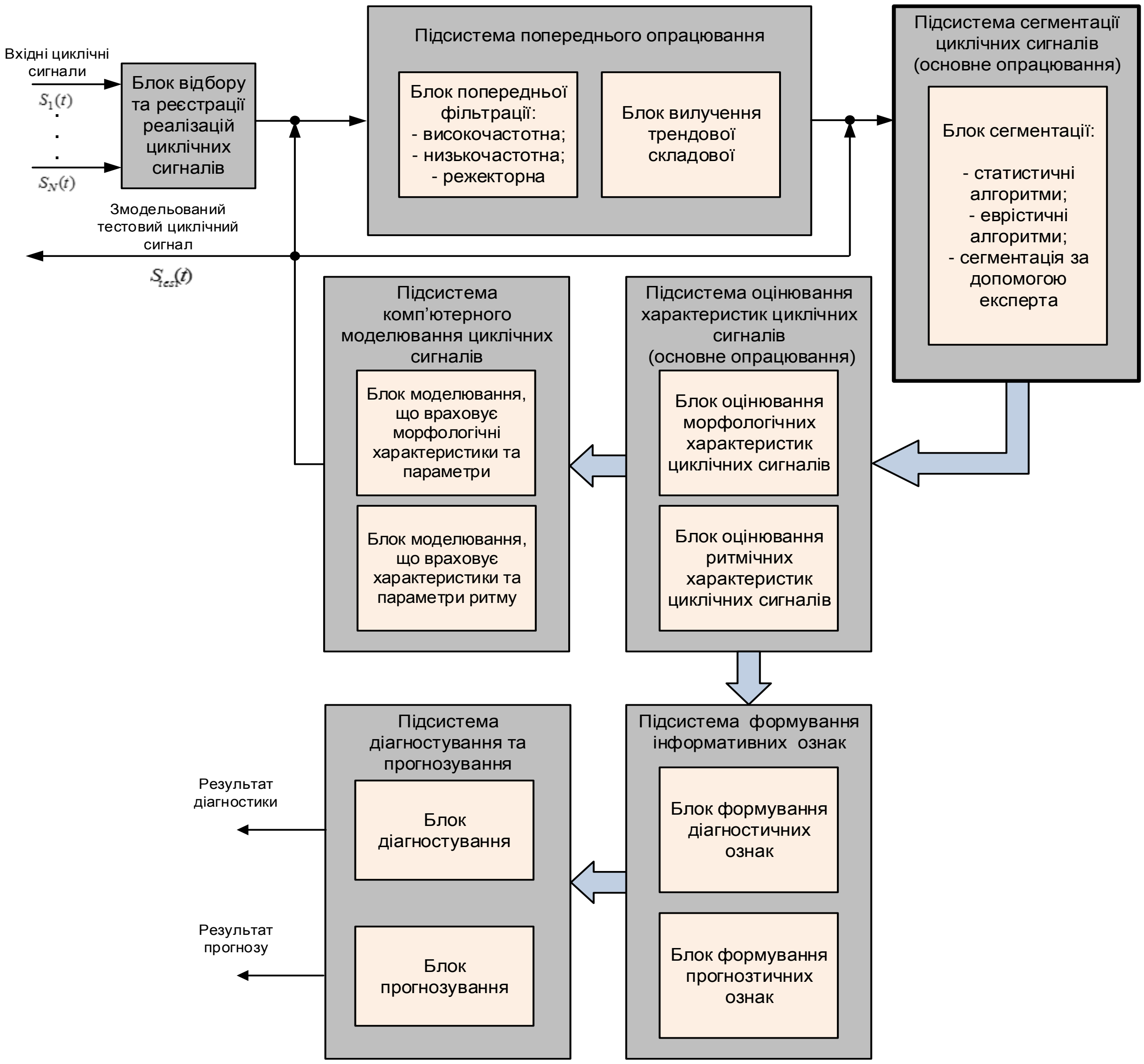


Рис. 4.1. Узагальнена структурно-функціональна схема багатофункціонального програмного комплексу

На рис. 4.2 подано структурно-функціональну схему підсистеми опрацювання циклічних сигналів у задачах їх морфологічного аналізу та аналізу їх ритму.

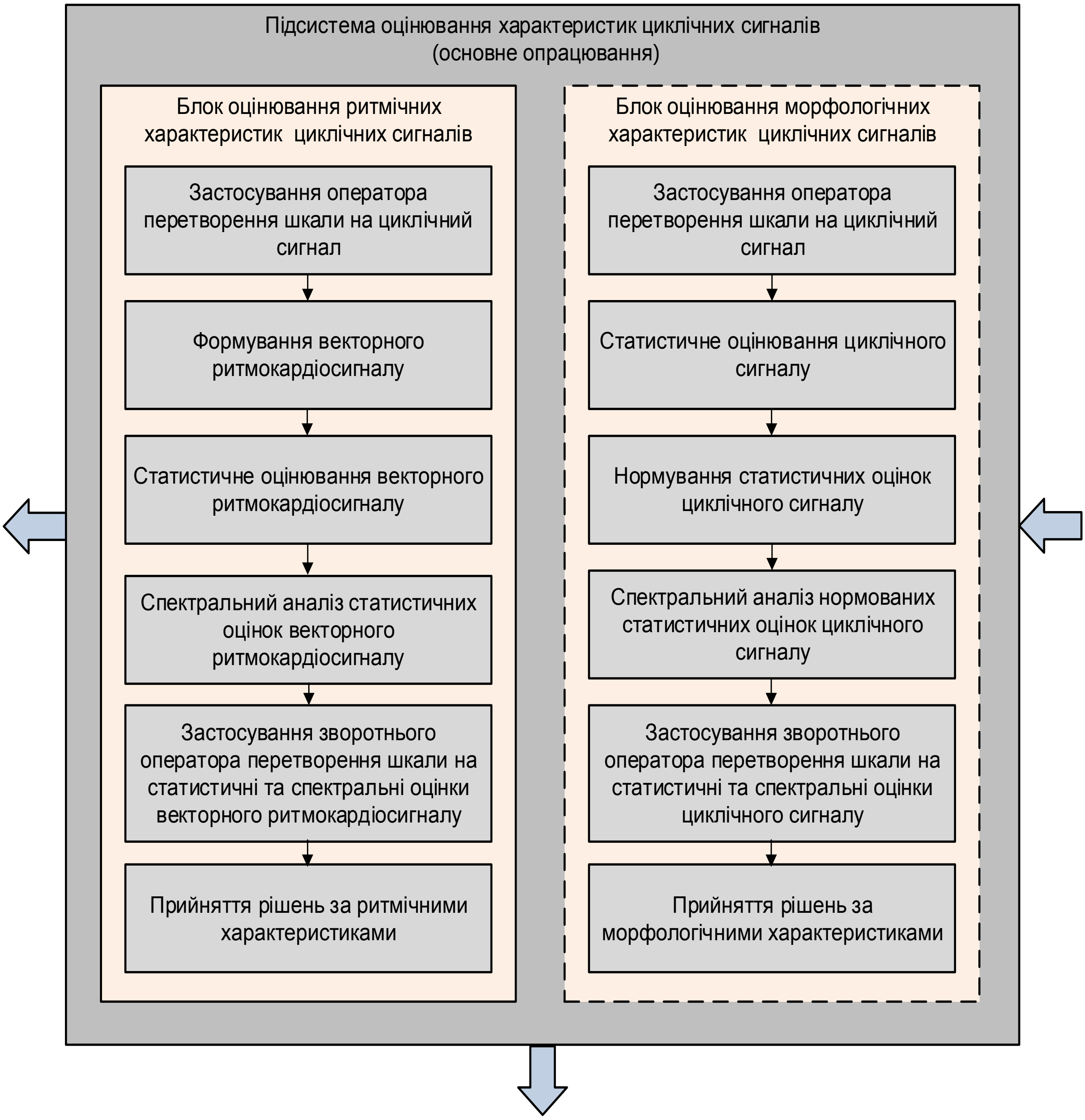


Рис. 4.2. Структурно-функціональна схема підсистеми опрацювання циклічних сигналів для їх морфоаналізу та аналізу ритму

Пунктирним контуром позначені ті модулі програмного комплексу, які стосуються нової системи комп’ютерних програм, що ґрунтується на математичному забезпеченні, яке розроблено у даному дисертаційному дослідженні.

Згідно із наведеними вище структурно-функціональними схемами, програмний комплекс виконує такі основні функції:

1. Забезпечує ввід та попереднє опрацювання циклічних сигналів, яке включає у себе їх фільтрацію від завад та вилучення шкідливих трендових складових.

2. Забезпечує оцінювання сегментної (зонно-циклічної) структури досліджуваних циклічних сигналів, базуючись на методі сегментування та детектування екстремальних значень зон циклічного сигналу, що, у свою чергу ґрунтується на статистиці Бродського-Дарховського, а також на використанні різницевої функції першого порядку.

3. Забезпечує оцінювання детермінованої функції ритму досліджуваних циклічних сигналів, яке ґрунтується на попередньо визначеній їх сегментній структурі із використанням лінійних, квадратичних та кубічних інтерполяційних поліномів.

4. Забезпечує проведення морфологічного статистичного аналізу циклічних сигналів на основі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу, а також із використанням розробленого у цій дисертації методу зведення циклічного випадкового процесу дискретного аргументу до ізоморфної йому відносно порядку та значень періодичної випадкової послідовності. Морфологічний аналіз циклічних сигналів передбачає статистичне оцінювання їх ймовірнісних характеристик (математичне сподівання, кореляційна функція, моментні функції вищих порядків, функції розподілу), а також передбачає спектральний аналіз отриманих статистичних оцінок із використанням ортогональних розкладів у ряди за різними базисами. Статистичні методи морфологічного аналізу кардіосигналів описано в роботах [116, 119].

5. Забезпечує проведення статистичного аналізу ритму досліджуваних циклічних сигналів та процесів, яке ґрунтуєься на математичних моделях ритму

у вигляді вектора випадкових величини та вектора стаціонарних та стаціонарно пов’язаних випадкових послідовностей.

6. Забезпечує імітаційне моделювання циклічних сигналів для задач їх аналізу методом Монте-Карло в рамках різних їх математичних моделей, а саме, в рамках лінійного періодичного випадкового процесу, лінійного циклічного випадкового процесу, періодичних та циклічних білих шумів, випадкових процесів із незалежними періодичними та циклічними приростами, марковських періодичних та циклічних випадкових процесів.

7. Забезпечує збереження, повторне використання та графічне представлення початкових, проміжних та кінцевих результатів опрацювання та імітаційного моделювання циклічних сигналів.

Програмний комплекс реалізовано на мові програмування Object Pascal. Фрагмент лістингу програмного комплексу подано у додатку Б.

4.2. Опис та ілюстрації функціоналу модернізованого програмного комплексу моделювання та опрацювання циклічних сигналів

Зупинимося більш детальніше на особливостях функціонування модернізованого багатофункціонального комплексу програм. Програмний комплекс працює із такими циклічними сигналами як електрокардіосигнали, магнітокардіосигнали, фонокардіосигнали, різні типи циклічних економічних процесів, а також циклічні процеси рельєфоутворення на поверхні матеріалу. Оцифровані циклічні сигнали зберігаються у форматі *.txt. На рис. 4.3. подано приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для введення кардіосигналів [98, 116].

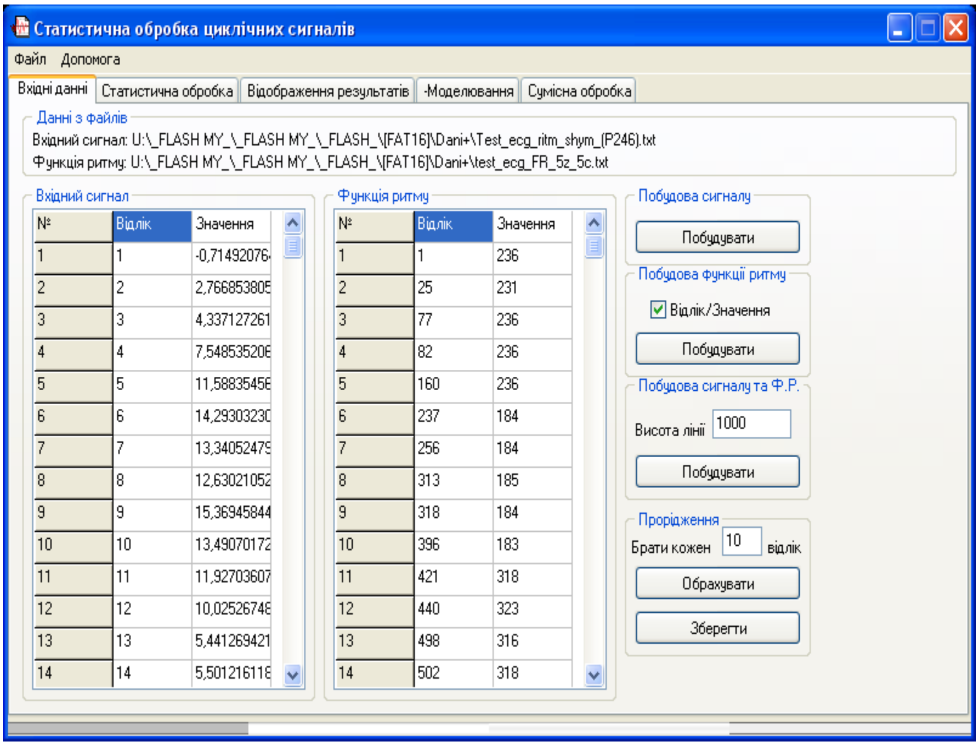


Рис. 4.3. Приклад вигляду інтерфейсів програмного комплексу для вводу кардіоданих

На рис. 4.4. подано приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій кардіосигналів [111, 117].

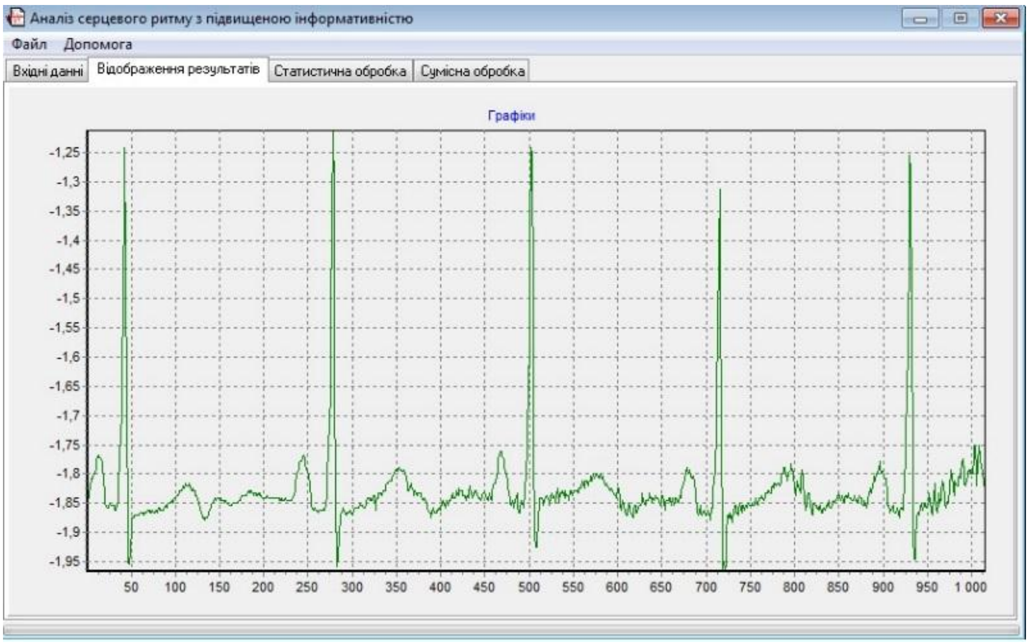


Рис. 4.4. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій кардіосигналів

На рис. 4.5. подано приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій циклічних економічних процесів [70, 116].

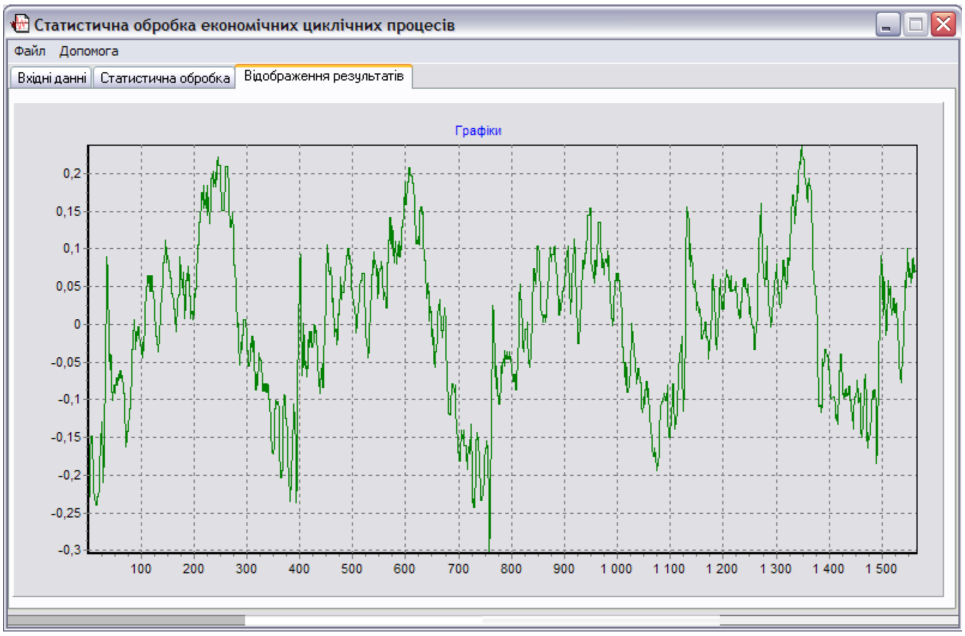


Рис. 4.5. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій циклічних економічних процесів

На рис. 4.6. подано приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалу [70, 116].

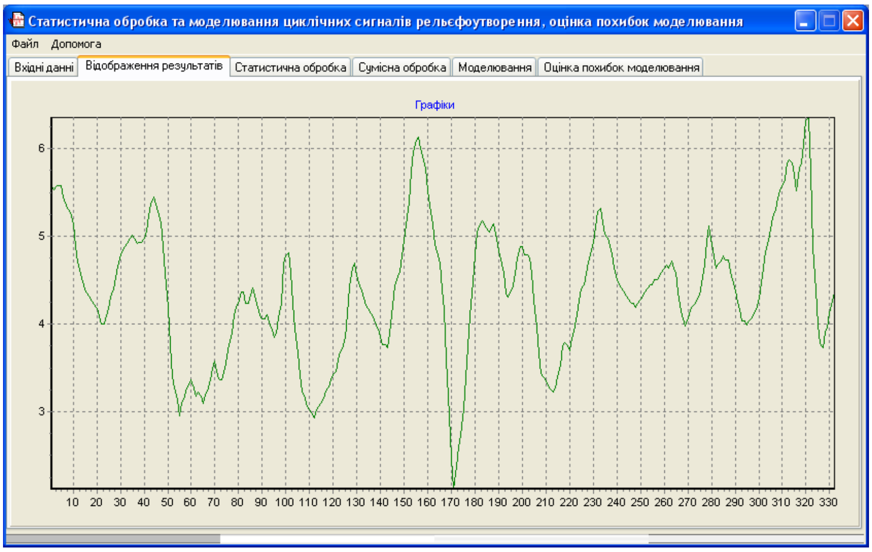


Рис. 4.6. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалів

Окрім поодиноких циклічних сигналів на базі модернізованого комплексу програм можливо введення, збереження, графічне відображення та сумісного статистичного опрацювання сукупності синхронно зареєстрованих циклічних сигналів, що породжені однією системою, зокрема, це сукупності синхронно зареєстрованих електрокардіосигналів у різних відведеннях від одного пацієнта, а також сукупність взаємопов'язаних циклічних економічних процесів. Приклад інтерфейсу програмного комплексу для вводу сукупності синхронно зареєстрованих циклічних сигналів подано на рис. 4.7 [95, 116, 117].

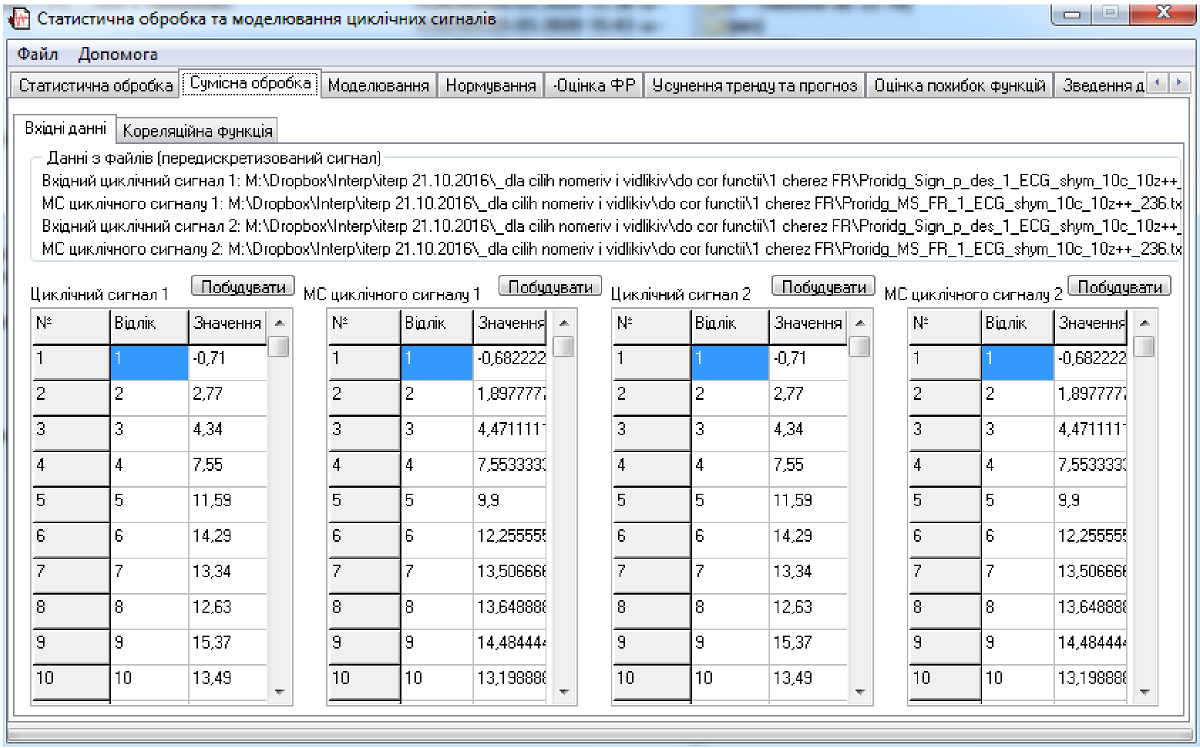
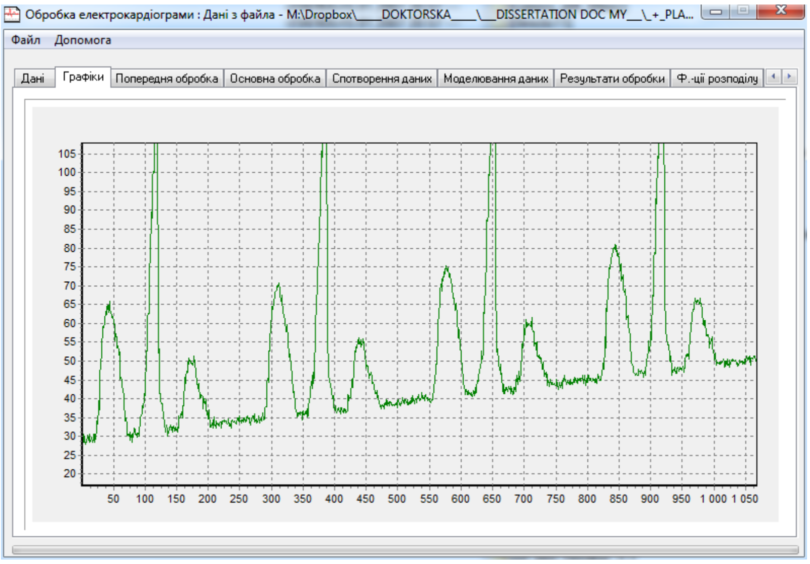
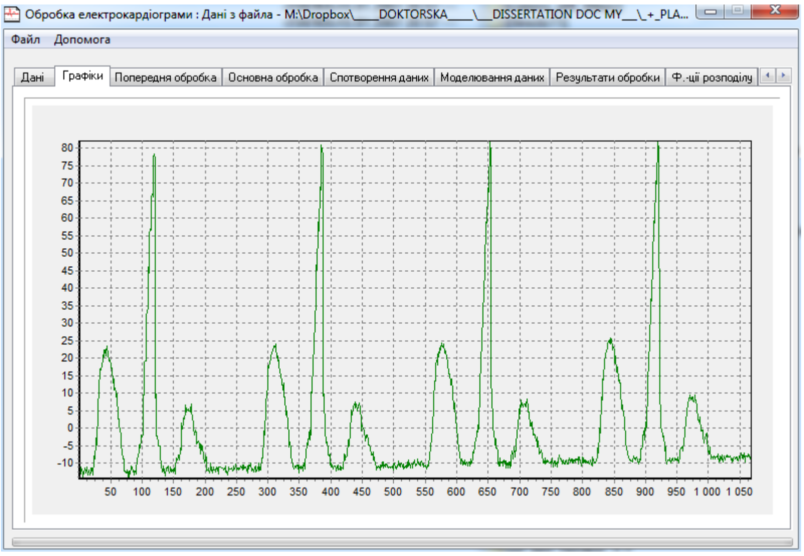


Рис. 4.7. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для вводу сукупності синхронно зареєстрованих циклічних сигналів

Програмний комплекс здійснює попереднє опрацювання циклічних сигналів, шляхом фільтрації та вилучення шумового тренду. На рис. 4.8 подано вигляд інтерфейсу програмного комплексу для проведення попереднього опрацювання циклічних сигналів.



а)



б)

Рис. 4.8. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для проведення попереднього опрацювання циклічних сигналів: а) сигнал із трендом; б) сигнал, після усунення трендової складової

Процедура опрацювання циклічних сигналів включає процедуру його сегментації. На рис. 4.9 подано вигляд інтерфейсу програмного комплексу для проведення сегментування електрокардіосигналів.

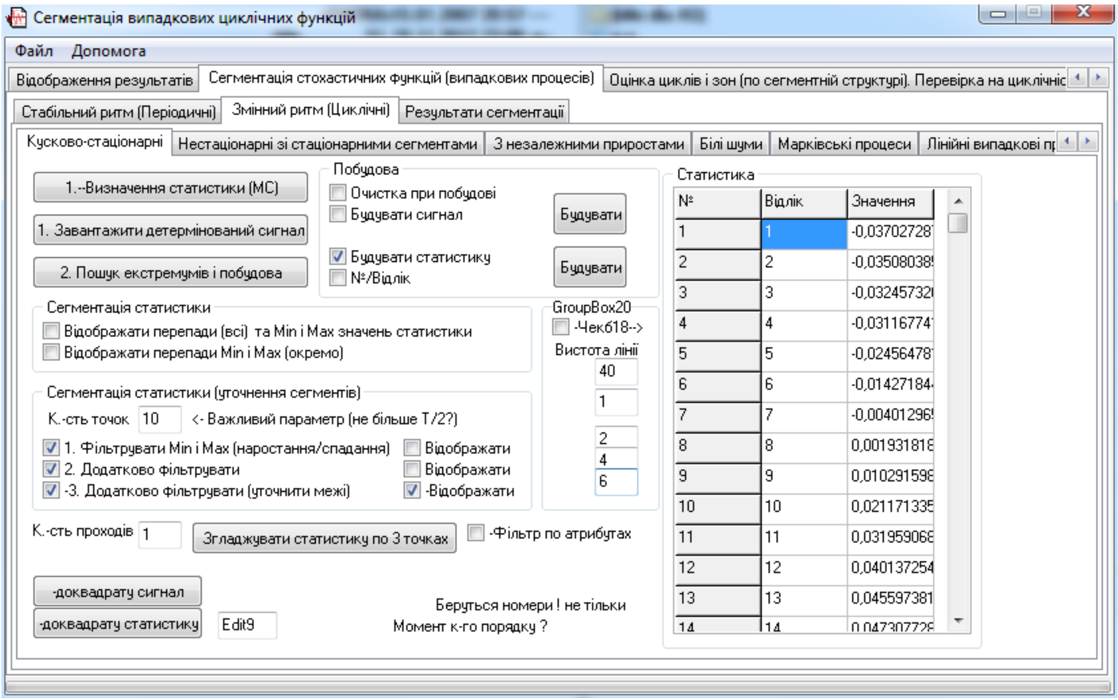


Рис. 4.9. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для проведення сегментації кардіосигналів

На рис. 4.10 подано вигляд інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації результатів сегментування кардіосигналів.

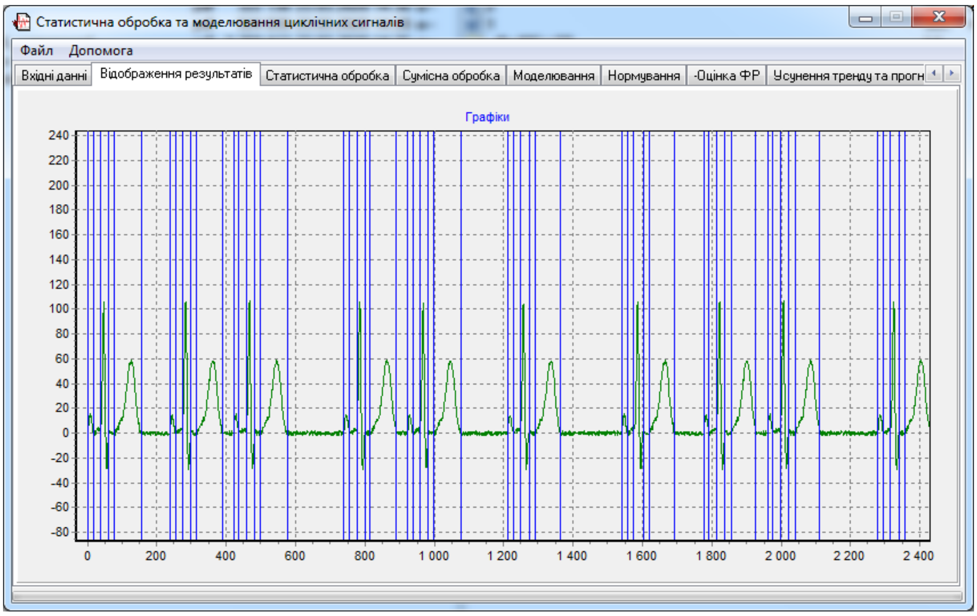


Рис. 4.10. Загальний вигляд інтерфейсу програми для візуалізації результатів сегментування кардіосигналів

На рис. 4.11 подано вигляд інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації результатів сегментування циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалів.

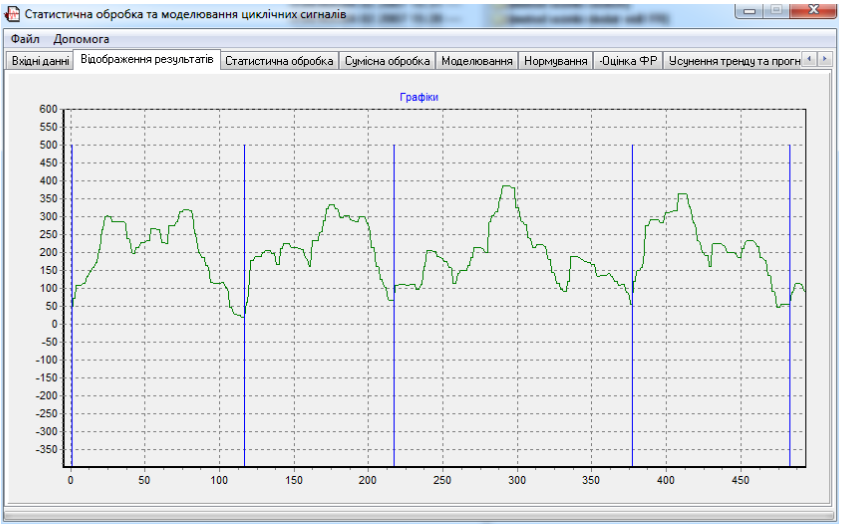


Рис. 4.11. Загальний вигляд інтерфейсу програми для візуалізації результатів сегментування циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалів

На рис. 4.12 зображено вигляд інтерфейсу програмного комплексу для ідентифікації циклів та зон по визначеній сегментній структурі циклічного кардіосигналу [115].

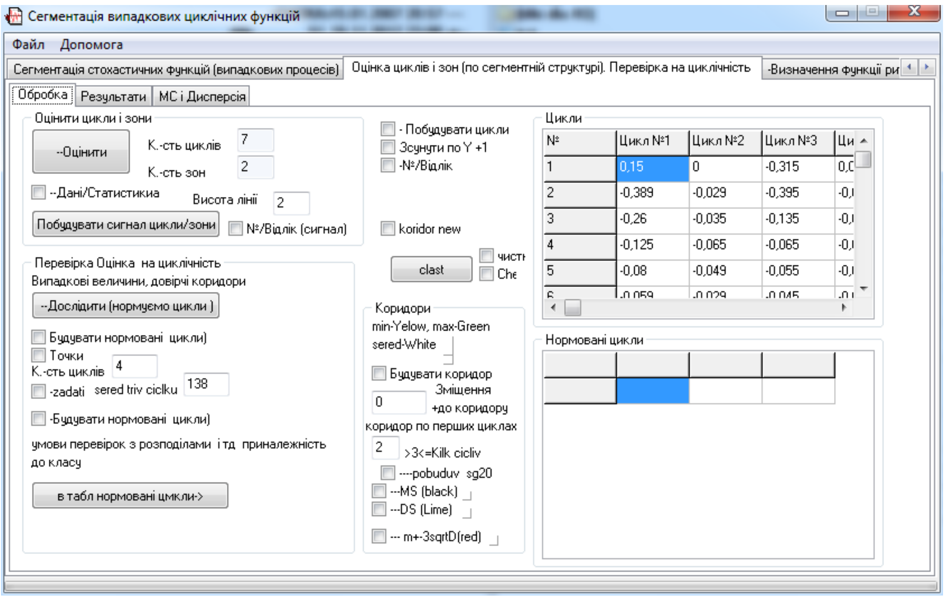


Рис. 4.12. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для ідентифікації циклів та зон циклічних сигналів за визначеною сегментною структурою

Ґрунтуючись на попередньо визначеній зонно-циклічній структурі циклічних сигналів, програмний комплекс автоматично оцінює функції ритму досліджуваних циклічних сигналів застосовуючи кусково-лінійну, кусково-квадратичну, кусково-кубічну та змішані інтерполяції. На рис. 4.13 подано вигляд інтерфейсу програмного комплексу для відображення результатів оцінювання функції ритму циклічних сигналів із використанням кусково-лінійної інтерполяції, а на рис. 4.14 – із використанням кусково-квадратичної інтерполяції [7, 70].

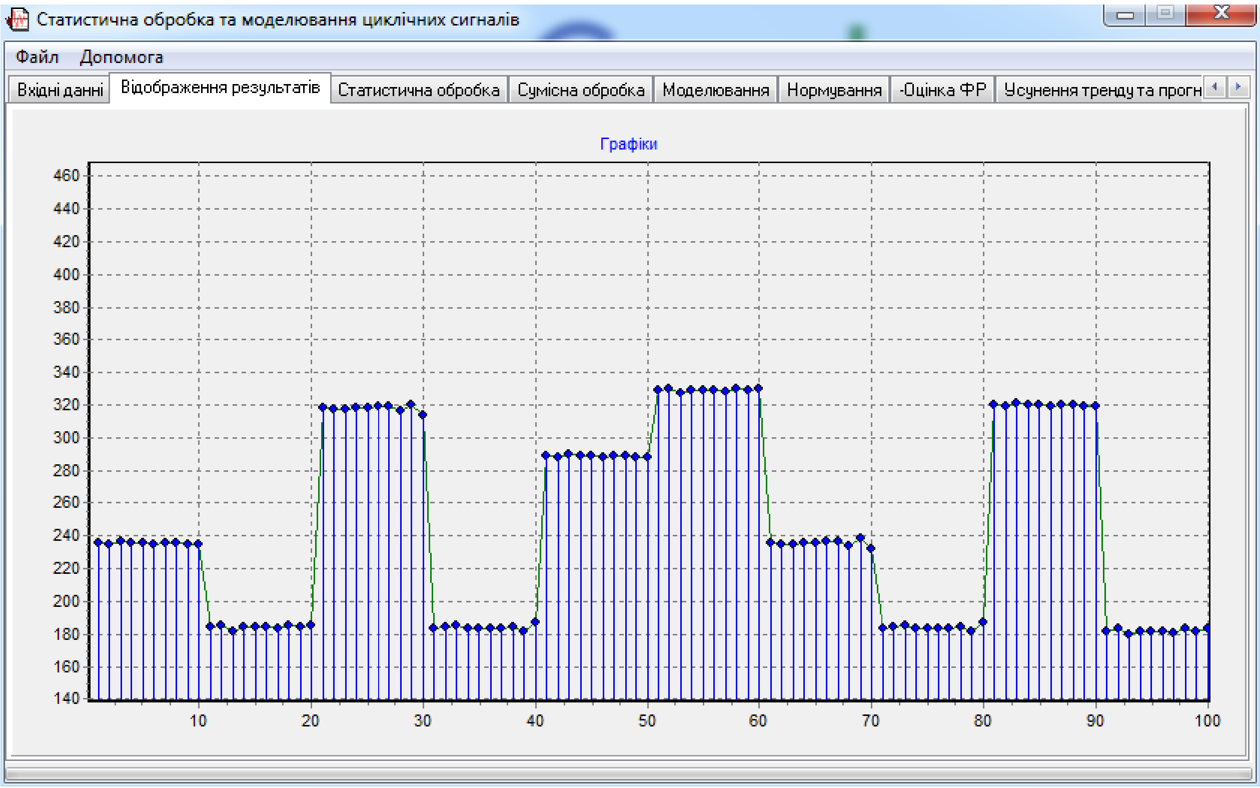


Рис. 4.13. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для відображення результатів оцінювання функції ритму циклічних сигналів (кусково-лінійна інтерполяція)

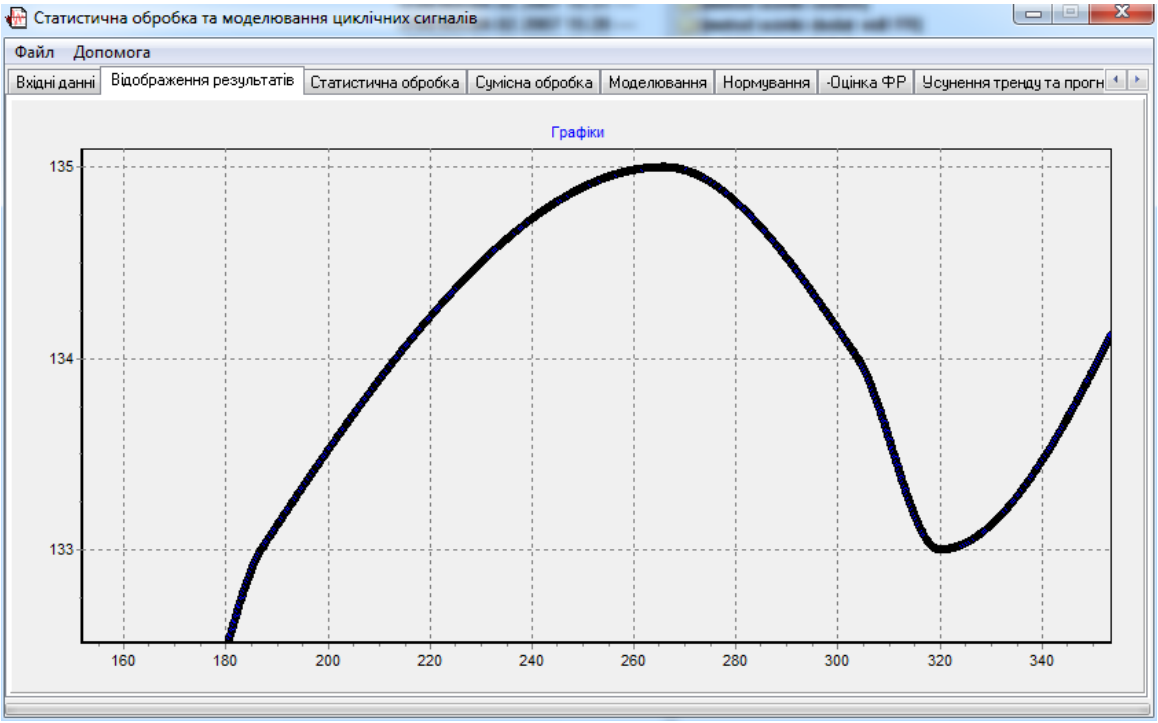


Рис. 4.14. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для відображення результатів оцінювання функції ритму циклічних сигналів (кусково-квадратична інтерполяція)

Розроблена у роботі підсистема комп'ютерних програм, що імплементована в програмний комплекс для моделювання та опрацювання циклічних сигналів дає змогу здійснювати перетворення шкали досліджуваного циклічного сигналу, шляхом дії прямого та оберненого оператора перетворення шкали, а також здійснює статистичний та спектральний морфоаналіз циклічних сигналів. Математичне забезпечення цієї підсистеми програм розроблено у другому та третьому розділах цього дисертаційного дослідження. Результатами проведення морфоаналізу циклічних сигналів є статистичні оцінки їх початкових моментних функцій першого порядку (математичних сподівань), дисперсій та автокореляційних функцій, а також статистичні оцінки взамокореляційних функцій сукупності синхронно зареєстрованих циклічних сигналів.

Приклад вигляду інтерфейсів програмного комплексу для візуалізації реалізацій статистичних оцінок математичних сподівань циклічних сигналів подано на рис. 4.15 – 4.17. [90, 99–101].

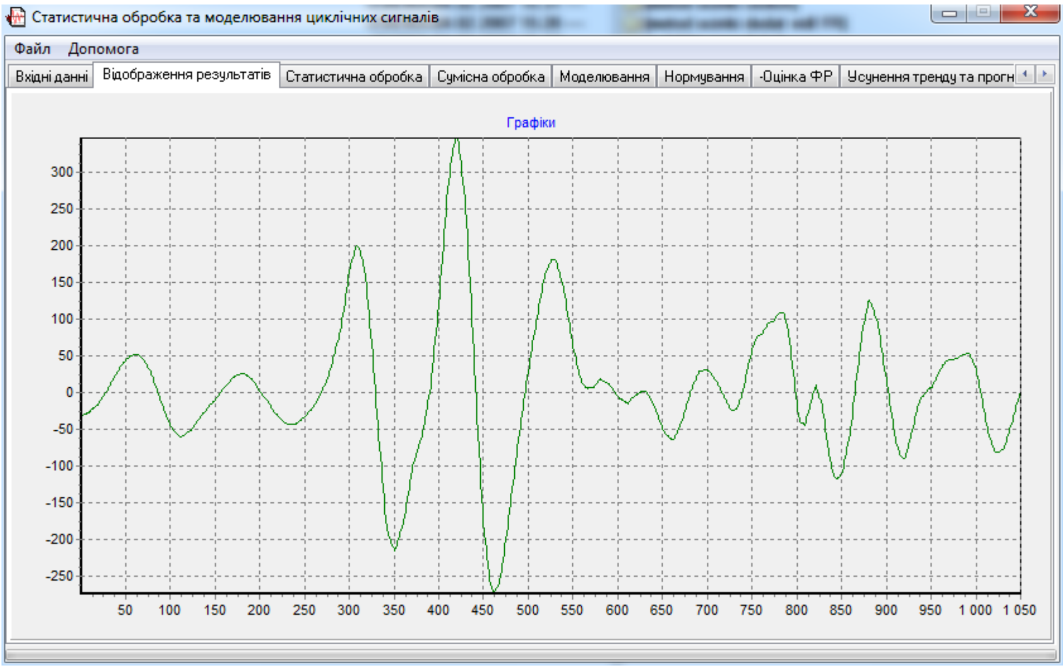


Рис. 4.15. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій оцінки математичного сподівання фонокардіограми

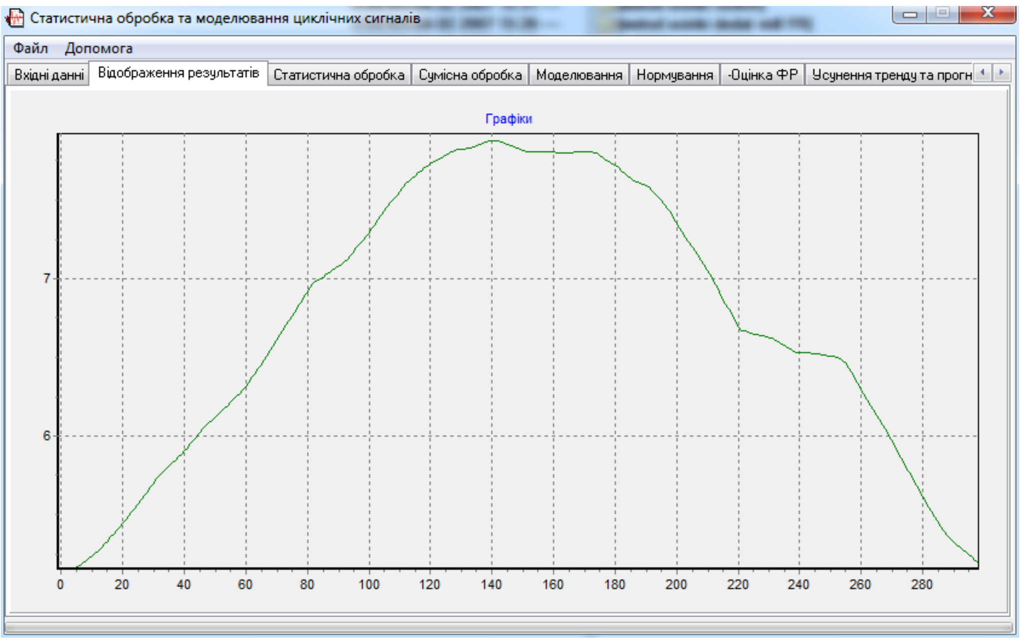


Рис. 4.16. Приклад вигляду інтерфейсів комплексу програм для візуалізації реалізацій оцінки математичного сподівання циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалу

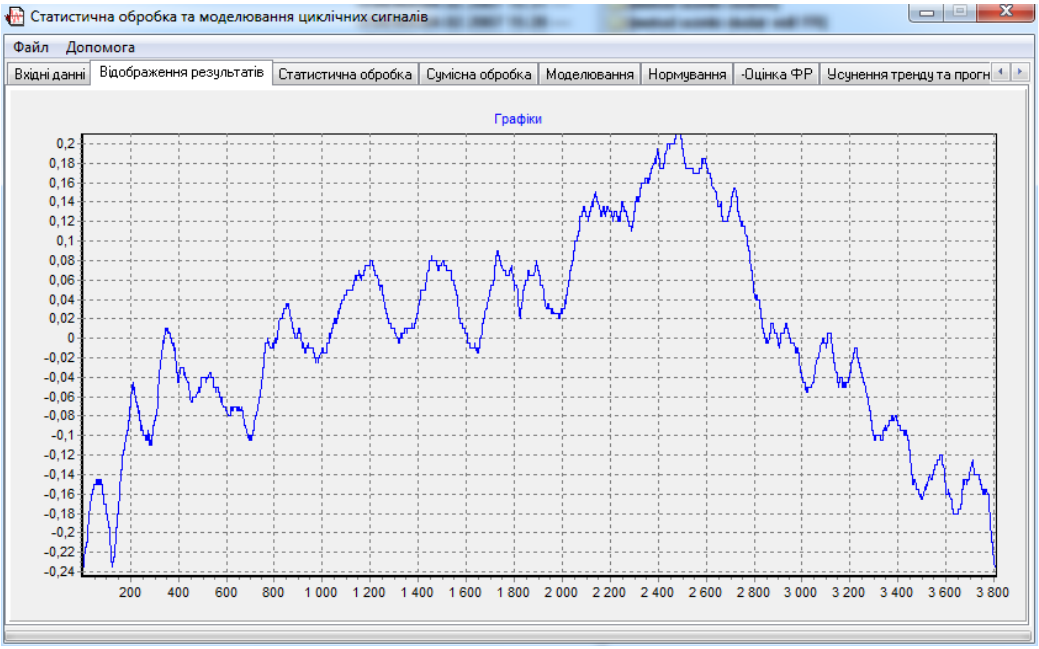


Рис. 4.17. Приклад вигляду інтерфейсів комплексу програм для візуалізації реалізацій оцінки математичного сподівання циклічного економічного процесу

Приклад вигляду інтерфейсів програмного комплексу для візуалізації реалізацій статистичних оцінок перерізів автокореляційних функцій циклічних сигналів подано на рис. 4.18 – 4.20. [110–113].

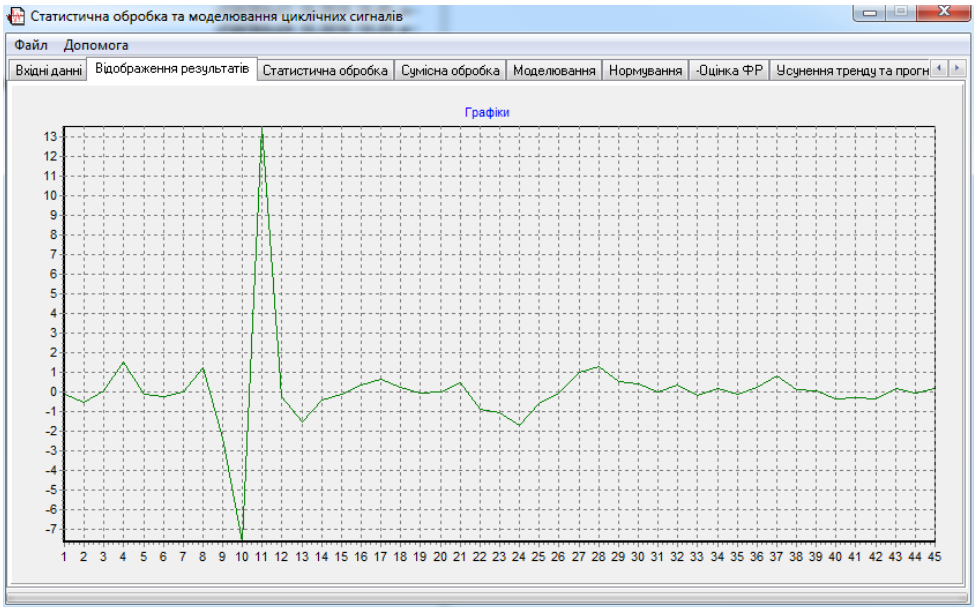


Рис. 4.18. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для візуалізації реалізацій статистичних оцінок перерізів автокореляційних функцій кардіосигналу

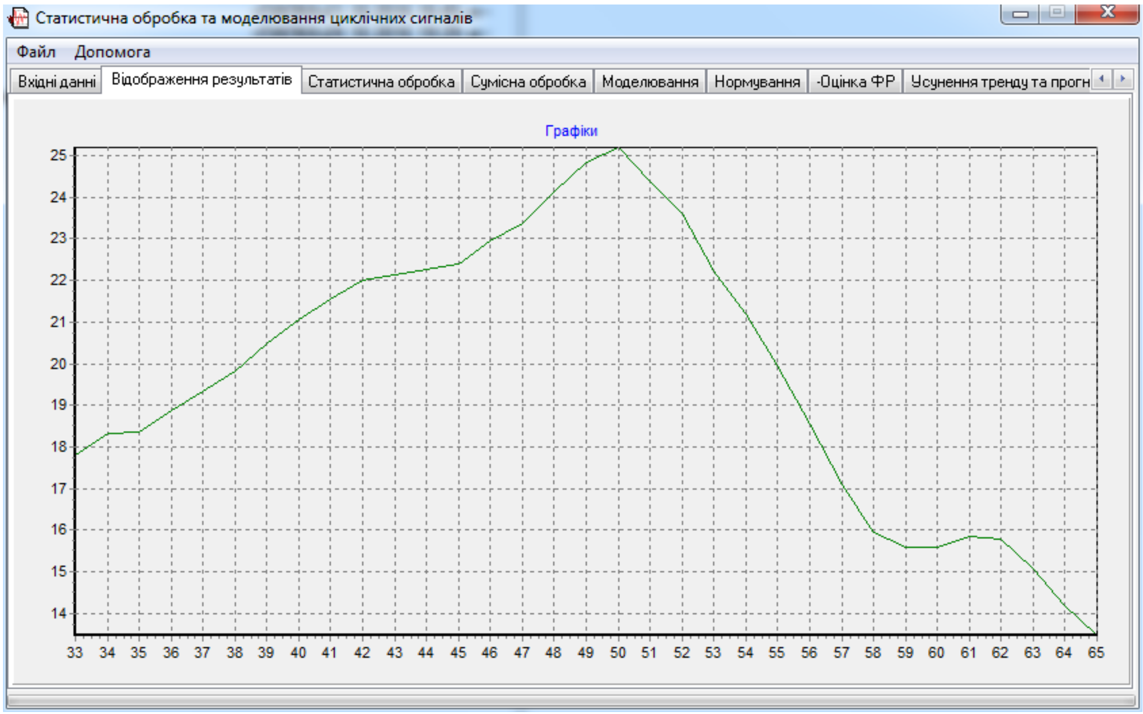


Рис. 4.19. Приклад вигляду інтерфейсів комплексу програм для візуалізації реалізацій статистичних оцінок перерізів автокореляційних функцій циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалу

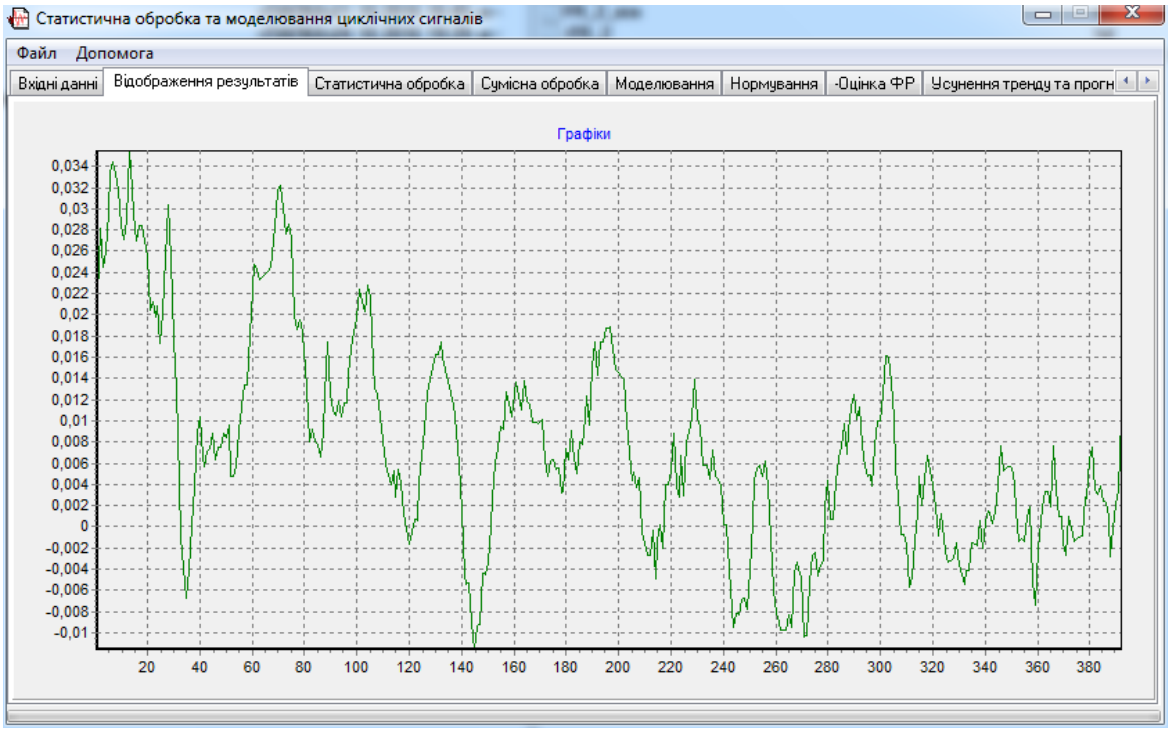


Рис. 4.20. Приклад вигляду інтерфейсів комплексу програм для візуалізації реалізацій статистичних оцінок перерізів автокореляційних функцій циклічного економічного процесу

Приклад інтерфейсу програмного комплексу для статистичного оцінювання взаємо кореляційних функцій синхронно зареєстрованих циклічних сигналів наведено на рис. 4.21 [116, 117].

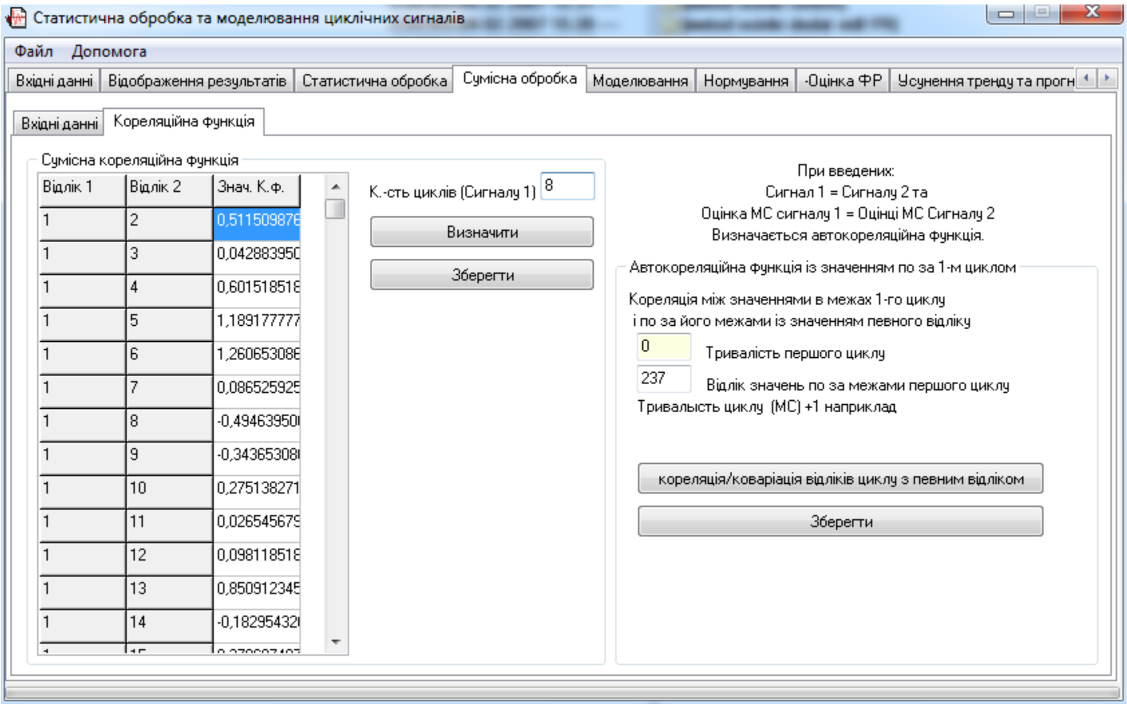


Рис. 4.21. Приклад вигляду інтерфейсу програмного комплексу для статистичного опрацювання сукупності синхронно зареєстрованих кардіосигналів

Окрім статистичного морфологічного аналізу циклічних сигналів багатофункціональний програмний комплекс здійснює аналіз ритму циклічних сигналів, зокрема, аналіз серцевого ритму із підвищеною роздільною здатністю [116, 119]. Підсистема аналізу ритму циклічних сигналів включає в себе блок перевірки статистичних гіпотез про стаціонарність та нормальність розподілу ритму циклічного сигналу, а також процедури статистичного оцінювання його праметрів та характеристик, а саме математичного сподівання, дисперсії, автокореляційної функції та взаємної кореляціїної функції дискретної випадкової функції ритму.

Як приклад, на рис. 4.22 подано вигляд інтерфейсу комплексу програм для відображення дискретної функції ритму кардіосигналу, яка інтерпретується як ритмокардіограма із підвищеною роздільною здатністю [114–116].

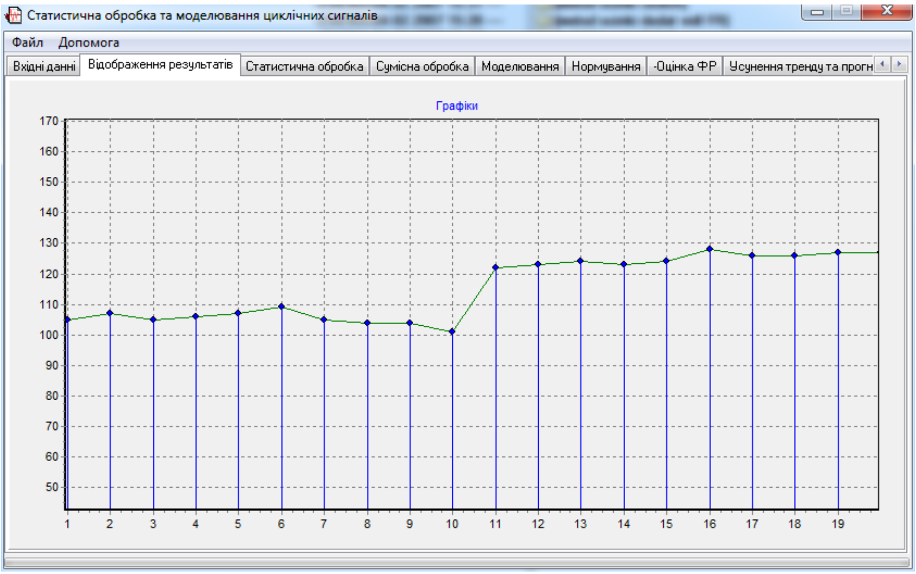


Рис. 4.22. Приклад вигляду інтерфейсів комплексу програм для відображення дискретної функції ритму

На рис. 4.23 подано вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів оцінювання автокореляційної функції та взаємної кореляційної функції стаціонарних компонент векторного ритмокардіосигналу, який репрезентує серцевий ритм [6, 70, 111, 116].

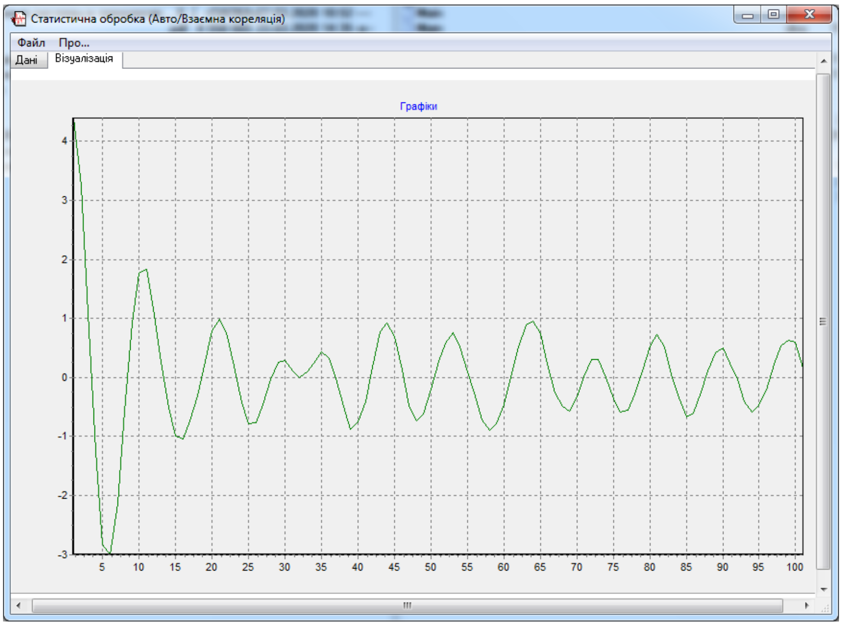


Рис. 4.24. Приклад вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів оцінювання автокореляційної функції стаціонарних компонент векторного ритмокардіосигналу, який репрезентує серцевий ритм

Модернізований програмний комплекс також має засоби для проведення імітаційного моделювання кардіосигналів, алгоритми якого ґрунтуються на таких математичних моделях кардіосигналів як стохастично періодичний випадковий процес, лінійний періодичний випадковий процес, циклічний випадковий процес, вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, умовний циклічний випадковий процес. Декілька прикладів інтерфейсів програмного комплексу для імітаційного моделювання циклічних сигналів подано на рис. 4.25 – 4.28.

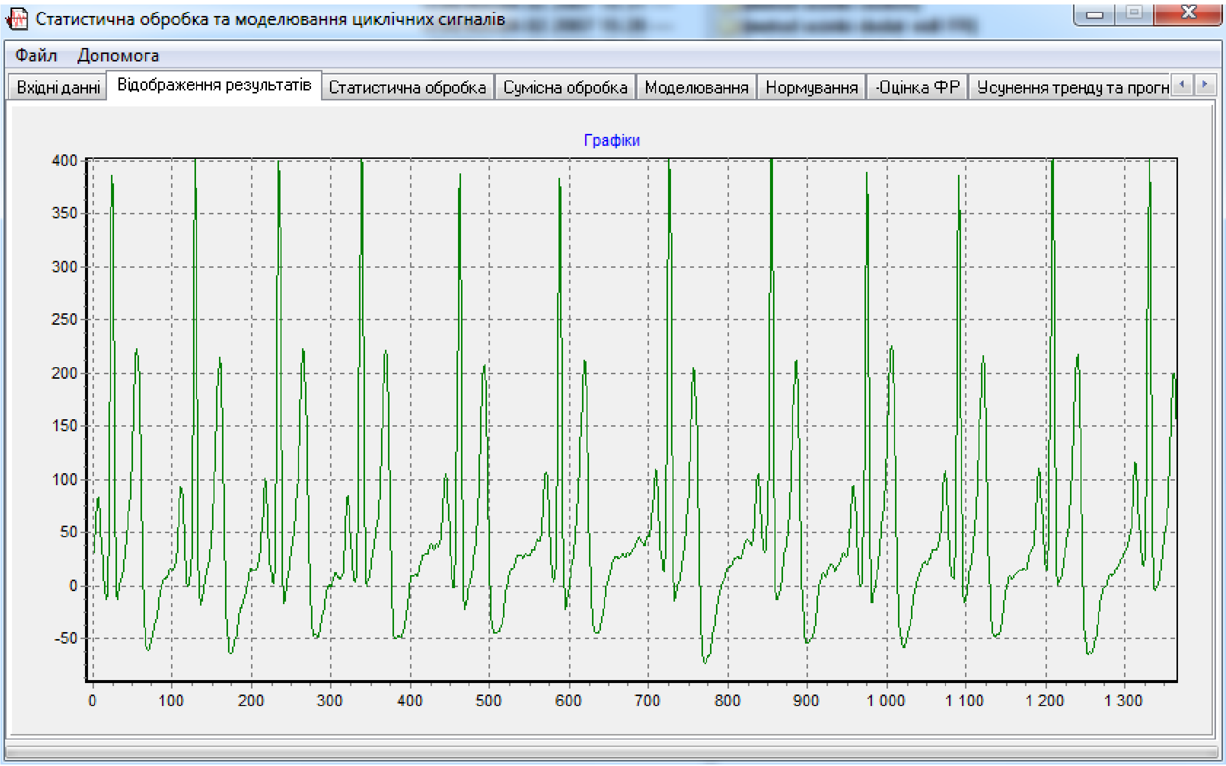


Рис. 4.25. Приклад вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів імітаційного моделювання електрокардіосигналів

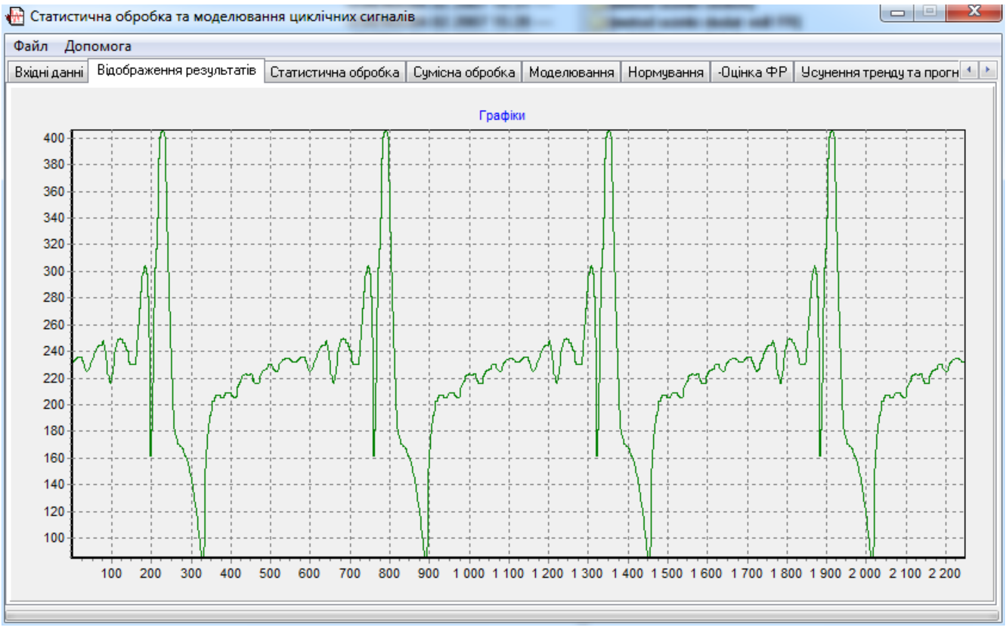


Рис. 4.26. Приклад вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів імітаційного моделювання магнітокардіосигналів

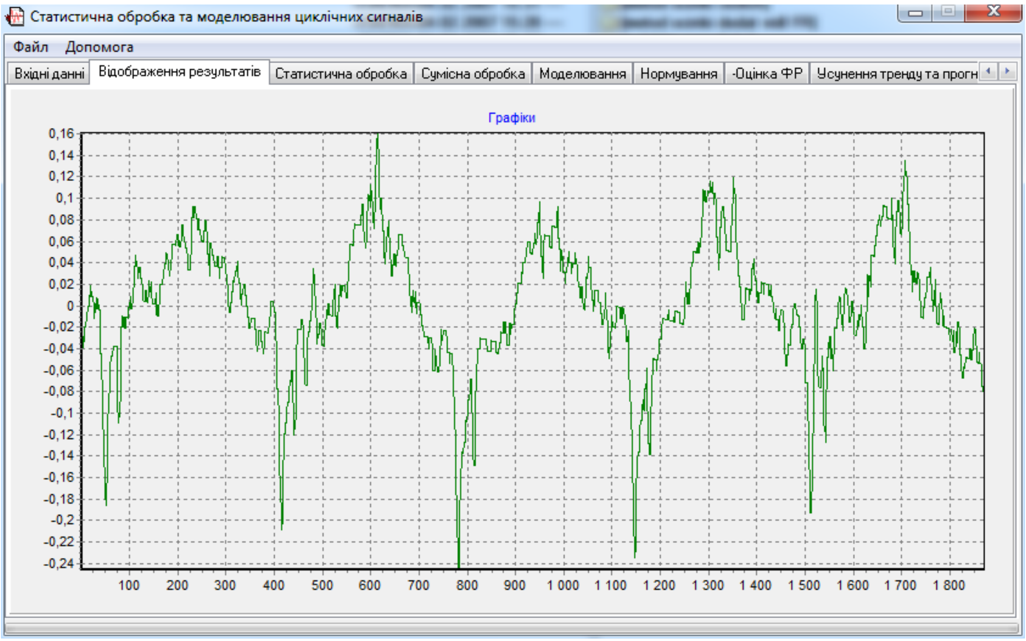


Рис. 4.27. Приклад вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів імітаційного моделювання циклічних економічних процесів

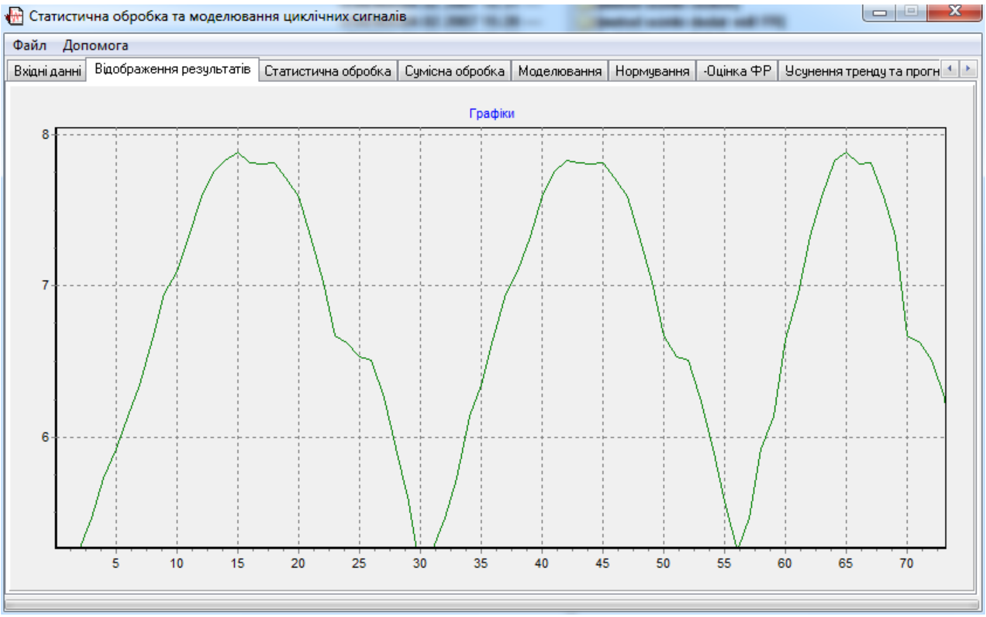


Рис. 4.28. Приклад вигляд інтерфейсу комплексу програм для візуалізації результатів імітаційного моделювання циклічних процесів рельєфоутворення на поверхні матеріалу

Система комп’ютерних програм статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів була впроваджена у ТОВ "Медичний центр «МЕВІЗ»", а також впроваджена у навчальний процес Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та в науково-дослідну роботу Тернопільського національного медичного університету імені І. Я. Горбачевського.

Ці впровадження засвідчені відповідними актами, які наведені в додатку В.

4.3. Висновки до розділу 4

1. Ґрунтуючись на розроблених у третьому розділі дисертації методах статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, створено систему комп’ютерних програм для

автоматизованого статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів із низькою обчислювальною складністю та інтегровано її в існуючий багатофункціональний програмний комплекс. Створення такої системи комп'ютерних програм є підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу.

2. Розроблена система комп'ютерних програм для статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення його до оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам впроваджена у ТОВ "Медичний центр «МЕВІЗ»", а також впроваджена у навчальний процес Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та в науково-дослідну роботу Тернопільського національного медичного університету імені І. Я. Горбачевського.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв’язано актуальне наукове завдання, що має істотне значення для розвитку моделювання та методів статистичного опрацювання циклічних сигналів у рамках теорії циклічних випадкових процесів, у напрямі удосконалення концепції їх ізоморфізму та встановлення базових властивостей і співвідношень між різними класами їх еквівалентності, а також у напрямі розробки математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю та розробки методів їх статистичного опрацювання із низькою обчислювальною складністю в портативних цифрових системах із обмеженими обчислювальними ресурсами. Основні результати та висновки проведених теоретичних та експериментальних досліджень полягають у вирішенні таких задач:

1. Розвинуто концепцію ізоморфізму між циклічними випадковими процесами, а саме, їх ізоморфізму відносно порядку та значень, а також ізоморфізму відносно порядку та ймовірнісних атрибутів циклічності (математичне сподівання, кореляційна функція, моментні функції вищого порядку, функції розподілу), що уможливлює чітку структуризацію класів циклічних випадкових процесів дискретного та континуального (дійсного) аргументу, а також побудову математичної моделі цифрових циклічних сигналів із подвійною стохастичністю (стохастичністю морфологічної структури та стохастичністю ритмічної структури) у вигляді умовного циклічного випадкового процесу.

2. Здійснено чітку структуризацію класу циклічних випадкових процесів, шляхом формування його різних розбиттів на класи еквівалентності, які ґрунтуються на означених видах ізоморфізму та на властивості строгої ритмічної пов’язаності циклічних випадкових процесів, а також шляхом встановлення основних властивостей та співвідношень між різними класами еквівалентності циклічних випадкових процесів, що розвинуло теорію моделювання та опрацювання циклічних сигналів в рамках стохастичного формалізованого підходу.

3. Базуючись на понятті ізоморфізму відносно порядку та значень між циклічними випадковими процесами та враховуючи факт існування

відповідного класу їх еквівалентності, розроблено математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що несуперечливо враховує стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму, використовуючи для моделювання ритму циклічного сигналу дискретну випадкову функцію ритму та випадкову область визначення умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу.

4. Розроблено нові методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення їх до оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам, що є підставою для спрощення аналітичних виразів для розрахунків та зменшення обчислювальної складності у задачах статистичного опрацювання циклічних сигналів у комп’ютеризованих системах з обмеженими обчислювальними ресурсами.

5. Отримано вирази для функцій обчислювальної складності відомих та нових методів статистичного оцінювання початкової моментної функції першого порядку (математичного сподівання) та кореляційної функції циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, що дало змогу досліджувати аналітичними методами вплив основних параметрів відповідних алгоритмів статистичного оцінювання на їх обчислювальну складність.

6. Ґрунтуючись на розроблених обчислювально ефективних методах статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, створено систему комп’ютерних програм для автоматизованого статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних сигналів із низькою обчислювальною складністю та інтегровано її в існуючий багатофункціональний програмний комплекс, що стало підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в рамках їх таких математичних моделей як циклічний випадковий процес та умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Lupenko S, Osukhivskas H., Lutsyk N., Stadnyk N., Zozulia A., N. Shablii. The comparative analysis of mathematical models of cyclic signals structure and processes. Scientific Journal of the Ternopil National Technical University, No 2 (82). Ternopil 2016. P. 115–127.

[2] Стадник Н. «Порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв’язку. Н. Стадник, С. Лупенко. Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології», ТНТУ ім. І. Пулюя, 15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 15.

[3] Stadnyk N. An approach to constructing a taxonomic tree of models cyclic signals in the tasks of developing an onto-oriented system for decisions supporting of models choice. S. Lupenko, N. Stadnyk, Ch. Nnamene. 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). June 5-7, 2019 in Ceske Budejovice, Czech Republic. P. 89–92.

[4] Лупенко С. А. «Циклічний лінійний випадковий процес, як конструктивна математична модель циклічних сигналів та процесів» (Cyclic linear random process as a constructive mathematical model of cyclic signals and processes). С. А. Лупенко, Н. С. Луцик, Н. Б. Стадник. В матеріалах XXI Міжнародної конференції «Problem of decision making under uncertainties» 13-17 травня 2013, м. Східниця, Україна. С. 44.

[5] Lupenko S. Modeling and signals processing using cyclic random functions. S. Lupenko, O. Orobchuk, N. Stadnik, A. Zozulya. 13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), September 11-14 2018. Lviv, Ukraine, 2018. T. 1. P. 360–363.

[6] Лупенко С., Зозуля А., Сверстюк А., Стадник Н. Математичне моделювання та методи опрацювання сигналів серця на базі циклічних

випадкових процесів та векторів. Sciences and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI (20), ISSUE 172, July 2018. Budapest 2018. P. 47–54.

[7] Лупенко, С. А. Теоретичні основи моделювання та опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах: наукова монографія. С. А. Лупенко. Львів: Видавництво «Магнолія 2006», 2016. 344 с.

[8] Лупенко С., Сверстюк А., Луцик Н., Стадник Н., Зозуля А. Умовний циклічний випадковий процес як математична модель коливних сигналів та процесів із подвійною стохастичністю. Поліграфія і видавнича справа. Printing and Publishing, No 1 (71) 2016. Львів, 2016. С. 147–159.

[9] Лупенко С. А. Моделювання та методи обробки циклічних сигналів серця на базі лінійних випадкових функцій. автореф. дис. … канд. техн. наук: 01.05.02 С. А. Лупенко. Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. Тернопіль, 2001. 20 с.

[10] Лупенко С. А. «Лінійний циклічний випадковий процес як математична модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування. С. А. Лупенко, Н. С. Луцик, А. М. Лупенко, Н. Б. Стадник. Вісник Львівської політехніки «Інформаційні системи та мережі», № 783 2014 р., Львів. С.145–153.

[11] Rahimpour M., Asl M. E., Merati M. R. ECG fiducial points extraction using QRS morphology and adaptive windowing for real-time ECG signal analysis, 2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Shiraz. P. 1925–1930.

[12] Gardner W. A. Cyclostationarity: Half a century of research. W. A. Gardner, A. Napolitano, L. Paura. Signal Processing. № 86 (2006). P. 639–697.

[13] Tawfic I. S., Kayhan S. K. Improving recovery of ECG signal with deterministic guarantees using split signal for multiple supports of matching pursuit

(SS-MSMP) algorithm, Computer Methods and Programs in Biomedicine, vol. 139, 2017. P. 39–50.

[14] Лупенко, С. Математичне моделювання сигналів серця в задачах технічної кардіометрії на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу. С. Лупенко, Ю. Студена. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2006. Т. 11, № 1. С. 134–142.

[15] Литвиненко Я. В. Імітаційне моделювання синхронно зареєстрованих сигналів серця на основі вектора циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів у задачах кардіодіагностики. Я. В. Литвиненко, С. А. Лупенко, Н. Р. Дем’янчук, А. С. Сверстюк. Електроніка та системи управління Національний авіаційний університет. Київ, 2009. № 4 (22). С. 141–148.

[16] Литвиненко Я. Статистичні методи обробки кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу. Я. Литвиненко, С. Лупенко, Ю. Студена. Матеріали десятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 17-18 травня 2006. Тернопіль, 2006. С. 76.

[17] Gardner W. A. Exploitation of cyclostationarity for identifying the Volterra kernels of non–linear systems. W. A. Gardner, T. L. Archer. IEEE Transactions on Information Theory. 1993. № 39 (2). P. 535–542.

[18] Saini I., Singh D., Khosla A. QRS detection using K-Nearest Neighbor algorithm (KNN) and evaluation on standard ECG databases. Journal of Advanced Research, Volume 4, Issue 4, July 2013. P. 331–344.

[19] Bhaskar M. K., Mehta S. S., Lingayat N. S. Probabilistic Neural Network for the Automatic Detection of QRS-complexes in ECG using Slope. International Journal of Emerging Technology and Advance Engineering Volume 3, Issue 6, June 2013. P. 255–261.

[20] Литвиненко Я. В. Діагностичні ознаки в комп’ютерних системах діагностики функціонального стану серцево-судинної системи людини.

Я. В. Литвиненко, С. А. Лупенко, А. С. Сверстюк. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. Хмельницький, 2010. № 1. С. 182–188.

[21] Sizova N., Starkova O., Solodovnik G., Dolgova N. Development of a computer model for evaluating the alternative options of an investment and construction project under conditions of uncertainty and risk. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 6(3 (102)), November 2019. P. 66-76.

[22] Клинов В. Г. Научно-технический прогресс и большие циклы конъюнктуры мирового хазяйства. В. Г. Клинов. Проблемы прогнозирования. 2003. № 1.

[23] Лупенко С. А. «Інформаційна технологія моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів. А. Б. Горкуненко, С. А. Лупенко, Г. М. Осухівська, Н. Б. Стадник. Журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах» № 2 2012р., м. Хмельницький. С. 167–176.

[24] Резниченко Е. В. Методы краткосрочного прогнозирования финансовых рынков. Е. В. Резниченко, Е. А. Кочегурова. Известия Томского политехнического университета. 2007. Том. 311, № 6. С. 19–23.

[25] Najmudin N., Wahyudi S., Muharam H. Dynamic Bilateral Integration of Stock Markets and Its Driving Factors. Journal of Applied Economic Sciences XII(2): December 2018. P. 506-522.

[26] Горкуненко, А. Б. Імітаційне моделювання взаємопов’язаних економічних циклічних процесів на основі вектора циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів. А. Б. Горкуненко, С. А. Лупенко, Н. Р. Дем’янчук, Я. В. Литвиненко. Електроніка та системи управління. 2011. № 2. С. 133–141.

[27] Царук О. В. Статистичне прогнозування державного боргу України на основі процесів Бокса – Дженкінса. О. В. Царук. Проблеми статистики:

[зб. наук. праць]. К. НТК статистичних досліджень Держкомстату України. 2007. Вип. 8. С. 247–253.

[28] Соловьева Ю. С. Моделирование экономических процессов с применением нейросетевых технологий. Ю. С. Соловьева, Т. И. Грекова. Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. № 1 (6). С. 49–59.

[29] Савченко Є. А. Застосування МГУА для прогнозування індексу розвитку людського потенціалу України. Є. А. Савченко, А. Г. Кондирівна, О. В. Директоренко. Індуктивне моделювання складних систем. 2011. № 3. С. 183–190.

[30] Ревенко Д. С. Інформаційна технологія комплексного прогнозування економічних процесів з інтервальною невизначеністю. Д. С. Ревенко, В. О. Либа. Вестник Национального технического университета "ХПИ". 2010. Вып. 6. С. 157−163.

[31] Lytvynenko I. Segmentation and Statistical Processing of Geometric and Spatial Data on Self-Organized Surface Relief of Statically Deformed Aluminum Alloy. I. Lytvynenko, P. Maruschak, S. Lupenko, S. Panin. Applied Mechanics & Materials, 2015. Vol. 770. P. 288–293.

[32] Lytvynenko I.V., Lupenko S.A., Maruschak P.O., Panin S.V., Hats Yu.I. Diagnostic features of relief formations on the nanostructured titanium VT1-0 surface after laser shock-wave treatment. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2017, pp. 1-6.

[33] Maruschak P. O. Influence of deformation process in material at multiple cracking and fragmentation of nanocoating. P. O. Maruschak, S. V. Panin, S. R. Ignatovich, I. M. Zakiev, I. V. Konovalenko, I. V. Lytvynenko, V. P. Sergeev. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2012. Vol. 57. P. 43–48.

[34] Дзюбін С. В. Аналіз існуючих математичних моделей газоспоживання. С. В. Дзюбін, О. В. Мацюк. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2006. № 1. С. 29–32.

[35] Мацюк О. В. Вкладені стаціонарні послідовності періодичних випадкових процесів та їх використання в задачах обробки газонавантажень. О. В. Мацюк, М. В. Приймак. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. 2003. № 4 (7). С. 64–69.

[36] Pysar N., Dergacheva V., Bandura A., Pásztorová J. Composite fuel poverty index as a means to assess energy security of the country. Economic Annals-XXI 169(1-2), July 2018. P. 50-56.

[37] Yurish S. Advances in Signal Processing: Reviews, Book Series, Vol. 1 Ifsa Publishing; First Edition edition. November 25, 2018. P. 550.

[38] Приймак М. Імітаційне моделювання періодичних ланцюгів. Маркова М. Приймак, С. Лупенко, Л. Щербак. Вимірювальна техніка та метрологія: міжвідомчий наук.–техн. збірник. Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2002. № 60. С. 7–10.

[39] Мацюк О. В. Моделі газонавантажень з врахуванням стохастичної періодичності та можливості їх статистичного аналізу. О. В. Мацюк, М. В. Приймак. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. 2003. № 2 (7). С. 64–69.

[40] Мулик Н. В. Математична модель та метод прогнозу газоспоживання з урахуванням циклічності: дис. … канд. техн. наук: 01.05.02. Тернопіль, 2006. 136 с.

[41] Мацюк О. Періодичний білий шум із змінним періодом. О. Мацюк, М. Приймак. Матеріали дванадцятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 14-15 травня 2008. Тернопіль, 2008. С. 123.

[42] Приймак М. В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами: автореф. дис. ... докт. техн. наук. М. В. Приймак. К., 2001. 34 с.

[43] Бойко І. Ф. Оцінювання ймовірнісних характеристик динамічно введеного підпису для завдань аутентифікації особи в інформаційних системах.

І. Ф. Бойко, С. А. Лупенко, А. М. Луцків. Електроніка та системи управління Національний авіаційний університет. Київ, 2006. № 4 (10). С. 15–27.

[44] Бойко І. Імітаційне моделювання динамічного підпису в задачах аутентифікації особи. І. Бойко, С. Лупенко, А. Луцків. Матеріали десятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 17-18 травня 2006. Тернопіль, 2006. С. 66.

[45] Ефремова Е. В. Передача информации с помощью динамического хаоса. Генерация и разделение сигналов: автореф. дис. ... к.ф.м.н.: 01.04.03. Е. В. Ефремова. М. ОТКЗ ФТИ, 2006. 21 с.

[46] Бойко І. Математична модель динамічного підпису з урахуванням його сегментної структури. І. Бойко, С. Лупенко, А. Луцків. Вісник Тернопільського державного технічного університету. Тернопіль, 2006. Т. 11, № 3. С. 152–162.

[47] Mingfu Z., Jianjun T., Changping L., Zhengliang L. On–line Signature Verification Using Local Shape Analysis. Proceedings of the Seventh International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR 2003). P. 314–318.

[48] Kheir N. Systems Modeling and Computer Simulation, Second Edition. Marcel Dekke, Inc. New York 1996. P. 721.

[49] Бойко І. Ф. Методи аналізу кардіоінтервалограми людини в комп'ютерних діагностичних системах: класифікація та порівняльний аналіз. І. Ф. Бойко, Є. В. Лозінська, С. А. Лупенко, Л. М. Щербак. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Хмельницький, 2004. № 1. С. 141–147.

[50] Бойко І. Ф. Нові підходи до моделювання і аналізу динамічного підпису в задачах аутентифікації особи в інформаційних системах. І. Ф. Бойко, С. А. Лупенко, А. М. Луцків. Матеріали другої Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні наукові дослідження – 2006», Дніпропетровськ, 20-28 лютого 2006. Дніпропетровськ, 2006. Т. 46. С. 66–68.

[51] Лупенко С. Циклічні функції та їх класифікація в задачах моделювання циклічних сигналів та коливних систем. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2005. № 1. С. 177–185.

[52] Лупенко С. А. Комп’ютерна логіка. Підручник. С. А. Лупенко. Львів: Магнолія 2006, 2017. С. 640. ISBN 978-617-574-132-0.

[53] Лупенко С. А. Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация, С. А. Лупенко. Электронное моделирование Ин–т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины. Киев, 2006. Т. 28, № 4. С. 29–45.

[54] Приймак М. Ряди Фур’є та можливості їх використання для функцій із змінним періодом, М. Приймак, О. Карнаухов. Матеріали Всеукраїнської наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 13-14 травня 2009. Тернопіль, 2009. С. 91.

[55] Барковський В., Барковська Н., Лопатін О. Теорія ймовірностей та математична статистика. ТОВ «Видавництво "Центр навчальної літератури"» 2017, 424 с.

[56] Луцик Н. «Модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів, С. Лупенко, Н. Луцик, Н. Стадник. Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології», ТНТУ ім. І. Пулюя, 15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 10.

[57] Micheas A. C. Theory of Stochastic Objects Probability, Stochastic Processes and Inference. January 24, 2018. P. 408.

[58] Gardner W. A. Cyclostationarity: Half a century of research, W. A. Gardner, A. Napolitano, L. Paura. Signal Processing. 2005. № 86 (2006). P. 639–697.

[59] Драган Я. П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів, Я. П. Драган. Львів: Центр стратегічних досліджень еко–біотехнічних систем, 1997. 361 с.

[60] Болотов В. Н. Генерирование сигналов с фрактальными спектрами, В. Н. Болотов, Ю. В. Ткач. Журнал технической физики. 2006. Т. 76, вып. 4. С. 91–98.

[61] Olofsson P., Andersson M. Probability, Statistics, and Stochastic Processes. USA, 2012. P. 553. ISBN: 9780470889749.

[62] Medvegyev P. Stochastic Integration Theory. New York, Oxford University Press, 2007. P. 628.

[63] Бочарников В. П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике, В. П. Бочарников. Санкт-Петербург: “Наука” РАН, 2001. 328 с.

[64] Hurd H. L. Periodically Correlated Random Sequences: Spectral Theory and Practice. The University of North Carolina at Chapel Hill Hampton University. October 5, 2007 P. 384.

[65] Javorskyj I., Isayev I., Kravets I. Algorithms for separating the periodically correlated random processes into harmonic series representation. 2007. 15th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2007), Poznan, Poland, September 3-7, 2007. P. 1857–1861.

[66] Kehtarnavaz N. Digital Signal Processing System Design: LabVIEW–Based Hybrid Programming: Second Edition. N. Kehtarnavaz. Elsevier: University of Texas at Dallas, 2008. 325 p.

[67] Yavorskyj I., Dzeryn O., Yuzefovych R. Discrete LS Estimates of Correlation Function of Bi-Periodically Correlated Random Signals. Radioelectron. Commun.Syst. 63 (2020). P. 136–155.

[68] Nematollahi A. R. Discrete time periodically correlated Markov processes, A. R. Nematollahi, A. R. Soltani Probability and Mathematical Statistics. 2000. No. 20 (1). P. 127–140.

[69] Smitha A., Naikb P., Tsaib C. Markov-switching model selection using Kullback–Leibler divergence. Journal of Econometrics 134 (2006). P. 553–577.

[70] Литвиненко Я. В. Методи ідентифікації сегментної та ритмічної структур циклічних сигналів в системах цифрової обробки даних : дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 / Ярослав Володимирович Литвиненко. — Тернопіль : ТНТУ, 2019. — 663 с.

[71] Miller S., Childers D. Probability and Random Processes: With Applications to Signal Processing and Communications. 2nd Edition. USA 2012. P. 593. ISBN: 9780123869814.

[72] Красильников О. І. Процеси з незалежними періодичними приростами і періодичні білі шуми, О. І. Красильников, Б. Г. Марченко, М. В. Приймак. Відбір і обробка інформації. 1996. Вип. 10. С. 22–27.

[73] Стадник Н. Б. Застосування процесів авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії. Збірник матеріалів ІІІ науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології», ТНТУ ім. І. Пулюя, 24 квітня 2013 р., Тернопіль. С. 17.

[74] Awodey S. Category Theory, Steve Awodey. Oxford science publications. Clarendon press. Oxford New York 2006. P. 256.

[75] Yavorskyj I. N., Yuzefovych R. M., Kravets I. B., Zakrzewski Z. Least squares method in the statistic analysis of periodically correlated random processes. Radioelectronics and Communications Systems 54 (1), 2011. P. 45–59.

[76] Yaglom A. M. Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions Volume II: Supplementary Notes and References. Springer, New York, 1986. P. 258.

[77] Лупенко, С. А. Моделювання лінійних періодичних випадкових процесів. С. А. Лупенко, М. В. Приймак, Л. М. Щербак. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2000. Т. 5, № 2. С. 97–103.

[78] Лупенко С. А., Шаблій Н. Р., Стадник Н. Р., Зозуля А. М. Лінійні циклічні випадкові функції як математичні моделі сигналів та просторово-часових полів серця. Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», 17-18 листопада 2016 р. Тернопіль: ТНТУ, 2016. С. 65–66.

[79] Приймак М. В. Дослідження взаємозв’язку лінійних і періодичних випадкових процесів. М. В. Приймак. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Хмельницький: Навчальна книга, 1999. № 2. С. 167–169.

[80] Марченко Б. Г. Лінійні періодичні процеси. Б. Г. Марченко. Пр. Ін.-ту електродинаміки НАН України. Електротехніка. 1999. С. 165–182.

[81] Oliver C. Ibe. Fundamentals of Applied Probability and Random Processes. 2nd Edition. Academic Press is an imprint of Elsevier. USA 2014. P. 431.

[82] Лупенко С. А. Розвиток теорії моделювання та обробки циклічних сигналів в інформаційних системах: дис. … докт. техн. наук: 01.05.02. Національний університет “Львівська політехніка”. Львів, 2010. 479 с.

[83] Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. Б. Г. Марченко. К. Наукова думка, 1973. 192 с.

[84] Lupenko S. Cyclic linear random process as a mathematical model of cyclic signals. S. Lupenko, N. Lutsyk, Yu. Lapusta. Acta mechanica et automatica, vol. 9 no 4, 2015. 01.12.2015. De Gruyter Open, France 2015. P. 219–224.

[85] Ляшенков А. С. Синтезированный квазипериодический двухуровневый сигнал как идеальный меандр с переменным періодом. А. С. Ляшенков. Сборник «Проблемы радиосвязи» ГУП «Полет». Н. Новгород, 2002.

[86] Драган Я., Євтух П., Сікора Л., Яворський Б. Поліперіодично корельовано випадкові процеси як адекватні моделі кратної ритміки природних

явищ і технологічних процесів. Комп’ютерні технології друкарства. 2000. № 4. С. 269–290.

[87] Лупенко С. Оператор перетворення шкали в задачах моделювання та аналізу циклічних сигналів. С. Лупенко. Вісник Тернопільського державного технічного університету. Тернопіль, 2007. Т. 12, № 4. С. 141–152.

[88] Лупенко С. Циклічний випадковий процес із змінним ритмом. С. Лупенко. Матеріали дев'ятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 12-13 травня 2005. Тернопіль, 2005. С. 61.

[89] Приймак, М. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом. М. Приймак, І. Боднарчук, С. Лупенко. Вісник Тернопільського державного технічного університету. Тернопіль, 2005. Т. 10, № 2. С. 143–152.

[90] Лупенко С. А., Литвиненко Я. В., Стадник Н. Б., Зозуля А. М., Сверстюк А. С. Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу як узагальнена математична модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю. Комп’ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. Луцьк, 2020. № 1 (38). С. 60–69.

[91] Monson H. Hayes Statistical Digital Signal Processing and Modeling Wiley India Pvt. Limited, 2009 P. 624. ISBN 9788126516100.

[92] Lupenko S., Lutsyk N., Yasniy O., Zozulia A. The Modeling and Diagnostic Features in the Computer Systems of the Heart Rhythm Analysis with the Increased Informativeness. 2019 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). IEEE, 2019. P. 121–124.

[93] Стадник Н. Класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними. Н. Стадник, С. Лупенко, К. Чізова. Ннамене Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та

175-річчя з дня народження Івана Пулюя, 14-15 травня 2020 року. Т.: ТНТУ, 2020. С. 179–180. ISBN 978-966-305-106-2.

[94] Марценюк В. П., Семенець А. В., Сверстюк А. С. Концептуальні підходи до інтегрованого середовища проведення наукових медико-біологічних досліджень. Штучний інтелект. 2003. № 2. С. 35–44.

[95] Лупенко С. А., Дем'янчук Н. Р., Сверстюк А. С. Концептуально-методологічні основи імітаційного моделювання циклічних сигналів на ЕОМ із використанням їх моделі у вигляді циклічного функціонального відношення. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2008. № 4. С. 101–111.

[96] Литвиненко Я. Підходи до сегментації циклічного випадкового процесу із зонною часовою структурою. Я. Литвиненко, С. Лупенко. Матеріали Всеукраїнської наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 13-14 травня 2009. Тернопіль, 2009. С. 123.

[97] Стадник Н. Функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу. Н. Стадник, С. Лупенко. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій» до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя, 14-15 травня 2020 року. Т.: ТНТУ, 2020. С. 177–178.

[98] Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method for reducing the computational complexity of processing discrete cyclic random processes in digital data analysis systems. Serhii Lupenko; Iaroslav Lytvynenko; Nataliia Stadnyk. Scientific Journal of TNTU. Tern.: TNTU, 2020. Vol 97. No 1. P. 110–121.

[99] Lupenko S. The generator of cyclic signals for problems of testing of information systems. S. Lupenko, N. Demyanchuk. Proceedings of the

Xth International Conference TCSET. 2010 Dedicated to the 165th Anniversary of Lviv Polytechnic National University. Lviv-Slavske. 2010. P. 298.

[100] Литвиненко Я., Лупенко С., Студена Ю. Методи статистичної обробки сигналів серця на базі їх моделі у вигляді у вигляді циклічного випадкового процесу із зонною часовою структурою. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2006. Т. 11, № 4. С. 189–200.

[101] Лупенко С. А. Статистичний сумісний аналіз кардіосигналів на основі вектора циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів. С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, А. С. Сверстюк. Електроніка та системи управління Національний авіаційний університет. Київ, 2008. № 4 (18). С. 22–29.

[102] Лупенко С. А. Статистичні методи обробки циклічного випадкового процесу. С. А. Лупенко. Електроніка та системи управління Національний авіаційний університет. Київ, 2006. № 2 (8). С. 59–65.

[103] Лупенко С. А. Статистичні методи сумісної обробки сукупності ритмічно пов’язаних циклічних випадкових процесів. С. А. Лупенко. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Хмельницький, 2005. № 2. С. 80–84.

[104] Марценюк В. П., Кравець Н. О., Сверстюк А. С. Інформаційна система медико-біологічних досліджень: проект на основі Web-технологій. Український журнал телемедицини та медичної телематики. 2003. Т. 1, № 1. С. 57–60.

[105] Medvedev A., Proskurnikov A., Zhusubaliyev Z. Mathematical modeling of endocrine regulation subject to circadian rhythm. Annual Reviews in Control. Vol. 46. 2018. P. 148–164.

[106] McLachlan N. M., Grayden D. B. Enhancement of speech perception in noise by periodicity processing: A neurobiological model and signal processing algorithm. Speech Communication. Vol. 57. 2014. P. 114–125.

[107] Fumagalli F., Silver A. E., Tan Q., Zaidi N., Ristagno G. (2018), Cardiac rhythm analysis during ongoing cardiopulmonary resuscitation using the Analysis During Compressions with Fast Reconfirmation technology, Heart Rhythm, 15 (2). P. 248–255.

[108] Roonizi E., Sameni R. Morphological modeling of cardiac signals based on signal decomposition. Computers in Biology and Medicine, vol. 43 (10), 2013. P. 1453–1461.

[109] Jorna P. G. Spectral analysis of heart rate and psychological state: A review of its validity as a workload index. Biological psychology. 1992. V. 34. P. 237–257.

[110] Lupenko S., Lutsyk N., Yasniy O., Sobaszek Ł. Statistical analysis of human heart with increased informativeness. Acta mechanica et automatica, vol. 12, 2018. P. 311–315.

[111] Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N., Osukhivska H., Kryvinska N. Modification of the Software System for the Automated Determination of Morphological and Rhythmic Diagnostic Signs by Electrocardio Signals. The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020). Khmelnytskyi, Ukraine, vol-2623, June 10-12, 2020. P. 36–46.

[112] Yaglom A. M. Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions: Volume I: Basic Results. New York, 2011. P. 526.

[113] Manouchehri T., Nematollahi A. R. Periodic autoregressive models with closed skew-normal innovations. Computational Statistics 34. (2019). P. 1183–1213.

[114] Lytvynenko I. V. The method of segmentation of stochastic cyclic signals for the problems of their processing and modeling. Journal of Hydrocarbon Power Engineering, Oil and Gas Measurement and Testing. 2017, Vol. 4, No. 2. P. 93–103.

[115] Литвиненко Я. В. Метод інтерполяції кубічним сплайном дискретної функції ритму циклічного сигналу із визначеною сегментною структурою. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Хмельницький, 2017. № 3. С. 105–112.

[116] Лупенко С. А. Модифікація програмного компелексу для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак за електоркардіосигналоми. С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, Н. Б. Стадник, Г. М. Осухівська, А. С. Сверстюк. Науковий журнал Вісник Хмельницького національного університету №1 (281). ХНУ, Хмельницьк, 2020 р. С. 137–146.

[117] Луцик Н. С., Литвиненко Я. В., Лупенко С. А., Зозуля А. М. Програмний комплекс для морфологічного аналізу та аналізу серцевого ритму з підвищеною інформативністю. Журнал Вінницького національного технічного університету «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія». Вінниця, 2016. №1 (35). С. 13–22.

[118] Свідоцтво № 98121 Україна. Комп'ютерна програма “Статистична обробка векторного ритмокардіосигналу” (“ST_C”) / Литвиненко Я.В., Лупенко С.А., Триснюк В.М., Зозуля А.М.; опубл. 20.06.2020.

[119] Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method of statistical processing of discrete cycle random processes, by their reduction to isomorphic periodic random sequences. 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT 2020) Deggendorf, Germany, 16–18 September 2020. P. 209–212. (Індексується в Scopus).

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Лупенко С., Зозуля А., Сверстюк А., Стадник Н. Математичне моделювання та методи опрацювання сигналів серця на базі циклічних випадкових процесів та векторів. *Sciences and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences,* VI (20), ISSUE 172, July 2018. Budapest 2018. P. 47–54. (Індексується в Index Copernicus).

2. Лупенко С., Сверстюк А., Луцик Н., Стадник Н., Зозуля А. Умовний циклічний випадковий процес як математична модель коливних сигналів та процесів із подвійною стохастичністю. *Поліграфія і видавнича справа. Printing and Publishing,* No 1 (71) 2016. Львів, 2016. С. 147–159. (Індексується в Index Copernicus).

3. Lupenko S., Osukhivskas H., Lutsyk N., Stadnyk N., Zozulia A., Shablii N. The comparative analysis of mathematical models of cyclic signals structure and processes. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University,* No 2 (82). Ternopil 2016. P. 115–127. (Індексується в Index Copernicus).

4. Лупенко С. А., Литвиненко Я. В., Стадник Н. Б., Зозуля А. М., Сверстюк А. С. Умовний циклічний випадковий процес дискретного аргументу як узагальнена математична модель циклічних сигналів із подвійною стохастичністю. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво.* Луцьк, 2020. № 1 (38). С. 60–69. (Індексується в Index Copernicus).

5. Стадник Н. Б. Модифікація програмного компелексу для автоматизованого визначення морфологічних та ритмічних діагностичних ознак за електоркардіосигналоми. С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, Н. Б. Стадник,

Г. М. Осухівська, А. С. Сверстюк. *Науковий журнал Вісник Хмельницького національного університету* № 1 (281). ХНУ, Хмельницьк, 2020 р. С. 137–146. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

6. Stadnik N. Modeling and signals processing using cyclic random functions. S. Lupenko, O. Orobchuk, N. Stadnik, A. Zozulya. *13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*, September 11-14 2018. Lviv, Ukraine, 2018. Т. 1. P. 360–363. (Індексується в Scopus).

7. Stadnyk N. An approach to constructing a taxonomic tree of models cyclic signals in the tasks of developing an onto-oriented system for decisions supporting of models choice. S. Lupenko, N. Stadnyk, Ch. Nnamene. *9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)* June 5-7, 2019 in Ceske Budejovice, Czech Republic. P. 89–92. (Індексується в Scopus).

8. Стадник Н. Класи еквівалентності циклічних випадкових процесів та співвідношення між ними. Н. Стадник, С. Лупенко, К. Чізова Ннамене. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій“ до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14-15 травня 2020 року. Т.: ТНТУ, 2020. С. 179–180. (Google Scholar).

9. Стадник Н. Функції обчислювальної складності методів статистичного оцінювання кореляційної функції дискретного циклічного випадкового процесу. Н. Стадник, С. Лупенко. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій“ до 60-річчя з дня заснування Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя та 175-річчя з дня народження Івана Пулюя*, 14-15 травня 2020 року. Т.: ТНТУ, 2020. С. 177–178. (Google Scholar).

10. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N., Osukhivska H., Kryvinska N. Modification of the software system for the automated determination of morphological and rhythmic diagnostic signs by electrocardio signals. *The 1st International Workshop on Intelligent Information Technologies & Systems of Information Security (IntelITSIS-2020).* Khmelnytskyi, Ukraine, vol-2623, June 10-12, 2020. P. 36–46. (Індексується в Scopus).

11. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method for reducing the computational complexity of processing discrete cyclic random processes in digital data analysis systems. *Scientific Journal of TNTU*. Tern.: TNTU, 2020. Vol 97. No 1. P. 110–121. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

Праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

12. Лупенко С. А., Горкуненко А. Б., Осухівська Г. М., Стадник Н. Б. «Інформаційна технологія моделювання, аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів. *Журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»* № 2 2012р., м. Хмельницький. С. 167–176. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

13. Стадник Н. Б. Застосування процесів авторегресії та ковзного середнього в задачах економетрії. *Збірник матеріалів III науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 24 квітня 2013 р., Тернопіль. С. 17.

14. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Стадник Н. Б. «Циклічний лінійний випадковий процес, як конструктивна математична модель циклічних сигналів та процесів» (Cyclic linear random process as a constructive mathematical model of cyclic signals and processes). *В матеріалах XXI Міжнародної конференції «Problem of decision making under uncertainties»* 13-17 травня 2013, м. Східниця, Україна. С. 44.

15. Луцик Н., Лупенко С., Стадник Н. «Модель із подвійною стохастичністю у задачах математичного моделювання та аналізу циклічних процесів та сигналів. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя,

15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С.10.

16. Стадник Н., Лупенко С. «Порівняння моделей та методів аналізу циклічних економічних процесів, що знаходяться у взаємозв'язку. *Матеріали IV науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології»*, ТНТУ ім. І. Пулюя, 15-16 травня 2014 р., Тернопіль. С. 15.

17. Лупенко С. А., Луцик Н. С., Лупенко А. М., Стадник Н. Б. «Лінійний циклічний випадковий процес як математична модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування. *Вісник Львівської політехніки «Інформаційні системи та мережі»*, № 783 2014 р., Львів. С. 145–153. (Індексується в Index Copernicus, Google Scholar).

18. Лупенко С. А., Шаблій Н. Р., Стадник Н. Р., Зозуля А. М. Лінійні циклічні випадкові функції як математичні моделі сигналів та просторово-часових полів серця. *Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій»*, 17-18 листопада 2016 р. Тернопіль: ТНТУ, 2016. С. 65–66.

19. Lupenko S., Lytvynenko Ia., Stadnyk N. Method of statistical processing of discrete cycle random processes, by their reduction to isomorphic periodic random sequences. *10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT 2020).* Deggendorf, Germany, 16–18 September 2020. P. 209–212. (Індексується в Scopus).

ДОДАТОК Б

ФРАГМЕНТИ ПРОГРАМНОГО КОДУ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПРАЦЮВАННЯ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

```
unit Main;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Grids, ComCtrls, Menus, ExtCtrls, TeeProcs, TeEngine,
  Chart, Buttons, Series, CheckLst, Math, XPMan, Mask;

type
  TMainForm = class(TForm)
    MainMenu1: TMainMenu;
    File1: TMenuItem;
    Open1: TMenuItem;
    N1: TMenuItem;
    Exit1: TMenuItem;
    OpenFr1: TMenuItem;
    ProgressBar1: TProgressBar;
    OpenDialog1: TOpenDialog;
    Help1: TMenuItem;
    About1: TMenuItem;
    SaveDialog1: TSaveDialog;
    XPManifest1: TXPManifest;
    N2: TMenuItem;
    N3: TMenuItem;
    N21: TMenuItem;
    N11: TMenuItem;
    N22: TMenuItem;
    PageControl1: TPageControl;
    TabSheet1: TTabSheet;
    GroupBox3: TGroupBox;
    StringGrid1: TStringGrid;
    GroupBox4: TGroupBox;
    StringGrid2: TStringGrid;
    GroupBox5: TGroupBox;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    GroupBox6: TGroupBox;
    Label1: TLabel;
    BitBtn7: TBitBtn;
    Edit2: TEdit;
    GroupBox8: TGroupBox;
    CheckBox1: TCheckBox;
    BitBtn9: TBitBtn;
    GroupBox9: TGroupBox;
    GroupBox16: TGroupBox;
    Label32: TLabel;
    Label31: TLabel;
    Edit11: TEdit;
    BitBtn45: TBitBtn;
    BitBtn46: TBitBtn;
```

```
TabSheet3: TTabSheet;
PageControl2: TPageControl;
TabSheet6: TTabSheet;
GroupBox2: TGroupBox;
Label13: TLabel;
Label2: TLabel;
Label9: TLabel;
Label10: TLabel;
Label11: TLabel;
Label12: TLabel;
Label33: TLabel;
Edit5: TEdit;
Edit3: TEdit;
BitBtn14: TBitBtn;
BitBtn4: TBitBtn;
BitBtn15: TBitBtn;
BitBtn18: TBitBtn;
BitBtn5: TBitBtn;
BitBtn16: TBitBtn;
BitBtn17: TBitBtn;
BitBtn6: TBitBtn;
BitBtn13: TBitBtn;
BitBtn19: TBitBtn;
BitBtn22: TBitBtn;
BitBtn23: TBitBtn;
BitBtn24: TBitBtn;
BitBtn25: TBitBtn;
Edit4: TEdit;
GroupBox14: TGroupBox;
BitBtn36: TBitBtn;
BitBtn37: TBitBtn;
BitBtn38: TBitBtn;
Edit9: TEdit;
StringGrid9: TStringGrid;
StringGrid10: TStringGrid;
BitBtn28: TBitBtn;
BitBtn26: TBitBtn;
TabSheet2: TTabSheet;
Label14: TLabel;
Label15: TLabel;
StringGrid5: TStringGrid;
StringGrid8: TStringGrid;
StringGrid3: TStringGrid;
StringGrid6: TStringGrid;
TabSheet7: TTabSheet;
Label17: TLabel;
Label18: TLabel;
StringGrid11: TStringGrid;
StringGrid12: TStringGrid;
BitBtn44: TBitBtn;
TabSheet19: TTabSheet;
Label43: TLabel;
Label44: TLabel;
Label45: TLabel;
Label46: TLabel;
GroupBox31: TGroupBox;
Label42: TLabel;
GroupBox32: TGroupBox;
StringGrid26: TStringGrid;
BitBtn59: TBitBtn;
BitBtn58: TBitBtn;
GroupBox33: TGroupBox;
StringGrid27: TStringGrid;
```

```
ScrollBar1: TScrollBar;
Edit17: TEdit;
Edit18: TEdit;
TabSheet4: TTabSheet;
Chart1: TChart;
Series1: TLineSeries;
TabSheet12: TTabSheet;
PageControl4: TPageControl;
TabSheet13: TTabSheet;
Label21: TLabel;
Label22: TLabel;
Label23: TLabel;
Label24: TLabel;
GroupBox15: TGroupBox;
Label26: TLabel;
Label27: TLabel;
Label28: TLabel;
Label29: TLabel;
StringGrid16: TStringGrid;
StringGrid17: TStringGrid;
StringGrid19: TStringGrid;
StringGrid18: TStringGrid;
BitBtn40: TBitBtn;
BitBtn41: TBitBtn;
BitBtn42: TBitBtn;
BitBtn43: TBitBtn;
TabSheet14: TTabSheet;
GroupBox21: TGroupBox;
Label30: TLabel;
StringGrid20: TStringGrid;
BitBtn20: TBitBtn;
Edit10: TEdit;
BitBtn39: TBitBtn;
Edit19: TEdit;
Label47: TLabel;
Series3: TBarSeries;
CheckBox2: TCheckBox;
CheckBox3: TCheckBox;
BitBtn8: TBitBtn;
CheckBox6: TCheckBox;
TabSheet24: TTabSheet;
GroupBox46: TGroupBox;
Label68: TLabel;
GroupBox47: TGroupBox;
StringGrid35: TStringGrid;
GroupBox48: TGroupBox;
StringGrid36: TStringGrid;
BitBtn81: TBitBtn;
BitBtn82: TBitBtn;
BitBtn83: TBitBtn;
BitBtn84: TBitBtn;
Edit33: TEdit;
Label69: TLabel;
BitBtn85: TBitBtn;
Label70: TLabel;
BitBtn86: TBitBtn;
BitBtn87: TBitBtn;
Edit20: TEdit;
Label48: TLabel;
BitBtn60: TBitBtn;
BitBtn62: TBitBtn;
BitBtn61: TBitBtn;
Label78: TLabel;
```

```
Label80: TLabel;
Label81: TLabel;
Label82: TLabel;
GroupBox67: TGroupBox;
BitBtn124: TBitBtn;
BitBtn123: TBitBtn;
Label93: TLabel;
Edit35: TEdit;
Edit39: TEdit;
Label96: TLabel;
Label95: TLabel;
Label94: TLabel;
CheckBox20: TCheckBox;
Label97: TLabel;

procedure Open1Click(Sender: TObject);
procedure OpenFr1Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn8Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn9Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn7Click(Sender: TObject);
procedure About1Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn4Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn14Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn15Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn12Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn18Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn5Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn6Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn16Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn17Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn22Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn23Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn24Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn25Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn26Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn28Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn20Click(Sender: TObject);
procedure Exit1Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn13Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn36Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn37Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn38Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn44Click(Sender: TObject);
procedure N2Click(Sender: TObject);
procedure N21Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn40Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn42Click(Sender: TObject);
procedure N11Click(Sender: TObject);
procedure N22Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn41Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn43Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn39Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn45Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn46Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn62Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn66Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn81Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn82Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn83Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn84Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn86Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn85Click(Sender: TObject);
```

```
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

type
 masiv1=array [1..20000] of real;
 masiv2=array [0..20+1,0..20] of real;

 (*========== V A R =============*)
 var
  MainForm: TMainForm;
         i,p,n:integer; //tmp
         iKolZnachenRE:integer;
         iKolZnachenFR:integer;
         iTrivalistCicly:integer;
         f:text;
         mKof:masiv1;//---- для виділення тренду
  (*==============================*)

implementation

uses About;

{$R *.dfm}
(*===== Okrugl Function ========*)
function Okrugl(rTmp:real):real;
begin
 Result:=round(rTmp*100)/100;  //10 чи 100 залежить до "чого" заокруглюємо
                              // від частоти дискретизації
end;
(*==============================*)

(*======Convert , в . ==========*)
function DotConvert(sTmp1: string):String;
var  nI:integer;
sSp:string;
begin
 Result:='';
 for nI:=1 to length(sTmp1) do
  begin
   sSp:=copy(sTmp1,nI,1);
   if (sSp=',') then
    begin
     Result:=Result+'.';
    end
   else Result:=Result+sSp;
  end;
end;
(*==============================*)

(*========= About ==============*)
procedure TMainForm.About1Click(Sender: TObject);
begin
 AboutForm.Show;
end;
(*==============================*)
(*========= Exit ===============*)
procedure TMainForm.Exit1Click(Sender: TObject);
begin
 Application.Terminate;
end;
```

```
(*==============================*)
(*====== Open File =============*)
procedure TMainForm.Open1Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid1.Cols[nJ].Clear;
StringGrid1.RowCount:=2;
//==========================
GroupBox3.Caption:=' Вхідний сигнал ';
StringGrid1.Cells[0,0]:='№';
StringGrid1.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid1.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label3.Caption:='Вхідний сигнал: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='	') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   iKolZnachenRE:=n;
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenRE;
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid1.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid1.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid1.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid1.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid1.Cells[0,i]:= inttostr(i);
```

```
    inc(i);
    StringGrid1.RowCount:=StringGrid1.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid1.RowCount:=StringGrid1.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=0;
end;
(*=============================*)
(*====== Open File FR ==========*)
procedure TMainForm.OpenFr1Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
n:=0;//глобальна змінна
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid2.Cols[nJ].Clear;
StringGrid2.RowCount:=2;
//==========================
GroupBox4.Caption:=' Функція ритму ';
StringGrid2.Cells[0,0]:='№';
StringGrid2.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid2.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label4.Caption:='Функція ритму: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='     ') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   iKolZnachenFR:=n;
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenFR;
   Repeat
```

```
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid2.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid2.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid2.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid2.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid2.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
    StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=0;
end;
(*==============================*)

(*======== VISUAL SIGNAL =======*)
procedure TMainForm.BitBtn8Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
//============= чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //======================================
 if StringGrid1.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid1.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid1.RowCount-1 do
    begin
     If CheckBox3.Checked then
      MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid1.Cells[2,nJ]),'',clGreen)
     else MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid1.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end;
end;
(*==============================*)
(*======== VISUAL FR ===========*)
```

```
procedure TMainForm.BitBtn9Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1,MySeries3:TLineSeries;
MySeries2:TPointSeries;
begin
 //============= чистка ==================
 //== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //=======================================
 if StringGrid2.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   MySeries2:=TPointSeries.Create( Self );
   MySeries2.Pointer.Style:=psCircle; //тип кривої
   MySeries2.Pointer.HorizSize:=3; //діаметр точок
   MySeries2.Pointer.VertSize:=3;  //діаметр точок
   ProgressBar1.Max:=StringGrid2.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid2.RowCount-1 do
    begin
     if StringGrid2.Cells[2,nJ]<>''then
      begin
       if CheckBox1.Checked then MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clGreen)
       else MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
       ProgressBar1.Position:=nJ;
       MySeries1.ParentChart:=Chart1;
       if CheckBox1.Checked then MySeries2.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clBlue)
       else MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
       MySeries2.ParentChart:=Chart1;
       if CheckBox2.Checked=false then
        begin
         MySeries3:=TLineSeries.Create( Self );
         if CheckBox1.Checked then
          begin
           MySeries3.AddXY(nJ,0,'',clBlue);
           MySeries3.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
          end
         else
          begin
           MySeries3.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),0,'',clBlue);
           MySeries3.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
         end;
        MySeries3.ParentChart:=Chart1;
       end;
      end;//if
    end;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end;
end;
(*============================*)


(*====== Clera Graph ===========*)
procedure TMainForm.BitBtn28Click(Sender: TObject);
```

```
var  MySeries1:TLineSeries;
begin
 //============= чистка ==================
 //== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //========================================
 PageControl1.ActivePageIndex:=1;
end;
(*==============================*)

(*===== VISUAL Signal & FR =====*)
procedure TMainForm.BitBtn7Click(Sender: TObject);
var nJ,nI:integer;
MySeries1,MySeries2:TLineSeries;
begin
  if StringGrid2.Cells[2,1]<>" then //чи є значення Ф.Р.
  begin
   MainForm.BitBtn8Click(Sender);  //Будуємо сигнал
//   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid2.RowCount-1;
   nI:=0;
   for nJ:=1 to StringGrid2.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),0,",clBlue);
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),strtoint(Edit2.Text),",clBlue);
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),-strtoint(Edit2.Text),",clBlue);
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),0,",clBlue);
     MySeries1.ParentChart:=Chart1;
     ProgressBar1.Position:=nJ;
     if StringGrid2.Cells[2,nJ]<>" then
      begin
       MySeries2:=TLineSeries.Create( Self );
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),20+nI,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),20+nI+5,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),20+nI-5,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ]),20+nI,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ])+strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),20+nI,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ])+strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),20+nI+5,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ])+strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),20+nI-5,",clRed);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nJ])+strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nJ]),20+nI,",clRed);
       MySeries2.ParentChart:=Chart1;
       nI:=nI+20;
      end;
    end;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end;
end;
(*==============================*)

(*===== VISUAL Corelation ======*)
procedure TMainForm.BitBtn12Click(Sender: TObject);
begin
```

```
 showmessage('На стадії розробки');
end;
(*==============================*)

(*===== Interpolation FR =======*)
procedure TMainForm.BitBtn14Click(Sender: TObject);
var nI,nJ,nTmp:integer;
rTmpZnach1,rTmpZnach2,rTmpVidlik1,rTmpVidlik2:real;
rTmp,yTmp:real;
iTmp:integer;
//MySeries1: TLineSeries; //TCircledSeries;
//MySeries2:TPointSeries;
begin
 if StringGrid2.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 3 do //к.-сть стовбців
    StringGrid5.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid5.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid5.Cells[0,0]:='Цикли';
   StringGrid5.Cells[1,0]:='Зони';
   StringGrid5.Cells[2,0]:='Коеф. К';
   StringGrid5.Cells[3,0]:='Коеф. В';
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
    StringGrid8.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid8.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid8.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid8.Cells[1,0]:='Відлік';
   StringGrid8.Cells[2,0]:='Значення';
//-----  не треба очистку рисунка для закоментарених фрагментів коду що будують графіки
   //======= Заповнюємо табл. Зони, Цикли 1,2,...========
   nTmp:=0;//номер 1,2,...
   for nI:=1 to strtoint(Edit3.Text) do //Цикли
    begin
     for nJ:=1 to strtoint(Edit4.Text) do //Зони
      begin
       StringGrid5.Cells[0,nJ+nTmp]:=floattostr(nI);
       StringGrid5.Cells[1,nJ+nTmp]:=floattostr(nJ);
       StringGrid5.RowCount:=StringGrid5.RowCount+1;
      end;
     nTmp:=nTmp+strtoint(Edit4.Text);
    end;
    StringGrid5.RowCount:=StringGrid5.RowCount-1;//лишня стрічка
   //================================================
//Showmessage('кільк. знач. ФР ='+IntToStr(iKolZnachenFR)); //=25 зон 5 циклів 5 (має бути 26 + одна наступна
зона)
//Showmessage('кільк. знач. ФР-1 ='IntToStr(iKolZnachenFR-1)); //=24
   //====== Обрахунок К В ======
   for nI:=1 to iKolZnachenFR-1 do
    begin
     rTmpZnach1:=strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nI]);
     rTmpZnach2:=strtofloat(StringGrid2.Cells[2,nI+1]);
     rTmpVidlik1:=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI]);
     rTmpVidlik2:=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI+1]);
     StringGrid5.Cells[2,nI]:=floattostr((rTmpZnach2-rTmpZnach1)/(rTmpVidlik2-rTmpVidlik1));
     StringGrid5.Cells[3,nI]:=floattostr(rTmpZnach2-((rTmpZnach2-rTmpZnach1)*rTmpVidlik2)/(rTmpVidlik2-
rTmpVidlik1));
    end;
   //==========================
   //===== Побудова Графіка =====
```

```
//   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
//   MySeries2:=TPointSeries.Create( Self );
//   MySeries2.Pointer.Style:=psCircle; //тип кривої
//   MySeries2.Pointer.HorizSize:=2; //діаметр точок
//   MySeries2.Pointer.VertSize:=2;  //діаметр точок
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenFR-1;
   iTmp:=0;
   nTmp:=0;
   for nI:=1 to iKolZnachenFR-1 do
    begin
     rTmp:=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI]); //відліки
     StringGrid8.Cells[0,nI+nTmp]:=FloatToStr(nI+nTmp);//номер
     StringGrid8.Cells[1,nI+iTmp]:=FloatToStr(rTmp);//x = rTmp
     ProgressBar1.Position:=nI;
     yTmp:=strtofloat(StringGrid5.Cells[2,nI])*rTmp+strtofloat(StringGrid5.Cells[3,nI]);
     StringGrid8.Cells[2,nI+iTmp]:=FloatToStr(Okrugl(yTmp));//y = yTmp
//   MySeries1.AddXY(rTmp,yTmp,'',clBlue); //вузлові точки
     repeat
//----- округл(відлік ФР+0,1)
      rTmp:=Okrugl(rTmp+strtofloat(Edit5.Text));
      nTmp:=nTmp+1;
      yTmp:=strtofloat(StringGrid5.Cells[2,nI])*rTmp+strtofloat(StringGrid5.Cells[3,nI]);
      StringGrid8.Cells[0,nI+nTmp]:=FloatToStr(nI+nTmp);//номер
      StringGrid8.Cells[1,nI+nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(rTmp));//x
      StringGrid8.Cells[2,nI+nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(yTmp));//y
      StringGrid8.RowCount:=StringGrid8.RowCount+1;
//    MySeries1.AddXY(rTmp,yTmp,'',clGreen);
//    MySeries2.AddXY(rTmp,yTmp,'',clRed);
     until  (Okrugl(rTmp)>strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI+1]))or
            (Okrugl(rTmp)=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI+1]));
     nTmp:=nTmp-1;
     iTmp:=iTmp+nTmp;
    end;
//   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
//   MySeries2.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end;
end;
(*============================*)
(*====== VISUAL Interp. FR =====*)
procedure TMainForm.BitBtn4Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
 if StringGrid8.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid8.RowCount-1;
//ShowMessage(IntToStr(StringGrid8.RowCount)); // останый рядок пустий  (в попередній процедурі мабуть
RowCount:=RowCount+1)
//ShowMessage('[0,RowC]= '+StringGrid8.Cells[0,StringGrid8.RowCount]+'    '+'[1,RowC]=
'+StringGrid8.Cells[1,StringGrid8.RowCount]);
//ShowMessage('[0,RwoC-1]= '+StringGrid8.Cells[0,StringGrid8.RowCount-1]+'    '+'[1,RowC-1]=
'+StringGrid8.Cells[1,StringGrid8.RowCount-1]);
   for nJ:=1 to StringGrid8.RowCount-1 do  //має бути-1
    begin
```

```
    //--- для тестування потім убрати, те що далі
     If (StringGrid8.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid8.Cells[2,nJ]='')then
      begin
       ShowMessage('Пустий рядок = '+inttostr(nJ));
      end
     //-----------------------------------------------------------------------
     else
      begin
       MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid8.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid8.Cells[2,nJ]),'',clYellow);
       ProgressBar1.Position:=nJ;
      end;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*==============================*)

(*======= Interpolation Signal ========*)
procedure TMainForm.BitBtn15Click(Sender: TObject);
var nI,nTmp,iTmp,nJ,nK:integer;
rTmpZnach1,rTmpZnach2,rTmpVidlik1,rTmpVidlik2:real;
rTmp,yTmp:real;
{MySeries1: TLineSeries; //TCircledSeries;
MySeries2:TPointSeries;}
begin
 if StringGrid1.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 3 do //к.-сть стовбців
    StringGrid6.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid6.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid6.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid6.Cells[1,0]:='Відлік';
   StringGrid6.Cells[2,0]:='Значення';
   StringGrid6.Cells[3,0]:='Стр. Зн.';
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
    StringGrid3.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid3.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid3.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid3.Cells[1,0]:='Коеф. К';
   StringGrid3.Cells[2,0]:='Коеф. В';
   //=== Обрахунок К В ===
   for nI:=1 to iKolZnachenRE-1 do
    begin
     rTmpZnach1:=strtofloat(StringGrid1.Cells[2,nI]);
     rTmpZnach2:=strtofloat(StringGrid1.Cells[2,nI+1]);
     rTmpVidlik1:=strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nI]);
     rTmpVidlik2:=strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nI+1]);
     StringGrid3.Cells[1,nI]:=floattostr((rTmpZnach2-rTmpZnach1)/(rTmpVidlik2-rTmpVidlik1));
     StringGrid3.Cells[2,nI]:=floattostr(rTmpZnach2-((rTmpZnach2-rTmpZnach1)*rTmpVidlik2)/(rTmpVidlik2-
rTmpVidlik1));
```

```
    StringGrid3.Cells[0,nI]:=floattostr(nI);//відлік
    StringGrid3.RowCount:=StringGrid3.RowCount+1;
   end;
  StringGrid3.RowCount:=StringGrid3.RowCount-1; //останню забирає бо пуста
//====================
  ProgressBar1.Max:=iKolZnachenRE-1; //-1
  nTmp:=1; //0
  iTmp:=0;
  for nI:=1 to iKolZnachenRE-1 do //-1
   begin
    rTmp:=strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nI]);//відліки
    ProgressBar1.Position:=nI;
    StringGrid6.Cells[0,nI+iTmp]:=floattostr(nI+iTmp); //номер
    StringGrid6.Cells[1,nI+iTmp]:=floattostr(rTmp);//x
    yTmp:=strtofloat(StringGrid3.Cells[1,nI])*rTmp+strtofloat(StringGrid3.Cells[2,nI]);
    StringGrid6.Cells[2,nI+iTmp]:=floattostr(Okrugl(yTmp));//y
    StringGrid6.RowCount:=StringGrid6.RowCount+1;
    for nK:=1 to 9{10-1} do
     begin
      rTmp:=Okrugl(rTmp+strtofloat(Edit5.Text));
      StringGrid6.Cells[0,nI+nTmp]:=floattostr(nI+nTmp); //номер
      StringGrid6.Cells[1,nI+nTmp]:=floattostr(Okrugl(rTmp));//x
      yTmp:=strtofloat(StringGrid3.Cells[1,nI])*rTmp+strtofloat(StringGrid3.Cells[2,nI]);
      StringGrid6.Cells[2,nI+nTmp]:=floattostr(Okrugl(yTmp)); //y
      nTmp:=nTmp+1;
      StringGrid6.RowCount:=StringGrid6.RowCount+1;
     end;
    iTmp:=iTmp+9{10-1};
   end;
  StringGrid6.RowCount:=StringGrid6.RowCount-1;
//====================
  ProgressBar1.Position:=0;
 end
else
 begin
  MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
  [mbOk], 0);
  PageControl1.SetFocus;
  PageControl1.ActivePageIndex:=0;
 end;
end;
(*=============================*)

(*==== VISUAL Inter. Signal ====*)
procedure TMainForm.BitBtn18Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
 if StringGrid6.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid6.RowCount-1;
//ShowMessage(IntToStr(StringGrid6.RowCount)); //
//ShowMessage('[0,RowC]= '+StringGrid6.Cells[0,StringGrid6.RowCount]+'    '+'[1,RowC]=
'+StringGrid6.Cells[1,StringGrid6.RowCount]+'[2,RowC]= '+StringGrid6.Cells[2,StringGrid6.RowCount]);
//ShowMessage('[0,RwoC-1]= '+StringGrid6.Cells[0,StringGrid6.RowCount-1]+'    '+'[1,RowC-1]=
'+StringGrid6.Cells[1,StringGrid6.RowCount-1]+'[2,RowC-1]= '+StringGrid6.Cells[2,StringGrid6.RowCount-1]);
   for nJ:=1 to StringGrid6.RowCount-1 do //має бути -1
    begin
     If (StringGrid6.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid6.Cells[2,nJ]='')then
      begin
       ShowMessage('Пустий рядок = '+inttostr(nJ));
      end
```

```
    //----------------------------------------------------------------------
    else
     begin
      MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid6.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid6.Cells[2,nJ]),'',clRed);
      ProgressBar1.Position:=nJ;
     end;
   end;
  MySeries1.ParentChart:=Chart1;
  ProgressBar1.Position:=0;
  PageControl1.ActivePageIndex:=1;
 end
else
 begin
  MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
   [mbOk], 0);
  PageControl2.SetFocus;
  PageControl2.ActivePageIndex:=2;
 end;
end;
(*==============================*)
(*====== передискретизація FR =====*)
procedure TMainForm.BitBtn22Click(Sender: TObject);
var
 Znachenna1, Vidlik1,rX1,rY,K,B:real;
nI,nJ,nK,nTmp,nTmp1,nTmp2:integer;
iCicliv:integer;
begin
 if StringGrid8.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
    StringGrid11.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid11.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid11.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid11.Cells[1,0]:='Відлік';
   StringGrid11.Cells[2,0]:='Значення';
  //================================
  //перший цикл. Береться як базовий для передисретизації
   iCicliv:=strtoint(Edit3.Text);
   nTmp:=1;
   Vidlik1:=strtofloat(StringGrid8.Cells[1,nTmp]);
   Znachenna1:=strtofloat(StringGrid8.Cells[2,nTmp]);               // цикл повністю враховує
   while Vidlik1<=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,strtoint(Edit4.Text)+1])do//для першого/одного цикла
    begin
     begin
      StringGrid11.Cells[0,nTmp]:=FloatToStr(nTmp);//номер
      StringGrid11.Cells[1,nTmp]:=FloatToStr(Vidlik1);//X
      StringGrid11.Cells[2,nTmp]:=FloatToStr(Znachenna1);//Y
      StringGrid11.RowCount:=StringGrid11.RowCount+1;
     end;
     nTmp:=nTmp+1;
     Vidlik1:=strtofloat(StringGrid8.Cells[1,nTmp]);
     Znachenna1:=strtofloat(StringGrid8.Cells[2,nTmp]);
    end;
   StringGrid11.RowCount:=StringGrid11.RowCount-1;
   //======================================
   nTmp1:=1;
   nTmp:=nTmp-1; // бо 2752=''
   nTmp2:=nTmp;
   iTrivalistCicly:=nTmp2-nTmp1;
   ProgressBar1.Max:=iCicliv-1-1;
   for nK:=1 to iCicliv-1-1 do
```

```
    begin
     ProgressBar1.Position:=nK;
     for nJ:=nTmp1 to nTmp2 do
      begin
       Vidlik1:=strtofloat(StringGrid11.Cells[1,nJ]);
       Znachenna1:=strtofloat(StringGrid11.Cells[2,nJ]);
       rX1:=Vidlik1;
       rY:=Znachenna1;
       //=====
//     rX1:=Okrugl(rX1)+Okrugl(rY);
       rX1:=Okrugl(rX1+rY);
       for nI:=1 to iKolZnachenFR-1 do  //26-1=25
        begin
         if ((rX1>=strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI]))and
            (rX1<strtofloat(StringGrid2.Cells[1,nI+1])))then //<= має бути менше рівно (в діапазоні)
           begin
            K:=strtofloat(StringGrid5.Cells[2,nI]);
            B:=strtofloat(StringGrid5.Cells[3,nI]);
            rY:=K*rX1+B;
            StringGrid11.Cells[0,nTmp]:=FloatToStr(nTmp);//номер
            StringGrid11.Cells[1,nTmp]:=FloatToStr(rX1);//X
//            StringGrid11.Cells[1,nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(rX1));//X
            StringGrid11.Cells[2,nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(rY));//Y
            nTmp:=nTmp+1;
            StringGrid11.RowCount:=StringGrid11.RowCount+1;
           end;
        end;//nI
       //=====
      end; //nJ
// showmessage('nTmp1= '+inttostr(nTmp1));
// showmessage('nTmp = '+inttostr(nTmp));
// showmessage('nTmp2= '+inttostr(nTmp2));
     nTmp1:=nTmp2;
     nTmp:=nTmp-1;
     nTmp2:=nTmp;
     if nK<>iCicliv-1-1 then StringGrid11.RowCount:=StringGrid11.RowCount-1;
//showmessage('new на слід цикл nTmp1= '+inttostr(nTmp1));
//showmessage('new на слід цикл nTmp= '+inttostr(nTmp));
//showmessage('new на слід цикл nTmp2= '+inttostr(nTmp2));
if CheckBox6.Checked then showmessage('цикл №='+inttostr(nK)+' відліків на цикл = '+inttostr(nTmp2-
nTmp1));//(iTrivalistCicly)
   //=========================================
  end;
 StringGrid11.RowCount:=StringGrid11.RowCount-1; //пуста стрічка
 ProgressBar1.Position:=0;
//showmessage('vi1 = '+inttostr(nTmp-1)+' '+StringGrid11.Cells[1,nTmp-1]);
//showmessage('vi2 = '+inttostr(nTmp)+' '+StringGrid11.Cells[1,nTmp]);
//showmessage('vi3 = '+inttostr(nTmp+1)+' '+StringGrid11.Cells[1,nTmp+1]);
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*================================*)

(*======= VISUAL peredeskret FR =========*)
procedure TMainForm.BitBtn23Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
```

```
MySeries2:TPointSeries;
begin
 if StringGrid11.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   MySeries2:=TPointSeries.Create( Self );
   MySeries2.Pointer.Style:=psCircle; //тип кривої
   MySeries2.Pointer.HorizSize:=2; //діаметр точок
   MySeries2.Pointer.VertSize:=2;  //діаметр точок
   ProgressBar1.Max:=StringGrid11.RowCount-1;
// showmessage('RowC 11 = '+IntToStr(StringGrid11.RowCount));
// showmessage('Значення RowC 11 = '+StringGrid11.Cells[1,StringGrid11.RowCount]);
   for nJ:=1 to StringGrid11.RowCount-1 do  //має бути -1
    begin
     If (StringGrid11.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid11.Cells[2,nJ]='')then
      begin
       ShowMessage('Пустий рядок  = '+inttostr(nJ));
      end
     //------------------------------------------------------------------------
     else
      begin
       MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid11.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid11.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid11.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid11.Cells[2,nJ]),'',clYellow);
       ProgressBar1.Position:=nJ;
      end;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   MySeries2.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=3;
  end;
end;
(*==============================*)

(*======= Perediskret Sign =====*)
procedure TMainForm.BitBtn24Click(Sender: TObject);
var
 Vidlik1,rX1,K,B,rY:real;
nJ,nI:integer;
nTmp1,nTmp,nK,nTmp2,iCicliv:integer;
braz:boolean;
begin                              // отримується після передискретизації ФР
 if (StringGrid6.Cells[1,1]<>'')and(iTrivalistCicly<>0) then
  begin
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
    StringGrid12.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid12.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid12.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid12.Cells[1,0]:='Відлік';
   StringGrid12.Cells[2,0]:='Значення';
 //ProgressBar1.Max:=iTrivalistCicly;
   Vidlik1:=strtoint(StringGrid2.Cells[1,1]);/// відлік 13
   nI:=1;
   braz:=true;
```

```
//Showmessage('kilk '+inttostr(StringGrid6.RowCount));
//Showmessage('znach ostannogo '+StringGrid6.Cells[1,StringGrid6.RowCount]);
//Showmessage('znach pered ostannogo '+StringGrid6.Cells[1,StringGrid6.RowCount-1]);
                        // має бути -1
   while (nI<=StringGrid6.RowCount-1)and(braz) do
    begin
     if strtofloat(StringGrid6.Cells[1,nI])=Vidlik1 then
      begin
       for nJ:=1 to iTrivalistCicly do   //2750
        begin
//      ProgressBar1.Position:=nJ;
         StringGrid12.Cells[0,nJ]:=FloatToStr(nJ);//номер
         StringGrid12.Cells[1,nJ]:=StringGrid6.Cells[1,(nI-1)+nJ];//X
         StringGrid12.Cells[2,nJ]:=StringGrid6.Cells[2,(nI-1)+nJ];//Y
         StringGrid12.RowCount:=StringGrid12.RowCount+1;
         braz:=false;
        end;
      end;
     nI:=nI+1;
    end;
StringGrid12.RowCount:=StringGrid12.RowCount-1;
//showmessage('nI= '+inttostr(nI-1));
//ProgressBar1.Position:=0;
//===================================
   nTmp:=iTrivalistCicly+1; //2750+1
   nTmp1:=nTmp;  //2751
   nTmp2:=iTrivalistCicly+iTrivalistCicly+1; //5501
//Showmessage('do pochatky nTmp1 '+floattostr(nTmp1));
//Showmessage('do pochatky nTmp '+floattostr(nTmp));
//Showmessage('do pochatky nTmp2 '+floattostr(nTmp2));
   iCicliv:=strtoint(Edit3.Text);
   ProgressBar1.Max:=iCicliv-2;   //-1?
   for nK:=1 to iCicliv-2 do // -2?
    begin
     ProgressBar1.Position:=nK;
     for nJ:=nTmp1 to nTmp2 do
      begin
       Vidlik1:=strtofloat(StringGrid11.Cells[1,nJ]);
       rX1:=Okrugl(Vidlik1);
       for nI:=1 to iKolZnachenRE-1 do
        begin
         if ((rX1>=strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nI]))and
            (rX1<strtofloat(StringGrid1.Cells[1,nI+1])))then   //<= має бути менше рівно (в діапазоні)
          begin
{ShowMessage('<rx1 '+StringGrid2.Cells[1,nI]+
            'rx1= '+floattostr(rX1)+
            '<rx1 '+StringGrid2.Cells[1,nI+1]);}
           K:=strtofloat(StringGrid3.Cells[1,nI]);
           B:=strtofloat(StringGrid3.Cells[2,nI]);
           rY:=K*rX1+B;
           StringGrid12.Cells[0,nTmp]:=FloatToStr(nTmp);//номер
//           StringGrid12.Cells[1,nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(rX1));//X
           StringGrid12.Cells[1,nTmp]:=FloatToStr(rX1);//X
           StringGrid12.Cells[2,nTmp]:=FloatToStr(Okrugl(rY));//Y
           nTmp:=nTmp+1;
           StringGrid12.RowCount:=StringGrid12.RowCount+1;
          end;
        end;//nI
       //=====
      end; //nJ
     nTmp1:=nTmp2;
     nTmp:=nTmp-1;
     nTmp2:=nTmp+iTrivalistCicly;
```

```
// Showmessage('nTmp1 '+floattostr(nTmp1));
// Showmessage('nTmp '+floattostr(nTmp));
// Showmessage('nTmp2 '+floattostr(nTmp2));
// showmessage('vidlikiv = '+inttostr(nTmp2-nTmp1));
    if nK<>(iCicliv-2) then StringGrid12.RowCount:=StringGrid12.RowCount-1;
    end; //nk
//====================================
//   StringGrid12.RowCount:=StringGrid12.RowCount-1;
   ProgressBar1.Position:=0;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*==============================*)

(*====== VISUAL Peredickr Sign ========*)
procedure TMainForm.BitBtn25Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
MySeries2:TPointSeries;
begin
 if StringGrid12.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   MySeries2:=TPointSeries.Create( Self );
   MySeries2.Pointer.Style:=psCircle; //тип кривої
   MySeries2.Pointer.HorizSize:=2; //діаметр точок
   MySeries2.Pointer.VertSize:=2;  //діаметр точок
   ProgressBar1.Max:=StringGrid12.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid12.RowCount-1 do  //має бути -1
    begin
     If (StringGrid12.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid12.Cells[2,nJ]='')then
      begin
       ShowMessage('Пустий рядок  = '+inttostr(nJ));
      end
     //---------------------------------------------------------------------
     else
      begin
       MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid12.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid12.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
       MySeries2.AddXY(strtofloat(StringGrid12.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid12.Cells[2,nJ]),'',clYellow);
       ProgressBar1.Position:=nJ;
      end;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   MySeries2.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=3;
  end;
end;
(*==============================*)
```

```
(*======= MC FR  ===============*)
procedure TMainForm.BitBtn5Click(Sender: TObject);
var nK,nJ:integer;
iCicliv:integer;
rSum1:real;
begin
 If StringGrid12.Cells[1,1]<>'' then  //чи є значення те що після передискретизації
  begin
   If StringGrid11.Cells[1,1]<>'' then //чи є FR те що після передискретизації
    begin
     //========= очистка =========
     for nJ:=0 to 3 do //к.-сть стовбців = 4 шт.
      StringGrid9.Cols[nJ].Clear;
     StringGrid9.RowCount:=3;
     //==========================
     StringGrid9.Cells[0,0]:='№';
     StringGrid9.Cells[1,0]:='Відлік';
     StringGrid9.Cells[2,0]:='Мат. спод.';
     StringGrid9.Cells[3,0]:='Дисперсія';
     //==========================
     iCicliv:=strtoint(Edit3.Text);
     ProgressBar1.Max:=iTrivalistCicly;
     for nJ:=1 to iTrivalistCicly do
      begin
       rSum1:=0;
       ProgressBar1.Position:=nJ;
       for nK:=0 to iCicliv-1-1 do
        begin
         if StringGrid12.Cells[2,nJ+iTrivalistCicly*nK]<>'' then
          rSum1:=rSum1+strtofloat(StringGrid12.Cells[2,nJ+iTrivalistCicly*nK])
         else showmessage('Пустий рядок = '+inttostr(nJ));
        end;//nK
       StringGrid9.Cells[0,nJ]:=inttostr(nJ);
       StringGrid9.Cells[1,nJ]:=StringGrid12.Cells[1,nJ];
       StringGrid9.Cells[2,nJ]:=floattostr(rSum1/(iCicliv-1));
       StringGrid9.RowCount:=StringGrid9.RowCount+1;
      end;//nJ
     StringGrid9.RowCount:=StringGrid9.RowCount-1;
     StringGrid9.RowCount:=StringGrid9.RowCount-1;
    end //чи є FR
   else
    begin
     MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
     [mbOk], 0);
    end;
   end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
   [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=3;
  end;
 ProgressBar1.Position:=0;
end;
(*=============================*)

(*======= VISUAL MC FR ========*)
procedure TMainForm.BitBtn6Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
 if StringGrid9.Cells[2,1]<>'' then
```

```
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid9.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid9.RowCount-1 do
    begin
    If (StringGrid9.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid9.Cells[2,nJ]='')then
     begin
       ShowMessage('Пустий рядок  = '+inttostr(nJ));
     end
     //------------------------------------------------------------------------
    else
     begin
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid9.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid9.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
     end;
    end;
    MySeries1.ParentChart:=Chart1;
    PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=1;
  end;
 ProgressBar1.Position:=0;
end;
(*==============================*)

(*======= DS FR ===============*)
procedure TMainForm.BitBtn16Click(Sender: TObject);
var {nI,}nK,nJ:integer;
iCicliv:integer;
rSum1:real;
begin
 if StringGrid9.Cells[2,1]<>'' then
  begin
  iCicliv:=strtoint(Edit3.Text);
  ProgressBar1.Max:=iTrivalistCicly;
  for nJ:=1 to iTrivalistCicly do
   begin
    rSum1:=0;
    ProgressBar1.Position:=nJ;
    for nK:=0 to iCicliv-1-1 do
     begin
      if StringGrid12.Cells[2,nJ+iTrivalistCicly*nK]<>'' then
        rSum1:=rSum1+sqr(strtofloat(StringGrid12.Cells[2,nJ+iTrivalistCicly*nK])
                    -strtofloat(StringGrid9.Cells[2,nJ]))
      else showmessage('Пустий рядок = '+inttostr(nJ));
     end;//nK
    StringGrid9.Cells[0,nJ]:=inttostr(nJ);
    StringGrid9.Cells[3,nJ]:=floattostr(rSum1/(iCicliv-1-1));
   end;//nJ
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=1;
  end;
  ProgressBar1.Position:=0;
```

```
end;
(*==============================*)

(*======== VISUAL DS ===========*)
procedure TMainForm.BitBtn17Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
 if StringGrid9.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid9.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid9.RowCount-1 do
    begin
     If (StringGrid9.Cells[1,nJ]='')or(StringGrid9.Cells[2,nJ]='')then
      begin
       ShowMessage('Пустий рядок  = '+inttostr(nJ));
      end
     //-----------------------------------------------------------------------
    else
     begin
     MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid9.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid9.Cells[3,nJ]),'',clRed);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
     end;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=1;
  end;
  ProgressBar1.Position:=0;
end;
(*==============================*)

(*========= Save MS FR ==================*)
procedure TMainForm.BitBtn36Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2:string;
begin
 //=====================================
 if StringGrid9.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'MS_FR_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileName
);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid9.RowCount-1;
      for nJ:=1 to StringGrid9.RowCount-1 do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid9.Cells[1,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid9.Cells[2,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2);
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
```

```
    finally
     CloseFile(f);
    end;
    MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
   end;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
   [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=1;
  end;
end;
(*=================================*)

(*========= Save DS FR ==================*)
procedure TMainForm.BitBtn37Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2:string;
begin
//======================================
 if StringGrid9.Cells[3,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'DS_FR_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileName
);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid9.RowCount-1;
      for nJ:=1 to StringGrid9.RowCount-1 do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid9.Cells[1,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid9.Cells[3,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2);
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
    MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
   [mbOk], 0);
   PageControl2.SetFocus;
   PageControl2.ActivePageIndex:=1;
  end;
end;
(*=================================*)

(*======== OBRAX COREL FR ==================*)
procedure TMainForm.BitBtn13Click(Sender: TObject);
var iL,nK,iJ,nJ,iCicliv:integer;
 rSum1:real;
 nTmp:integer;
begin
 If StringGrid12.Cells[2,1]<>'' then  //чи є значення
```

```
  begin
   If StringGrid9.Cells[2,1]<>'' then //чи є МС
    begin
    //========= очистка =========
     for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців = 3 шт.
      StringGrid10.Cols[nJ].Clear;
     StringGrid10.RowCount:=2;
     //==========================
     StringGrid10.Cells[0,0]:='Відлік 1';
     StringGrid10.Cells[1,0]:='Відлік 2';
     StringGrid10.Cells[2,0]:='Знач. К.ф.';
     //==========================
      iCicliv:=strtoint(Edit3.Text);
      ProgressBar1.Max:=iTrivalistCicly;
      nTmp:=0;
      for iL:=1 to StrToInt(Edit9.Text){iTrivalistCicly }do
       begin
        for iJ:=2 to StrToInt(Edit9.Text)-1{iTrivalistCicly-1} do
         begin
          rSum1:=0;
          for nK:=0 to iCicliv-1-1 do
           begin
            rSum1:=rSum1+(strtofloat(StringGrid12.Cells[2,iL+iTrivalistCicly*nK])-strtofloat(StringGrid9.Cells[2,iL]))
                    *(strtofloat(StringGrid12.Cells[2,iJ+iTrivalistCicly*nK])-strtofloat(StringGrid9.Cells[2,iJ]));
           end;
          StringGrid10.Cells[2,iL+nTmp]:=floattostr((1/(iCicliv-1-1))*rSum1);
          StringGrid10.Cells[0,iL+nTmp]:=inttostr(iL);
          StringGrid10.Cells[1,iL+nTmp]:=inttostr(iJ);
          StringGrid10.RowCount:=StringGrid10.RowCount+1;
          nTmp:=nTmp+1;
         end;//iJ
       ProgressBar1.Position:=iL;
       nTmp:=nTmp-1;
     end; //iL
     StringGrid10.RowCount:=StringGrid10.RowCount-1;
//============================
    end //чи є МС
   else
    begin
     MessageDlg('Визначіть математичне сподівання!', mtWarning,
     [mbOk], 0);
    end;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
  end;
 ProgressBar1.Position:=0;
end;
(*=======================================*)
(*========== Save Cor FR ===============*)
procedure TMainForm.BitBtn38Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2,s3:string;
begin
 if StringGrid10.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try
```

```
SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'Cor_FR_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileName
);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid10.RowCount;
      for nJ:=1 to StringGrid10.RowCount do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid10.Cells[0,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid10.Cells[1,nJ]);
        s3:=DotConvert(MainForm.StringGrid10.Cells[2,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2,' ',s3 );
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
    MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
  end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
    PageControl1.SetFocus;
    PageControl1.ActivePageIndex:=2;
   end;
end;
(*=======================================*)
(*======== Save Signal perediskr ========*)
procedure TMainForm.BitBtn44Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2:string;
begin
 //======================================
 if StringGrid12.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'Sign_p_des_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileN
ame);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid12.RowCount-1;
      for nJ:=1 to StringGrid12.RowCount-1 do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid12.Cells[1,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid12.Cells[2,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2);
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
     MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
   end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
```

```
    PageControl2.SetFocus;
    PageControl2.ActivePageIndex:=3;
   end;
end;
(*=======================================*)
 (*====== Точки що співпали ========*)
procedure TMainForm.BitBtn26Click(Sender: TObject);
var   MySeries1:TPointSeries;
ni,nJ:integer;
begin
 if StringGrid11.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TPointSeries.Create( Self );
   MySeries1.Pointer.Style:=psCircle; //тип кривої
   MySeries1.Pointer.HorizSize:=3; //діаметр точок
   MySeries1.Pointer.VertSize:=3;  //діаметр точок
   ProgressBar1.Max:=StringGrid11.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid11.RowCount-1 do
    begin
     ProgressBar1.Position:=nJ;
     for nI:=1 to StringGrid6.RowCount-1 do
      begin
       If StringGrid11.Cells[1,nJ]=StringGrid6.Cells[1,nI]then
        begin
         MySeries1.AddXY(strtofloat(StringGrid11.Cells[1,nJ]),strtofloat(StringGrid6.Cells[2,nI]),'',clPurple);
        end;
      end;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
    PageControl2.SetFocus;
    PageControl2.ActivePageIndex:=3;
   end;
end;
(*==================================*)
(*======= Open signal 1 =================*)
procedure TMainForm.N2Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid16.Cols[nJ].Clear;
StringGrid16.RowCount:=2;
//==========================
StringGrid16.Cells[0,0]:='№';
StringGrid16.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid16.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
```

```
   Reset(f);
   Label26.Caption:='Вхідний циклічний сигнал 1: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попереднє читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='	') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   ProgressBar1.Max:=n; //---
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid16.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid16.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid16.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid16.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid16.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
    StringGrid16.RowCount:=StringGrid16.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid16.RowCount:=StringGrid16.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=3;
end;
(*=========================================*)

(*======= Open signal 2 ==================*)
procedure TMainForm.N21Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
```

```
 StringGrid18.Cols[nJ].Clear;
StringGrid18.RowCount:=2;
//==========================
StringGrid18.Cells[0,0]:='№';
StringGrid18.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid18.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label27.Caption:='Вхідний циклічний сигнал 2: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
        if (sSp=' ')or(sSp='     ') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   ProgressBar1.Max:=n; //---
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid18.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid18.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid18.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid18.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid18.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
    StringGrid18.RowCount:=StringGrid18.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid18.RowCount:=StringGrid18.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=3;
end;
(*=====================================*)

(*======= Visual signal 1 ==============*)
```

```
procedure TMainForm.BitBtn40Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
{//============ чистка =================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //====================================}
 if StringGrid16.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid16.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid16.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid16.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=3;
  end;
end;
(*====================================*)
(*======= Visual signal 2 ==============*)
procedure TMainForm.BitBtn42Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
{//============ чистка =================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //====================================}
 if StringGrid18.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid18.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid18.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid18.Cells[2,nJ]),'',clBlue);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=3;
  end;
```

```
end;
(*========================================*)
(*======= Open MS signaly 1 =============*)
procedure TMainForm.N11Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid17.Cols[nJ].Clear;
StringGrid17.RowCount:=2;
//==========================
StringGrid17.Cells[0,0]:='№';
StringGrid17.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid17.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label28.Caption:='МС циклічного сигналу 1: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='	') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   ProgressBar1.Max:=n; //---
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid17.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid17.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid17.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid17.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid17.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
```

```
    StringGrid17.RowCount:=StringGrid17.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid17.RowCount:=StringGrid17.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=3;
end;
(*=======================================*)
(*======= Open MS signaly 2 =============*)
procedure TMainForm.N22Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid19.Cols[nJ].Clear;
StringGrid19.RowCount:=2;
//==========================
StringGrid19.Cells[0,0]:='№';
StringGrid19.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid19.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label29.Caption:='МС циклічного сигналу 2: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='     ') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   ProgressBar1.Max:=n; //---
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid19.Cells[1,i]:= inttostr(i);
```

```
         StringGrid19.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid19.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid19.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid19.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
    StringGrid19.RowCount:=StringGrid19.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid19.RowCount:=StringGrid19.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=3;
end;
(*=======================================*)
(*======= Visual MS signal 1 ============*)
procedure TMainForm.BitBtn41Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
{//============ чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //======================================}
 if StringGrid17.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid17.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid17.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid17.Cells[2,nJ]),'',clGray);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=3;
  end;
end;
(*=======================================*)
(*======= Visual MS signal 2 ============*)
procedure TMainForm.BitBtn43Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
{//============ чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
```

```
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //=======================================}
 if StringGrid19.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid19.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid19.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid19.Cells[2,nJ]),'',clRed);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=3;
  end;
end;
(*========================================*)

(*======== Obrahynok Cor F vzaennoi =============*)
procedure TMainForm.BitBtn20Click(Sender: TObject);
var iL,nK,iJ,nJ,iCicliv:integer;
 rSum1:real;
 nTmp,nTrivalistCicly:integer;
begin
 If (StringGrid16.Cells[2,1]<>'')and(StringGrid18.Cells[2,1]<>'') then  //чи є значення
  begin
   If (StringGrid17.Cells[2,1]<>'')and(StringGrid19.Cells[2,1]<>'') then //чи є МС
    begin
    //========= очистка =========
     for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців = 3 шт.
      StringGrid20.Cols[nJ].Clear;
     StringGrid20.RowCount:=2;
     //==========================
     StringGrid20.Cells[0,0]:='Відлік 1';
     StringGrid20.Cells[1,0]:='Відлік 2';
     StringGrid20.Cells[2,0]:='Знач. К.ф.';
     //==========================
      iCicliv:=strtoint(Edit10.Text);
      nTrivalistCicly:=StringGrid17.RowCount-1;
      ProgressBar1.Max:=nTrivalistCicly;
      nTmp:=0;
 ShowMessage(inttostr(nTrivalistCicly));
      for iL:=1 to nTrivalistCicly do
       begin
        for iJ:=2 to nTrivalistCicly-1 do
         begin
          rSum1:=0;
          for nK:=0 to iCicliv-1 do
           begin
            rSum1:=rSum1+(strtofloat(StringGrid16.Cells[2,iL+nTrivalistCicly*nK])-strtofloat(StringGrid17.Cells[2,iL]))
                 *(strtofloat(StringGrid18.Cells[2,iJ+nTrivalistCicly*nK])-strtofloat(StringGrid19.Cells[2,iJ]));
           end;
          StringGrid20.Cells[2,iL+nTmp]:=floattostr((1/(iCicliv-1))*rSum1); //-1  бо D= ... 1/(N-1)
          StringGrid20.Cells[0,iL+nTmp]:=inttostr(iL);
          StringGrid20.Cells[1,iL+nTmp]:=inttostr(iJ);
```

```
          StringGrid20.RowCount:=StringGrid20.RowCount+1;
          nTmp:=nTmp+1;
         end;//iJ
       ProgressBar1.Position:=iL;
       nTmp:=nTmp-1;
     end; //iL
     StringGrid20.RowCount:=StringGrid20.RowCount-1;//одна лишня
//==============================
    end //чи є MC
   else
    begin
     MessageDlg('Визначіть математичне сподівання!', mtWarning,
     [mbOk], 0);
    end;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
  end;
 ProgressBar1.Position:=0;
// PageControl1.ActivePageIndex:=3;
 PageControl4.ActivePageIndex:=0;
end;
(*==============================*)

(*====== Save Cor F vzaennoi  =====*)
procedure TMainForm.BitBtn39Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2,s3:string;
begin
 if StringGrid20.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'Cor_FR_VZ_'+ExtractFileName(SaveDialog1.File
Name);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid20.RowCount;
      for nJ:=1 to StringGrid20.RowCount do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid20.Cells[0,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid20.Cells[1,nJ]);
        s3:=DotConvert(MainForm.StringGrid20.Cells[2,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2,' ',s3 );
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
    MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
  end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
    PageControl4.SetFocus;
    PageControl4.ActivePageIndex:=1;
```

```
   end;
end;
(*=================================*)
(*==== Proriditi =================*)
procedure TMainForm.BitBtn45Click(Sender: TObject);
var  nJ:integer;
nTmp1,nTmp2:integer;
begin
if StringGrid1.Cells[2,1]<>'' then //чи є значення
  begin
  label4.Caption:='';
  GroupBox3.Caption:=' Вхідний сигнал ';
  GroupBox4.Caption:=' Проріджений сигнал ';
  //========= очистка =========
  for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців = 3 шт.
   StringGrid2.Cols[nJ].Clear;
  StringGrid2.RowCount:=2;
  //==========================
  StringGrid2.Cells[0,0]:='№';
  StringGrid2.Cells[1,0]:='Відлік';
  StringGrid2.Cells[2,0]:='Значення';
  //==========================
  ProgressBar1.Max:= StringGrid1.RowCount;
  nTmp1:=1;nTmp2:=1;
  for nJ:=1 to StringGrid1.RowCount do
   begin
    If (nTmp1=nJ) then
     begin
      StringGrid2.Cells[0,nTmp2]:=IntToStr(nTmp2);
      StringGrid2.Cells[1,nTmp2]:=StringGrid1.Cells[1,nJ];
      StringGrid2.Cells[2,nTmp2]:=StringGrid1.Cells[2,nJ];
      nTmp1:=nTmp1+strtoint(Edit11.Text);
      nTmp2:=nTmp2+1;
      StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount+1;
     end;
    ProgressBar1.Position:=nJ;
   end;
  StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount-1;
  PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=0;
  end;
 ProgressBar1.Position:=0;
end;
(*=================================*)
(*======== Save Proridg ===========*)
procedure TMainForm.BitBtn46Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2:string;
begin
 if StringGrid2.Cells[1,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'Proridg_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileName
);
```

```
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid2.RowCount;
      for nJ:=1 to StringGrid2.RowCount do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid2.Cells[1,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid2.Cells[2,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2);
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
    MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
  end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
    PageControl1.ActivePageIndex:=0;
   end;
end;
(*================================*)
(*================================*)
procedure TMainForm.BitBtn62Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
//============= чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
  //=====================================
 if StringGrid27.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid27.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid27.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid27.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*================================*)

(*==== зонна часова структура. =====*)
procedure TMainForm.BitBtn66Click(Sender: TObject);
var xD:double;
sS:string;
nJ:integer;
```

```
begin
i:=1;
p:=1;
n:=0;//глобальна змінна
//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid2.Cols[nJ].Clear;
StringGrid2.RowCount:=2;
//==========================
GroupBox4.Caption:=' Зонна часова структура ';
StringGrid2.Cells[0,0]:='№';
StringGrid2.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid2.Cells[2,0]:='Значення';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label4.Caption:='Зонна часова структура: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   iKolZnachenFR:=n;
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenFR;
   Repeat
    readln(f,xD);
    StringGrid2.Cells[0,i]:= floattostr(i);
    StringGrid2.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
    inc(i);
    StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid2.RowCount:=StringGrid2.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=0;
end;
(*================================*)
(*==== відкрити оцінку ========*)
procedure TMainForm.BitBtn81Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
//========= очистка =========
```

```
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid35.Cols[nJ].Clear;
StringGrid35.RowCount:=2;
//==========================
StringGrid35.Cells[0,0]:='№';
StringGrid35.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid35.Cells[2,0]:='Значення MS';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label68.Caption:='Вхідна оцінка МС: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попереднє читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='     ') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//==========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   iKolZnachenRE:=n;
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenRE;
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid35.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid35.Cells[2,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid35.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid35.Cells[2,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid35.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
    StringGrid35.RowCount:=StringGrid35.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
   StringGrid35.RowCount:=StringGrid35.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=2;
end;
```

```
(*==================================*)
(*====== побудувати ===============*)
procedure TMainForm.BitBtn82Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1:TLineSeries;
begin
//============= чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //=======================================
 if StringGrid35.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid35.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid35.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid35.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*==================================*)
(*==================================*)
procedure TMainForm.BitBtn83Click(Sender: TObject);
var nI,nJ:integer;
begin
 if StringGrid35.Cells[2,1]<>'' then //значення MS
  begin
   //========= очистка =========
   for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
    StringGrid36.Cols[nJ].Clear;
   StringGrid36.RowCount:=2;
   //==========================
   StringGrid36.Cells[0,0]:='№';
   StringGrid36.Cells[1,0]:='Відлік';
   StringGrid36.Cells[2,0]:='Значення';
   StringGrid36.Cells[3,0]:='Значення+';
   StringGrid36.Cells[4,0]:='Значення-';
   //==========================
   for nI:=1 to StringGrid35.RowCount-1 do
    begin
      StringGrid36.Cells[0,nI]:=inttostr(nI);
      StringGrid36.Cells[1,nI]:=StringGrid35.Cells[1,nI];
      StringGrid36.Cells[2,nI]:=StringGrid35.Cells[2,nI];

StringGrid36.Cells[3,nI]:=floattostr(strtofloat(StringGrid35.Cells[2,nI])+strtofloat(Edit33.text)*Sqrt(strtofloat(StringGrid35.Cells[3,nI])));
      StringGrid36.Cells[4,nI]:=floattostr(strtofloat(StringGrid35.Cells[2,nI])-
strtofloat(Edit33.text)*Sqrt(strtofloat(StringGrid35.Cells[3,nI])));
      StringGrid36.RowCount:=StringGrid36.RowCount+1;
    end;
```

```
//   MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
   StringGrid36.RowCount:=StringGrid36.RowCount-1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*=================================*)
(*====== побудувати   =============*)
procedure TMainForm.BitBtn84Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
MySeries1, MySeries2, MySeries3:TLineSeries;
begin
//============= чистка ==================
//== чистить навіть коли вкл/викл графік
 Chart1.SeriesList.Clear;
 MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
 MySeries1.ParentChart:=Chart1;
 //=======================================
 if StringGrid36.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   MySeries1:=TLineSeries.Create( Self );
   MySeries2:=TLineSeries.Create( Self );
   MySeries3:=TLineSeries.Create( Self );
   ProgressBar1.Max:=StringGrid36.RowCount-1;
   for nJ:=1 to StringGrid36.RowCount-1 do
    begin
     MySeries1.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid36.Cells[3,nJ]),'',clBlue);
     MySeries2.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid36.Cells[2,nJ]),'',clGreen);
     MySeries3.AddXY(nJ,strtofloat(StringGrid36.Cells[4,nJ]),'',clBlue);
     ProgressBar1.Position:=nJ;
    end;
   MySeries1.ParentChart:=Chart1;
   MySeries2.ParentChart:=Chart1;
   MySeries3.ParentChart:=Chart1;
   ProgressBar1.Position:=0;
   PageControl1.ActivePageIndex:=1;
  end
 else
  begin
   MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
   PageControl1.SetFocus;
   PageControl1.ActivePageIndex:=2;
  end;
end;
(*=================================*)

procedure TMainForm.BitBtn86Click(Sender: TObject);
var yD,xD:double;
sS,sSp:string;
nStat,nJ:integer;
begin
i:=1;
p:=1;
nStat:=0;
{//========= очистка =========
for nJ:=0 to 2 do //к.-сть стовбців
 StringGrid35.Cols[nJ].Clear;
```

```
StringGrid35.RowCount:=2;
//=========================
StringGrid35.Cells[0,0]:='№';
StringGrid35.Cells[1,0]:='Відлік';
StringGrid35.Cells[2,0]:='Значення';}
StringGrid35.Cells[3,0]:='Значення D';
if OpenDialog1.Execute then
 begin
  try
   Application.ProcessMessages;
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Label70.Caption:='Вхідна оцінка дисперсії: '+OpenDialog1.FileName;
   try
//==== попередне читання =====
    while Not Eof(f) do
     begin
      readln(f,sS);
      nStat:=1;
      for nJ:=1 to length(sS) do
       begin
        sSp:=copy(sS,nJ,1);
//showmessage('вирізаєм =]'+sSp+'[');
        if (sSp=' ')or(sSp='     ') then nStat:=2
       end;
      inc(p);
     end;
   finally
    CloseFile(f);
   end;
//showmessage('к.-сть колонок = '+inttostr(nStat));
//=========================
   Reset(f);
   n:=p-1;  //-1 бо інкремент +1
   iKolZnachenRE:=n;
   ProgressBar1.Max:=iKolZnachenRE;
   Repeat
    case nStat of
     1: begin
         readln(f,xD);
         StringGrid35.Cells[1,i]:= inttostr(i);
         StringGrid35.Cells[3,i]:= floattostr(xD);
        end;
     2: begin
         readln(f,xD,yD);
         StringGrid35.Cells[1,i]:= floattostr(xD);
         StringGrid35.Cells[3,i]:= floattostr(yD);
        end;
    end;
    StringGrid35.Cells[0,i]:= inttostr(i);
    inc(i);
//    StringGrid35.RowCount:=StringGrid35.RowCount+1;
    ProgressBar1.Position:=i;
   until Eof(f);
//   StringGrid35.RowCount:=StringGrid35.RowCount-1;
  finally
   CloseFile(f);
  end;
 end;
 ProgressBar1.Position:=0;
 PageControl1.ActivePageIndex:=2;
end;
(*================================*)
```

```
procedure TMainForm.BitBtn85Click(Sender: TObject);
var nJ:integer;
s1,s2,s3,s4:string;
begin
 //=======================================
 if StringGrid36.Cells[2,1]<>'' then
  begin
   If SaveDialog1.Execute then
    begin
     try

SaveDialog1.FileName:=ExtractFilePath(SaveDialog1.FileName)+'Dovir_Int_'+ExtractFileName(SaveDialog1.FileNa
me);
      AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
      Rewrite(f);
      MainForm.ProgressBar1.Max:=StringGrid36.RowCount-1;
      for nJ:=1 to StringGrid36.RowCount-1 do
       begin
        s1:=DotConvert(MainForm.StringGrid36.Cells[1,nJ]);
        s2:=DotConvert(MainForm.StringGrid36.Cells[2,nJ]);
        s3:=DotConvert(MainForm.StringGrid36.Cells[3,nJ]);
        s4:=DotConvert(MainForm.StringGrid36.Cells[4,nJ]);
        writeln(f,s1,' ',s2,' ',s3,' ',s4);
        MainForm.ProgressBar1.Position:=nJ;
       end;
     finally
      CloseFile(f);
     end;
     MainForm.ProgressBar1.Position:=0;
    end;
   end
 else
   begin
    MessageDlg('  Немає даних  ', mtInformation,
    [mbOk], 0);
    PageControl2.SetFocus;
    PageControl2.ActivePageIndex:=4;
   end;
end;




end.
```

ДОДАТОК В

АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ

ЗАТВЕРДЖУЮ
Товариство з обмеженою відповідальністю «Мевіз»
_______________ директор
Бачинський М. В.
«24» 06 2020 р.

МЕВІЗ
36083757

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи Стадник Наталії Богданівни

Даний акт складений про те, що на медичному центрі ТОВ «Мевіз», впроваджено результати дисертаційного дослідження Н. Б. Стадник «Моделювання та ефективні методи опрацювання циклічних сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів», а саме, систему комп’ютерних програм для автоматизованого статистичного морфоаналізу із низькою обчислювальною складністю, що стало підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах медичної діагностики.

Ядром математичного забезпечення впровадженої системи комп’ютерних програм є розроблена дисертанткою математична модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що несуперечливо враховує стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.

Ця система програм дає змогу проводити статистичне опрацювання, зокрема, статистичне оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, які використовуються як математичні моделі багатьох циклічних сигналів в медицині (електрокардіосигнали, фонокардіосигнали, магнітокардіосигнали і т.п.), шляхом зведення їх до опрацювання, зокрема, статистичного оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик, періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам.

Директор ТОВ «Мевіз» Бачинський М. В.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Тернопільського національного
технічного університету ім. І. Пулюя
__________ Р. М. Рогатинський
«__» __________ 2020 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ
05408102

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи «Моделювання та ефективні методи опрацювання циклічних сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів» Стадник Наталії Богданівни, представленої на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи, в навчальному процесі ТНТУ ім. І Пулюя.

Цим актом підтверджується, що результати дисертаційної роботи Стадник Наталії Богданівни використано при проведенні лекційних та лабораторних занять із дисциплін «Моделювання комп'ютерних систем» та «Математичне забезпечення комп'ютерних систем та мереж» для студентів спеціальності 123 - Комп'ютерна інженерія.

Стадник Н.Б. запропонувала новий підхід до моделювання циклічних цифрових сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів, статистичні методи їх опрацювання із високою швидкодією та систему комп'ютерних програм для аналізу циклічних сигналів в медицині та економіці.

Використання вказаних результатів у навчальному процесі дало змогу студентам ознайомитися із сучасними підходами до стохастичного моделювання сигналів та методів їх ефективного статистичного опрацювання в комп'ютеризованих системах для медицини та економіки.

Завідувач кафедри
комп'ютерних систем та мереж,
к.т.н., доцент Г. М. Осухівська

ЗАТВЕРДЖУЮ

Тернопільський національний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського

Проректор з наукової роботи

________ проф. І.М. Кліщ

«24» 06 2020 р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи Стадник Наталії Богданівни

Даний акт складений про те, що в науково-дослідній роботі, яка проводиться на кафедрі медичної інформатики ТНМУ ім. І.Я. Горбачевського, використано наступні результати дисертаційного дослідження Н. Б. Стадник «Моделювання та ефективні методи опрацювання циклічних сигналів на базі ізоморфних циклічних випадкових процесів»:

- математичну модель циклічних цифрових сигналів із подвійною стохастичністю у вигляді умовного циклічного випадкового процесу дискретного аргументу, що несуперечливо враховує стохастичність циклічних сигналів як при їх морфологічному статистичному аналізі, так і при статистичному аналізі їх ритму.
- метод статистичного опрацювання, зокрема, статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів дискретного аргументу, шляхом зведення до опрацювання, зокрема, оцінювання відповідних ймовірнісних характеристик, періодичних випадкових послідовностей, які ізоморфні відносно порядку та значень цим циклічним випадковим процесам.
- систему комп'ютерних програм для автоматизованого статистичного морфоаналізу із низькою обчислювальною складністю, що стало підставою для підвищення швидкодії статистичного опрацювання циклічних сигналів.

Прийняті до впровадження та подальшого сумісного вдосконалення і практичної реалізації зазначені позиції є підставою для підвищення рівня інформативності автоматизованого аналізу циклічних сигналів в сучасних комп'ютеризованих системах для медицини.

Завідувач кафедри

медичної інформатики

д.б.н., проф. Вакуленко Д.В.