

Теорія зглядности.

Написав

Др. Володимир Кучер.

Вступ.

В часі, коли наука ставляла перші кроки, механіка наїшла свій скіпчений вираз в законах руху, сформулованих Newton-ом. Згідно признано їм початкове місце посеред законів природи і до них остаточно бажаємо звести всі фізико-хемічні явища. Розвиті електромагнетних теорій підважив ті, що здавалися незрушними, підвалини строгого знання. Революційні стремління вдерли ся до області ще менше доступної, до області поняття часу і простору, на яких опирають ся кінематика, чиста наука про рух.

Виразом тих стремлінь є так звана основа зглядности; уважати єї належить за кульмінаційну точку сего безпримірного розвою понять, який доконав ся у сучасній фізиці.

Електронова теорія Н. А. Lorentz-а і з нею нероздільно звязана основа зглядности Einstein-а повстали як вислід довгих стремлінь, ведених до витворення скінченої теорії електромагнетних явищ, яка булаби позбавлена всяких суперечностей. Без сумніву світло належить до тих саме явищ. На ґрунті електромагнетної теорії світла доконана ся еволюція понять, яка довела до основи зглядности.

Після неї, кожде фізичне явище відбуваєть ся все після однакових законів у всіх тілах, які взаємно пересувають ся з рівномірною швидкістю. В наслідок сего глядач з перебігу фі-

зичного явища ніколи не може висувати, чи тіло, на яким се явище відбуваєть ся, порушаєть ся чи ні. Творець основи зглядности А. Einstein поділив цілу її теорію на дві частини, а саме на: а) основу фізичної зглядности всіх рівномірних рухів, б) основу фізичної зглядности довільних нерівномірних рухів. Першу назвав Einstein „спеціальною основою зглядности“, другу знов, до якої належить також теорія гравітації, назвав „загальною основою зглядности“.

В сій частині розправи займемо ся лише питанням спеціальної основи зглядности фізичних явищ.

Фізичне уосноване теорії зглядности.

1. Електродинаміка Н. Hertz-a і Н. А. Lorentz-a.

Теорія Maxwell-a обнімає майже непередвиджену скількість електричних і оптичних явищ. Однак можна все відграничити деякі області, які теорія Maxwell-a поясняє лише при помочі розширених понять і нових гіпотез. Так пр. теорія Maxwell-a не внісєє в строгий спосіб електричних і оптичних явищ тіл в руху; а чейже запримечаємо згадані явища не лише на тілах в спочинку. Заколоти електричної рівноваги, спричинені рухом матеріальних тіл, вирівнують ся з найбільшою шкоростю у вселенній т. є шкоростю світла $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{sec}$. На случай повільного руху тіл, можемо розсліджувати електричні і оптичні явища у них в сей спосіб, немовби они в поодиноких по собі слідуючих фазах руху спочивали. Так буває в практиці; тоді рівняня Maxwell-a находить своє приміненє.

Зовсім інакше представляєть ся справа, коли шкороість тіл доходить до границі шкороости світла. Електричні і оптичні явища тих тіл залежать не лише від положеня їх, але також від їх шкороости. Відповідно до того розширив Hertz теорію Maxwell-a¹⁾; при тім руководив ся він тим, щоби впроваджувати як найменше нових гіпотез. Подібно як у тіл в спочинку; стараєть ся Hertz схарактеризувати електричний і магнетний стан на кождім місци простору при помочі одного зложеного вектора електричної і магнетної сили. Колиб се було можливе, то етер,

¹⁾ Н. Hertz: Über die Grundgleich. der Elektrodyn. für bewegte Körper. (Wied. Ann. 41, p. 369, 1890).

сей провідник електромагнетного поля, мусівби разом з тілом порушати ся (гіпотеза співдвижимого етеру).

Висновки теорії Hertz-а довели, як показало ся опісля, до поважних суперечностей з досвідом (пр. досвід А. Eichenwald-a¹⁾). Суперечности ті дадуть ся усунути, коли приймемо етер в спочинку, то значить, що рух матеріальних тіл не тягне з собою етеру (гіпотеза спокійного етеру). Ця гіпотеза показала більшу стійкість; она виясняє в повні деякі оптичні явища як пр. аберацію світла неподвижних зізд, яких перед тим не можна було при помочи давнійших теорій пояснити. Гіпотезу спокійного етеру примінив з сеї саме причини Н. А. Lorentz в розширеню теорії Maxwell-a²⁾ до електричних і оптичних явищ для тіл в руху. Гіпотеза спокійного етеру затримує рівняння Maxwell-а для етеру та зводить взаємне діланє матерії і етеру до одинокого прафеномену: явища руху електричного наряду в етері. Корпускул, осмотрений електричним нарядом, є одиноким лучником між етером а матерією; в наслідок пересунень корпускулів з їх положеня спочинку повстають діелектричні діланя; дрогающий рух корпускулів творить жерело світла.

Теорія Lorentz-а належить до класу молекулярних теорій; она стоїть в противеньстві до можливо чистого феноменологічного пониманя Hertz-а; она є тим угольним каменем, на яким заложив Lorentz постулат основи зглядности фізичних явищ.

2. Вплив річного руху землі на електричні і оптичні явища.

а. Електричні явища.

Для розслідув ріжних електродинамічних теорій для тіл в руху мусимо брати під увагу можливо найбільші скорости тіл. Скорість землі в її обігу довкола сонця перевищає всі скорости тіл на землі, які можемо досвідом зреалізувати (она виносить $1/10^4$ скорости світла). Тому саме найчастійше стараємо ся виказати вплив руху землі на електричні і оптичні явища. Рух землі довкола сонця можна в приближеню уважати за прямолінійний рівномірний рух. Однак при дуже старанно

¹⁾ А. Eichenwald: Die magn. Wirk. bewegter Körper im elektrostat. Felde. (Ann. d. Phys. 11, p. 1, u. 421; 1903).

²⁾ Н. А. Lorentz: La théorie électromagnetique de Maxwell et son application aux corps mouvants: (Arch. Néerland. XXV; 1892).

переведених досвідах не досягнемо ще докладної аж до подробиць теорії; позитивних вислідів з тих досвідів не досягнемо навіть під заложенем спокійного етеру. Возьмім до сего деякі приміри під увагу.

Рухові тіла, осмотреного електричним нарядом, відповідає електрична струя, яка, після теорії Maxwell-а втворює магнетне поле рівноважне з магнетним полем струї у провіднику. Можна-би отже сподівати ся, що наряджене тіло в наслідок руху землі буде відклонювати магнетну стрілку; напрям того відклонення мусівби бути іншим при сході сонця, а іншим при заході. Сего однак не було можна викрити досвідом. Аж Н. А. Lorentz¹⁾ виказав, що при тих розважаннях поминено найважнішу обставину, а саме: Рух землі втворює на магнетній стрілці компенсаційний наряд, який зносить сподіване відклонення.

Представмо собі тепер три індукційні цівки, уложені співосево в сей спосіб, щобі напрям руху землі був згідний зі спільною осню цівок. Можна сподівати ся, що в наслідок переривання струї в першій і третій цівці повстане в середній цівці сильне індукційне ділане, але о ріжній патузі; бо індукційне ділане третої цівки при спокійнім етері з огляду на рух землі відбуває довшу дорогу до середної цівки від дійсної дороги; індукційне ділане знов першої цівки дістаєть ся до середньої коротшою дорогою як в дійсности. Пустім через першу і третю цівку ту саму електричну струю і оберім відступ цівок і напрям струї обох цівок так, щобі при перериваню струї не повставало ніяке індукційне ділане в середній цівці. Однак ділане індукційне мусить виступити у середній цівці по оберненю цілого апарату о 180° около спільної осн. Сей досвід виконаний Des Coudres-ом²⁾ видав зовсім негати́вний вислід.

Віде́мний вислід сего і всіх подібних досвідів промавляє здавало би ся против гіпотези спокійного етеру. Однак Н. А. Lorentz³⁾ показав, що такий висновок справи не пересуджує. Его докладно переведена теорія видала вислід, що рух землі довкола сонця не може мати такого впливу на явища, який ми ню йно бачили, де знак явищ зміняєть ся відповідно до па-

1) Н. А. Lorentz: Versuch einer Theorie elektr. u. optisch. Erschein. in bewegten Körpern.

2) Des Coudres: Wied. Ann. 38. p. 71, 1889.

3) Н. А. Lorentz: l. c.

пряму руху землі. Величина впливу руху землі в обох наведених случаях є пропорціональна після Lorentz-а до відношення швидкості землі до швидкості світла. Lorentz називає це впливом або ефектом першого ряду. На основі своєї теорії доказав він, що можливий вплив руху землі на явища у тіл, які разом з землею порушують ся, ніколи не є більший як другого ряду, то значить, що найвище ще квадрат відношення швидкості землі до швидкості світла належить брати під увагу. Най швидкість землі є v , а швидкість світла c , то $\frac{v}{c} = 10^{-4}$. Ефект першого ряду дасть ся ще зовсім добре обсервувати; але ефект другого ряду $\frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$ лежить вже поза границями можливої обсервації. Мало знаємо случаїв з тої області електричних явищ, в яких можнаби заобсервувати ефект другого ряду.

Подано ту ще примір більш принципіальної натури, який для дальшого розвою поглядів став ся надзвичайно важним. — Возьмім під увагу електрично наряджену кулю, яка зі значною швидкістю порушаєть ся в спокійнім етері. Можнаби запримітити, що лінії сил, які з боків кулі виходять, не будуть вже прямими лініями, але закривленими дещо в зад. В наслідок сего електричне поле булоби ослаблене перед кулею, а зміцнене за нею. Старі розсліди сего проблему англійським фізиком Heaviside-ом¹⁾ видали зовсім інший вислід. Най куля порушаєть ся в етері у віднесеню до постійного укладу срядних зі швидкістю v . Завважмо дальше другий співдвижний з кулею уклад срядних, який точка за точкою відповідає постійному укладови крім величини в напрямі руху; послідні побільшають ся і то в сей спосіб, що всі довжини того напрямку, які у постійнім укладі випосають 1, в движимім укладі зростають у відношеню $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, де v означає швидкість кулі, а c швидкість

світла. Куля постійного укладу, перейшла в движимім укладі на еліпсоїд. Електричний наряд розділится ся тепер на еліпсоїді після законів електростатики. У значнім віддаленю електричне поле, витворене еліпсоїдом, не много ріжнить ся від поля, витвореного кулею. Електростатичне поле кулі відпові-

¹⁾ Heaviside: On the electromagnet. effects due to the motion of electrification through a dielectric. (Phil. Mag. 27, p. 324. 1889).

дає після вислідів Heaviside-a зовсім полю еліпсоїда у движимім укладі. А що постійний уклад повстає з движимого укладу через стисненє вимірів в напрямі руху, тому легко можна зобразити собі образ електричного поля кулі в руху. Лінії сил остають прямими лініями, але згущають ся в площі, виставленій прямо до напрямі руху через осередок кулі; ціле поле ліній сил є симетричне до тої площі. В случаю, коли куля осягнулаби скорість світла, ціле електростатичне поле збереть ся у тій саме площі. Ефект сей визначає квадрат відношеня: $\left(\frac{v}{c}\right)^2$; тому він не змінєть ся ніяк при зміні напрямі руху, то значить, коли v заступимо через $-v$. Се правило розширив Н. А. Lorentz¹⁾ для всіх електростатичних систем.

Тіло отже, яке у співдвижимім укладі відповідає кулі, є в дійсности в постійнім укладі стиснений в напрямі руху еліпсоїд (еліпсоїд Heaviside-a). Співдвижимий уклад і вигляд тіла у тім укладі мають ту лише значіне математичної помічної конструкції.

б. Оптичні явища.

Се, що вище сказали ми о електричних явищах, відносить ся в подібний спосіб також до оптичних явищ. Предметом досвідів в тій області є викритє впливу на хід світляних лучів при відбиваню, переломаню і деяких інтерференційних явищах. Lorentz доказав також і тут, що у тих явищах виступають лише ефекти другого ряду. При тім послуговував ся він дивним, але у наслідках дуже важним методом.

Приймім, що напрям дороги землі впадає у вісь x укладу сорядних, до якого відносно всі світляні явища на землі. Сей уклад повинен або порушати ся з тою самою скоростію v , що земля (з огляду на землю спочивати; „співдвижимий“ уклад сорядних) або спочивати супротив 'обраної постійної звізди („постійний“ уклад сорядних). Наші спостереження на земських тілах, на кулі землі відносно все до „движимого“ укладу сорядних. Електродинамічні рівняння визначають залежність електричних і оптичних явищ від сорядних простору (положенє в просторі) і від часу. Їх належить віднести, подібно як рівняня механіки, до якогось постійного укладу сорядних. Через відповідну трансформацію сорядних переходимо до нового,

¹⁾ Н. А. Lorentz: Versuch einer Theorie etc.

з рухом землі співдвижимого укладу сорядних. В тім укладі електродинамічні рівняння отримують наслідком трансформації дещо відмінний вигляд від первісного. Здавалося б, що явища у движимім укладі інакше відбуваються як в постійнім укладі. В дійсности справа так не представляється. Lorentz вияснив це в сей спосіб. Він упростив рівняння тим, що абстрагував зовсім від ділань другого ряду через опущенє таких членів, які тим діланям відповідали. Опісля впровадив він для співдвижимого укладу нову рахубу часу, а саме час t заступив величиною t' , яку він назвав „місцевим“ часом. Місцевий час є зв'язаний з сорядною t таким рівнянням:

$$t' = t - \frac{vx}{c^2}.$$

В такім разі показується, що рівняння для електромагнетних дрюгань відзискують свій вигляд. З сего можемо заключити, що ефект впливу руху землі на світляні явища, які заходять на земських тілах, зникає дійсно у першім ряді. Електричні і оптичні явища на тілах в руху на землі о ефектах першого ряду відбуваються так, якби земля була в супочинку.

Ходить тепер о фізичне значінє нововпровадженого поняття місцевого часу. Від часу t різниться сей місцевий час t' величиною: $\frac{vx}{c^2}$, залежною від положеня в просторі. Різниця місцевого часу від загального часу є пропорціональна до віддаленя x від початку укладу сорядних в напрямі дороги землі.

Приймім дальше дорогу землі як прямолінійну і представмо собі, що в означеній хвилі з початку укладу сорядних $x=0$ виходить світляний луч і по якимсь часі доходить до місця о сорядній x . Питаємо ся, якого часу потребував луч, щоби перебути сю дорогу? Коли явище відбуваєть ся на землі, то глядач постійно уміщений на дорозі землі рахувавби в сей спосіб: Світло зробило дорогу x на землі, але в тім часі також земля посунула ся на своїй дорозі о якусь дорогу d ; то щоби зробити цілу дорогу, потребує луч світла часу:

$$t = \frac{x}{c} + \frac{d}{c},$$

де c означає скорість світла. — Глядачеви знов на землі видаєть ся, що світло зробило лише дорогу x . Коли він не звер-

тав би дальше увагу на рух землі та приймав c як швидкість світла, то висше обчислений інтервал часу для него виносив би:

$$t' = \frac{x}{c};$$

він був би о вартість $\frac{d}{c}$ коротшим, як се обчислив глядач з області поза землею. d є короткою дорогою, яку робить земля, в часі якої світло перебігає від $x = 0$ до $x = x$; отже:

$$d = t' \cdot v = \frac{x}{c} \cdot v,$$

так, що різниця інтервалів обох часів виносить:

$$t - t' = \frac{d}{c} = \frac{x \cdot v}{c^2}.$$

Ми прийняли тут мовчки, що час в хвилі висилання світла в місці $x = 0$ і часи обох глядачів зовсім годили ся. А що оба глядачі для того самого інтервалу часу пайшли різні вартости, то з того показуєть ся, що они оба мірили час після різних мірил; та різниця мірил є така сама як різниця між загальним а місцевим часом. Величина сеї різниці є така мала, що не дасть ся у звичайних обсерваціях викрити.

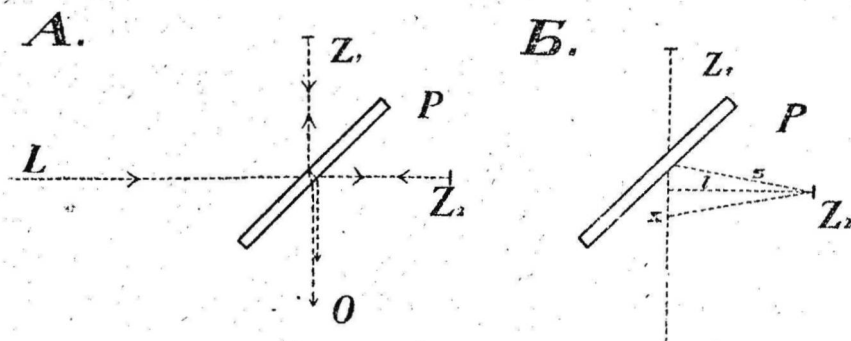
Глядач на землі порівнює часи при помочи оптичних обсервацій і при тім приймає швидкість світла як постійну, тоді покористуєть ся він (строго виражуючи ся) місцевим часом, коли швидкість світла на землі ставляє на рівні зі швидкістю світла у вселеннім просторі.

З тих тут начеркнених уваг слідує, що кождий час, який ми подаємо при помочи оптичних середників, є місцевим часом. Зрозумінем поняття місцевого часу входимо вже в нову область фізичних проблемів, якими займемо ся в дальших, частях розправи. Н. А. Lorentz впровадив місцевий час як математичний помічний середник, щоби показати, що ефекти першого ряду в наслідок руху землі не мають місця, а виступають тут ефекти другого ряду.

Таким саме явищем, що єго ефект є пропорціональний до $\left(\frac{v}{c}\right)^2$, є інтерференційний досвід Michelson-a—Morley-a. Єго

ідея походить ще від Maxwell-а, а Michelson¹⁾ виконав його по раз перший 1881 року. В шість літ описав повторив його ще раз Michelson у спілці з Morley-ом²⁾.

З жерела світла L (фіг. 1 А) падає луч на скляну, дещо посріблену плитку P уложену під кутом 45° до позему. Одна



Фіг. 1.

частина світла відбивається від неї, іде до зеркала Z_1 , від якого відбивається, переходить через плитку P і дістається до люнети обсерватора O . Друга частина луча, який виходить з L , переходить через плитку P , іде до зеркала Z_2 ; туди відбивається, вертає до P , де по відбиттю впадає також до люнети O . В O слідує інтерференція обох лучів. Представмо собі далі, що апарат є так уставлений, що напрям луча до зеркала Z_1 впадає в напрям руху землі. — Приймім, що віддалення $PZ_1 = PZ_2 = l$, то час, якого потребує світло, щоб зробити цілу описану дорогу виносить:

$$t_1 = \frac{2l}{c}, \quad (1)$$

з застереженням, що апарат є в супочинку. Коли цілий систем порушається враз зі землею рівномірно-поступним рухом зі швидкістю v в напрямі Z_1 , тоді час, якого потребує перший луч, щоб вернути до P , є:

$$t_1 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2lc}{c^2-v^2} = \frac{2l}{c} \left\{ 1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots \right\} \quad (2)$$

¹⁾ Michelson: Amer. Journ. of Science (3) 22, p. 120; 1881.

²⁾ Michelson—Morley: Amer. Journ. of Science (3), 34, p. 333; 1887.

В наслідок згаданої рівномірної трансляції другий луч від P падати ме на зеркало Z_2 не прямою, але скісно і так само відібеться, як бачимо з фіг. 1 Б. Дорога сего луча виносить $2s$, яку він робить в часі:

$$t_2 = \frac{2s}{c}. \quad (3)$$

З рисунку читаємо, що:

$$s^2 = l^2 + x^2.$$

А що: $x:s = v:c$, тому:

$$s^2 = l^2 + \frac{v^2}{c^2} s^2,$$

а даліше:

$$s = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отже:

$$t_2 = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l}{c} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right\} \quad (4)$$

Рівномірно-поступний рух апарату в напрямі Z_1 спричинив часову різницю в ході обох лучів:

$$t_1 - t_2 = \frac{l}{c} \frac{v^2}{c^2}. \quad (5)$$

Коли обернемо цілий апарат о 90° , то лучі PZ_1 і PZ_2 поміняють свої ролі, а як різницю часів перебігу дістанемо:

$$t_1 - t_2 = - \frac{l}{c} \frac{v^2}{c^2}.$$

Дорога луча PZ_1 P в нерухомім етері станеться довша, а дорога луча PZ_2 P коротша; в наслідок сего мусить слідувати пересування інтерференційних пасків о:

$$\delta = 2 \left(\frac{t_1 - t_2}{T} \right) = \frac{2l}{cT} \frac{v^2}{c^2} = \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2}, \quad (6)$$

де $\lambda = cT$. — Однак при найбільшій старанности у виконанню досвіду не удалося запримітити ніякої зміни в положенні інтерференційних пасків. — Отже досвідом Michelson-a і Morley-a не можна вказати впливу руху землі на земські оптичні явища.

Те саме відносить ся також до інших досвідів, в яких вплив руху землі мусить виступати як ефект другого ряду; пр. досвід Trouton-a і Noble-a¹⁾ над відкломом свобідно завішеного, плоского кондензатора при ёго нарядженю і розрядженю, і т. п. Всі однак того рода досвіди дали негативний вислід.

3. Гіпотеза Lorentz-a і Fitzgerald-a.

Висліди више наведених досвідів промавляють на перший погляд против теорії супокійного етеру. Але кожда інша теорія патрафляє на трудности при виясненю аберації постійних зізд, тому Н. А. Lorentz, а независимо від него Fitzgerald, постановив пояснити досвід Michelson-a при помочи нової помічної гіпотези.

Ми бачили, що на основі гіпотези супокійного етеру час, потрібний лучеви сьвітла для зроблення дороги l там і з поворотом на землі, (яка порушаєть ся зі шкороштю v), є більший, коли напрям дороги l покриваєть ся з напрямом дороги землі, як коли l стоїть прямо до дороги землі; та різниця після

(5) виносить: $\frac{l \cdot v^2}{c^2}$. Досвід Michelson-a показує, що в дійсности такої різниці нема. Для виясненя негативного вислїду досвіду Michelson-a приймають Lorentz і Fitzgerald, що кожде тіло на землі в наслідок руху землі дізнає незначної контракції і то в сей спосіб: Для глядача поза землею в спочинку видають ся всі тіла на землі скорчені в напрямі руху землі. Є се т. зв. гіпотеза контракції. Про величину сеї контракції можна вносити вже з того, що світло робить там і з поворотом дорогу в напрямі руху землі і прямову до него в рівних часах. Величина помєшєня виміру рівнаєть ся половині поданої різниці часів помноженій шкороштю світла (з опущєнем величини вишого

ряду як другий), отже виносить $\frac{l \cdot v^2}{2c^2}$. Коли оберпемо міру довжини l , яка з початку стояла прямо до напряму дороги землі, рівнобіжно до напряму руху землі, то ёї довжина змінить ся на: $l \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)$.

¹⁾ Enzyklopädie der math. Wissensch. V. 14, Nr. 56.

Хоть по думці сеї гіпотези поменшене довжини у напрямі руху є мале (пр. 1 *m* скоротить ся лише о $\frac{1}{200000} m$), то гіпотеза контракції звучить дещо фантастично і видаєть ся досить довільна. Н. Poincaré, по єї оголошенню, узнав єї як гіпотезу ad hoc утворену. Однак по більшім застоповленню над гіпотезою контракції позбув ся він сего вражіння. — Висше назвали ми математичне правило, яке зводить питанє електричного поля нарядженого тіла в рівномірнім руху до звичайного електростатичного проблему. З електростатики знаємо електричне поле нарядженої кулі. Зобразім собі се ціле поле разом з кулею стиснене в означенім напрямі, і то у відношенню 1: $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, то з кулі отримаємо оборотовий еліпсоїд, а з поля неподвижної кулі — поле еліпсоїда, який порушаєть ся зі швидкістю v в напрямі компресії. Коли порівнаємо сю в думці переведену контракцію з контракцією, якої уживаємо до в'ясненя негатиного вислідку інтерференційного досвіду Michelson-a, то бачимо, що они обі зовсім годять ся, бо після двочлену Newton-a:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots$$

Тепер можемо висказати гіпотезу контракції в слідуучий спосіб: Всі предмети на землі дізнають в наслідок руху землі довкола сонця контракції в напрямі руху землі; она що до величини відповідає докладно контракції, яка трансформує кулю у оборотовий еліпсоїд Heaviside-a.

Маємо тут інтересну звязь між оптичними і електричними явищами: Коли прийіємо певну контракцію в напрямі руху землі, то глядач на землі не спостерігаєть ніякого впливу руху землі на оптично-кінематичні явища; в наслідок сеї саме контракції було би неможливе зі землі сконстатувати зміну поля електричних піль. Ся звязь не є зовсім случайна, як низше покажеть ся.

Заходить тепер питанє, чи є можливе в якийсь спосіб при помочи обсервації виказати сю контракцію? Мірою довжини в механічний спосіб сего не можна зробити; бо міра дізнає в напрямі руху землі також тої самої контракції. Порівнанє знов двох прямових мір з собою є також неможливе, бо се

Можна зробити-хйба оптичним інтерференційним методом; послідний веде знов до досвіду Michelson-а, якого нег'ативний вислід пояснюемо якраз при помочі гіпотези контракції. Але непрямыми методами можна її визначити. — При стисканю прозrachного тіла стаєть ся оно подвійно ломляче. Після гіпотези контракції можна сподівати ся подвійного переломаня світла в наслідок руху землі. Однак вислід досвідів¹⁾ у тім напрямі був також нег'ативний. Те саме відносить ся до іншої проби, а саме зміни опору електричного провoдження. Електричний опір провідника, витягненого прямою до напрям у руху землі, мусів би меншати, колиб ми его уложили згідно з напрямом дороги землі; бо в наслідок контракції стаєть ся він коротшим і грубшим²⁾.

Нег'ативний вислід можна добре вияснити при помочі молекулярних явищ, які у тім питаню відіграють ролю. Контракцію, яку приписуемо тілам в цілі виясненя нег'ативних вислідів оптичних явищ на землі, мусимо також прийняти для молекулів і електронів. Контракції не може запримітити глядач, що бере участь в руху систему; але спокійний глядач поза системою може її запримітити при відповідних обставинах. Вислиди отже з гіпотези контракції можна в основі провiрити у досвідах над катодовими лучами і лучами β .

З тих вище наведених уваг о електрично-оптичних явищах слідує, що они є незалежні від стану руху тіл, на яких они відбувають ся. У математичній формі звучить се: коли електродинамічні рівняня перетрансформуемо до укладу віднесеня, який порушаєть ся прямолінійно і рівномірно, то вигляд їх зовсім остає незмінений.

Се було якраз вислідом праць П. А. Lorentz-а. Однак Einstein пішов за думкою Lorentz-а ще далше; він розширив сю незалежність електродинамічних рівнянь також і на рівняня механіки та взагалі цілої фізики. Після гіпотези Einstein-а кожде фізичне явище відбуваєть ся після однакових законів на всіх тілах, які пересувають ся взаімно з рівномірною шкoростію. В наслідок сего глядач

¹⁾ Rayleigh: Does motion through the aether cause double refraction? (Phil. Mag. (6), 4, p. 678; 1902).

Brace: Phil. Mag. (6), 7, p. 317; 1904.

²⁾ Trouton and Rankine: Lond. Roy. Soc. Proc. A. 80, p. 420; 1908.

з перебігу фізичного явища не може ніколи висувати, чи тіло, на якому явище відбувається, порушається або ні. Ця думка сталася вихідною точкою теорії зглядності фізичних явищ, яка викликала ревізію понять часу і простору.

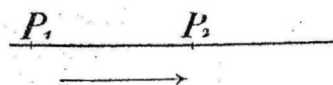
4. Постулати теорії зглядності.

Після Einstein-а основа зглядності ґрунтується на двох постулатах. Перший з них звучить: Немає ніякого способу до викриття безглядного руху. Поняття безглядного руху є в своїй суті спірне, бо, лучить ся оно з поняттям порожнього простору. В фізичнім значінню однак рух в етері можемо уважати за рух безглядний, бо етер, як вище ми прийняли, знаходиться в супочинку зглядом тіл, які в ній порушуються. Але і в тім значінню істнування безглядного руху не мож. доказати, бо у фізичних явищах розрізняємо все лише рухи одних матеріяльних укладів зглядом других. Коли два уклади порушують ся зглядом себе рівномірним рухом по прямій лінії, то можемо все прийняти, що один або другий уклад знаходиться в супочинку.

Загальнійше можна сформулювати перший постулат ось так: Явища природи відбуваються після зовсім тотожних законів в двох укладах, які відбуваються зглядом себе рівномірний рух по прямій лінії. Се однак не вистарчає, бо сему постулятові перечить якраз заложення теорії Lorentz-а о неподвижності етеру; луч світла розходить ся з постійною швидкістю в нерухомих етері: в се отже безглядний рух.

Перший постулат мусить бути домовнений другим, який можна вивести в сей спосіб: Фізичний час минає так, що швидкість світла є все однакова для всіх обсерваторів, які зглядом себе або зглядом жерел світла відбувають рух прямолінійний і рівномірний. Після сего постулату неможливо ствердити різниць руху зглядом луча світла, отже є він в згоді з досвідом Michelson-а—Morley-а.

Важний є спосіб, що при помочи его доконується вимір швидкості світла. — Представмо собі, що маємо два годинники, уставлені в точках P_1 і P_2 (фіг. 2) на дорозі світляного луча.



Фиг. 2.

Означім через t_1 і t_2 часи появи світла в тих точках, а через s віддалене між ними. Годинники вказують фізичний час правильний, коли вартість квота $\frac{s}{t_2 - t_1}$ буде величиною постійною, яку означимо як вище через c .

II.

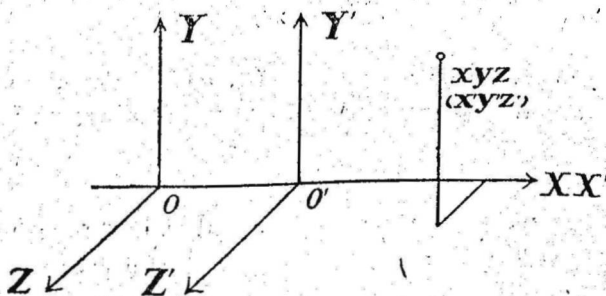
Спеціальна теорія зглядности.

1. Рівняння руху класичної механіки.

Вже в класичній механіці стрічаємося з основою зглядности. Рівняння руху нютонівської механіки відносять ся до безглядно недвижного простору, а також Lagrange говорить про постійний уклад срядних в просторі. Коли матеріальна точка о масі m порушається в просторі під діланем сили $\mathfrak{F}$, з прискоренем a , то звязь між тими величннами є подана рівнянем :

$$ma = \mathfrak{F}. \quad (7)$$

Рівнянне се задержує свій вигляд без огляду на се, чи ми відносимо его до постійного укладу срядних, чи до укладу, що порушається ся рівномірним рухом. Най $(x\ y\ z)$ представляє постійний прямокутний уклад осей срядних (фіг. 3); зглядом него порушається ся рівномірно уклад $(x'\ y'\ z')$ рівнобіжно до осі x зі скоростію v так, що час t' подвижного укладу годить ся з часом t постійного укладу; тоді:



Фиг. 3.

$$\begin{aligned}
 x &= x' + vt' \\
 y &= y', \\
 z &= z', \\
 t &= t'.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Повишені рівняння творять трансформаційний систем Галілея. Складові скорості матеріальної точки в повім укладі дістанемо через упохіднене срядних зі згляду на час t' , отже:

$$w_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v = w_x - v,$$

$$w_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = w_y,$$

$$w_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} = w_z.$$

Сей систем можемо звести до одного векторового рівняння:

$$w' = w - v, \tag{9}$$

яке містить вже в собі теорему додавання скоростей. Коли дальше зріжничкуємо рівняння (9) з огляду на t' , дістанемо трансформаційне рівняння прискорення:

$$\dot{w}' = \frac{dw'}{dt'} = \frac{dw}{dt} = \dot{w}. \tag{9a}$$

Напишім рівняння (7) для поодиноких срядних:

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2x}{dt^2} &= \mathcal{F}_x, \\
 m \frac{d^2y}{dt^2} &= \mathcal{F}_y, \\
 m \frac{d^2z}{dt^2} &= \mathcal{F}_z,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

то бачимо, що з огляду на (9a) ліва сторона тих рівнянь остає незмінена навіть по виконанню на них трансформації (8). Із сего слідує, що:

$$\mathcal{F}' = \mathcal{F}, \tag{10a}$$

де $\mathcal{F}'$, $\mathcal{F}$ означає силу подвижного згл. постійного укладу.

Рівняння (10) і (10a) через трансформацію (8) „переходять самі в себе“ або они є незмінні з огляду на трансформацію (8). Сю незмінність виразимо в сей епосіб: Коли основні рів-

нання механіки є важні в однім обранім укладі сорядних, то задержують они свою важність також в іншій укладі, до якого можна перейти з першого укладу через Галілейську трансформацію. Це основа зглядності класичної механіки.

2. Кулисті філі.

Точка (x_0, y_0, z_0) якогось однородного і ізотропного осередка є жерелом певного дрогаючого руху, який розходить ся в кулистих філях в просторі. Здовж луча r поступають на переміну кулисті згущення і розрідження, яких осередком є (x_0, y_0, z_0) . Теорія описує такий рух при помочи системи частинних рівнянь різничкових другого ряду для різниць сорядних; послідні відповідають віддаленням дрогаючих частинок від їх положення рівноваги.

Досвід учить, що мимо рівномірного, прямолінійного руху зі шкоростію u згаданого осередка дрогаючий рух буде розходити ся все у кулистих філях. Явище се виразимо математично в сей спосіб: Рівнянне кулі з осередком (x_0, y_0, z_0) о лучи r у віднесеню до постійного укладу сорядних в просторі (x, y, z) звучить:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2.$$

Приймім, що кулиста філя розходить ся зі шкоростію u , тоді:

$$r = u(t - t_0).$$

В наслідок сего попереднє рівнянне кулі отримає вигляд:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = u^2(t - t_0)^2. \quad (11)$$

Коли примінемо трансформацію (8):

$$x = x' + vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t',$$

і завважимо, що осередок дрогаючого руху (x_0, y_0, z_0) бере також участь у рівномірній трансляції, то рівнянне (11) кулистої філі переходить само в себе, бо маємо:

$$\begin{aligned} & (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - u^2(t - t_0)^2 = \\ & = (x' - x'_0)^2 + (y' - y'_0)^2 + (z' - z'_0)^2 - u^2(t' - t'_0)^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Отже рівняння (11) кулистої філі є незмінними з огляду на трансформацію Галілея, коли она змінює сорядні точок середника як також сорядні осередка дрогаючого руху. Але в слу-

чаю, коли осередок філії не має тої самої трансляційної швидкості, що середник, тоді рівняння (12) не буде важке, отже незмінність на трансформацію (8) перестав існувати. Слідувати се може пр. коли зі спокійного воздуха виходять звукові філії в сей спосіб, що жерело їх порушається, або противно.

3. Кінематика.

а. Трансформація Lorentz-а.

Електродинаміка тіл в руху і оптичні явища, як негативний вислід досвіду Michelson-а і Morley-а, аберація постійних зір, досвід Trouton—Noble-а і т. п. вказують, що основ зглядності класичної механіки до них примінити не можна; рівняння електродинаміки і оптики не є незмінні з огляду на трансформацію (8). Тут мусимо оглянути ся за іншим системом трансформаційних взорів, які визначувалиб рівномірну трансляцію одного електродинамічного укладу зглядом другого, а даліше трансформували величину

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - c^2(t - t_0)^2$$

саму в себе в сей спосіб, щоби жерело світла (x_0, y_0, z_0, t_0) не брало участі в трансформації.

Другий постулат буде сповнений тим, що приймаємо $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ і $x'_0 = 0, y'_0 = z'_0 = 0$. Коли даліше заложимо, що жерело світла знаходиться у спільнім початку обох укладів, недвижного $S(x, y, z, t)$ і движимого $S'(x', y', z', t')$, тоді $t_0 = t'_0 = 0$.

Перший постулат, щоби трансформація, в наслідок якої:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2, \quad (13)$$

визначувала рівномірний поступний рух зі швидкістю v укладу S' зглядом S , буде сповнений, коли срядні движимого укладу, або загальніше, їх лінійні функції, будуть різнити ся від срядних недвижного укладу о певні величини, пропорціональні до часу t' . В случаю $t = t'$ отрималиб ми знов трансформацію (8). Сей случаї не доведе в тих розважаннях до ніяких вислідів у стремліннях до нових трансформаційних взорів. Для визначення звязи між часами t і t' укладів S і S' , треба прийняти їх як четвєрті срядні укладів та подати спосіб їх трансформованя. Рівняння нової трансформації мусять відзначати ся вкінці тим, що кождому скінченному

системови вартостей x, y, z, t , мусить відповідати однозначно скінчений систем вартостей x', y', z', t' і навідворот. З того слідує, що рівняння мусять бути лінійні такого вигляду:

$$\begin{aligned}x &= a_{11}x' + a_{12}y' + a_{13}z' + a_{14}t', \\y &= a_{21}x' + a_{22}y' + a_{23}z' + a_{24}t', \\z &= a_{31}x' + a_{32}y' + a_{33}z' + a_{34}t', \\t &= a_{41}x' + a_{42}y' + a_{43}z' + a_{44}t',\end{aligned}\tag{14}$$

де сочинники a_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, 4$) залежать лише від величини і напрямку v і то в сей спосіб, щоби рівняння (13) було тотожно сповнене. Систем взорів (14) називаєть ся трансформацією Н. А. Lorentz-а. Рівняння ті задержують свою важність для сорядних часу і простору, тобто для „світа“ як виражаєть ся Г. Мінковскі¹⁾. На тім якраз постулаті опираєть ся основа зглядности; а сей постулат називає Мінковскі „постулятом світа“.

По вставленю вартостей (14) у ліву сторону рівняння (13) і по порівняню сочинників при степенях і добутках x', y', z', t' дістанемо слідуєчих $6 + 4 = 10$ реляцій:

$$\begin{aligned}a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 - c^2 a_{4i}^2 &= 1, \quad \text{де: } i = 1, 2, 3, \\a_{14}^2 + a_{24}^2 + a_{34}^2 - c^2 a_{44}^2 &= -c^2, \\a_{1i}a_{1k} + a_{2i}a_{2k} + a_{3i}a_{3k} - c^2 a_{4i}a_{4k} &= 0,\end{aligned}\tag{15}$$

коли: $i \geq k, \quad i, k = 1, 2, 3, 4.$

Послїдні реляції (15) є доповненєм лінійних рівнянь (14); разом творять они найзагальнїшу групу субституцій, яка примінена до квадратної форми $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ переводить її саму в себе. Детермінантом сеї групи є $|a_{ik}| = \pm 1$; задержуємо однак горїшний знак. По зрівнянню рівнянь (14) і узглядненю взорів (15) дістанемо таку звязь:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2.\tag{16}$$

Приймїм, що розважаємо світляне явище в укладї S' , який порушаєть ся рівномірно зі скоростію v в сей спосіб, що напрям руху слїдує в напрямї оси x' , отже рівнобіжно до оси x укладу S . Тодї $y = y'$ і $z = z'$, а тотожність (13) зведеть ся до:

$$x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2.\tag{17}$$

¹⁾ Н. Minkowski: Raum und Zeit, 1909.

А ся звязь настанить, коли у ліву сторону (17) поставимо:

$$\begin{aligned}x &= a_{11} x' + a_{14} t', \\t &= a_{41} x' + a_{44} t'.\end{aligned}\quad (17a)$$

З порівняння сочинників при степенях x' і t' в рівнянню (17) по підставленю вартостей (17a) дістанемо три реляції:

$$\begin{aligned}a_{11}^2 - c^2 a_{41}^2 &= 1, \\a_{14}^2 - c^2 a_{44}^2 &= -c^2, \\a_{11} a_{14} - c^2 a_{41} a_{44} &= 0.\end{aligned}$$

З тих реляцій слідує:

$$c^4 a_{41}^2 a_{44}^2 = (a_{11}^2 - 1)(a_{14}^2 + c^2) = a_{11}^2 a_{14}^2. \quad (18)$$

Положім дальше:

$$a_{11} = \sigma, \quad a_{14} = \sigma v,$$

то з огляду на (18) дістанемо:

$$\sigma^2 (c^2 - v^2) = c^2$$

отже:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тепер легко визначимо a_{41} і a_{44} , а саме:

$$a_{41} = \frac{\sigma v}{c^2}, \quad a_{44} = \sigma.$$

З огляду на се рівняння (17a) приймуть вигляд:

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\y &= y', \\z &= z', \\t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.\end{aligned}\quad (19)$$

Розбір фізичного змісту взорів (19) полишаємо на разі на пізнійше. На перший погляд запримечаємо, що взори зглядно-

сти класичної механіки (8) в спеціальним случаєм взорів (19), а саме: коли шкорість світла c прийемо як нескінчено велику $c = \infty$, тоді взори (19) переходять на:

$$x = x' + vt', \quad t = t'.$$

Введім дальше для часів t, t' в обох укладах іншу одиницю як секунда; а саме прийім:

$$t \text{ місто } ct \text{ і } t' \text{ місто } ct'; \quad (20)$$

місто секунди приймаємо одиницю c разів меншу, в якій луч світла поребігав одиницю довжини (1 cm , коли $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$). Величина v як шкорість в того самого виміру, що c , тож для одноцільності нанишемо дальше:

$$v \text{ місто } \frac{v}{c}. \quad (20a)$$

З огляду на (20 і 20a) переходить σ на:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}};$$

а місто рівняння (17) дістанемо:

$$z^2 - t^2 = z'^2 - t'^2, \quad (21)$$

а взори (19) певейдуть на взори:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2}}, \\ y &= y', \quad z = z', \\ t &= \frac{t' + vx}{\sqrt{1 - v^2}}. \end{aligned} \quad (21a)$$

З огляду на рівновартісність обох системів S і S' можна зі срядних укладу S дістати срядні укладу S' , лише знак при v мусимо змінити на противний, бо уклад S має зглядом укладу S' шкорість $-v$ рівнобіжно до осі x' . Отримаємо отже:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}}, \\ y &= y, \quad z = z, \\ t &= \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}}. \end{aligned} \quad (21b)$$

¹⁾ A: Brill: *Mechanik raumerfüllender Massen*, 1909. Art. 53 ff.

Зі взорів (21a) і (21б) читаємо, що може висказати глядач нерухомого укладу $S(x, t)$, о відношенню своїх даних простору і часу до аналогічних величин движимого укладу; навпаки поучають они глядача движимого укладу $S'(x', t')$ о відношенню его даних x', t' до аналогічних величин нерухомого укладу.

Коли зрівнячуємо величини (21a) і узгляднимо последнее вираження для σ , дістанемо:

$$dx'^2 - dt'^2 = dx^2 - dt^2; \quad (22)$$

з сего скористаємо пізнійше.

Додаймо тепер до (21б) рівнозначну зв'язь між x', t' а x'', t'' , а v заступім через v' , які подібно як $v \in < 1$. Тоді по елімінації x', t' дістанемо:

$$x'' = \sigma\sigma' \{(1 + vv')x - (v + v')t\},$$

$$t'' = \sigma\sigma' \{(1 + vv')t - (v + v')x\}.$$

У тих взорах приходить:

$$\text{на місце } v \quad - \quad [v] = \frac{v + v'}{1 + vv'},$$

$$\text{„ „ } \sigma \quad - \quad [\sigma] = \sigma\sigma' (1 + vv'),$$

де $[v] < 1$, а

$$[\sigma]^2 (1 - [v]^2) = 1.$$

Передовсім маємо для $v = -v'$: $x'' = x$, $t'' = t$, що відповідає переходови знов до срядних (x, t) . З того слідує, що зложені дві трансформації Lorentz-а дають знов аналогічну нову трансформацію.

6. Виміри довжин і часу в теорії зглядности.

Розважмо тепер фізичне значіння математичних взорів попереднього уступа. Представмо собі отже ще раз уклади срядних $S(x, y, z, t)$ і $S'(x', y', z', t')$, які зглядом себе порушують ся рівномірним прямолінійним рухом зі шкоростю v . В часі $t = t' = 0$ оба початки укладів S і S' спадають на себе, бо також: $x' = x = 0$. По часі t' початок движимого укладу O' (фіг. 3) віддалив ся від O о довжину, яку дістанемо з (21б), коли положимо $x' = 0$. Тоді маємо:

$$x = vt,$$

з чого слідує, що O' порушається від O рівномірно зі швидкістю v вздовж осі x в додатну сторону. — Навпаки початок układu $S - O$ віддаляється від O' у від'ємний напрям, бо з (21a) для $x=0$ слідує:

$$x' = -vt'.$$

Втім, у такому разі теорія зглядності годиться з давнішою класичною механікою. Різниця заходить однак у відношенні обох układів S і S' до себе в сучасній теорії зглядності, а саме в сій обставині, що при переході з рухомого układu до нерухомого і на відворот всі виміри довжин як також часу змінюються, а величина сеї змінності залежить від їх згладної швидкості v .

В самій річч: Глядач, який знаходиться в початку $x=0$ постійного układu S , приписує зазначеному ним явищу рухомого układu S' час:

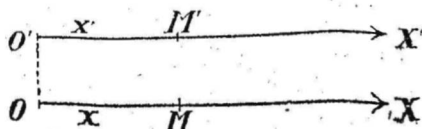
$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

що слідує з формули (21b) для $x=0$. А що $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$, тому видається йому, що годинник, який порушається зі швидкістю v , опізнюється у відношенні $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ в порівнянні з годинником, який не відбуває ніякого руху. І навпаки: з (21a) слідує, що глядач в початку рухомого układu сусідніх $x'=0$ оцінює для явища нерухомого układu S час:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то значить, що годинник нерухомого układu спізнюється також у відношенні $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ для глядача układu S' .

Подібно стоїть справа з виміром довжин. Віддалення точки M' на осі x' układu S' від початку układu $O' - x'$ (фіг. 4).



Фиг. 4.

оціняє глядач нерухомого укладу S після (21б) для $t=0$ як:

$$x = \frac{x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

це означає сповидне скорочення обсервованої довжини x супротив дійсної $x' = O'M'$. Знов для глядача рухомого укладу S' видається після (21а) в хвилині $t'=0$ постійного укладу:

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

що означає сповидне скорочення довжини x' супротив віддалення x . З того слідує: Виміри тіла рівнобіжно до напрямку руху видаються як все більші глядачам співрухомого укладу як іншого укладу. Коли отже штаба зі спoczynку перейде в рівномірний рух зі швидкістю v (без допливу тепла і в порожньому просторі), тоді корчить ся она у відношенню $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Отже для глядача в якійнебудь з двох укладів, які зглядом себе остають в рівномірнім руху, видається, що хід чужого годинника є повільніший, а чужа довжина скорочується ся.

Виміри прямові до напрямку руху y, z , не підлягають ніяким змінам.

Останні твердження є висновком різнородного примінення представлення часу різними глядачами, що відбувають зглядом себе рух. Оправдують они гіпотезу Fitzgerald'a і Lorentz'a, поставлену ще перед сучасною теорією зглядности для вияснення нег'ативного висліду інтерференційного досвіду Michelson'a і Morley'a. В дійсности є они дуже конечні для теорії досвіду в нерухомих укладі. Коли саме скорочується в руху

віддалене PZ_1 (фіг. 1 А) в напрямі руху на довжину $l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, тоді після (2) і (4):

$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = t_2.$$

При скрутці апарату, в наслідок чого PZ_1 і PZ_2 міняють свої ролі, не виступає ніяке пересунення інтерференційних пружків.

Відповідно до контракції в напрямі руху змінить ся також об'єм тіла V . А що в кождім укладі $\frac{V}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ рівнаєть ся об'є-

мови V_0 в движимім укладі, то рівняння:

$$\frac{V}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{V'}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (23)$$

служить як взір для перерахования для об'єму тіла, яке з огляду на уклад S має скорість v , з огляду знов на S' — скорість v' .

Дальшим вислідом контракції є се, що вигляд тіла з ріжних укладів, ріжно осуджаєть ся. Пр. тіло, котре в якімсь движимім укладі має вигляд кулі, видаєть ся у всіх інших укладах як сплюснений оборотовий еліпсоїд.

Годить ся однак зазначити, що скорочення, якого дізнає предмет в напрямі руху, відносьть ся все до глядача, який знаходить ся в супочинку в недвижимім укладі. Колиж знов він разом із своїм мірилом буде також порушати ся рівномірним рухом, то скорочення сего він не в силі буде запримітити; єго мірило корчить ся, тоді також у тім самім відношеню. Є се вислідом сформулованиа основи зглядности, що впливу руху не можна сконстатувати, бо в противнім разі міг би бути рух уважаний як беззглядний.

Також рівночасність для обох укладів S , S' є ріжна. Представмо собі, що в кінцевих точках дороги $x = OM$ (фіг. 4) недвижимого укладу знаходять ся два глядачі O і M ; коло них пересувають ся кінцеві точки O' , M' дороги $x' = O'M'$ движимого укладу, які в тій самій хвилі t замічають оба глядачі O і M ; они записують на своїх годинниках сей час. Так само в двох кінцевих точках O' , M' дороги $O'M'$ движимого укладу знаходять ся два глядачі, які знов на своїх годинниках нотують той самий час. — Однак зі взору (21б) довідуємо ся, що

ті чотири годинники не будуть показувати того самого часу: бо: коли годинники в O , M , O' показують час: $t=t'=0$, то годинник в M' вказував-ме час:

$$t' = - \frac{vx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отже явище, яке для глядачів в O і M виступає як рівночасне, не може бути таким також для O' і M' .

Також рівнобіжний скоростний тратить своє значіння в релятивістичній кінематиці. Коли сорядні матеріальної точки укладу S , x , y , z є функціями часу t , то складові скоростий тої точки є:

$$w_x = \frac{dx}{dt}, \quad w_y = \frac{dy}{dt}, \quad w_z = \frac{dz}{dt}.$$

Відповідно в движимім укладі маємо:

$$w'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad w'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad w'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

Зі взорів (216) слідує (коли приймемо знов секунду як одиницю часу):

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{dt}{dt'},$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dt'},$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{dt'},$$

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тими рівняннями послужимо ся до визначення складових w'_x , а саме:

$$w'_x = \frac{w_x - v}{1 - \frac{vw_x}{c^2}},$$

$$w'_y = \frac{w_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vw_x}{c^2}},$$

$$w'_z = \frac{w_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vw_x}{c^2}},$$
(24)

або навідворот, коли w' заступимо через w , дістанемо:

$$w_x = \frac{w'_x + v}{1 + \frac{vw'_x}{c^2}},$$

$$w_y = \frac{w'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vw'_x}{c^2}},$$
(24a)

$$w_z = \frac{w'_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vw'_x}{c^2}}.$$

Коли помножимо складові в напрямі y і z з рівнянь (24) і (24a) з собою, то дістанемо:

$$\left(1 - \frac{vw_x}{c^2}\right) \left(1 + \frac{vw'_x}{c^2}\right) = 1 - \frac{v^2}{c^2}. \quad (24б)$$

Піднесім даліше рівняння (24) до другої степені і додаймо, а vw_x і vw'_x , що там приходять, заступім скалярними добутками (vw) , (vw') , то дістанемо:

$$\frac{c^2 - w^2}{c^2 - (vw)} = \frac{c^2 - w'^2}{c^2 + (vw')}.$$

Назначім через ϑ' кут, який заключає швидкість w' з осію x , тоді напрям швидкості w' визначує:

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{\sqrt{w'^2_y + w'^2_z}}{w'_x};$$

остання реляція получена з (24a) подає величину швидкості w :

$$w^2 = \frac{w'^2 + v^2 + 2w'v \cos \vartheta' - \left(\frac{w'v}{c} \sin \vartheta'\right)^2}{\left(1 + \frac{w'v}{c^2} \cos \vartheta'\right)^2} \quad (24r)$$

Ті рівняння вказують, як з огляду на уклад S скорості u і w складають ся; они обнимають славу теорему додавання скоростий Einstein-a¹).

Треба тут однак запримити, що скорість w' відносьть ся до іншого укладу як v . В случаю, коли обі скорості відносять ся до того самого укладу, тоді звичайне правило додавання векторів зберігає свою важність.

Дивне при тім, що обі скорості, які маємо додати, не виступають рівноправно. Коли пр. w' є рівнобіжне до y , а v як до тепер до x , а маємо додати w' до v , то після (24a):

$$w_{1x} = v, \quad w_{1y} = w' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

коли знов противно додаємо v до w' , тоді:

$$w_{2x} = v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad w_{2y} = w'.$$

Однак безглядна вартість w в обох случаях є після (24r) та сама.

З рівнянь (24) і (24a) бачимо, що основи складання скоростий класичної механіки (рівнобіжник скоростий) тратять свою важність в кінематиці основи зглядности. Відклонення рівнянь (24) від класичної механіки не є значні, коли ходить о скорості далекі від скорості світла. При скоростях дуже великих, які вже входять в границю скорості світла (лучі катодові, силові, лучі радіоактивних тіл), рівняння (24) представляють вже певний інтерес.

Приймім, що w' має напрям осі x' , тобто: $w'_y = w'_z = 0$, тоді для скорості в укладі S дістанемо:

$$w = \frac{w' + v}{1 + \frac{w'v}{c^2}}.$$

¹) A. Einstein: Jahrbuch für Radioaktivität u. Elektronik, 1907, (4), 411.

Коли w' доходить до шкороости світла, то значить, коли тіло в укладі S' порушається мало що не зі шкороostí світла, то мимо сего неможливо дати йому в укладі S шкороість, яка була би більша від шкороости світла, навіть тоді, коли весь уклад S' порушається з доволі великою шкороostí v (але $v < c$). Бо положім в граничнійм случаю:

$$\lim w' = c$$

і:

$$\lim v = c,$$

то у віднесеню до укладу S дістанемо вислідну шкороість:

$$w = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c.$$

З сего слідує, що через зложене шкороостей, які перед тим не були більші від шкороости світла, не можна ніколи дістати шкороости, котра перевищала би шкороість світла.

Einstein¹⁾ доказав в своїй кінематичі, що було би неможливе приймати шкороости, які перед супорпозицією перевищали б шкороість світла. Най якесь тіло або явище в укладі S' порушається зі шкороostí w' , яка перевищає шкороість світла c . Після теоремн додавання шкороостей (24а) визначимо шкороість в укладі S рівнанем:

$$w = \frac{w' + v}{1 + \frac{w'v}{c^2}},$$

або коли уклад S' порушається зглядом укладу S зі шкороostí $-v$:

$$w = \frac{w' - v}{1 - \frac{w'v}{c^2}}.$$

Щоби отже з точки $x = 0$ дістати ся до точки $x = a$, потребувало би тіло або явище часу:

$$\tau = \frac{a}{w} = a \frac{1 - \frac{w'v}{c^2}}{w' - v}.$$

¹⁾ А. Einstein, l. с.

Після заложення $w > c$, отже $\frac{w'}{c} > 1$. А що $v < c$, то можна все досягнути, щоби $\frac{w'}{c} \cdot \frac{v}{c} > 1$; тоді τ буде мати від'ємну вартість. Від'ємне τ означало би, що тіло або явище скорше досягнуло $x = a$, чим $x = 0$, що є неможливе.

Отже основа зглядності виключає всі, скорості, які перевищалиб скорість світла; по-слідня є найбільшою з усіх скоростей, яку тіла або явища в природі можуть посідати.

В кінематиці основи зглядності найшло дуже наглядне вияснене явище аберації постійних зізд. Також пересунене дугових ліній в спектрах постійних зізд, яке відповідає основі Doppler-a, виясняє теорема складання скоростей. Се пересунене походить від сповидної зміни числа дрогоць висиланого світла. Дальше досвід Fizeau стверджує вповні правдивість теорема Einstein-a.

В досвіді Fizeau¹⁾ маємо до діла з інтерференцією двох світляних лучів, з яких оден переходить через пливучу тіч згідно з напрямом її руху, а другий в противнім напрямі. Після основи додавання скоростей класичної механіки глядач твердив би, що фази світла розходять ся з вислідною скоростію:

$$w = \frac{c}{n} \pm v,$$

де n є сочинником переломання світла, а v скоростію течі. Однак досвідний взір Fizeau є інший, а саме:

$$w = \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

який не стоїть в згоді з основою додавання скоростей механіки Newton-a.

Прийім, що світло у даній течі розходить ся зі скоростію w ; то після взорів додавання скоростей (24a) релятивістичної кінематики отримаємо як вислідну скорість обох фаз світла:

$$w = \frac{w' \pm v}{1 + \frac{w'v}{c^2}};$$

¹⁾ Н. Fizeau, C. R. 33. p. 349, 1851.

а що $\frac{w'v}{c^2}$ є в порівнянню до 1 мале, то можна написати:

$$w = (w' + v) \left(1 - \frac{w'v}{c^2} \right).$$

Коли помножимо і вставимо за w' вартість $\frac{c}{n}$, дістанемо:

$$w = \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

де знов $\frac{w'v}{c^2}$ як мале в порівнянню до 1 пропускаємо.

Отже досвід Fizeau рішив в користь модерної теорії зглядности: він стоїть у повній згоді з теоремою додавання скоростий релятивістичної кінематики. Недавно поновлений досвід Zeeman-ом виказав згідність досвіду з теорією на 1‰.

в. Мінковського геометрична інтерпретація трансформації Lorentz-а.

Основа зглядности сформулована А. Н. Lorentz-ом рівняннями (19) зг. (21a) і (21b) обнімає в собі цілу теорію зглядности; всі висновки з неї дають ся випровадити з трансформації Lorentz-а. Однак математична форма їх є менше елегантна і недовідна, а головню тому, що при кождім векторі складову рівнобіжну до скорости v треба інакше визначувати, як складову прямоку до v . Герман Мінковскі¹⁾ подав геометричну інтерпретацію рівнянь Lorentz-а і надав їм гарний математичний вигляд.

Кожде явище у вселенній визначають три сорядні укладу x, y, z . А що час t мусить також зміняти ся, тому треба прийняти єго як четверту сорядну t . Коли так, то фізичні явища після основи зглядности треба розважати у чотировимірнім укладі простору—часу. До сего у фізиці ми не звикли, однак не повинно оно нас страхати, бо ходить тут лишє о символічне представлєнє деяких аналітичних відношень між чотирма змінними x, y, z, t . Такий уклад простору-часу називаєть ся „світ-ом“; як „сорядні світа“ вибираємо сорядні простору x, y, z і сорядну часу:

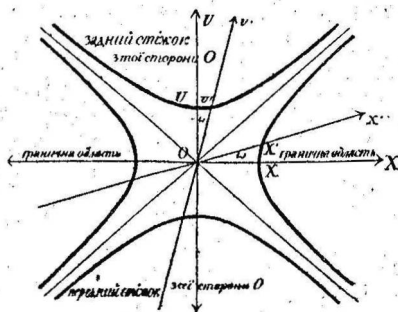
$$u = ct. \quad (25)$$

¹⁾ Н. Minkowski; l. c.; M. Laue: Relativitätsprinzip, I. Aufl. p. 46.

Оси x, y, z стоять до себе прямою; вісь u є, також прямою до осей x, y, z , то значить, в площі (xu) творять x і u прямий уклад сорядних; то саме відносить ся також до площ (yu) і (zu) . Маємо отже шість парамі до себе прямою уложених площ сорядних і чотири до себе прямових, тривимірних просторів сорядних. Точку (x, y, z, u) такого укладу простору часу називаємо світовою точкою; она представляє явище, яке відбуваєть ся в місці x, y, z в часі $t = \frac{u}{c}$.

Для кожної матеріальної точки сорядні простору є функціями часу; в сей спосіб згадана точка визначає у світі криву лінію — „світову лінію“. Для рівномірного руху зі швидкістю w є она прямою лінією, якої кут нахилення до осі u є $\arctg \frac{w}{c}$; а що $w < c$, тому все $\arctg \frac{w}{c} < \frac{\pi}{4}$. Взагалі світова лінія є довільна крива лінія, якої нахилення до осі u не осягає вище поданої вартості.

В спеціальнім случаю, коли вісь x' порушаєть ся рівномірним поступним рухом рівнобіжно до осі x зі швидкістю v , трансформація відбуваєть ся лише в площі (xu) . Площу xu



Фиг. 5.

обираємо за образу площу (фиг. 5). На тій площі рисуємо рівнобічні гіперболі:

$$x^2 - u^2 = -1, \quad (26)$$

$$x^2 - u^2 = +1, \quad (26a)$$

як також пару їх асимптом:

$$x^2 - u^2 = 0 \quad (26b)$$

З зерової точки O ведемо пряму до довільно вибраної точки U' на галузі гіперболі, для якої $u > 0$; так само до вибраної точки X' на галузі гіперболі $x > 0$ ведемо пряму; однак X' обираємо так, щоб асимптота $x = u$ була двосічною кута між прямими u' і x' , то значить, що прямі u' і x' творять спряжені проміри гіперболі (26).

Як точка U' впаде на точку U , то пряма u' накриве вісь u ; тоді також пряма x' накриве вісь x . Трансформація Lorentz-а (19) зг. (21 а, б) полягає в тому, що уживаємо як осей сорядних u' і x' місто u і x , а як одиниць довжини OU' і OX' місто OU і OX .

Прямі OU' і OX' мають рівняння:

$$x = \beta u, \quad u = \beta x,$$

де $|\beta| < 1$. Сорядні точки U' і X' після рівнянь (26) і (26а) є:

$$\begin{aligned} u_{u'} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, & x_{u'} &= \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}; \\ u_{x'} &= \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, & x_{x'} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned} \quad (26b)$$

В укладі S' повинна заходити така зв'язь:

$$u'_{u'} = x_{x'} = 1, \quad u'_{x'} = x'_{u'} = 0.$$

В сей спосіб є однозначно визначені чотири постійні, які виступають при лінійній трансформації x, u на x', u' : тоді рівняння трансформаційні мусять мати вигляд:

$$x' = \frac{x - \beta u}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad u' = \frac{u - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (27)$$

після (25) переходять они на (19), коли положимо:

$$\beta = \frac{v}{c}. \quad (28)$$

Вираження $x^2 - u^2$ і $x^2 + y^2 + z^2 - u^2$ остають незмінні при субституції (27). Рівняння обох гіпербол і їх пар асимптот мають той сам вигляд так в укладі S , як також в укладі S' . Кут ω визначаємо при помочи реляції:

$$\lg \omega = \beta = \frac{v}{c}. \quad (29)$$

До кожної світової точки W на площині (ux) , для котрої $u^2 > x^2$, можна провести часову вісь, з напрямом $\overrightarrow{OW}$, коли $u > 0$, з напрямом знов $\overrightarrow{WO}$, коли $u < 0$; бо все до OW можна дібрати один спряжений промір як вісь x' . На відворот можна кожду світову точку W , для котрої $u^2 < x^2$, зробити „рівночасною“ з точкою O , коли доберемо пряму OW з відповідним напрямом до осі x' і відповідний спряжений промір до осі u' .

Для представлення загальної трансформації Lorentz-а, де уклад сорядних x, y, z може мати ріжний напрям до зглядної скорости v , треба її подати у чотирох вимірах. Тоді місто гіперболі дістанемо двоповолоковий гіперболічний простір:

$$x^2 + y^2 + z^2 - u^2 = -1 \quad (30)$$

та одноповолоковий гіперболічний простір:

$$x^2 + y^2 + z^2 - u^2 = +1, \quad (30a)$$

які асимптотично дотикає стіжковий простір:

$$x^2 + y^2 + z^2 - u^2 = 0. \quad (30b)$$

Гіперболі зі своїми асимптотами (фіг. 5) є перерізами цих тривимірних просторів площею (ux) .

Оберім тепер на додатній поволоці двоповолокового гіперболічного простору (30) довільну точку U' о сорядних x_u, y_u, z_u, u_u , і поведім до неї з точки O пряму. Опісля збудуємо простір проміра спряженого, до проміра OU' :

$$xx_u + yy_u + zz_u - uu_u = 0, \quad (30b)$$

який перетинає одноповолоковий простір гіперболічний (30a) в еліпсоїді. Коли U' накрить ся з вершком U першого гіперболічного простору, тоді $u = 0$, простір спряженого проміру перейде у простір (xyz) , а еліпсоїд переходить в кулю:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad (30г)$$

а всі відтинки, поведені з O до точок на кулі (30г) мають рівну довжину 1; куля (30г) є вимірною поверхнею для відтинків в просторі (xyz) . Загальна отже трансформація Lorentz-а полягає у слідуєчім: Місто прямої OU як осі u і відтинка OU як одиниці, а дальше місто простору (xyz) з кулею (30г) як вимірною поверхнею, обираємо пряму OU' з одиничним відтин-

ком OU' за вісь u' і простір $(x' y' z')$ єї спряженого проміру з вище поданим еліпсоїдом як вимірною поверхнею для простору $(x' y' z')$. Рівняння сего еліпсоїда повинно бути:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1.$$

Щоби се доказати, то виконаймо на укладі x', y', z' такі зміни, щоби виражене $x'^2 + y'^2 + z'^2$ остало незмінним; те саме повинно також відносити ся до вираження $x'^2 + y'^2 + z'^2 - u'^2$. Се можна досягнути в сей спосіб, що пряма, яка повстає з пересічки простору $(x' y' z')$ з площею поведеною через u і u' , буде осію x -ів. Через аналогічний скрут укладу сорядних x, y, z привертаємо вісь x в ту саму площу. Тоді отримаємо ті самі відношення як на рисунку 5; OX' і OU' стали після конструкції спряженими промірами гіперболи $x^2 - u^2 = -1$, а що виражене $x^2 + y^2 + z^2 - u^2$ є незмінне супротив вище поданої спеціальної трансформації, тому ті розважання відносять ся також до що йно описаної узагальненої трансформації, яка є ніщо иншого як трансформація Lorentz-а. Маємо тільки управнених укладів, кілька точок знаходиться в додатній поволоці гіперболічного простору (30), тобто: ∞^3 . Скорість обох укладів зглядом себе визначаємо при помочи кута ω між осями u а u' після взору (29).

Стіжковий простір ділить світ на три частини:

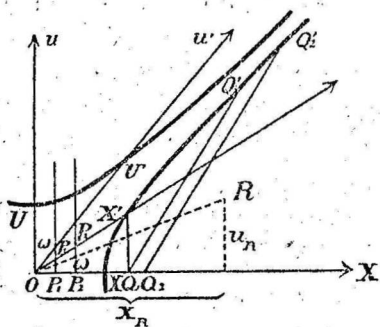
1. $u^2 > x^2 + y^2 + z^2$, $u > 0$. До кожної точки W сеї області можна повести вісь часу о напрямі $\overrightarrow{OW}$; она обнимає світові точки „з сеї сторони від точки O “, то значить, ті точки, які у всіх управнених укладах є пізнійшими від точки O .

2. $u^2 > x^2 + y^2 + z^2$, $u < 0$. Світові точки сеї області лежать „з тої сторони від точки O “, бо они у всіх укладах є ранішими від точки O . До кожної з тих точок можна повести вісь часу о напрямі $\overrightarrow{WO}$.

3. $u^2 < x^2 + y^2 + z^2$. З точок сеї „міжграничної області“ можна три точки довільно зробити рівночасними з точкою O , бо они визначають разом з O простір на площі, який зі спряженим ему проміром з огляду на гіперболічний простір (30) творить управнений уклад віднесення. В тих укладах мають згадані три точки з точкою O спільний час $t = \frac{u}{c} = 0$.

В самім стіжковім просторі (30б) розрізняємо „передній стіжок“, для якого $u > 0$, і „задний стіжок“ для $u < 0$. Перший стіжок обнімає такі світові точки, які представляють нам явища, яких ділання розходять ся зі шкоростію світла; з них деякі доходять також до точки $x=0, y=0, z=0$ в часі $t=0$. — Задний стіжок представляє нам збір явищ, які можуть відбувати ся аж тоді, коли ділання явищ першого стіжка трапляють точку O . Отже точки переднього стіжка „висилають світло до O “, точки задного стіжка „приймають світло від O “.

Вернім тепер знов до спеціальної трансформації (27). Кінцеві точки нерухомиї штаби в постійнім укладі S описують прямолінійні, до осн u , рівнобіжні світові лінії $P_1P'_1$ і $P_2P'_2$ (фіг. 6). Відношенє $\frac{P_1P_2}{OX}$ подає її довжину l_0 в спочинку. Зауважмо далше в движимім укладі S' другу штабу, то сві-



Фіг. 6.

тові лінії її кінцевих точок творять прямі $Q_1Q'_1$ і $Q_2Q'_2$ рівнобіжні до осн u' , а її довжину l_0 в спочинку виразимо відношенєм $\frac{Q_1Q_2}{OX}$. Довжина першої штаби в укладі S' виносить $l' = \frac{P'_1P'_2}{OX'}$, бо $\frac{OP'_1}{OX'}$ і $\frac{OP'_2}{OX'}$ є сординними (x') її кінцевих точок для рівної вартости t' , (пр. 0). Довжина другої штаби в укладі S є аналогічно $l = \frac{Q_1Q_2}{OX}$. Але після (26в):

$$\frac{OX'}{OX} = \sqrt{x^2 + u^2} = \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{1 - \beta^2}},$$

а даліше після (29) і рис. 6:

$$\frac{P'_1 P'_2}{P_1 P_2} = \frac{1}{\cos \omega} = \sqrt{1 + \beta^2},$$

$$\frac{Q_1 Q_2}{Q'_1 Q'_2} = \frac{O Q_1}{O Q'_1} = \frac{\sin O Q'_1 Q_1}{\sin O Q_1 Q'_1} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\omega \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \omega \right)} = \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{1 + \beta^2}}.$$

Отже для першої штаби маємо:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{P'_1 P'_2}{O X'} \cdot \frac{O X}{P_1 P_2} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (31)$$

а для другої штаби:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{Q_1 Q_2}{O X'} \cdot \frac{O X}{Q'_1 Q'_2} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (31a)$$

Дістали ми отже потверджене правила попереднього уступу, що глядачеви, у співдвижимім укладі видасть ся тіло все довше, як глядачеви якогонебудь іншого укладу. З рисунку (6) бачимо, що:

$$Q'_1 Q'_2 : O X' = P_1 P_2 : O X$$

отже $Q_1 Q_2 < P_1 P_2$.

Най світові точки O і R на рисунку 6 представляють дві матеріальні точки A і B в спочинку, в недвижимім укладі S ; з першої точки A в часі $t (=0)$ виходить якийсь рід фізичного ділання, яке в часі t_R досягає точку B . Приймім даліше, що шкорість розходження сего ділання w перевищує шкорість світла c , тоді було би:

$$w_R = c t_R = |x_R| \frac{c}{w} < |x_R|,$$

а R належалоб до міжграничної області разом з O . В такім разі можливі були би управнені уклади, в яких подібно як S' було би $w_R < 0$, то значить, що R було би вчаснійше від O ; отже ділання наспіло би до B шкорше, чим повстала его причина в A .

З тих геометричних розважувань бачимо, що неможлива є шкорість, яка перевищала би шкорість світла. Всі світові точки, які впливають причинно на точку O , лежать з тої сторони точки O або на заднім стіжку від O (порівн. фіг. 5), всі знов світові точки, від яких

може уділити ся точці O такий вплив, лежать з сеї сторони точки O або на переднім стіжку від O . Точки міжграничної області не можуть знов ніколи стояти з точкою O у причиновій звязи.

г. Сорядні простору і часу.

Для переглядного образу відношень, обнятих трансформацією Lorentz-а, представмо величини x, t як прямокутні сорядні на образній площі, а опісля випровадім з них значіне величини x', t' . Впровадьмо кут ω в той спосіб, щоби після (20а):

$$v = tg \omega, \quad (32)$$

отже:

$$\cos \omega = \frac{1}{\sqrt{1+v^2}}, \quad \sin \omega = \frac{v}{\sqrt{1+v^2}};$$

з того дістанемо:

$$\cos^2 \omega - \sin^2 \omega = \frac{1-v^2}{1+v^2} = \frac{1}{x^2},$$

де:
$$x = \sqrt{\frac{1+v^2}{1-v^2}}. \quad (33)$$

Тоді:
$$\sigma = x \cos \omega, \quad \sigma v = x \sin \omega,$$

а взори (21а) переходять на:

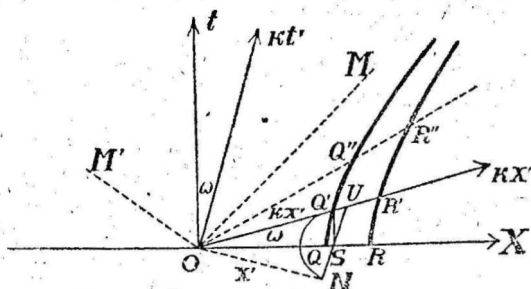
$$\begin{aligned} x &= x' \cos \omega + x' t' \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega \right) \\ t &= x' \sin \omega + x' t' \sin \left(\frac{\pi}{2} - \omega \right) \end{aligned} \quad (34)$$

з відверненням:

$$\begin{aligned} x x' \cos 2\omega &= x \cos \omega - t \sin \omega \\ x t' \cos 2\omega &= -x \sin \omega + t \cos \omega. \end{aligned} \quad (34a)$$

Маємо отже два уклади сорядних $\Sigma = (x, t)$ і $\Sigma' = (x', t')$. Прийім, що уклад Σ є прямокутний; его сорядні подають нам заховане (x, t) пр. якоїсь точки, яка порушаєть ся здовж осі X недвижного укладу S . Най Σ' представляє скісний уклад; его сорядні подають знов заховане (x', t') згаданої точки зглядом движимого укладу S' . Тоді взори (34) означають перехід з прямокутного укладу Σ до скосокутного укладу Σ' . В укладі Σ' не виступають виразно x', t' , але лише їх побільшення xx', xt' .

Зі взорів (34) слідує, що осі схісного укладу є наклонені до осей прямокутного укладу під кутом ω і $-\omega$. Пара осей zX' і zT' є спряженими промірами кожної рівнобічної гіперболі, якої асимптотами є двосічні OM і OM' прямокутного укладу (фіг. 7).



Фиг. 7.

Щоби з віддалення $OQ' = x'$ якоїсь точки на осі zX' найти само x' , будемо через точку Q' рівнобічну гіперболу, якої асимптотами є двосічні OM і OM' . Она відтинає на осі x' відтинки $OQ = x'$, що отримаємо зі слідуячої конструкції: З точки Q' ведемо до осі x пряму, яка трапляє її в точці S ; около S як осередка зачеркуємо лучем $SQ' = x' \cdot \cos \varphi$ коло, а опісля провадимо до него з точки O стичну до N — ON ; тоді:

$$ON^2 = OS^2 - SN^2 = OS^2 - SQ'^2 = x'^2 (\cos^2 \omega - \sin^2 \omega) = x'^2,$$

отже: $ON = OQ = x'$.

Коли противно x, t є сорядними точки Q' на рівнобічній гіперболі о осі $x' = OQ$, а в тій точці вісь $t' = 0$, то з огляду на:

$$\frac{x}{t} = \operatorname{tg} \omega = v$$

і з огляду на (21):

$$x^2 - t^2 = x'^2$$

маємо:

$$OQ'^2 = OS^2 + SQ'^2 = x^2 + t^2 = (x^2 - t^2) \frac{1+v^2}{1-v^2} = x'^2,$$

що мали ми доказати.

На тій фігурі можна перевірити твердження о просторі і часі релятивістичної кінематики. Так пр. зі становища прямокутного укладу сорядних Σ має точка Q сорядні x, t , з огляду знов на схісний уклад Σ' єї сорядними є $zX', 0$, де $x' = OQ < x = OS$.

Положення, яке займає постійно з нерухожим укладом зв'язана дорога $OM = x$ (фіг. 4), представляється на образній площині при допомозі рівнобіжних відтінків до $x = OS$ (фіг. 7), де точка O порушається вздовж осі t . Від хвили $t' = 0$ почавши переступають точки збігаючогося відтінка OS по черзі вісь xX' укладу Σ' між O а Q' і видаються глядачеві в укладі S' як рівночасні. Він має враження, що відтінки xx' спадає на відтінки $OQ' = xx'$ або, що на $x = OS$ спадає $x' = OQ'$.

Далше бачимо, що зі становища укладу Σ' точки O і Q' мають той самий час $t' = 0$; зі становища ж укладу Σ точка O має час $t = 0$, а точка Q' — час $t = SQ' = \frac{vx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ і т. д.

Як до образної площини (x, t) додамо ще дві сорядні $y (y')$, $z (z')$ прямі між собою і до x, t , то отримаємо чотиривимірний образний простір; він буде мати знов один прямокутний уклад сорядних Σ і один в частині скінчений уклад Σ' . Положенню матеріальної (не образної) точки $x, y (=y'), z (=z')$ у віднесенні до прямокутного укладу сорядних S звичайного простору в часі t , відповідає точка x, y, z, t у віднесенні до укладу Σ чотиривимірного простору як образна точка або світова точка після Мінковського. Тій точці нерухомого укладу S' з рівномірною швидкістю v згляду укладу S , у звичайнім просторі відповідає в скінченні укладі Σ' сорядні x', y', z', t' в чотиривимірному просторі.

г. Світова лінія матеріальної точки; її місцевий час.

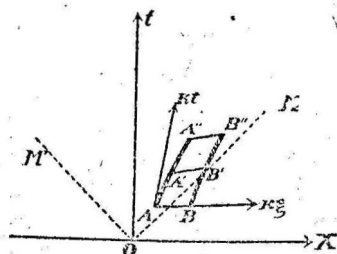
Матеріальна точка m порушається у звичайнім просторі вздовж осі x прямокутного укладу сорядних S . Рухови її на образній площині чотиривимірного простору Σ відповідає після Мінковського світова лінія; її стична в яком небудь місці (x, t) подає швидкість точки $m \frac{dx}{dt}$ в укладі S в часі t .

Швидкість v укладу S' з огляду на уклад S не може перевищувати одиниці 1, бо в такому випадку коефіцієнти трансформації (21) були б мнимі. Приймемо отже, що швидкість точки m

$|w| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$ приймає в укладі S го-

рішну границю 1. Тоді, в случаю $\frac{dy}{dt} = \frac{dz}{dt} = 0$, світова лінія: точки m на їїякім місци не є більше наклонена до осн x як двосічна OM першої чвертки (фіг. 7). З тої самої фігури бачимо, що також зглядні скорости $\frac{dx'}{dt'}$, $\frac{dx''}{dt''}$, і т. д. точки m з огляду на уклади S' , S'' , і т. д. мусять бути менші від 1. Отже до кожного елементу світової лінії можна все дібрати скісний уклад сорядних в той спосіб, що его вісь t' є рівнобіжна до стичної світової лінії в тім місци; тоді точка m з огляду на відповідний уклад S' хвилево находити ся у спочинку. Після Мінковського звели ми точку m до спочинку введем укладу сорядних Σ' .

Най крива $AA'A''\dots$ (фіг. 8) представляє світову лінію матеріяльної точки m , яка порушаєть ся здовж осн x тривимірного укладу сорядних S . Поведім в точці A (x, t) стичну до кривої $AA'A''\dots$ і оберім її за вісь часу τ нового скісного



Фіг. 8.

укладу сорядних (ξ, τ). В скіснім укладі знов виступати будуть побільшення сорядних $x\xi$, $x\tau$. Сорядні ξ і τ визначимо при помочи аналогії до взорів (216), отже:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ \tau &= \frac{-vx + t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},\end{aligned}\tag{35}$$

де $v = \frac{dx}{dt}$. При помочи сорядних (35) укладу Σ' трансформуємо матеріяльну точку m до спочинку. По зріжничкованю рівнянь

(35) і узглядненню, що в місці A : $\xi = 0$, $\tau = 0$, $\frac{d\xi}{d\tau} = 0$ отримаємо взір аналогічний до (21):

$$d\tau^2 = dt^2 - dx^2,$$

або:

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2}. \quad (36)$$

Коли впровадимо якийнебудь інший скісний уклад Σ' , то виражене на dt остане незмінне, а саме:

$$d\tau = dt' \sqrt{1 - \left(\frac{dx'}{dt'}\right)^2}; \quad (36a)$$

отже виражене на елемент часу $d\tau$ є величиною незалежною від вибору укладу сорядних. Мінковські називає елемент часу світової лінії $d\tau$ — елементом „питомого (місцевого) часу“ τ матеріальної точки. Вартість его для світової лінії буде:

$$\tau = \int d\tau. \quad (37)$$

Лінійний елемент світової лінії, мірений в укладі Σ , є зв'язаний з елементом dx рівнянням:

$$ds = dt \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = dt \sqrt{1 + v^2}$$

або:

$$ds = d\tau \sqrt{\frac{1+v^2}{1-v^2}} = \kappa d\tau.$$

Вісь $A\kappa\xi$ є спряженим напрямом до стичної $A\kappa\tau$ у відношенню до пари двосічних OM і OM' . Коли отже $A\kappa\tau$ і $A\kappa\xi$ оберемо за осі укладу сорядних, тоді рівночасно з точкою A всі точки прямої $A\kappa\xi$ трансформують ся до спочинку. Приймім, що се заходить в кожній точці світової лінії $AA'A''\dots$ і відповідно для всіх точок на прямих рівнобіжних до $A\kappa\xi$, то значить, на $A'\kappa'\xi'$, $A''\kappa''\xi''$, і т. д. Перенесім дальше на $A\kappa\xi$, $A'\kappa'\xi'$, і т. д. рівні відтинки $AB = A'B' = \dots$ і т. д. у відповідній до напрямку поділці, так що $\kappa AB = \kappa'A'B' = \dots$ і т. д., то відстанемо знов світову лінію $BB'B''\dots$. Положене точок світової лінії $BB'B''\dots$ залежати-ме від змін, які заходять-муть в лінії $AA'A''\dots$. Точки кривої $BB'B''\dots$ є немов цілком зв'язані з точкою A .

Розберім тепер отсе питання: до обраних світових ліній в площині (xt) układu Σ пайти рух приналежної матеріальної точки вздовж осі x у тривимірному просторі і навідворот. Існують світові лінії układu Σ з прикметами, що глядач, нерозлучно зв'язаний зі згаданою матеріальною точкою не спостерігає ніяких змін так що до місця як і часу, а протилежно знов кождий глядач нерозлучно зв'язаний з układом S або S' тривимірного простору сю зміну спостерігає. Коли у взорах:

$$x = \frac{\xi - v\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$t = \frac{\tau - v\xi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

приймемо ξ і τ як постійні величини, а v як змінну, то оба повисші взори представляють шукану світову лінію. Через елімінацію v отримуємо рівняння:

$$x^2 - t^2 = \xi^2 - \tau^2,$$

яке представляє рівнобічну гіперболу $QQ'Q''\dots$ або $RR'R''\dots$ (фіг. 7); її асимптотами є двосічні OM і OM' ; она є світовою лінією для матеріальної точки, що порушається вздовж осі x układu S рухом рівномірно прискореним.

д. Рух матеріальної точки по кривій лінії.

Розважання двох попередніх уступів можна вповні примістити до світової лінії матеріальної точки m , яка порушається зі змінною швидкістю по довільній кривій лінії. В чотиривимірному просторі для прямокутного układu ссрядних Σ (x, y, z, t) образом сего руху є світова лінія $AA'A''\dots$, якої кут нахилу до осі t не перевищує 45° , бо після заложення попереднього уступа $|w| < 1$, отже також: $\frac{dx}{dt} < 1$, $\frac{dy}{dt} < 1$, $\frac{dz}{dt} < 1$.

Оберім знов точку A (x, y, z, t) за початок układu ссрядних і поведім до світової лінії в точці A стичну і оберім її за вісь xt скісного układu, то простір (ξ, η, ζ) є спряжений до осі xt з огляду на тривимірний стіжок з вершковим кутом 45° . Укладови (ξ, η, ζ, τ) в чотиривимірному просторі відповідає в тривимірному просторі układ S . Тоді точка m з огляду на układ S

находить ся в спoczynку. Узгляднім дальше, що в точці $\xi = \eta = \zeta = \tau = 0$ також:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{d\eta}{d\tau} = \frac{d\zeta}{d\tau} = 0,$$

то з рівняння (16) в тім случаю отримаємо:

$$dx^2 = dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = dt^2 (1 - |w|^2), \quad (38)$$

де w є швидкістю точки m у віднесенню до układu S тривимірного простору, отже:

$$|w|^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2. \quad (38a)$$

З рівняння (38) слідує зв'язь:

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2 - \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = -1, \quad (39)$$

з якої описля нижше скористаємо.

Коли $d\tau$ є часовий елемент світової лінії матеріальної точки m в точці A , а її питомий час:

$$\tau = \int d\tau,$$

то з рівнянь (36), (36a) і (38) слідує:

$$\tau = \int dt \sqrt{1 - |w|^2} = \int dt' \sqrt{1 - |w'|^2} = \int dt'' \sqrt{1 - |w''|^2} = \text{і т. д.} \quad (40)$$

де:

$$|w'|^2 = \left(\frac{dx'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt'}\right)^2, \quad (40a)$$

$$|w''|^2 = \left(\frac{dx''}{dt''}\right)^2 + \left(\frac{dy''}{dt''}\right)^2 + \left(\frac{dz''}{dt''}\right)^2, \text{ і т. д.}$$

є швидкості точки m , подані у віднесенню до інших układів со-
рядних S' , S'' , і т. д. у тривимірних просторах, які порушують
ся рівномірно і прямолінійно зглядом себе.

З рівняня (40) слідує, що питомий час τ не зале-
жить від добору układів віднесення, отже є він не-
змінною величиною з огляду на трансформацію
Lorentz-a.

Тому звичайно впроваджується τ як змінну незалежну та
відносить рух матеріальної точки m до питомого часу τ . Тоді
перші і другі похідні величин x , y , z , t з огляду на τ транс-
формують ся так само як самі сорядні x , y , z , t ; они, подібно

як сорядні x, y, z, t творять складові певного рода чотиривимірного вектора; повну аналогію до них у тривимірному просторі творили би: шкорусть і прискорення, однак в слугау, коли t заступимо через $t\sqrt{-1}$; в такий спосіб впровадили би мнимий чотиривимірний простір.

е. Загальна трансформація Lorentz-а і її геометричне значіння.

Вернім знов до взорів загальної трансформації Lorentz-а (14) і зіставмо сочинники a_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, 4$), які там виступають, подібно як у (15) зі зміною, що шкорусть c відповідно до заложень передпоследнього уступу напишемо рівну одиниці, тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 &= 1, & i &= 1, 2, 3, \\ a_{14}^2 + a_{24}^2 + a_{34}^2 - a_{44}^2 &= -1, & (41) \\ a_{1i} a_{1k} + a_{2i} a_{2k} + a_{3i} a_{3k} - a_{4i} a_{4k} &= 0. & (i, k = 1, 2, 3, 4; i \neq k) \end{aligned}$$

Їх визначник $|a_{ik}| = +1$. Прийім тепер можливість рівномірного руху укладу S' у трох напрямках осей сорядних зі шкорустями v_x, v_y, v_z з огляду на постійний уклад S . Тоді сочинник σ перейде через аналогію на:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2 - v_y^2 - v_z^2}}.$$

З сочинників a_{ik} дістанемо найзагальніші вартости сочинників b_{ik} , які сповняють рівняння (41), коли положимо:

$$b_{ii} = b_{ii} = a_{ii}, \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$b_{ik} = a_{ik} \alpha_i + a_{2k} \beta_i + a_{3k} \gamma_i,$$

де 9 величин α, β, γ в сочинниках ортогональної субституції у тривимірному просторі, отже мусять сповняти 6 рівнянь:

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1,$$

$$\alpha_i \alpha_k + \beta_i \beta_k + \gamma_i \gamma_k = 0,$$

де $i \neq k, \quad i, k = 1, 2, 3$. Прийім дальше:

$$\alpha_1 = \beta_2 = \gamma_3 = 1,$$

а всі інші α, β, γ рівні zero, а опісля положім $v_y = v_z = 0, \quad v_x = v$, тоді b_{ik} переходять на систем сочинників рівнянь (21а).

З трансформацийних взорів (14) можна отримати зв'язь між прямокутним (згл. скісним) укладом Σ а скісним (згл. иншим скісним) укладом Σ' у чотиривимірнім просторі; при тім напрям осей сорядних скісних укладів є все спряжений зі стіжковим тривимірним простором:

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2 = 0. \quad (42)$$

Положім саме для $i = 1, 2, 3, 4$:

$$a_{ii} = \mu_i a_i, \quad a_{2i} = \mu_i b_i, \quad a_{3i} = \mu_i c_i, \quad a_{4i} = \mu_i d_i, \quad (43)$$

де:

$$\mu_i^2 = a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 + a_{4i}^2, \quad (44)$$

а дальше:

$$\mu_1 x' = \xi', \quad \mu_2 y' = \eta', \quad \mu_3 z' = \zeta', \quad \mu_4 t' = \tau', \quad (45)$$

тоді лінійний систем рівнянь (14) переходить в слідуочий систем:

$$\begin{aligned} x &= a_1 \xi' + a_2 \eta' + a_3 \zeta' + a_4 \tau', \\ y &= b_1 \xi' + b_2 \eta' + b_3 \zeta' + b_4 \tau', \\ z &= c_1 \xi' + c_2 \eta' + c_3 \zeta' + c_4 \tau', \\ t &= d_1 \xi' + d_2 \eta' + d_3 \zeta' + d_4 \tau', \end{aligned} \quad (46)$$

де сочинники a_i, b_i, c_i, d_i є зв'язані з собою в сей спосіб:

$$a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 + d_i^2 = 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (47)$$

$$a_i a_k + b_i b_k + c_i c_k + d_i d_k = 0.$$

Систем рівнянь (46) представляє нам перехід з одного скісного укладу сорядних в чотиривимірнім просторі в інший. Від разу запримітити тут можна, що як осі сорядних не виступають тут як самі x', y', z', t' , лише як їх побільшення $\mu_1 x', \mu_2 y', \mu_3 z', \mu_4 t'$. З рівнянь (47) довідуємо ся, що 4 напрям (a_i, b_i, c_i, d_i) є парами спряжені з огляду на тривимірний стіжковий простір другого ряду:

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2 = 0,$$

бо они представляють узагальнене знаної подібної зв'язи для 3 напрямів у віднесеню до поверхні другого ряду тривимірного простору¹⁾.

¹⁾ Salmon-Fiedler, *Analyt. Geometr. d. Raumes*, I. Aufl. p. 110.

4. Динаміка.

а. Прискорення, сила.

Дотеперішні наші розважання обмежалися лише до понять довжини і часу нової релятивістичної механіки. Модифікація тих понять потягає за собою зміну також інших основних понять динаміки, а саме понять маси, прискорення і сили. Вправді ті зміни, яким треба піддати згадані поняття, щоби рівняння руху супротив трансформації Lorentz-а були незмінні, є так невеликі, що в практичному ужитку не мають они майже ніякого значіння, однак ся обставина ще не звільняє нас від ревізії цілої механіки важких тіл з нової точки релятивістичної теорії. Послідня якраз таку ревізію основних законів класичної механіки перевела та надала їм новий вигляд.

В тих розважаннях обмежимося лише до матеріальної точки, яка свobodно порушається ся у просторі.

Другий аксіом класичної механіки подає зв'язь між силою а прискоренням в той спосіб, що виступаючий там чинник „маса“ є постійною величиною в просторі і часі. Сей аксіом тратить свою важність, коли приймаємо для руху скорості, які доходять границі скорості світла. Такі скорості виступають при рухах електронів і йонів. Досвіди¹⁾ виказують, що у тім случаю зв'язь між силою а прискоренням не є постійною величиною в просторі і часі, але функцією скорості. З огляду на те питання маси і прискорення у релятивістичній динаміці улягло основній зміні.

Зобразім собі матеріальну точку m , яка порушається ся в прямокутнім постійнім або в рівномірно-прямолинійно движимім укладі сординних S тривимірного простору в часі t з скоростію w о довільнім напрямі. Наї рух сей відбувається під діланем сили $\vec{F}$ зі складовими F_x, F_y, F_z . Такий рід сили називається ся у релятивістичній динаміці „силою Мінковського“. Сила $\vec{F}$ не є тут пропорціональна до звичайного прискорення як в класичній динаміці, але є она пропорціональна до „питомого прискорення“ а точки m . Питоме прискорення²⁾ представляє

¹⁾ W. Kaufmann, Gött. Nachr. (Math.-phys. Kl.) 1901. p. 143; 1902. p. 291; 1903. p. 90; Ann. d. Phys. 1906 (19) p. 487.

A. H. Bucherer, Phys. Ztsch. 1908. (9) p. 755.

E. Hupka, Ann. d. Phys. 1910, (31) p. 169.

²⁾ G. Herglotz, Eine relativ. Mechanik... Ann. d. Phys. 1911, (4), 36.

нам вектор, якого складовими є другі похідні сорядних x, y, z точки m з огляду на її питомий час τ , а то:

$$\alpha = \left(\frac{d^2x}{d\tau^2}, \frac{d^2y}{d\tau^2}, \frac{d^2z}{d\tau^2} \right), \quad (48)$$

де знов:

$$d\tau = dt \sqrt{1 - |w|^2}.$$

Жадаємо тепер, щоби рух точки m в укладі S в часі t визначувало векторове рівняння:

$$\mathfrak{F} = m \alpha. \quad (49)$$

Чинник m у тім рівнянню, який виступає як постійна величина, називається „масою в спочинку“ або „масою Мінковського“ точки m .

До тих трох рівнянь, на які розпадається рівняння (49), додати ще треба слідує:

$$m \frac{d^2t}{d\tau^2} = \mathfrak{F}_t. \quad (50)$$

Се рівняння дефініює величину $\mathfrak{F}_t$, незалежну від $\mathfrak{F}$. Її значіння зрозумімо так: Най величина $\mathfrak{M}$ представляє чотири величини в сей спосіб:

$$\mathfrak{M} = \left(\frac{d^2x}{d\tau^2}, \frac{d^2y}{d\tau^2}, \frac{d^2z}{d\tau^2}, \frac{d^2t}{d\tau^2} \right). \quad (51)$$

Піддаймо тепер трансформації Lorentz-а сорядні x, y, z, t точки світової лінії приналежні до m в прямокутнім укладі Σ чотиривимірного простору. Знаємо даліше, що питомий час τ є незмінний з огляду на трансформацію Lorentz-а (36a), тому по трансформації систем похідних $\mathfrak{M}$ переходить у систем інших чотирох похідних:

$$\mathfrak{M}' = \left(\frac{d^2x'}{d\tau'^2}, \frac{d^2y'}{d\tau'^2}, \frac{d^2z'}{d\tau'^2}, \frac{d^2t'}{d\tau'^2} \right),$$

зовсім так само, як сорядні x, y, z, t переходять в x', y', z', t' . Послідні сорядні належать до укладу S' , який з огляду на уклад S тривимірного простору порушається зі шкороістю (v_x, v_y, v_z) . У віднесенню до укладу S' ділає на точку m сила $\mathfrak{F}'$ зі складовими $\mathfrak{F}'_x, \mathfrak{F}'_y, \mathfrak{F}'_z$. До тих складових долучити ще треба складову $\mathfrak{F}'_t$, визначену рівнянням:

$$\mathfrak{F}'_t = m \frac{d^2t'}{d\tau'^2}.$$

З огляду на уклади S і S' отримали ми два системи сил:

$$(\mathfrak{F}_x, \mathfrak{F}_y, \mathfrak{F}_z, \mathfrak{F}_t) = \mathfrak{F}$$

і:
$$(\mathfrak{F}_x, \mathfrak{F}_y, \mathfrak{F}_z, \mathfrak{F}_t) = \mathfrak{F}'.$$

Завдяки трансформації Lorentz-а, переходить (x, y, z, t) на (x', y', z', t') , $\mathfrak{A}$ на $\mathfrak{A}'$, отже також систем $\mathfrak{F}$ переходить на $\mathfrak{F}'$. В наслідок такої дефініції сили Мінковського переходить звязь:

$$\mathfrak{F} = m \mathfrak{A} \quad (52)$$

на:
$$\mathfrak{F}' = m \mathfrak{A}',$$

або explicite систем рівнянь руху:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{d\tau^2} &= \mathfrak{F}_x \\ m \frac{d^2 y}{d\tau^2} &= \mathfrak{F}_y \\ m \frac{d^2 z}{d\tau^2} &= \mathfrak{F}_z \\ m \frac{d^2 t}{d\tau^2} &= \mathfrak{F}_t \end{aligned} \quad (53)$$

переходить на рівноважний систем для сорядних x', y', z', t' .

З тих розважань бачимо, що чотировимірні величини релятивістичної механіки: прискорення $\mathfrak{A}$ та сила $\mathfrak{F}$ є незмінними величинами з огляду на трансформацію Lorentz-а. На тих саме основах опирається динаміка матеріальної точки m в теорії зглядности.

6. Енергія, маса.

Зобразім собі рух матеріальної точки m в тривимірній укладі сорядних S зі швидкістю w , тоді:

$$w^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2. \quad (54)$$

З рівняння (38) дістанемо:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - w^2}} = \gamma.$$

Утворім даліше перші і другі похідні сорядних x, y, z з огляду на питомий час τ , помножім їх відповідно з собою і додаймо, то одержимо:

$$\frac{dx}{d\tau} \frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{dz}{d\tau} \frac{d^2z}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left\{ \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau} \right)^2 \right\} \approx \\ \approx \frac{d}{d\tau} \frac{|w|^2 \cdot z}{2}.$$

Помножім знов рівняння систему (53) по черзі через $\frac{dx}{d\tau}$, $\frac{dy}{d\tau}$, $\frac{dz}{d\tau}$, $-\frac{dt}{d\tau}$ і додаймо, то дістанемо:

$$m \frac{d}{d\tau} \frac{(v^2 - 1) z^2}{2} = \mathfrak{F}_x \frac{dx}{d\tau} + \mathfrak{F}_y \frac{dy}{d\tau} + \mathfrak{F}_z \frac{dz}{d\tau} - \mathfrak{F}_t \frac{dt}{d\tau}.$$

Ліва сторона сеї рівності є зером, отже отримаємо по упорядкованню:

$$m d \frac{dt}{d\tau} = \mathfrak{F}_t d\tau = \frac{\mathfrak{F}_x}{z} dx + \frac{\mathfrak{F}_y}{z} dy + \frac{\mathfrak{F}_z}{z} dz = dE \quad (55)$$

Різничку dE називаємо приростом потенціальної енергії, обчисленої в укладі S . З другої сторони з рівняння (53) маємо:

$$dE = \frac{m}{2} d \left\{ \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau} \right)^2 \right\} \quad (56)$$

як приріст кінетичної енергії. З реляцій (55) і (56) бачимо, що останнє рівняння систему (53) виражає нам ніщо інше як закон збереження енергії. — Однак у рівнянню потенціальної енергії (55) не виступає сила $\mathfrak{F}$, лише $\frac{\mathfrak{F}}{z}$; її називаємо „нютенівською силою“:

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{F}}{z} = \mathfrak{F} \sqrt{1 - |w|^2}, \quad (57)$$

зі складовими:

$$\mathfrak{P}_x = \mathfrak{F}_x \sqrt{1 - |w|^2},$$

$$\mathfrak{P}_y = \mathfrak{F}_y \sqrt{1 - |w|^2},$$

$$\mathfrak{P}_z = \mathfrak{F}_z \sqrt{1 - |w|^2}.$$

В наслідок сего рівняння на означене сили (49) у релятивістичній динаміці прийме вигляд:

$$\frac{m}{z} \alpha = \mathfrak{P}. \quad (58)$$

Се векторове рівняння як також рівняння (49) є вислідом чотиривимірного відношення (52), яке саме є узагальненням другого динамічного аксіому Newton-а. — А що:

$$\frac{m}{z} \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{m}{z} \frac{d}{d\tau} \left(z \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(m z \frac{dx}{dt} \right),$$

то рівняння (58) розпадається у слідуючі три складові:

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_x &= \frac{d}{dt} \left(m z \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(M \frac{dx}{dt} \right), \\ \mathfrak{P}_y &= \frac{d}{dt} \left(m z \frac{dy}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(M \frac{dy}{dt} \right), \\ \mathfrak{P}_z &= \frac{d}{dt} \left(m z \frac{dz}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(M \frac{dz}{dt} \right), \end{aligned} \quad (58a)$$

де сочинник:

$$m z = \frac{m}{\sqrt{1 - |w|^2}} = M \quad (58b)$$

називається після Н. А. Lorentz-а „звичайною масою“ матеріальної точки m в противенстві до маси в спочинку m . Впровадьмо тепер до тих рівнянь знов секунду як одиницю часу, отже подібно як у (20) і (20a) заступимо:

$$t \text{ через } \frac{t}{c}, \quad |w| \text{ через } \frac{|w|}{c}, \quad \text{а } z \text{ через } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|w|^2}{c^2}}}$$

і рівночасно:

$$\mathfrak{P} \text{ через } \frac{\mathfrak{P}}{c^2}, \quad \text{а } \mathfrak{F} \text{ через } \frac{\mathfrak{F}}{c^2},$$

то побачимо, що взори (58a) не змінюють взагалі свого вигляду. Виражене на звичайну масу (58b) прийме вигляд:

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}}, \quad (58b)$$

коли місто $|w|^2$ напишемо w^2 . В случаю $c = \infty$ переходять рівняння руху релятивістичної динаміки (58a) у рівняння руху класичної механіки (10); взори (58a) остають знов незмінні;

тоді сочинник $\kappa = 1$, а маса M приймає постійну вартість, чого вимагає класична механіка.

Приймім тепер, що матеріальна точка m порушаєть ся здовж осі x укладу сорядних S . Тоді в хвилі t маємо:

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad \frac{dz}{dt} = 0, \quad \kappa = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}},$$

а рівняння (58а) в тім часі виглядають:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_x &= \frac{d}{dt} \left(m\kappa \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{m \frac{d^2x}{dt^2}}{\sqrt{1-v^2}} = m\kappa^3 \frac{d^2x}{dt^2}, \\ \mathbb{P}_y &= \frac{d}{dt} \left(m\kappa \frac{dy}{dt} \right) = m\kappa \frac{d^2y}{dt^2}, \\ \mathbb{P}_z &= \frac{d}{dt} \left(m\kappa \frac{dz}{dt} \right) = m\kappa \frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned} \quad (59)$$

Визначуємо при тім, що уклад S відносьть ся до звичайного тривимірного простору.

Коли рівняння (59) інтерпретувати хочемо зі становиска класичної механіки, то бачимо, що сочинник маси залежить від скорости v точки m зглядом укладу S і то в сей спосіб, що іншу вартість прибирає для прискореня в напрямі руху, а іншу для прискореня в прямовім напрямі до напрямі руху¹⁾. В першім случаю вартість того сочинника називаєть ся „подовжною масою“:

$$m_l = m\kappa^3 = M\kappa^2 = \frac{m}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}},$$

в другім знов случаю називаєть ся „поперечною масою“:

$$m_t = m\kappa = M = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

коли одиницею часу є секунда.

¹⁾ M. Abraham, Theorie der Elektrizität, II. 1905, p. 191, Ann. d. Phys. 1903 (10) p. 105.

W. Kaufmann, l. c.

H. A. Bucherer, l. c.

E. Nupka, l. c.

З погляду знов релятивістичної механіки обі маси матеріальної точки є величинами, які зростають зі зростом зглядної швидкості v точки m . Коли швидкість точки зближається до швидкості світла c , тоді обі маси ростуть неограничено, а вартості їх в тім случаю мало що різняться ся від себе. З тих розважувань слідує знов висше доказаний закон основи зглядности, що границею всяких можливих швидкостей у світі є швидкість світла.

Заходить тепер питанє, як представляється у релятивістичній динаміці закон збереження маси і закон збереження енергії¹⁾. — З рівняння (55) слідує, що приріст кінетичної енергії:

$$dE = m d \frac{dt}{dx} = m dx = dM;$$

а що:

$$dM = d \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

отже:

$$dE = d \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Поділім дальше обі сторони рівняння (55) через c^2 , то дістанемо:

$$\frac{dE}{c^2} = \frac{1}{xc^2} (\mathfrak{F}_x dx + \mathfrak{F}_y dy + \mathfrak{F}_z dz);$$

тоді:

$$dE = c^2 dM = c^2 d \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (60)$$

Дістали ми несподіваний вислід, а саме: приріст або убутток на кінетичній енергії, якого дізнає матеріальна точка, є зв'язаний з приростом або убуттком поперечної („звичайної“) маси; сей приріст зг.

¹⁾ А. Einstein, Ann. d. Phys. 1905, (18) p. 639; 1906, (20) p. 627; 1907, (23) p. 371;
G. Nordström, Phys. Ztschr. 10. 681, 1909; 11, 440, 1910;
M. Abraham, Phys. Ztschr. 10, 737, 1909; 11, 527, 1910;
M. Laue, Ann. d. Phys. (28) 436, 1909.

убуток з огляду на чинник c^2 є для всіх скоростей, які не можуть йти в порівняння зі швидкістю світла, дуже незначною величиною.

Коли з'ятегруємо взір (60) і розвинемо в ряд, то дістаємо взір на енергію кінетичну матеріальної точки m :

$$E = mc^2 + \frac{m}{2} v^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

Першого члена того ряду mc^2 , де не виступає швидкість матеріальної точки v , не можна брати під розвагу, коли ходить о залежність енергії матеріальної точки від швидкості; єго не бачимо також у взорі на енергію у класичній механіці. Однак як опісля побачимо, має він принципіальне значіння у релятивістичній механіці. Класична механіка узглядняє лише другий член $\frac{m}{2} v^2$. Третій член $\frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2}$ в порівнянні до другого

числа є все дуже малий, бо $\frac{v^2}{c^2}$ є малим дробом в порівнянні до 1; тому він не має великого впливу на вартість енергії, отже можна єго пропустити. Се саме відноситься і до прочих слідуєчих членів.

Після основи зглядности, на вступі сформульованої, закон збереження енергії повинен задержати своє значіння не лише у віднесеню до укладу срядних S , але також у віднесеню до кожного укладу срядних S' , який з огляду на S порушається прямолінійно і рівномірно зі швидкістю v . При переході з укладу S до укладу S' є міродатною, як знаємо, трансформація Лорентца.

З тих саме преміс в лучбі з основними рівняннями електродинаміки Maxwell-а слідує: Тіло, яке порушається зі швидкістю v , приймає у формі промінювання енергію E_0 ; крім того, без огляду на зміну швидкості, єго енергія дізнає приросту о вартості:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

з огляду на движимий уклад S' .

В наслідок сего отримаємо вираженє на кінетичну енергію тіла:

$$E = \frac{\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right) c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тіло має отже таку саму енергію, яку мало би тіло о масі $m + \frac{E_0}{c^2}$. Можна отже сказати, що прийнята тілом енергія E_0 спричиняє приріст безвладної маси тіла о $\frac{E_0}{c^2}$; безвладна маса тіла перестала мати значіння безгладно постійної величини, але она змінюється зі зміною енергії тіла. З того вносимо, що маса і енергія є однородними величинами. Безвладна маса якогось систему тіл може бути якраз мірою його енергії. Закон збереження маси систему тіл покривається отже з законом збереження енергії; він відносився до систем, яких енергія не змінюється. Взагалі закон збереження маси є спеціальним случаем закона збереження енергії, який стався тим самим універсальною основою фізики.

Напишім даліше взір на енергію у формі:

$$E = \frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то бачимо, що часті енергії mc^2 нічого іншого не представляє як тільки енергію, яку тіло посідало ще перед тим, ніж прийняло енергію E_0 . Ця часті енергії не залежить від шкорусти тіла; она є вартостію внутрішньої енергії.

З того маємо висновок, що кожда маса тіла, як здається, стоїть в звязи з існуванням внутрішньої енергії у великій шкількості: mc^2 . Однак та велика вартість внутрішньої енергії не повинна нас дивувати, від коли ми пізнали радіоактивні тіла. Явища радіоактивности відслонили нам великі засоби енергії, які криються у тайнах матерії. Тому можемо сміло твердити, що у всіх хемічних атомах існують великі засоби енергії.

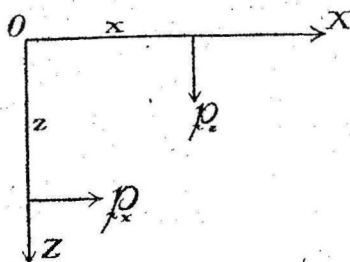
в. Два приміри.

1. Статика¹⁾. Маємо кутову підйому о рівних раменах, які стоять до себе прямо. Довжини тих рамен є x і z і мають

¹⁾ M. Laue, Ber. d. D. phys. Ges. 13, 1911.

P. Epstein, Ann. d. Phys. 36, (4), 1911.

згідний напрям з осями X і Z прямокутного укладу сорядних S в спочинку (фіг. 9). На кінцях ramen x і z знаходяться матеріальні точки o масі в спочинку m ; на них діляють прямо до ramen дві нютенівські сили $\mathfrak{P}_x$ і $\mathfrak{P}_z$. В тім случаю ціли



Фіг. 9.

уклад знаходить ся в рівновазі. Інший уклад S' порушається з оглядом S зі швидкістю v в напрямі від'ємної осі X . Заходить питання, чи в віднесенні до укладу S' рівновага буде збережена?

Річ не змінить ся, коли будемо уважати місто укладу S — уклад S' як постійний, уклад знов S разом з підмогою як движимий зі швидкістю v у напрямі додатної осі X .

Як умову рівноваги у віднесенні до укладу S маємо:

$$x \mathfrak{P}_z - z \mathfrak{P}_x = 0. \quad (61)$$

З рівняння (57) слідує, що з огляду на (61) також і для сил Мінковського у відповідних напрямках мусить заходити та сама умова рівноваги, отже:

$$x \mathfrak{F}_z - z \mathfrak{F}_x = 0. \quad (61a)$$

Сили $\mathfrak{F}_x$, $\mathfrak{F}_z$ трансформують ся на $\mathfrak{F}_x'$, $\mathfrak{F}_z'$ так само як сорядні x , z на сорядні x' , z' , тому рівняння (61a) трансформується на:

$$x' \mathfrak{F}_z' - z' \mathfrak{F}_x' = 0;$$

последнє знов з огляду на (57) є рівнозначне з умовою:

$$x' \mathfrak{P}_z' - z' \mathfrak{P}_x' = 0.$$

Рівновага у віднесенні до укладу S' полягає на аналогічних умовах як у віднесенні до укладу S .

2. Дипаміка¹⁾. Найматеріальна точка o масі в спочинку m порушається під дією постійної нютенівської сили $\mathfrak{P}$.

¹⁾ A. Brill: l. c.

Як напрям руху оберім додатну вісь X укладу сординних S . Тоді:

$$\begin{aligned}\mathfrak{P}_x &= m\gamma, \\ \mathfrak{P}_y &= \mathfrak{P}_z = 0,\end{aligned}$$

де γ є постійною величиною. Коли послідні реляції узгляднемо у взорах (58a) і з'інтегруємо їх, то отримаємо:

$$\frac{\frac{dx}{dt}}{\sqrt{1-v^2}} = \gamma(t-t_0),$$

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{1-v^2}} = a,$$

$$\frac{\frac{dz}{dt}}{\sqrt{1-v^2}} = b,$$

де a, b, t_0 є постійні інтегрування. Положім дальше $t_0 = 0$, тоді як інтеграли тих рівнянь дістанемо:

$$\sin \text{hyp } \gamma (y - y_0) = \sin \text{hyp } \gamma (z - z_0) = \frac{\gamma t}{H},$$

$$[\gamma(x - x_0) + H]^2 = H^2 + \gamma^2 t^2,$$

де:

$$H^2 = 1 + a^2 + b^2,$$

а x_0, y_0, z_0 є сорядні початкового положення точки m . Положім ще $a = b = 0, y_0 = z_0 = 0$, то рух відбуваєть ся у напрямі осі X ; его розвязка прийме вигляд:

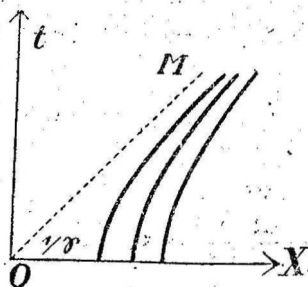
$$\left(x - x_0 + \frac{1}{\gamma^2}\right)^2 - t^2 = \frac{1}{\gamma^2},$$

$$y = 0, \quad z = 0.$$

Приналежна світова лінія на образівій площі чотиривимірного простору є рівнобічна гіперболя, що її довжина осі виносить $\frac{1}{\gamma}$.

Представмо собі тепер систем матеріяльних точок $m=1$, розділених здовж осі x тривимірного простору пр. $x_0 = 1, 2, 3, \dots$; на кожду з них ділає сила, яка надає їм прискорення γ ; в часі $t=0$ находять ся точки в спочинку; то їх світовими

лініями є рівнобічні гіперболі о осях $\frac{1}{\gamma}$ (фіг. 10). Однак рух їх не буде відбувати ся так немов би они були цінко з собою злучені. Бо до сего було би пожадане, щоби в нійкім часі якінебудь дві точки систему не мали нійкої зглядної скорости.



Фиг. 10.

в напрямі лінії, що їх лучить. Але очевидно нема такої прямої, яка трафлялаб обі гіперболі в тім самім часі та була рівночасно рівнобіжна і спряжена до напрямку прямої лучної; сею прямою з тими вимогами може бути лише вісь x . З того слідує, що нійкі дві точки систему на осі x не дають ся рівночасно трансформувати в стан спочинку, з виїмком стану для $t=0$, коли всі точки осі x є в стані спочинку.

III.

Закінчення.

1. Відношення основи зглядности до етеру.

Консеквентне переведення теорії зглядности вимагає після Einstein-а зривання з гіпотезою етеру, як осередка, який проводить електромагнетні філії і забурення. Колиб етер існував, то посідалиб ми якийсь спосіб доказу его існування, пр. при помочи помірів скорости тіл зглядом того осередка. Основа зглядности перечить, як висше ми бачили, можливости подібного поміру¹⁾.

Етер, як провідник філій світляних, тепляних, електричних явищ і т. д. є злишний; випадає хіба знов вернути до давньої емісійної теорії Newton-а і до „*actio in distans*“. Після теорії зглядности скорість такого ділання не може розходити ся з безконечно великою скоростію, лише зі скоростію світла *c*. З того погляду построїв W. Ritz²⁾ теорію світла, подібну до емісійної теорії Newton-а, однак передвчасна смерть перервала ему розпочате діло.

Мусимо отже прийняти, що електромагнетна енергія існує і розходить ся в просторі у формі утворів з собою безпосередно не звязаних, подібних під тим зглядом до частинок матерії. Подаємо однак сей вислід науки з застереженням, бо много є учених, які працюють навіть над теорією зглядности, але повисшого погляду на етер не приймають. Тут передусім зазначити треба славне ім'я Н. А. Lorentz-а.

¹⁾ A. Einstein, Vortrag auf Salzburg. Naturforsch. Versam. 1909.

²⁾ W. Ritz, Oeuvres complètes, Paris 1911. Art. XVIII. XX.

Однак вже вчасніше I. I. Thomson висказав на основі деяких досвідів думку, що електромагнетна фізика не є тягла, але посідає структуровий вигляд. Також М. Планк в своїй теорії промінювання був приневолений впровадити гіпотезу елементів — квантів енергії.

Будучність вияснить всі нові зображення, які разом з теорією зглядности, в частині незалежно від неї, увійшли до науки.

2. Критичні уваги.

Годі заперечити, що спекуляції модерної фізики вказують на безглядну сміливість, з якою лучить ся докладна льогічна конструкція. Дають они нове свідоцтво сили і свіжості людської думки. Але рівночасно трівожить нас її руйнівна діяльність. Серед так много руїн щож остає постійного запитав H. Poincaré.

В самій річці змодифіковано до дна інтуїції простору і часу, відкинуто основу збереження маси і висновки її, закwestіоновано істнуванє етеру; се мабуть вистарчить, щоби поставити у сумнів наукові закони. Може видавати ся, що теоретична праця в строгій науці є будованєм палат на леді, що наукові системи не мають в дійсности трівких основ; то, що нині з накладом праці збудувала людська думка, завтра буде збурене.

Однак сей песимізм повинен бути в значній мірі зредукований. — Перш усього нема зовсім бесіди про безглядне відкиненє основ, якими до тепер кермувала ся наука. Закон збереження маси і закони класичної механіки можуть бути примінені у всіх случаях, в яких оставали они в згоді з досвідом. Є они в певних умовах правдиві, але не мають загального значіння. В сучасній фізиці дійшли ми до таких груп явищ, які не дають ся уняти в дотеперішні форми. Для їх зрозуміння творимо ширші поняття; не значить се, що старі закони гинуть; противно — остають, але як случаї, що відповідають означеним умовам загальніших законів.

Єсьмо свідками як з великим розмахом розширюєть ся наукова думка, а не — як банкрутують її провідні кличі. З резигнацією мусимо ожидати, що й нові закони також не вистарчать у будучности, але значить се лише, що не дійшли ми ще до абсолюту.

Мимо того, маємо почуте, що основа зглядности через уза-
лежнене простору і часу, величини маси і взорів механіки від
руху укладу сорядних відобрала строгій думці оперте о дій-
сність. Все, як видавати ся може, прибирає інший вигляд,
коли улягає зміні стан спочинку або руху тіл в окруженю
зглядом глядача. Тимчасом підложем змінности мусить бути
щось трівалого; людське пізнане повинно все заспокоїти се ви-
магане. Застановім ся отже, що є незмінне в світі явищ з точки
зріня основн зглядности.

Бачили ми вже, що виказуючи зглядність простору і часу,
основа зглядности називає" полүчене їх „світом чотировимір-
ним“ і приписуєть ему безуслівне істнованє. Беззглядною по-
стійною є скорість світла або взагалі скорість електромагнетних
филь. Опісля основні рівняння електромагнетного поля Мах-
well-а у формі, яку надав їм Н. А. Lorentz в електроновій теорії,
зберігають свій вигляд, коли виконаємо трансформацію со-
рядних (14). Виражають они отже незмінні звязи між явищами
природи. Основа збереження енергії остає також ненарушена
в теорії зглядности. На конець основу збереження маси, яка
представляла для людського ума незнищимість матерії, засту-
пає основа збереження електричности. Елементарний наряд
електрону або йону, який обираємо за одиницю, не гине і не
творить ся, є він незмінником матерії. Нинішня наука предви-
джуєть, що матерія не є нічо інше, як збір ріжних укладів,
збудованих з атомів електричности.

З тих поданих незмінників виходить на яву якраз напрям
еволюції сучасної фізики. Є се новий погляд на світ фізико-
хемічних явищ, званий електромагнетним; є се стремління до
відбудови матеріяльного світа при помочи понять з наук елек-
тричности.

У Львові, дня 1. мая 1919.

Resume.

Relativitätstheorie von Wołodymyr Kučer.

Die Entwicklung der elektrodynamischen und optischen Probleme für bewegte Körper bilden die experimentellen Grundlagen für das Relativitätsprinzip. Die Theorie dieser Probleme zeigt, wie das Relativitätsprinzip als Produkt der natürlichen Entwicklung wissenschaftlicher Anschauungen entstand. — Ausgehend von der Forderung, daß bei verschiedenen rasch bewegten Medien Kugelwellen wieder Kugelwellen bleiben, gleichviel welcher Art die Erregungsquelle ist, wird das System der Lorentz-Einsteinschen Transformationsformeln — auch in der von Minkowski verlangten allgemeinen Gestalt — aufgestellt und erörtert. Man bekommt also die dem Relativitätsprinzip entsprechende Fassung der Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes und einige für den Begriff der Masse und des Prinzip's der Erhaltung der Masse und Energie sich ergebende Folgerungen. Kritische Betrachtungen über spezielle Relativitätstheorie schließen den ersten Teil der Abhandlung.
