

МИРОН ЗАРИЦЬКИЙ (Львів)

Сучинники кореляції в теорії математичної статистики.

У західноєвропейських народів і в Америці бачимо в післявоєнних роках незвичайно інтензивний розвиток статистичної техніки, а з другого боку численні праці математиків, природознавців і економістів поклали ясні основи під абстрактну теорію математичної статистики. Щойно найновіші роки принесли нам точні дефініції статистичних понять і логічні сформулювання проблем теоретичної статистики. Усі, що їм була потрібна статистика при їх спеціальних досліджах, зрозуміли, що тільки математична аналіза й абстрактна теорія ймовірности можуть дати наукову основу до будови статистики й до інтерпретації її висновків у приложенні до економіки, соціології й природознавства.

У нас цю ділянку ще ніхто не зацікавився. А чейже проблеми наукової статистики моглиби сьогодні зацікавувати не тільки математиків. Статистичними методами послуговується кожний фізик, антрополог, зоолог і ботанік. Але мабуть найбільше користи принесла б наукова статистика дослідникам економічного життя нашого народу. Кожна — і найменша і найбільша — економічна установа зладжує періодично „білянси“ і „статистичні викази“, але вони дають хиба тільки сирий матеріал до статистичних дослідів. До них треба щойно прикласти цілий математичний апарат теорії статистики, щоби на основі математичних обчислень можна було подати якісь загальні висновки. Щойно математична аналіза статистичних таблиць може довести до якоїсь інтерпретації безлічи числових даних, що їх подибуємо у виказах і білянсах. Математична статистика відкриває звязки між економічними явищами і подає числа, що оцінюють ступінь залежности між економічними фактами. Практик-економіст використовує ці висновки для доцільного організованя економічного життя, а теоретик досліджує причини й наслідки відкритих математиком фактів і формує загальні закони теоретичної економіки.

Це все навело мене на думку подати короткий фрагмент із теорії найновішої статистики і з'їлюструвати деякі статистичні методи на білянсах кооператив приналежних до Ревізійного Союзу Українських Кооператив у Львові.

I.

Буду зазначувати основні поняття теорії статистики символами, що їх увів професор університету в Осло *А. Чуров* у своїй знаменитій монографії: „Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie“ (B. G. Teubner, 1925) і яких уживають, ізаа їх простоти й доцільности, майже всі новіші автори, як нпр. *R. Risser - C. E. Traynard* у своїй книзі „Les principes de la Statistique mathématique“ (Gauthier-Villars, 1933).

Величину x називаємо випадковою змінною величиною¹⁾ k -того ступня, коли ця величина може мати k різних вартостей і коли в все точно означена ймовірність, що вона буде мати якунебудь із тих вартостей. Коли нпр. маємо у скрині 5 карток із числом 1, 3 із числом 2 і 2 із числом 3 і тягнемо на сліпо одну картку, то величина добутого на картці числа може мати три різні вартости: $x_1=1$, $x_2=2$ і $x_3=3$. Притім ймовірність, що буде $x=1$, в рівна $\frac{1}{5}$, ймовірність, що $x=2$, в $\frac{3}{5}$, а ймовірність, що $x=3$, в $\frac{2}{5}$. Отже добуте зі скрині число в випадковою змінною величиною 3-тього ступня.

Припустім, що дві випадкові змінні величини x і y можуть мати вартости:

$$x=x_1, x_2, x_3, \dots x_k$$

$$y=y_1, y_2, y_3, \dots y_l$$

Символом $p_{i|}$ зазначаємо ймовірність, що величина x дістане вартість x_i , а знак $p_{|j}$ це ймовірність, що буде $y=y_j$.

Символ p_{ij} нехай зазначує ймовірність, що $x=x_i$ і рівночасно $y=y_j$.

Знак $p_{i|}^{(1)}$ це ймовірність, що змінна x буде мати вартість x_i , коли вже знаємо, що величина y має вартість y_j , а $p_{|j}^{(1)}$ це ймовірність, що буде $y=y_j$, коли вже знаємо, що $x=x_i$.

Припадкові змінні x і y називаємо стохастично²⁾ незалежними величинами, коли $p_{ij}^{(1)}=p_{i|}$ для $i=1, 2, \dots k$, $j=1, 2, \dots l$. Тоді маємо також: $p_{i|}^{(1)}=p_{i|}$ для $i=1, 2, \dots k$, $j=1, 2, \dots l$.

¹⁾ zufällige variable Grösse.

²⁾ Слово „стохастичний“ (від *στοχάζομαι* = відгадує, додумуюся) має значіння прикметника до назви „теорія ймовірности“. У німецькій мові маємо: *stochastisch-wahrscheinlichkeitstheoretisch*. Тяжко в нашої мові найти відповідний прикметник, що характеризує те все, що відноситься до теорії ймовірности (як нпр. ботаніка-ботанічний).

Достатньою й необхідною умовою незалежності величин x і y є рівність: $p_{ij} = p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}$.

II.

Моментом ступня $f+g$ називаємо математичне сподівання добутка $x^f \cdot y^g$, отже:

$$m_{f|g} = E x^f \cdot y^g = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p_{ij} x_i^f y_j^g.$$

Математичні сподівання:

$$m_{f|g} = E (x - m_{1|0})^f (y - m_{0|1})^g = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p_{ij} (x_i - m_{1|0})^f (y_j - m_{0|1})^g$$

називаємо середніми відхиленнями. Це моменти відносно точки:

$$x_0 = m_{1|0} = \sum_{i=1}^k p_{i\cdot} x_i, \quad y_0 = m_{0|1} = \sum_{j=1}^l p_{\cdot j} y_j.$$

Величини $\mu_{2|0} = \sigma_x^2$ і $\mu_{0|2} = \sigma_y^2$ називаємо дисперсіями величин x і y (це квадрати середніх квадратичних відхилень).

Число $m_{1|0}$ є математичним сподіванням змінної x , а $m_{0|1}$ це математичне сподівання величини y .

Збір усіх можливих вартостей величини x і відповідних імовірностей, що x буде мати котрунебудь із тих вартостей, називаємо законом розділу випадкової величини x .

Колиж маємо дві випадкові змінні величини x і y з їх можливими вартостями і знаємо, яка є ймовірність кожної пари тих вартостей, то кажемо, що знаємо закон залежності обох величин. Отже закон залежності подає всі вартості $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ і $y_1, y_2, y_3, \dots, y_l$ і всі ймовірності p_{ij} для $i=1, 2, \dots, k$ і $j=1, 2, \dots, l$.

Збір усіх вартостей, які може мати величина y тоді, коли знаємо вже, що величина x має якусь точно означену вартість $x=x_i$, і збір усіх імовірностей, що y буде мати котрунебудь із своїх вартостей, (при данім $x=x_i$) називаємо умовним законом розділу величини y . Отже умовний закон розділу величини y (для $x=x_i$) мусить подати вартості величин $p_{ij}^{(i)}$ для $j=1, 2, \dots, l$.

Коли умовний закон розділу величин y є такий самий для всіх вартостей величини x , то y є стохастично незалежне від величини x .

Треба точно відрізнити поняття стохастичної залежності від поняття функційної залежності межі двома величинами. Величина y є функцією величини x , коли є даний закон, на основі якого кожній вартості величини x відповідає якась одна вартість величини y , або коли для якоїсь вартості „аргументу“ x

величина y може мати різні (але точно означені) вартості, причім не можна говорити про ймовірність, що y дістане одну з тих вартостей. Коли нпр. $y = \sqrt{x}$, то для $x=4$, може бути $y = +2$ або $y = -2$, але ту не можна питати, яка є ймовірність, що буде $y = +2$.

Умовним математичним сподіванням величини y називаємо математичне сподівання величини y , коли x має якусь точно означену із своїх можливих вартостей. Означуємо його формулою:

$$E^{(i)} y = \sum_{j=1}^l p_{ij}^{(i)} y_j.$$

Аналогічно означуємо умовне сподівання величини x :

$$E^{(i)} x = \sum_{i=1}^k p_{ij}^{(i)} x_i.$$

Умовне математичне сподівання величини y є функцією величини x :

$$E^{(i)} y = F(x_i).$$

Це рівняння називаємо рівнянням регресії величини y відносно величини x . Рівняння $E^{(i)} x = \Phi(y_j)$ є рівнянням регресії змінної x відносно змінної y . Образи тих рівнянь називаємо лініями регресії. Ті „лінії“ будуть складатися очевидно з поодиноких точок, якщо можливі вартості величин x і y не творять континуум.

Pearson називає змінну y корелятивною (не-) залежною від змінної x , коли умовне математичне сподівання величини y є (не-) залежне від вартості величини x . При корелятивній незалежності величини y від величини x маємо: $E^{(i)} y = \text{const}$, а лінія регресії y відносно x є простою рівнобіжною до осі X .

Із стохастичної незалежності виходить незалежність корелятивна, але з корелятивної незалежності не виходить незалежність стохастична. З корелятивної незалежності величини y відносно x не виходить корелятивна незалежність величини x відносно y .

Можемо також досліджувати середнє квадратичне відхилення величини y при якійсь точно означеній вартості $x = x_i$. Зазначимо його символом $\sigma^{(i)}(y)$. Це є умовне середнє квадратичне відхилення величини y . Рівняння $\sigma^{(i)}(y) = f(x_i)$ називаємо скедастичним рівнянням величини y відносно величини x . Рівняння $\sigma^{(i)}(x) = \varphi(y_j)$ називаємо скедастичним рівнянням величини x відносно величини y . Коли $\sigma^{(i)}(y) = \text{const}$ (для $i=1, 2, \dots, k$), то називаємо величину y гомоскедастичною відносно величини x , коли $\sigma^{(i)}(y) = \text{const}$, то y є гетероскедастичне відносно змінної x .

III.

Основною проблемою теорії стохастичної залежності між двома випадковими змінними величинами є математичне означення тої залежності. Зміна одної величини може менше або більше змінити розподіл можливих вартостей другої величини і їх імовірностей. Отже треба також означити якимсь міру взаємної залежності між двома випадковими змінними величинами.

Pearson увів міру, яку назвав середньою квадратичною стичністю (Mean square Contingency) і яку означив рівністю:

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{\{p_{ij} - p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}\}^2}{p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}}$$

Коли величини x і y є стохастично незалежні, то маємо $p_{ij} = p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}$, отже $\varphi^2 = 0$. Коли y є функцією величини x , то: $l = k$ і маємо: $\varphi^2 = k - 1$.

Отже величина

$$\tau^2 = \frac{1}{V(k-1)(l-1)} \cdot \varphi^2$$

є мірою стохастичної залежності, якої вартість лежить між 0 і 1, залежно від ступня залежності, від повної незалежності аж до функційної залежності. Число τ^2 як міру залежності увів замість φ^2 *А. Чупров*. Коли $k \rightarrow \infty$, $l \rightarrow \infty$, тоді треба в кожному випадку доказати існування границі $\lim \tau^2$.

Найважливішим числом у теорії кореляції є сучинник кореляції означений формулою:

$$r_{1|1} = \frac{\mu_{1|1}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\mu_{1|1}}{V\mu_{2|0} \cdot \mu_{0|2}}$$

Коли x і y є стохастично незалежні, то $r_{1|1} = 0$. Але з рівності $r_{1|1} = 0$ не виходить стохастична незалежність. З другого боку рівність $r_{1|1} = 1$ не є необхідною умовою функційної залежності між x і y . Тільки тоді, коли лінії регресії y відносно x і x відносно y є прості, виходить з рівності $r_{1|1} = 1$ функційна залежність між величинами x і y . Маємо все: $0 \leq r_{1|1} \leq 1$.

Ще іншою мірою залежності є „корелятивне відношення“:

$$\eta^2_{y|x} = 1 - \frac{1}{\mu_{0|2}} \sum_{i=1}^k p_{i\cdot} \mu^{(i)}_{2|2}.$$

Коли регресія є простолінійна, то $r^2_{1|1} = \eta^2_{y|x}$, а в інших випадках є все $r^2_{1|1} < \eta^2_{y|x}$.

Коли $\eta^2_{y|x} = 0$, то x і y є корелятивно незалежні, але для даного $x = x_1$ може бути різна амплітуда змін вартостей величини y

IV.

Для ілюстрації подаю обчислення статистичних сталих на одному конкретному прикладі, де ймовірності є дані а priori. Припустім, що в скрині A є 3 картки з числом 1, дві картки з числом 2 і одна картка з числом 3, а в скрині B є дві картки з числом 1 і одна картка з числом 2. Тягнемо рівночасно одну картку зі скрині A і одну картку зі скрині B . Нехай x зазначає число добуто з скрині A , а літера y нехай зазначає суму чисел добутих з обох скринь. Щоби дослідити стохастичну залежність меж припадковими величинами x і y , випишемо всі можливі випадки. Тому, що в скрині A є 6 карток, а в скрині B є їх 3, дістанемо 18 можливих випадків:¹⁾

$$x = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3.$$

$$z = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2.$$

$$y = 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5.$$

Маємо: $i = 3, j = 4$; $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$; $y_1 = 2, y_2 = 3, y_3 = 4, y_4 = 5$. Число можливих випадків $N = 18$. Зазначім: $\eta_{i|} =$ число випадків, у яких $x = x_i$, $\eta_{|j} =$ число випадків, у яких $y = y_j$, $\eta_{ij} =$ число випадків, у яких $x = x_i$ і рівночасно $y = y_j$.

Кореляційна таблиця.

	$y_1 = 2$	$y_2 = 3$	$y_3 = 4$	$y_4 = 5$	
$x_1 = 1$	6	3			$n_{1 } = \sum_{j=1}^4 n_{1 j} = 9$
$x_2 = 2$		4	2		$n_{2 } = \sum_{j=1}^4 n_{2 j} = 6$
$x_3 = 3$			2	1	$n_{3 } = \sum_{j=1}^4 n_{3 j} = 3$
	$n_{ 1} = 6$	$n_{ 2} = 7$	$n_{ 3} = 4$	$n_{ 4} = 1$	$N = \sum_{i=1}^3 n_{i } = \sum_{j=1}^4 n_{ j} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 n_{ij} = 18$

Табелі ймовірностей.

$$p_{1|} = \frac{1}{2}, \quad p_{2|} = \frac{1}{3}, \quad p_{3|} = \frac{1}{6}, \quad \sum_{i=1}^3 p_{i|} = 1 \quad \text{I.}$$

$$p_{|1} = \frac{1}{3}, \quad p_{|2} = \frac{7}{18}, \quad p_{|3} = \frac{2}{9}, \quad p_{|4} = \frac{1}{18}; \quad \sum_{j=1}^4 p_{|j} = 1$$

¹⁾ Літера z зазначає число добуто з скрині B .

$$p_{11}^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad p_{12}^{(1)} = \frac{1}{3}, \quad p_{13}^{(1)} = 0, \quad p_{14}^{(1)} = 0; \quad \sum_{j=1}^4 p_{1j}^{(1)} = 1 \quad \text{II.}$$

$$p_{11}^{(2)} = 0, \quad p_{12}^{(2)} = \frac{2}{3}, \quad p_{13}^{(2)} = \frac{1}{3}, \quad p_{14}^{(2)} = 0; \quad \sum_{j=1}^4 p_{1j}^{(2)} = 1$$

$$p_{11}^{(3)} = 0, \quad p_{12}^{(3)} = 0, \quad p_{13}^{(3)} = \frac{2}{3}, \quad p_{14}^{(3)} = \frac{1}{3}; \quad \sum_{j=1}^4 p_{1j}^{(3)} = 1$$

$$p_{11}^{(4)} = 1, \quad p_{12}^{(4)} = 0, \quad p_{13}^{(4)} = 0; \quad \sum_{i=1}^3 p_{i1}^{(4)} = 1 \quad \text{III.}$$

$$p_{21}^{(2)} = \frac{3}{7}, \quad p_{22}^{(2)} = \frac{4}{7}, \quad p_{23}^{(2)} = 0; \quad \sum_{i=1}^3 p_{i2}^{(2)} = 1$$

$$p_{21}^{(3)} = 0, \quad p_{22}^{(3)} = \frac{1}{2}, \quad p_{23}^{(3)} = \frac{1}{2}; \quad \sum_{i=1}^3 p_{i2}^{(3)} = 1$$

$$p_{21}^{(4)} = 0, \quad p_{22}^{(4)} = 0, \quad p_{23}^{(4)} = 1; \quad \sum_{i=1}^3 p_{i2}^{(4)} = 1$$

$$p_{11|1} = \frac{1}{3}, \quad p_{11|2} = \frac{1}{6}, \quad p_{11|3} = 0, \quad p_{11|4} = 0; \quad \sum_{j=1}^4 p_{1j|1} = p_{11} \quad \text{IV.}$$

$$p_{21|1} = 0, \quad p_{21|2} = \frac{2}{9}, \quad p_{21|3} = \frac{1}{9}, \quad p_{21|4} = 0; \quad \sum_{j=1}^4 p_{2j|1} = p_{21}$$

$$p_{31|1} = 0, \quad p_{31|2} = 0, \quad p_{31|3} = \frac{1}{9}, \quad p_{31|4} = \frac{1}{9}; \quad \sum_{j=1}^4 p_{3j|1} = p_{31}$$

$$\sum_{i=1}^3 p_{i1|1} = p_{11}, \quad \sum_{i=1}^3 p_{i1|2} = p_{12}, \quad \sum_{i=1}^3 p_{i1|3} = p_{13}, \quad \sum_{i=1}^3 p_{i1|4} = p_{14}$$

Табеля математичних сподівань.

$$\begin{aligned} E y^{(1)} = \frac{7}{8}, \quad E y^{(2)} = \frac{10}{8}, \quad E y^{(3)} = \frac{13}{8}; \quad E y = 3 \\ E x^{(1)} = 1, \quad E x^{(2)} = \frac{11}{7}, \quad E x^{(3)} = \frac{5}{2}, \quad E x^{(4)} = 3 \quad E x = \frac{5}{3} \end{aligned} \quad \text{V.}$$

Табеля моментів.

$$\begin{aligned} m_{1|0} = \frac{5}{3}, \quad m_{0|1} = 3, \quad m_{0|2} = \frac{8}{9}, \quad m_{1|1} = \frac{5}{9}, \quad m_{2|0} = \frac{10}{9}. \\ \mu_{1|0} = 0, \quad \mu_{0|1} = 0, \quad \mu_{0|2} = \frac{7}{9}, \quad \mu_{1|1} = \frac{5}{9}, \quad \mu_{2|0} = \frac{5}{9}. \end{aligned} \quad \text{VI.}$$

$$\text{Дисперсії:} \quad \sigma_x^2 = \mu_{2|0} = \frac{5}{9}, \quad \sigma_y^2 = \mu_{0|2} = \frac{7}{9}.$$

З таблиці математичних сподівань дістаємо рівняння регресії:
 $E y^{(i)} = x_i + \frac{4}{3}$. Бачимо, що лінія регресії y відносно x є простою.

Коли регресію x відносно y представимо рівнянням третього ступня, дістаємо параболу третього ступня:

$$E x^{(i)} = -\frac{1}{8} y_j^3 + \frac{1}{4} y_j^2 - \frac{5}{8} y_j + \frac{5}{4}.$$

Наближена лінійна регресія x відносно y має форму:

$$E x^{(i)} = \frac{5}{7} y_j - \frac{1}{2}.$$

Табеля відносних моментів.

$$\mu_{12}^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad \mu_{12}^{(2)} = \frac{2}{3}, \quad \mu_{12}^{(3)} = \frac{2}{3}.$$

$$\mu_{21}^{(1)} = 0, \quad \mu_{21}^{(2)} = \frac{1}{3}, \quad \mu_{21}^{(3)} = \frac{1}{3}, \quad \mu_{21}^{(4)} = 0.$$

Із цієї таблиці бачимо, що y є відносно x гомоскедастичне, а x відносно y гетероскедастичне.

$$\text{Сучинник кореляції: } r_{11} = \sqrt{\frac{5}{7}} = 0,845$$

$$\text{Сучинники регресії: } b_{11} = \frac{5}{7}, \quad b_{11} = 1.$$

$$\text{Відношення кореляції: } \eta_{y|x}^2 = \frac{5}{7}, \quad \eta_{x|y}^2 = \frac{5}{7}.$$

Маємо $\eta_{x|y} = r_{11}$, бо регресія y відносно x є лінійна.

$$\text{Середня квадратична стичність: } \varphi^2 = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Сучинник Чупрова: } r^2 = \frac{43}{42 \sqrt{6}} = 0,418.$$

V.

Розгляньмо тепер корелятивну залежність меж коштів адміністрації й оборотами за 1935-ий рік звичайних кооператив для закупу і збуту об'єднаних в окружних осередках тернопільського воєводства¹⁾. Не вчислюю ту гуртівень, кооператив з молочарськими відділами, ані кредитових кооператив. Розглядаю тільки кооперативи розміщені в „Білянсах“ під знаком 8 а) і з них відкидаю ще кількадесят кооператив, що їх обороти є більші як 25.500 зл., або кошти адміністрації більші як 1.850 зл. Ті неузгоджені кооперативи занадто рідко розсіяні в корелятивній таблиці й тому не можна до них прикладати статистичних метод дослідів.

У корелятивній таблиці будемо зазначувати літерою x оборот кооперативи (в тисячах золотих), а літерою y кошти адміністрації (у сотках золотих). Позиція $x = n$ обіймає кооперативи, що їх обороти лежать у межах: $1000 n - 500 < x < 1000 n + 500$, а позиція $y = m$ обіймає кооперативи, що їх кошти адміністрації лежать у межах: $100 m - 50 < y < 100 m + 50$.

Треба пам'ятати, що корелятивна таблиця є тут емпірична і тому всі ймовірності не будуть дані а priori. Висновується їх вартість з числових даних таблиці на основі закону великих чисел. Корелятивні параметри буду обчислювати так, якби ймовірності були дані а priori, отже поминаю (впрочім дуже малі) систематичні похибки при обчислюванню корелятивних сталих з емпіричного матеріалу.

¹⁾ Біляни кооператив приналежних до Ревізіяного Союзу Українських Кооператив у Львові, об'єднаних в окр. осередках терноп. воєв. Львів, 1936. Накладом Рев. Союзу Укр. Кооп. у Львові.

Кореляційна таблиця.

$y \backslash x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Σ
1	1	1																	2
2	1	1																	4
3	1	1	2	1															14
4			4	3	4	1													8
5	1		2	3	8	2													17
6			1	7	5	5	2												20
7			1	6	8	12	3	1											31
8				1	6	9	9	4	2	2									33
9					3	10	15	10	3	2	1	2							46
10					1	3	18	11	11	1	2	1	2						47
11					1	1	7	10	12	3	1	1							35
12						4	7	8	11	5	1	2	2	1	1				42
13							1	6	14	9	3	6		1		1			41
14							2	7	6	11	5	6	2	1			1		41
15							1	4	3	2	8	3		2					23
16							2	2	4	5	6	1	4	1	2				27
17					1				5	3	3	4	4	1	3	1			25
18										2	3	3	2	1	1				12
19								1	2	5	5	5		5		3			26
20											2	3	3	7	3	2	1		21
21					1				1	3	2	2	5	4	4	1	4		27
22								1					4	3	2	1	2	1	14
23												3		1	1	1		2	8
24													1	1	1	1	1	1	6
25										1						2		3	6
Σ	4	2	10	25	41	48	67	65	74	54	42	40	28	29	18	13	9	7	576

Середні (аритметичні) вартості: $m_{10} = 12,7$; $m_{01} = 9$.

Дисперсії: $\sigma_x^2 = 28,5$; $\sigma_y^2 = 12$.

Сучинники регресії: $b_{11} = 1,28$; $b_{12} = 0,54$.

Сучинник кореляції: $r_{11} = 0,83$.

Середня квадратична стичність: $\varphi^2 = 2,76$.

Сучинник Чупрова: $\tau^2 = 0,14$.

Із корелятивної таблиці і (докладніше) з великої вартості сучинника r_{11} бачимо (впрочім самозрозумілий факт), що кошти адміністрації є позитивно залежні від оборотів. Легко також вияснити причину великих вартостей дисперсій. Рішає тут велика різнородність числа населення і маєткового стану галицьких сіл. Сучинники, що я їх обчислив, не дають ще змоги висновувати якісь глибші залежності між поодинокими пози-

ціями кооперативних білянсів. Требаби ще прослідити залежність коштів адміністрації від інших даних білянсів, напр. від величини товарових кредитів або від величини уділів. Треба направити деякі друкарські похибки і зверифікувати евентуальні позиції, що є наслідком т. зв. „фабрикації“ білянсів. Цікаві булиби зміни вартостей статистичних сучинників, колиб брати під розвагу кооперативи всіх воєвідств, дослідити залежність даних білянсів від майна громад, від величини консумції алькоголю, від флюктуацій вартости гроша і порівнати статистичні параметри українських кооператив з відповідними статистичними сталими білянсів кооператив необ'єднаних Ревіз. Союзом Українських Кооператив. Економісти моглиби через інтерпретацію математичних даних не тільки стверджувати факти економічного розвитку, але й находити вказівки для практичної роботи.

Я хотів тут подати тільки малий фрагмент з приложення математичної статистики до економіки для ілюстрації основних понять і методи досліду модерної статистики.