

УДК 620.187.3

О.Обухівський, канд.техн.наук; П.Пшоняк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

## ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ПРИЗМАТИЧНОГО ЗРАЗКА, КОНСОЛЬНО НАВАНТАЖЕ- НОГО ПРУЖНОЮ БАЛКОЮ

*Отримано аналітичний вираз для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень у призматичному зразку з тріщиною, консольно навантаженою пружною балкою. Змінюючи відносну жорсткість системи "навантажувальна балка – зразок", можна змінювати значення коефіцієнта інтенсивності напружень. Запропонована силова схема рекомендується для дослідження кінетики зростання тріщини у середовищі при тривалому статичному навантаженні.*

### Постановка задачі

Для ефективного дослідження впливу параметрів середовища на кінетику розвитку тріщини одним з важливих завдань є вибір оптимальної силової схеми. Така силова схема повинна відповідати певним науково обґрунтованим вимогам: бути простою з огляду на конструкторське розв'язання технічних засобів дослідження в середовищі, а також мати аналітичний вираз для визначення коефіцієнту інтенсивності напружень.

Зважаючи на трудомісткість подібних досліджень, виконання вищевикладених вимог при виборі силової схеми сприятиме підвищенню ефективності дослідження з точки зору їх результативності.

### Аналіз досліджень, в яких започатковано розв'язок даної проблеми

При дослідженні впливу параметрів середовища на кінетику розвитку тріщини надають перевагу зразкам, в яких коефіцієнт інтенсивності напружень є незмінним у певному діапазоні довжини тріщини або прямо пропорційним довжині тріщини. В роботі [1] подано широкий спектр зразків, в яких стабілізація КІН досягається за рахунок їх форми і точки прикладання сили. Стабілізувати КІН можна і через зміну відносної жорсткості системи "навантажувальний елемент-зразок". У роботі [2] запропоновано схему навантаження компактного зразка пружною вставкою. Зміною розміру вставки змінюється відносна жорсткість і значення КІН у широкому інтервалі довжин тріщин.

### Постановка завдання і метод розв'язання

Розглянемо силову схему консольно навантаженого призматичного зразка пружним елементом у вигляді консольно закріпленої прямокутної балки (рис.1) з фіксованою стрілою прогину на лінії дії сили. Застосовування такої силової схеми є перспективним з огляду на виконання вище сформульованих вимог.

Для даної силової схеми навантаження визначимо коефіцієнт інтенсивності напружень. Задачу розв'яжемо наближено інтерполяційним методом. Згідно з цим методом, коефіцієнт інтенсивності напружень в околі тріщини можна подати так:

$$K_I = \sigma_n \cdot \alpha, \quad (1)$$

де  $\sigma_n$  - номінальне напруження, обчислене за відомими формулами опору матеріалів;

$\alpha$  - геометрична частина, що залежить від форми елементів конструкції і типу напруженого стану.

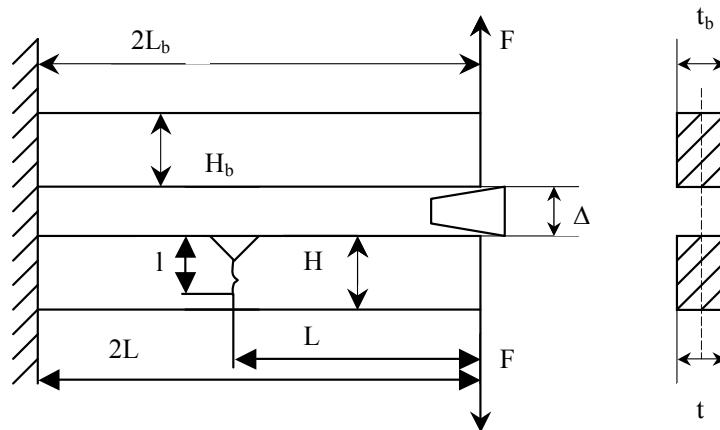


Рис. 1. Силова схема консольно навантаженого призматичного зразка пружною балкою при позацентровому згині із заданою стрілою прогину по лінії дії сили

Для обчислення номінальних напружень  $\sigma_n$  і геометричної частини  $\alpha$  в роботах [3,4] запропоновано такі формули:

$$\sigma_n = \left[ \sqrt{\sigma_n^{(1)}} - \sqrt{\sigma_{n/\eta \rightarrow 0}^{(1)}} - \sqrt{\sigma_n^{(0)}} \right]^2$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_0}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_0^2}}, \quad (2)$$

де  $\eta=l/H$ ;  $l$  і  $H$  – відповідно довжина тріщини і ширина зразка;  $\sigma_n^{(0)}$  і  $\alpha_0$  – значення  $\sigma_n$  і  $\alpha$  для випадку короткої тріщини ( $\eta \rightarrow 0$ );  $\sigma_n^{(1)}$  і  $\alpha_1$  – значення  $\sigma_n$  і  $\alpha$  для випадку довгої тріщини ( $\eta \rightarrow 1$ ).

Для малої тріщини ( $\eta \rightarrow 0$ ) напружений стан у балці відповідає напруженому станові у напівплощині з поверхневою тріщиною, на берегах якої діє розподілене напруження  $\sigma$  і коефіцієнт інтенсивності напруження для якої дорівнює [5]

$$K_I = 1,4056\sigma\sqrt{2l}. \quad (3)$$

Напруження у балці для короткої тріщини вважаємо сталими на глибині тріщини і при  $\eta=0$ , рівне

$$\sigma = \frac{6 \cdot M}{t \cdot H^2} \quad (M = FL), \quad (4)$$

де  $t$  – товщина зразка;  $M$  – згинний момент;  $F$  і  $L$  – відповідно зусилля і віддаль від осі прикладання сили до тріщини.

Силова  $\sigma_n^{(0)}$  і геометрична частина  $\alpha_0$  коефіцієнта  $K_I^{(0)}$  згідно з формулами (1), (2) і (3) і результатами роботи [5] становлять:

$$\sigma_n^{(0)} = \frac{6FL}{tH^2} \quad \alpha_0 = 1,406\sqrt{2l} \quad (5)$$

Для довгої тріщини  $\eta \rightarrow 1$  напружений стан буде таким, як і для пружної напівплощини з напівнескінченною тріщиною поза перешийком довжиною  $(H-l)$ , що згинається моментом  $M=FL$ .

Така задача розв'язана у роботі [6], і коефіцієнт інтенсивності напружень дорівнює:

$$K_I = 0,374\sqrt{\pi} \frac{6FL}{tH^{3/2}} \cdot \frac{1}{1-\eta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\eta}}. \quad (6)$$

Поділимо вираз (6) на силу  $\sigma_n^{(1)}$  і геометричну  $\alpha_1$  частини:

$$\sigma_n^{(1)} = \frac{6FL}{tH^2(1-\eta)}, \alpha_1 = \frac{0,374\sqrt{\pi}\sqrt{H}}{\sqrt{1-\eta}}. \quad (7)$$

Підставивши вирази (5) і (7) в інтерполяційні формули (2), а також враховуючи формулу (1), отримаємо значення коефіцієнта інтенсивності напружень для довільної довжини тріщини у призматичному зразку при його консольному згині:

$$K_I = \frac{11,965FL\sqrt{\eta}}{tH^{3/2}(1-\eta)\sqrt{1+9,025\eta-9,025\eta^2}}, \quad (8)$$

$$\text{де } F_I(\eta) = \frac{11,965\sqrt{\eta}}{(1-\eta)\sqrt{1+9,025\eta-9,025\eta^2}}.$$

Значення функції  $F_I(\eta)$  добре корелює з літературними даними [7] (рис. 2).

Визначимо стрілу прогину зразка на лінії дії сили за інтерполяційною формулою:

$$U^n = (U_1 - U_{1/\eta \rightarrow 0})^n + U_0^n, \quad (9)$$

де  $U_1$  – значення стріли прогину для довгої тріщини  $\eta \rightarrow 1$ ;  $U_0$  – значення стріли прогину для короткої тріщини  $\eta \rightarrow 0$ ;  $n$  – показник з оптимальним наближенням результатів при  $n=0,5$ .

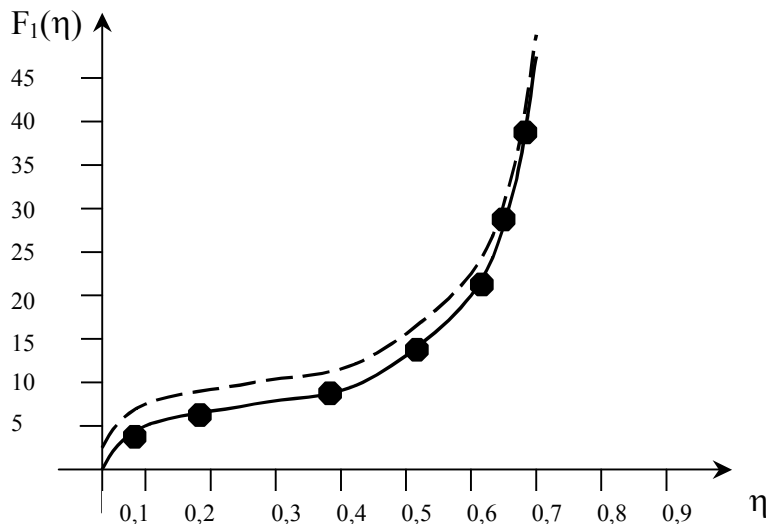


Рис. 2. Залежність  $F_I$  від безрозмірного параметру  $\eta$  для призматичного зразка при консольному згині. Штрихпунктирна лінія – літературні дані [7]. Точки – обчислення за формулою [8].

При консольному згині призматичного зразка мала тріщина практично не впливає на розмір прогину  $U_0$ , який можна визначити за відомою формулою опору матеріалів:

$$U_0 = \frac{8 FL^3}{3 EI_0}, \quad (10)$$

де  $I_0 = \frac{tH^3}{12}$  - момент інерції прямокутного перерізу.

Для випадку глибокої тріщини  $\eta \rightarrow 1$  через мале значення перешийка порівняно з поперечним перерізом балки потрібно невелике значення сили, що практично не спричинить прогину її складових частин.

Прогин  $U_1$  на кінцях зразка виникає у результаті пружної деформації перешийка тріщини і жорсткого повороту складової частини зразка.

Кут повороту складових частин зразка  $\theta$  буде таким, як і в задачі [8, 9] про штамп з прямолінійною основою, жорстко зчепленою з напівплощиною, що повертається моментом  $M_1$  (рис. 3):

$$\theta = \frac{4M_1(1-\mu^2)}{\pi(H-l)^2 E}, \quad (11)$$

де  $\mu$  - коефіцієнт Пуасона;  $E$  – модуль Юнга.

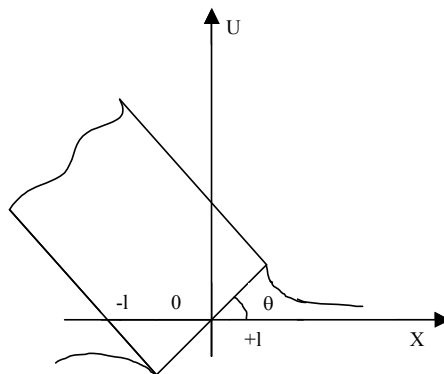


Рис. 3. Обертання штамп з прямолінійною основою, зчепленою з напівплощиною

Вважаємо, що

$$M_1 = 2M = 2FL. \quad (12)$$

Прогин зразка з глибокою тріщиною дорівнює:

$$U_1 = L \sin \theta \approx L \theta. \quad (13)$$

Підставивши вираз (11) в (13) і враховуючи умову (12), отримаємо:

$$U_1 = \frac{8FL^2(1-\mu^2)}{\pi H^2(1-\eta)^2 E}. \quad (14)$$

Підставляючи значення  $U_0$  (10),  $U_1$  (14) в інтерполяційну формулу (9), отримаємо вираз для визначення стріли прогину для довільної довжини тріщини  $l$ :

$$U = \frac{8FL^2(1-\mu^2)F_2(\eta)}{\pi H^2 E}, \quad (15)$$

де  $F_2(\eta) = \left[ \sqrt{(1-\eta)^{-2} + 1} + \sqrt{\frac{4\pi L}{(1-\mu^2)H}} \right]^2$ .

Достовірність функції  $F_2(\eta)$  підтверджено експериментально (рис.4). З діаграми “навантаження – прогин зразка” для різної глибини тріщини визначали величину  $F_2(\eta)$  при заданих  $F$  і  $L$ :

$$F_2(\eta) = \frac{4\pi H^2 E}{8FL^2(1-\mu^2)}. \quad (16)$$

Знайдені таким чином значення  $F_2$  (16) задовільно корелюють з аналітичними обчисленнями (15) (рис. 4).

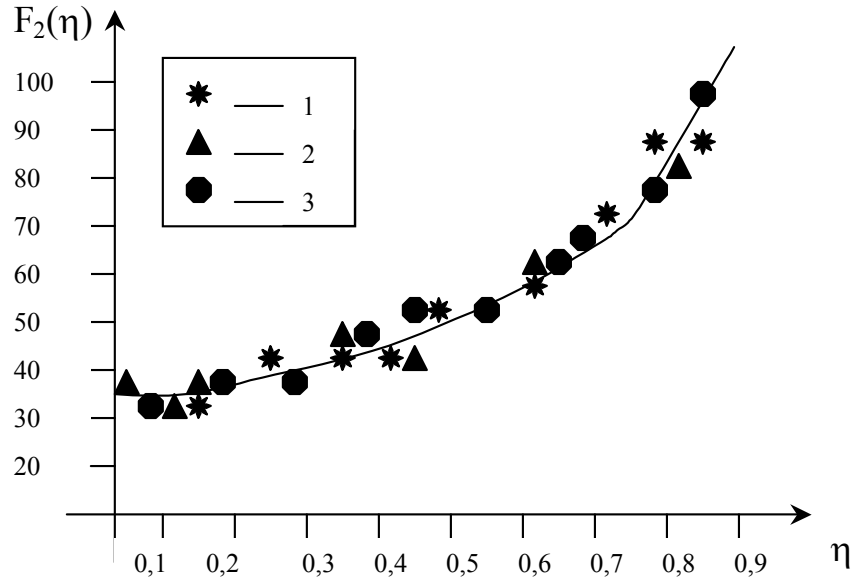


Рис. 4. Залежність функції  $F_2(\eta)$ . Суцільна лінія – теоретична залежність. Точки – експериментальні значення, обчислені за формулою (16). 1 – Сталь45,  $t_{\text{від}}=300$  °С; 2 - сталь40ХС,  $t_{\text{від}}=300$  °С; 3 - Сталь47,  $t_{\text{від}}=400$  °С.

Зразок навантажуватиме жорстким клином, що переміщується між зразком і пружною балкою (рис.1). Переміщення клина при навантаженні спричинить переміщення кінців зразка і пружної балки, що визначається рівнянням (17).

$$\Delta = U + U_b, \quad (17)$$

де  $U$  і  $U_b$  – переміщення на лінії дії сили відповідно зразка і балки.

Переміщення  $U$  визначаємо за формулою (15), а  $U_b$  за відомою формулою опору матеріалів:

$$U_b = \frac{8 FL_b^3}{3 I_b E_b}, \quad (18)$$

де  $L_b$ ,  $I_b$ , - відповідно довжина і момент інерції;  $E_b$  – модуль Юнга матеріалу пружної балки.

Підставивши у рівняння (17) значення (18) і (15) і вважаючи, що  $L=L_b$ , після певних перетворень отримаємо:

$$\Delta = 8 \frac{FL^2(1-\mu^2)}{\pi H^2 E} \cdot [F_2(\eta) + \chi], \quad (19)$$

де  $\chi = \frac{4\pi L t H^2 E}{t_b H_b^3 E_b (1-\mu^2)}$  - відносна жорсткість;  $t_b$ ,  $H_b$  – товщина і ширина навантажувального пружного елемента (рис.1).

Подамо коефіцієнт інтенсивності напружень через переміщення  $\Delta$ , з виразу (19) зусилля дорівнює:

$$F_3(\eta) = \frac{\Delta \pi H^2 E}{8L^2(1-\mu^2)} [F_2(\eta) + \chi]^{-1}. \quad (20)$$

Підставляючи (20) у (8), а також вважаючи, що  $4L/H = \eta_1$ ,  $\mu=0,3$ , після певних перетворень отримаємо:

$$K_I = \frac{20,6429 \cdot \Delta \cdot E}{\sqrt{H}} \cdot \frac{F_1(\eta)}{\eta_1 [F_2(\eta \cdot \eta_1) + \chi]}. \quad (21)$$

Вважаючи  $E_\delta = E$  і  $H_\delta = H$ , відносну жорсткість можна подати так:

$$\chi = \frac{3,429t}{t_\delta} \cdot \frac{4L}{H} = \frac{3,429t}{t_\delta} \cdot \eta_1. \quad (22)$$

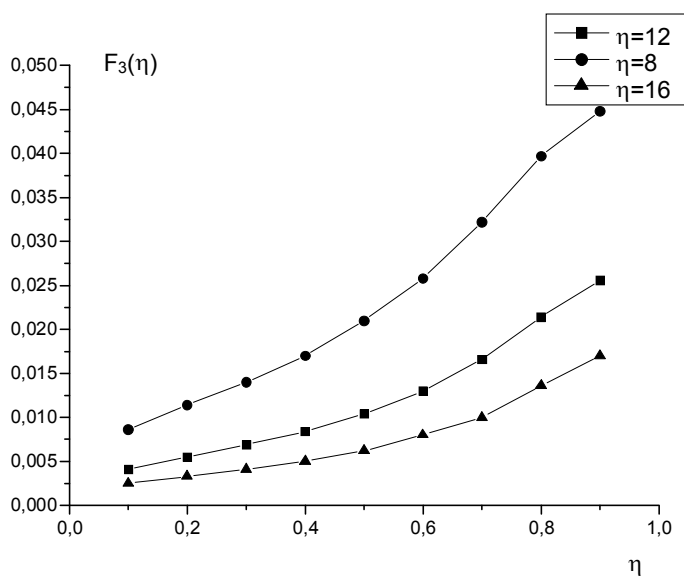


Рис. 5. Графічна залежність  $F_3(\eta, \eta_1)$  при  $\chi=0$

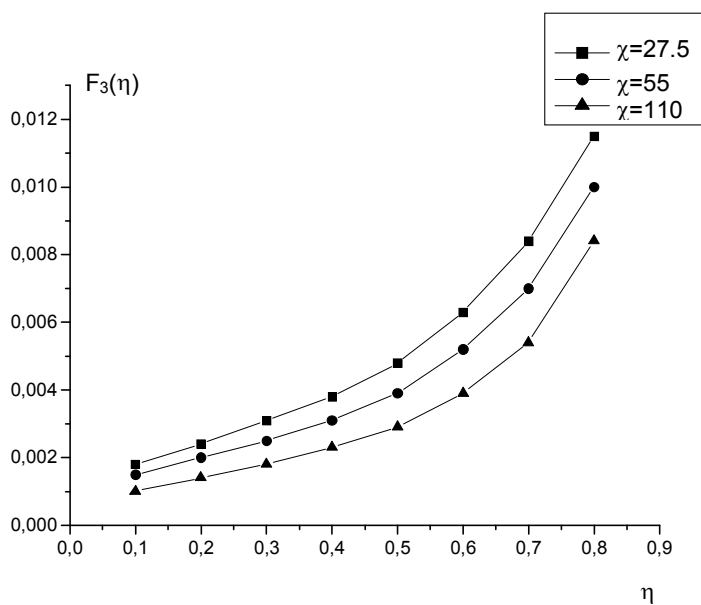


Рис. 6. Графічна залежність функції  $F_3(\eta)$  при  $\eta_1=16$  і  $\chi=27,5; 55; 110$

Як бачимо з рис.5, значення  $K_1$  у діапазоні довжин тріщин  $0,1 < \eta < 0,4$  змінюється прямо пропорційно  $\eta$  при  $\eta_1=16$  і  $\chi=0$ . На рис.6 подані графічні залежності функції  $F_3(\eta)$  при  $\eta_1=16$  і для значень  $\chi=27,5; 55; 110$ , що відповідає співвідношенню товщини навантажувальної балки і зразка відповідно  $t_b = 2t$ ,  $t_b = t$ ,  $t_b = \frac{1}{2} t$ . В інтервалі довжин тріщин  $0,1 < \eta < 0,4$   $F_3(\eta)$  змінюється прямо пропорційно  $\eta$ .

### Висновки і перспективи подальших досліджень

Отримані аналітичні вирази для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень в запропонованій силовій схемі навантаження плоского зразка з бічною тріщиною дозволяють використовувати її для дослідження кінетики тріщини при статичному навантаженні в середовищах з підвищеними параметрами тиску і температури.

Переваги використання вищезазначених методичних засад полягають у тому, що для створення заданих параметрів середовища, тиску і температури конструктивно значно спрощується створення технічних засобів досліджень.

Запропонована методика дасть змогу ефективно будувати кінетичні діаграми розтріскування при статичному навантаженні в певному середовищі. Таким середовищем може бути газоподібний водень. Маючи таку діаграму, а також відповідні теоретичні моделі водневого розтріскування металів і сплавів, можна прогнозувати довговічність елементів конструкцій, що піддані дії механічного і водневого фактору.

*Analytical expression for definition stress proposed intensity factor bend specimen with single edge crack which console is loaded elastically with a beam are. Modification relative compliance systems "the loaded beam – specimen" it is possible to change values stress intensity factor. Proposed the power loop is recommended for definition kinetics growth of a crack in the environment and at constant loading.*

### Література

1. О.И.Романив, С.Я.Ярема и др. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов/ Под. Общей редак. акад. В.В.Панасюка. – К.: Наукова думка, 1990. - 679 с.
2. Ковчик С.Э., Обухивский О.И. Построение  $K_I$ -тарировки для прямоугольной пластины с боковой трещиной при заданном раскрытии ее берегов//Физ.-хим. мех. материалов. –1984. - №1.- С.58-62.
3. Андрейкив А.Е. Разрушение квазихрупких тел с трещинами при сложном напряженном состоянии. - К.: Наукова думка, 1979. - 144 с.
4. Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории упругости. – К.: Наукова думка, 1982. -342 с.
5. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацишин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. -К.: Наукова думка, 1976.- 349 с.
6. Koiter W.T. Note of stress intensity factory for steel strips. With cracks under tensile loads.- Unniviel Techn hab of Eng. Mech. Rep. Delft. Netl. Erland. 1965.- 314 p.
7. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Ковчик С.Е. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов.- К.: Наукова думка, 1977.- 277 с.
8. Мухелишвили Н.И. Некоторые задачи математической теории упругости.- М.: Наука,1966.- 708 с.
9. А.Е.Андрейкив, А.И.Магденко, И.И.Панько, Т.Р.Яськевич. Определение величины  $K_I$  для балочного образца с боковой трещиной при заданной стреле ее прогиба// Физ.-хим. мех. материалов.- 1981. - №3. - С.80-81.

Одержано 12.01.2003 р.