

Основні поняття електродинаміки а унітарна теорія поля.*)

За останні десятки літ доводилося не один раз піддавати ревізії найбільш фундаментальні поняття фізики; зокрема поняття макрофізики показалися непридатні в мікрофізиці. Чинником, що спроваджував переворот у традиційному описі природи, була головво квантова теорія. Але тут буде мова про ревізію основ електродинаміки, переведену без зужитковування квантових ідей, такби сказати класичними засобами. Цю ревізію переводить унітарна теорія поля, що її почин дав в 1923. р. Борн¹⁾, а розбудували Борн з Інфельдом.²⁾ ³⁾ ⁴⁾ Вона приходить на зміну давнійшим теоріям Максвелля та Льюренца.

Електронава теорія Льюренца є дуалістична, тобто відрізняє два окремі та до деякої міри протиставні фізичні чинники, а саме наснагу (заряд) та поле. Наснага, розміщена в просторі з густотою ρ , є джерелом поля; вона поділена на окремі цілості — електрони. Мимо успіхів теорії два основні питання вона мусіла залишити без відповіді: 1) яка є структура електрону, тобто в який спосіб в ньому розміщена наснага, 2) які сили протидіють взаємному відштовхуванню однойменних наснаг в електроні, та споюють його в одну цілість.

Цих труднощів не булоб в унітарній теорії, яка знає тільки поле, без віяких простірних наснаг, для якої електрони це тільки точки, особливості поля. Тоді, очевидно, нема клопотів зі структурою електрону — просто тому, що точка ніякої структури не має. Такі пунктові наснаги подибуємо вже в Максвелля — щож, коли у нього власна енергія електрону-точки виходить нескінченною. Отож нова теорія Борна-Інфельда є унітарна, а всеж-таки дає скінчену енергію електрону.

*) Реферат, виголошений на VI. З'їзді українських природників та лікарів 17. травня 1937. р.

Щоби порівняти нову й давню теорію, виждемо з їх диференціальних рівнянь:

Мексвель-Льоренц

Борн-Інфельд

$$(I) \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \rho \mathbf{v}$$

$$(I') \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$(II) \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$(II') \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(III) \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi \rho$$

$$(III') \quad \text{div } \mathbf{D} = 0$$

$$(IV) \quad \text{div } \mathbf{H} = 0$$

$$(IV') \quad \text{div } \mathbf{B} = 0.$$

($\mathbf{v}$ це вектор швидкості руху пасива).

Коли давня теорія описувала поле за допомогою двох векторів $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, то нова теорія уживає до цього аж чотирьох векторів: двох електричних $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ та двох магнетних $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$. Але тільки два з них є незалежні; два інші зв'язані з ними додатковими (алгебричними) рівняннями:

$$(1) \quad \begin{aligned} \mathbf{B} &= k \mathbf{H} \\ \mathbf{E} &= k \mathbf{D} \end{aligned} \quad k = k(\mathbf{D}^2, \mathbf{H}^2)$$

або

$$(2) \quad \begin{aligned} \mathbf{D} &= l \mathbf{E} \\ \mathbf{H} &= l \mathbf{B} \end{aligned} \quad l = l(\mathbf{B}^2, \mathbf{E}^2)$$

Користуючися цими зв'язками, можна р. (I') — (IV') переписати так, щоби в них виступала одна тільки пара векторів $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, або ж тільки пара $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$. Однак тоді диференціальні рівняння перестають бути лінійними; ця характеристична для нової теорії обставина є причиною великих аналітичних труднощів.

Треба додати, що існує декілька відгалужень теорії (які в головному ведуть до ідентичних вислідів), тому що запропоновано різні форми сучинників k , l .⁵⁾ Дискусія над добром тзв. Лягранжової та Гамільтонової функцій, з яких їх випроводжують, тривала досить довго, щойно остання робота Гофмана та Інфельда¹³⁾ здається її закінчує. Після цих авторів повинно бути

$$(3) \quad k = \frac{1}{1 + \frac{\mathbf{D}^2 - \mathbf{H}^2}{b^2}} \quad (b \text{ стала, тзв. абсолютне поле, ряду } 10^{15} \text{ од. cgs})$$

Всеж таки до тепер доводилося оперувати реляціями (1), (2) у їх загальному виді, без спеціалізації сучинників k , l .

Електронів в спочинку відповідає статична центрально-симетрична розв'язка диференціальних рівнянь поля. Ці рівняння в електростатичному випадку зводяться до

$$(4) \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{D} &= 0, \end{aligned}$$

якщо поле описуватимемо вектором $\mathbf{D}$; а якщо послужимось другим електричним вектором $\mathbf{E}$, то

$$(5) \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \gamma. \end{aligned}$$

Оба ці способи опису поля, очевидно, рівновартні. Після першого дістанемо розв'язку

$$(6) \quad \mathbf{D}_r = \frac{e}{r^2},$$

а що $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$, то простірною розміщених джерел немає, а електрон є точкою. Після другого способу

$$(7) \quad \mathbf{E} = \frac{e}{r^2} \frac{1}{1 + \frac{e^2}{b^2 r^4}} = \frac{e}{r^2} \frac{1}{1 + \frac{r_0^4}{r^4}} \quad \left(b = \frac{e}{r_0^2} \right);$$

тут $\operatorname{div} \mathbf{E} \neq 0$, отже джерело поля не є пунктом, воно розміщене в просторі з густотою

$$(8) \quad \rho = \frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{err_0^4}{\pi(r^4 + r_0^4)}.$$

Ця густота „свобідної насаги“ практично рівна нулі поза кулею, якої промінь r_0 є ряду 10^{-13} см. Так отже теорія має начеб два аспекти — електрон можна вважати або за точку („унітаристичне становище“), або за кульку насаги („квазідуалістичне становище“), залежно від того, котрий з векторів приймемо за основний. Довго нерозв'язане питання, чи електрон є твором пунктовим чи простірним, знаходить неждану відповідь: він є одним і другим. Справа тут стоїть подібно як з фотонами та хвилями в оптиці.

Але навіть, коли станемо на „квазідуалістичному“ становищі, то й так ще між новою а давньою теорією остане ось яка основна різниця: у Льоренца насага була первинним самостійним фізичним чинником, тоді, як у Борна-Інфельда первинна річ це тільки поле, а „свобідна насага“ є допоміжним поняттям. У Льоренца проблеми сформульовано математично так: знаючи розміщення та стан руху насаг, найти з р. (I) — (IV) витворене ними поле; а в новій теорії проблема звучить: добираючи відповідні початкові та крайні умови з рівнянь (I') — (IV') (в яких ρ не виступає), найти поле, а тоді вже можна вчислити розміщення ρ у просторі. З цього така консеквенція. В давній

теорії до р. (I) — (IV) як необхідне доповнення додавали Льюренцові рівняння руху

$$(V) \quad \sigma \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right) \quad (\sigma = \text{густота маси}),$$

яке править рухом електричності під впливом зовнішнього поля. Це було окреме заложення, оперте на експерименті. В новій теорії, якщо такий зв'язок між насагою а полем існує, він не може бути окремою гіпотезою, а хіба тільки висновком, який можна випровадити з рівнянь поля (I') — (IV'), при допомозі якихсь простих, самозрозумілих умов. Дійсно зробили це Фінберг⁶⁾ та Прайс⁷⁾, оперуючи вектором $\mathbf{D}$, меніж⁸⁾ ⁹⁾ вдалося зробити те саме з „квасідуалістичного“ становища, при чому треба було тільки прийняти, що особливність поля $\mathbf{D}$ є завжди ідентична з центром маси (енергії) поля („постулат однозначності“). Це заложення насувається само собою, а в статичному випадку воно автоматично сповнене.

Таким чином таке основне поняття електродинаміки, як насага, підпало ревізії і набрало зовсім нового значення. Виявилось опісля, що подібна мусить бути доля потенціалу.

Електростатичним потенціалом називали в давній теорії функцію φ , якої відємний градієнт рівний електричному векторові поля:

$$- \text{grad } \varphi = \mathbf{E};$$

В полі пунктового чи кулькового електрону виходило

$$\varphi = \frac{e}{r} \text{ (Кульонів потенціал).}$$

Якщо в давній точці цього поля знаходиться інша насага e' , то взаємна потенціальна енергія обох насаг

$$V = \frac{ee'}{r} = e' \varphi.$$

Іншими словами, потенціал можна теж здефініювати як потенціальну енергію, що припадає на одиницю насаги; обі дефініції потенціалу були в давній теорії згідні. Дехто з дослідників¹¹⁾¹²⁾ приймав мовчки, що так воно є теж в новій унітарній теорії. На діліж ця згідність обох дефініцій є начеб випадкова; нема її в новій електродинаміці, де давньому поняттю потенціалу відповідають дві окремі величини φ і Φ , здефініювані так:

$$(9) \quad - \text{grad } \varphi = \mathbf{E}$$

$$(10) \quad e' \Phi = V.$$

Першу з них обчислюємо способом в принципі простим. Користуючися впр. розв'язкою (7), матимемо

$$(11) \quad \varphi(a) = \int_a^{\infty} E_r dr = \frac{e}{r_0} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{8} \log \frac{a^2 + ar_0 \sqrt{2} + r_0^2}{a^2 - ar_0 \sqrt{2} + r_0^2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{2} \pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arctg} \left(\frac{a \sqrt{2}}{r_0} - 1 \right) - \frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arctg} \left(\frac{a \sqrt{2}}{r_0} + 1 \right) \right\}.$$

Дещо більш складна справа з функцією Φ . Правильна дорога для знаходження V (а з тим і Φ) була б ось яка. Сконструювавши поле з двома особливостями (впр. $+e$ та $-e$) треба обчислити його цілу енергію; колиб від неї відіймати власну енергію обох наснаг зокрема — остала б власне потенціальна енергія V . Так робили у Мексвелевій теорії. Однак ця дорога в новій теорії не веде до цілі, бо 1) рівняння поля не допускають статичної розв'язки з двома особливостями, 2) наслідком нелінійності диференціальних рівнянь рахунки стають надто трудними. Остается друга дорога, теж часом стосована у давній теорії. Беремо під увагу одну пунктову особливість $+e$, а другу поверхневу, кулисту, з цілковитою наснагою $-e$ розміщеною на кулі з промінем a ; далі поступимо як передше. Цей спосіб є дозволений принайменше, коли відступ a обох частинок значно більший від критичного проміння r_0 .

Дійсно, статичні рівняння (4) допускають м. ін. розв'язку

$$(11) \quad \mathbf{D}r = \begin{cases} \frac{e}{r^2} & (r < a) \\ 0 & (r > a) \end{cases}$$

Таке поле можна вважати за зложене з поля пунктової наснаги $+e$

$$(12) \quad \mathbf{D}r^{(p)} = \frac{e}{r^2}$$

та поля наснаги $-e$, розложеної на кулі з промінем a

$$(13) \quad \mathbf{D}r^{(e)} = \begin{cases} 0 & (r < a) \\ -\frac{e}{r^2} & (r > a). \end{cases}$$

Виділяючи від енергії цілого поля енергію пиль $\mathbf{D}^{(p)}$ та $\mathbf{D}^{(e)}$, взятих окремо, дістаємо

$$(14) \quad V(a) = \frac{e^2}{r_0} \left\{ \frac{a^3}{3r_0^3} \log \left(1 + \frac{r_0^4}{a^4} \right) - \frac{\sqrt{2}}{6} \log \frac{a^2 + ar_0 \sqrt{2} + r_0^2}{a^2 - ar_0 \sqrt{2} + r_0^2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{a \sqrt{2}}{r_0} - 1 \right) + \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{a \sqrt{2}}{r_0} + 1 \right) - \frac{\sqrt{2}}{3} \pi \right\}.$$

Обі наші потенціальні функції, річ ясна, для великих віддалень a переходять у давній Кульонів потенціал:

$$(15) \quad -e\varphi \propto \frac{-e^2}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{a} - \frac{1}{5} \frac{r_0^5}{a^5} + \dots \right\}$$

$$V \propto \frac{-e^2}{r_0} \left\{ \frac{r_0}{a} - \frac{1}{10} \frac{r_0^5}{a^5} + \dots \right\}.$$

Наприкінці треба ще додати, що ціла справа виникнула при нагоді розглядання квестії, на скільки зміняться енергетичні рівні атому водня, коли в квантовому рівнянні хвилі заступимо давній (Кульонів) потенціал новим (Борновим). Досліди піднято в надії, що у висліді зникне дрібна різниця, яка ще існує між вартостями експериментальними а теоретичними (ця різниця відноситься до відступів центрів складових у дублетах спектру). Геллер і Моц¹¹⁾, а опісля Майкснер¹²⁾ за потенціальну енергію протону з електроном приймають, як ми бачили, неслухно, $-e\varphi$; я пробував зробити це саме, послуговуючися функцією V . Вислід не виправдав покладаних надій; поправка для енергетичних рівнів виходить у всякому випадку надто мала.

Література.

- ¹⁾ M. Born, Proc. Roy. Soc. A, **143**, 410 (1933).
- ²⁾ M. Born and L. Infeld, Proc. Roy. Soc. A, **144**, 425 (1934).
- ³⁾ „ „ Proc. Roy. Soc. A, **147**, 522 (1934).
- ⁴⁾ M. Born, Papers and Discussions of the Intern. Conference of Physics London 1934, vol. I.
- ⁵⁾ L. Infeld, Proc. Camb. Phil. Soc. **32**, 127 (1936).
- ⁶⁾ E. Feenberg, Phys. Rev. **47**, 148 (1935).
- ⁷⁾ M. H. L. Pryce, Proc. Roy. Soc. A, **155**, 597 (1936).
- ⁸⁾ Z. Chraplywyj, Acta Phys. Pol. **4**, 395 (1935).
- ⁹⁾ „ „ Acta Phys. Pol. (друкується)
- ¹⁰⁾ „ „ C. R. **202**, 396 (1936).
- ¹¹⁾ G. Heller and L. Motz, Phys. Rev. **46**, 502 (1934).
- ¹²⁾ J. Meixner, Ann. Phys. **23**, 371 (1935).
- ¹³⁾ B. Hoffmann and L. Infeld, Phys. Rev. **51**, 765 (1937).