

## Про одну теорему М. Brillouin'a.

Як відомо, теорія розривних рухів рідини з самого свого повстання зустріла чимало противників. Головний з них, лорд Kelvin, заперечував стійкість розривних рухів і навіть саму їх можливість, що протирічить його принципу minimum'a кінетичної енергії.

Інтересна з цього погляду стаття М. Brillouin'a,<sup>1)</sup> що відкидає заперечення Kelvin'a та доводить, що саме розривні рухи відповідають minimum кінетичної енергії.

М. Brillouin припускає, що тіло перебуває в покої й струя на нього набігає.

Взявши контрольну поверхню великих розмірів, він вираховує різницю  $E$  між кінетичною енергією частини струї, що набігає на тіло й знаходиться в середині контрольної поверхні, і кінетичною енергією тієїж частини струї при відсутності тіла.

cette expression devient, par une transformation connue :

$$E = \frac{\rho}{2} \iint \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n_0} ds - \frac{\rho}{2} U^2 V. \quad 2)$$

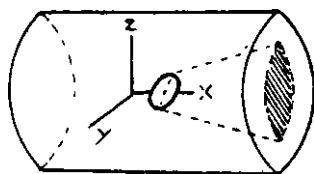
A la surface des obstacles la vitesse normale  $\frac{\partial \Phi}{\partial n_0}$  est nulle; ceux-ci ne donnent donc rien dans le premier terme.

Prenons comme surface limite très éloignée un cylindre à génératrices parallèles au courant, et deux sections droites d'aire  $s$ ; le cylindre ne donne rien; les bases sont des surfaces de niveau, et la différence des valeurs de  $\Phi$  est  $Uh$ , en appelant  $h$  la longueur des génératrices, puisque

---

<sup>1)</sup> L'énergie cinétique dans les mouvements continus et dans les mouvements glissants des liquides (An. de chim. et de phys., 1911 p. 433—440). Цей довід для двох вимірів вміщено в 3 томі механіки Appell'я в розділі, що редагував Н. Villat (p. 529—530, вид. 1921 p.).

<sup>2)</sup>  $V$  є обсяг частини простору в середині контрольної поверхні.



la vitesse est restée égale à  $U$  tout le long de ces génératrices très éloignées des obstacles; la vitesse normale aux bases est  $U$ ; la première intégrale est donc égale à  $Uh$ .  $U_s = U^2 V$ , où  $V$  désigne toujours le volume total du cylindre frontière extérieure.  $E$  est donc nul“.

Отже  $E_{\text{cont.}} = 0$

Далі доводиться, що  $E_{\text{disc.}} < 0$ , так що

$$E_{\text{disc}} < E_{\text{cont.}}$$

Зрозуміло, що цей результат повинен не залежати від вигляду контрольної поверхні. В цьому М. Brillouin вбачає спростування заперечення лорда Kelvin'a.

На нашу думку це міркування не спростовує заперечення Kelvin'a навіть в тому разі, колиб воно було вірно, бо Kelvin і М. Brillouin говорять про різні речі. Покажیم одначе на простому прикладі, що рівність

$$E_{\text{cont.}} = 0,$$

загалом кажучи, не вірна.

Візьмім кулю з лучем  $a$ . Скорість рідини на безмежності нехай буде  $U$ , за контрольну поверхню візьмім концентричну кулю з лучем  $R$ .

Матимемо<sup>1)</sup>:

$$\Phi = U \cos \theta \left( r + \frac{a^3}{2r^2} \right)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n_c} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = U \cos \theta \left( 1 - \frac{a^3}{r^3} \right).$$

Елемент поверхні кулі є

$$ds = 2\pi R^2 \sin \theta \cdot d\theta,$$

при чім  $\theta$  змінюється від 0 до  $\pi$ .

Отже

$$E = \frac{\rho}{2} \iint \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n_c} ds = \frac{\rho}{2} U^2 V = \frac{2\pi}{3} \rho \left( R^3 - \frac{a^3}{2} - \frac{a^6}{2R^3} \right) U^2 - \frac{2\pi}{3} \rho R^3 U^2$$

$$\sim - \frac{\pi \rho}{3} a^3 U^2, \text{ а не нуль.}$$

<sup>1)</sup> Н. Lamb. Hydrodynamics. 1895, p. 130.