УДК.621.3.027.3.001.5

А.Буняк, канд.техн.наук; А.Тиш
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМУ ГУДА-ТОМАСА ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НЕСИНУСОЇДНОСТІ ЗМІННОЇ НАПРУГИ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Досліджено алгоритм Гуда-Томаса для визначення несинусоїдності змінної напруги. Введено коефіцієнт впливу для визначення коефіцієнту несинусоїдності змінної напруги.

Умовні позначення

δ – коефіцієнт впливу;
$\boldsymbol{S_k}$ – спектральна щільність *k*-ої гармоніки.

Науково-технічний прогрес неможливий без збільшення споживання електричної енергії, що в свою чергу породжує актуальну проблему зменшення втрат електроенергії в електричних мережах та на підприємствах. Поряд з тим, не менш важливою проблемою є забезпечення якісних показників електроенергії від її виробництва до споживання [1]. Параметри якості електроенергії характеризують ступінь їх відповідності до встановлених нормами ГОСТу 13109–97 значень [2]. За кордоном якість електроенергії регламентується іншими стандартами, наприклад, країни європейської спільноти користуються стандартом EN 50.006. Окрім того, кожна країна якість електроенергії додатково регламентує своїми стандартами: Німеччина — VDE 0160, США — AIEE [3].

Аналіз останніх досліджень, в яких започатковано вирішення даної проблеми, показує [3,4], що для цього загалом здійснюються періодичні вимірювання величин вимірювальними електричними приладами та наступне статистичне оброблення даних, що практично унеможливлює використання автоматизації вимірного процесу.

Алгоритм, запропонований авторами, безпосереднього вимірювання якісного показника електричної енергії із застосуванням методу Гуда – Томаса вигідно відрізняється тим, що повністю придатний для автоматизації вимірювання з використанням у вимірювальній системі персонального комп’ютера.

Мета статті (постановка задачі) стосується питання вимірювання одного із основних параметрів, несинусоїдності змінної напруги електричної енергії мережі, яка регламентується коефіцієнтами спотворення синусоїдності кривої напруги та *k*-ї гармонічної складової [4]. Несинусоїдність форми кривих струмів та напруг в електричних мережах породжується потужними перетворювальними установками і супроводжується істотними техніко-економічними втратами, визначення яких є складною задачею. Значення та характер цих втрат залежать від багатьох факторів. Вищі гармоніки негативно впливають на різні елементи електричних мереж та їх споживачів, у першу чергу, на режими їх роботи: збільшуються втрати електричної енергії та активної потужності генераторів та електродвигунів, значно погіршується тепловий режим роботи обладнання, прискорюється процес старіння ізоляції, створюються сприятливі умови для появи резонансних явищ в електричних мережах, нестійкості системи захисту електрообладнання та автоматики [3].

Тому дослідження методів контролю визначення параметрів несинусоїдності напруги в мережі є актуальною задачею.

У практиці вимірювання параметрів якості електроенергії із застосуванням обчислювальних пристроїв застосовують *метод дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)*, що дозволяє визначати, при незмінному навантаженні споживачів, такі параметри, як: коефіцієнт несинусоїдності, спектральні характеристики напруги промислової мережі — амплітуди гармонік, їхні початкові фази, симетричні складові напруг у трифазній

промисловій мережі; при різкозмінному навантаженні робити оцінку відхилень і коливань напруг та ін. [5,6]

Разом з цим при реалізації методу ДПФ виникають труднощі, пов'язані з великою кількістю проведених комплексних множень і додавань, що важко реалізується при побудові пристроїв обробки параметрів електричної мережі в реальному масштабі часу. Так, наприклад, щоб одержати спектральні щільності параметра промислової мережі, що є його основною якісною характеристикою, поданого за період T в M рівноцінних точках, потрібно зробити M^2 операцій множення і додавання, що пов'язано з великими часовими й апаратними витратами.

Поява алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) дозволила розробити ефективні методи обчислення дискретного перетворення Фур'є [7].

Нами досліджувався алгоритм другого типу Гуда – Томаса з використанням простих дільників, що належить до методів ШПФ, на базі якого можна будувати системи вимірювання та контролю несинусоїдності кривої напруги [8].

Алгоритм Гуда—Томаса — це лінійна послідовність з $M=M'\times M''$ цілих чисел, відображена в $(M'\times M'')$-таблицю, що здійснює перехід від одновимірного перетворення Фур'є до двовимірного. Ідея, що лежить в основі цього алгоритму, значно відрізняється від ідеї алгоритму Кулі—Тьюки [9]. Числа M' і M'' повинні бути взаємно простими. Для їх знаходження ми використали ідею про те, що найбільший спільний дільник двох чисел не перевищує кореня квадратного більшого з них.

Основою відображення лінійної послідовності в таблицю служить китайська теорема про залишки для цілих чисел.

Вихідні індекси задаються залишками за правилом:

$$m'=m \bmod M',\ m''=m \bmod M''. \tag{1}$$

Це правило становить відображення індексу m на поширену діагональ двовимірної таблиці, елементи якої занумеровані парами індексів (m', m''). Згідно з китайською теоремою про залишки, існують такі цілі числа L' і L'', що виконується рівність

$$m=(m'L''M''+m''L'M') \bmod M, \tag{2}$$

де $L'M'+L''M''=1$.

Оскільки $M'>0$ і $M''>0$, то з (2) випливає, що одне з чисел L',L'' є додатнім, а інше від'ємним.

Вихідні індекси визначаються дещо по-іншому. Нехай

$$p'=L''p \bmod M',\ p''=L'p \bmod M''. \tag{3}$$

Ці рівності можна переписати в еквівалентному вигляді

$$p'=(L'' \bmod M')p \bmod M',\ p''=(L' \bmod M'')p \bmod M''. \tag{4}$$

Вихідні індекси p обчислюються за правилом

$$p=(M''p'+M'p'') \bmod M. \tag{5}$$

Для перевірки цієї рівності запишемо:

$$p=(M''(L''p+Q_1M')+M'(L'p+Q_2M'')) \bmod M'M''=$$

$$p(M''L''+M'L') \bmod M=p.$$

У нових індексних позначеннях формула

$$C_x(p)=\sum_{m=0}^{M-1} W^{pm} X(m) \tag{6}$$

перетворюється до

$$C_x(M''p'+M'p'')=\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}W^{(m'L''M''+m''L'M')(M''p'+M'p'')}X(m'L''M''+m''L'M'). \quad (7)$$

Виконаємо множення у показнику степеня. Після нескладних перетворень з урахуванням порядку елемента W маємо

$$C_x(p',p'')=\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}W^{L''(M'')^2 m'p'}W^{L'(M')^2 m''p''}X(m',m'')=\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}\beta^{m'p'}\gamma^{m''p''}X(m',m''), \quad (8)$$

де $\beta=W^{L''(M'')^2}$ і $\gamma=W^{L'(M')^2}$.

Можна записати, що $\beta=(W^{M''})^{L''M''}$, а $\gamma=(W^{M'})^{L'M'}$. Оскільки $W^{M''}=e^{\frac{-j2\pi}{M'}}$ і $W^{M'}=e^{\frac{-j2\pi}{M''}}$, а $L''M''=1$ і $L'M'=1$ за модулем M' та M'' відповідно, то $\beta=e^{\frac{-j2\pi}{M'}}$, а $\gamma=e^{\frac{-j2\pi}{M''}}$.

Рівняння тепер записано у формі двовимірного $(M'\times M'')$ – точкового перетворення Фур'є. Число множень і число додавань дорівнює приблизно $M(M'+M'')$. Отже, якщо довжина перетворення розкладається в добуток простих множників M_i, то описана форма ШПФ - алгоритму вимагає приблизно $M\sum_{i=1}^{n}M_i$ множень і стільки ж додавань.

Застосуємо викладені міркування до обчислення параметрів якості електроенергії.

Досліджувану фазну напругу можна подати у вигляді:

$$U(t)=\sum_{m=1}^{M}U_m\sin(m\omega t+\psi_m), \quad (9)$$

де U_m і ψ_m — відповідно амплітуда та фазовий кут k-ї гармоніки.

За допомогою аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) вхідна напруга подається в M рівновіддалених точках. Дискретне перетворення такого сигналу має вигляд [5]:

$$S(k)=\sum_{m=0}^{M-1}U(m)e^{-\frac{j2\pi mk}{M}}, \quad (10)$$

або в тригонометричній формі:

$$S(k)=\sum_{m=0}^{M-1}\left(U(m)\cos\frac{2\pi mk}{M}-jU(m)\sin\frac{2\pi mk}{M}\right)=A_k-jB_k. \quad (11)$$

Використовуючи (8), запишемо останню формулу в іншому вигляді:

$$S(k',k'')=$$

$$\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}\left(\cos\frac{2\pi m'k'}{M'}-j\sin\frac{2\pi m'k'}{M'}\right)\left(\cos\frac{2\pi m''k''}{M''}-j\sin\frac{2\pi m''k''}{M''}\right)U(m',m'')=$$

$$=\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}\left(\cos\left(\frac{2\pi m'k'}{M'}\right)\cos\left(\frac{2\pi m''k''}{M''}\right)-\sin\left(\frac{2\pi m'k'}{M'}\right)\sin\left(\frac{2\pi m''k''}{M''}\right)\right)U(m',m'')-$$

$$-j\sum_{m'=0}^{M'-1}\sum_{m''=0}^{M''-1}\left(\cos\left(\frac{2\pi m'k'}{M'}\right)\cos\left(\frac{2\pi m''k''}{M''}\right)-\sin\left(\frac{2\pi m'k'}{M'}\right)\sin\left(\frac{2\pi m''k''}{M''}\right)\right)U(m',m''), \quad (12)$$

де $M=M'M''$, $m'=m \bmod M'$, $m''=m \bmod M''$, $m=(m'L''M''+m''L'M') \bmod M$, $L'M'+L''M''=1$, $k'=L''k \bmod M'$, $k''=L'k \bmod M''$.

Модуль і фаза спектральної щільності визначається наступним чином:

$$S_{k'k''} = \sqrt{A^2_{k'k''} - B^2_{k'k''}} \quad (13), \quad \phi_{k'k''} = arctg\frac{B_{k'k''}}{A_{k'k''}} \quad (14),$$

де $S_{k'k''}$ і $\phi_{k'k''}$ — відповідно модуль і фаза спектральної щільності.

З використанням (5), амплітудне значення k-ї гармоніки визначається з виразу [6]:

$$U_k = \frac{2|S_{k'k''}|}{M}, \quad (15)$$

а початкову фазу k-ї гармоніки можна подати у вигляді:

$$\varphi_k = |\phi_{k'k''}| - \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

Викладений алгоритм досліджений на складному електричному сигналі, осцилограма якого наведена на рис.1 [10].

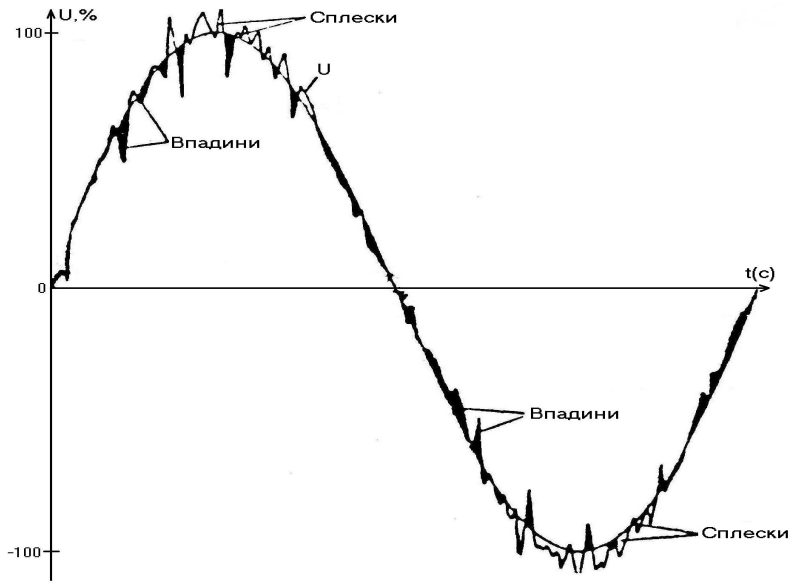

Рис.1. Осцилограма напруги (у відсотках) за час *t(c)*

Кількість вибірок бралась $M=30$, тоді $M'=5$, а $M''=6$. За допомогою виразу (1) послідовність чисел $m=\{0...29\}$ відображена у матриці ($M'\times M''$). Розв'язавши рівняння $L'\times 5+L''\times 6=1$, ми обчислили $L'=-1$ та $L''=1$.

Вибірка значень напруг здійснювалась за спотвореною кривою (рис.1), що містить впадини та сплески.

Результати обчислень для сорока однієї гармоніки електричного сигналу, що регламентуються стандартом [2], при номінальній напрузі 380В, наведені в табл.1.

Таблиця 1

Значення амплітуд гармонічних складових електричного сигналу (рис.1)

Номер гармоніки, (k)	**Амплітудне значення U_m, (В)**	**Номер гармоніки, (k)**	**Амплітудне значення U_m, (В)**
1	150,87	23	3,55
3	10,88	25	10,61
5	10,61	27	10,88

7	3,55	29	150,87
9	0,32	31	150,87
11	7,25	33	10,88
13	4,83	35	10,61
15	6,31	37	3,55
17	4,83	39	0,32
19	7,25	41	7,25
21	0,32		

Нами було розроблено на мові Delphi програму обчислення амплітудних значень напруги та значень початкових фаз ШПФ – методом Гуда-Томаса.

Як видно з формул (13) та (14), інваріантним ядром при визначенні спектральних характеристик складного сигналу: амплітуд та початкових фаз є спектральна щільність (див. (15),(16)). Здійснимо оцінку впливу несинусоїдності електричного сигналу на значення спектральної щільності, для чого введемо коефіцієнт впливу:

$$\delta = \frac{S_k - S_{гk}}{S_k} \cdot 100\%, \qquad (17)$$

де S_k—спектральна щільність складного електричного сигналу, осцилограма якого наведена на рис.1;

$S_{гk}$—спектральна щільність електричного сигналу неспотвореної синусоїди (нами форма такого сигналу названа *гладкою*).

Для визначення $S_{гk}$ використовуються ті ж формули, що і для визначення S_k.

Коефіцієнт спотворення синусоїдності кривої напруги, значення якого регламентується стандартом, визначається за формулою [3]:

$$K_{нс} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} U_k^2}{U_н}}, \qquad (18)$$

де U_k—номінальне значення k-ої гармоніки;

$U_н$—номінальна напруга мережі;

максимальна кількість гармонік, що регламентується ГОСТом $k_{max}=41$ [2].

Використовуючи алгоритм Гуда-Томаса, ми визначили спектральні щільності S_{ik} для електричних напруг різної форми спотворення, а за формулою (15) обчислили амплітуди гармонічного складу для цих напруг.

Ці дані були необхідні, щоб за формулами (17) та (18) визначити значення коефіцієнта впливу $\delta(\%)$ та коефіцієнта спотворення синусоїдності для напруги 0.38 кВ. За цими даними для $k = (\overline{1,19})$ з кроком 2 побудований графік (рис.2) залежності $K_{нс}$ від δ, який дає змогу без знаходження амплітуд гармонічного складу досліджуваних напруг опосередковано визначити коефіцієнт несинусоїдності, що значно зменшує обсяг обчислень.

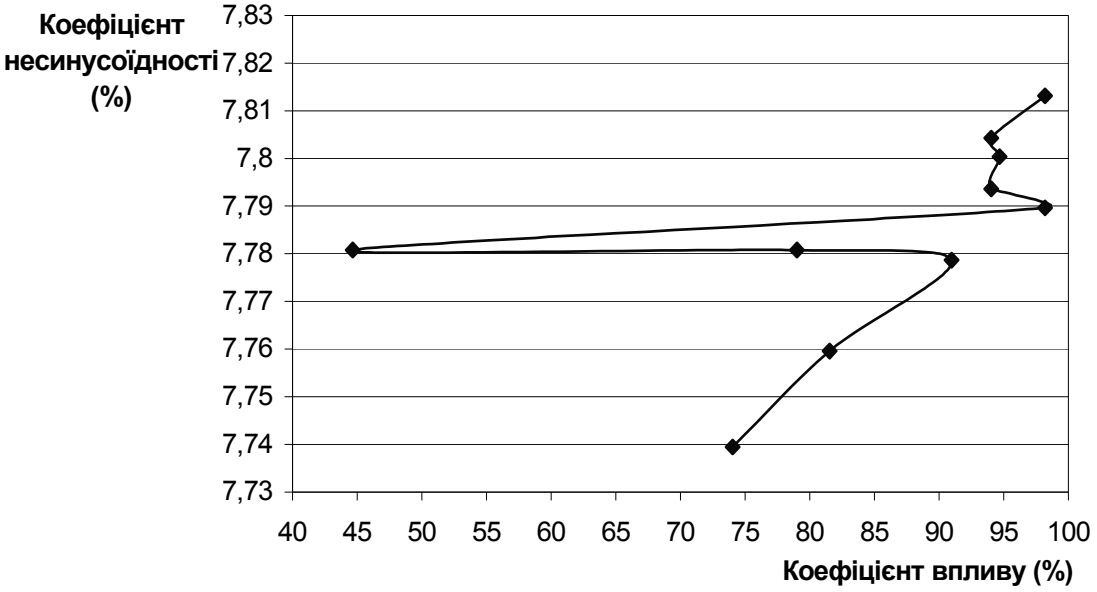

Рис.2.Графік залежності коефіцієнта несинусоїдності від коефіцієнта впливу

Висновки

1. Даний алгоритм обчислення спектральних щільностей за ШПФ - методом Гуда – Томаса зменшує кількість здійснюваних арифметичних операцій до $M(M'+M'')$, що по відношенню до методу ДПФ дає виграш в часі; при обробці досліджуваного електричного сигналу для $M=30$ — майже у три рази, а для $M=7040$ — майже у 133 рази.
2. Запропонований метод визначення значень коефіцієнта несинусоїдності в залежності від значення коефіцієнта впливу, що не вимагає обчислень, пов'язаних зі знаходженням амплітуд гармонічного складу несинусоїдних напруг чи струмів, значно зменшує обсяг обчислень.

Algorithm of Gud-Thomas for definition of sinusoid form an alternating voltage is investigated. The factor of affecting for definition a factor of sinusoid form an alternating voltage is injected.

Література

1. ГОСТ 23875-88. Качество электрической энергии. Термины и определения.
2. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Электромагнитная совместимость технических средств. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.
3. Жежеленко И.В., Рабинович М.Л., Божко В.М. Качество электроэнергии на промышленных предприятиях.—К.:Техніка, 1981.—С.156-158.
4. Ванько В., Столярчук П. Проблеми контролю якості електроенергії в електричних мережах//Вимірювальна техніка та метрологія, 2001.– №58.—С.47-56.
5. Буняк А.М.Использование дискретного преобразования Фурье для определения параметров качества электроэнергии вычислительными устройствами//Изв. вузов СССР—Энергетика, 1982.– №6.—С.7-12.
6. Буняк А.М., Шелестовский Б.Г. Выбор оптимального алгоритма для определения параметров качества электроэнергии вычислительными устройствами//Изв. вузов СССР—Энергетика, 1984.– №10—С.21-25.
7. Белый А.А., Бовбель Е.И., Микулович В.И. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье и их свойства.—"Советское радио"—"Зарубежная радиоэлектроника", 1979.– №2.—С.3-29.
8. Шрюфер Е. Обробка сигналів: цифрова обробка дискретних сигналів/За ред. В.П.Бабака.—К.:Либідь, 1992.—380 с.
9. Рабинер Р., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов/Под ред. Ю.И.Александрова.—М.:Мир, 1978.—532с.
10. Куренный Э.Г., Харченко В.А. Применение принципа максимума средних нагрузок к оценке искажений синусоидального напряжения//Известия высших учебных заведений—Электромеханика, 1978.– №6.—С.629-632.

Одержано 05.02.2003 р.