Zur Frage nach den Summenregeln in "erzwungenen" Dipolmultipletts.

Die "verbotenen" Spektrallinien werden bekanntlich entweder der spontanen elektrischen Quadrupolstrahlung oder der magnetischen Dipolstrahlung oder der "erzwungenen" Dipolstrahlung zugeschrieben. Das Erfülltsein der Summenregeln für die Intensitäten und Übergan gswahrscheinlichkeiten der Quadrupolmultipletts wurde von Rubinowicz1) bewiesen. Auf Grund vollkommener Analogie zwischen den Intensitätsformeln für elektrische und magnetische Dipolstrahlung²) ist zu erwarten, dass auch für die Intensitäten der normalen magnetischen Dipolmultipletts die Summenregeln bestehen-Die Summenregeln sind also erfüllt für alle bisher bekannten spontanen Übergänge. Das Bestehen der Summenregeln für die "erzwungenen" Dipolmultipletts wurde von Ornstein und Burgers) und von Sambursky4) auf dem experimentellen Wege mit verschiesenen Versuchsergebnissen untersucht. Die Messungen von Orndtein und Burger ergeben die Intensitätsverhältnisse im Cd-Triplett 2°P-4°F 1:3:2:1. Dagegen hat Sambursky auf Grund der Intensitätsmessungen in den "erzwungenen" Dubletts 2²P-3²P des Ag I und 2²P-4²F des Cu I vermutet, dass die Summenregeln in "erzwungenen" Multipletts nicht erfüllt sind. Den Gegenstand der vorliegenden Notiz bildet die Untersuchung der Erfüllbarkeit der Summenregeln in normalen "erzwungenen" Dipolmultipletts.

Die allgemeinen Formeln für Übergangswahrscheinlichkeiten in "erzwungenen" Dipollinien im Falle eines Einelektronenatoms sind am anderen Orte gegeben⁵). Bei Behaltung der dort benutzten Be-

zeichnungen sind sie in der Form:

$$\begin{split} W_{J+2}^{J} &= \frac{2}{3} \varepsilon^2 F^2 \Big(C_{J+2}^{J} \Big)^2 (J+1)(J+2)(2J+1)(2J+3)(2J+5), \\ W_{J+1}^{J} &= \frac{1}{3} \varepsilon^2 F^2 (J+1)(2J+1)(2J+3) \Big[\Big(C_{J+1}^{J} \Big)^2 J \Big(J+2 \Big) + \Big(D_{J+1}^{J} \Big)^2 \Big], \end{split}$$

A. Rubinowicz, Zs. f. Phys. 65, 662, 1930.
 Vgl. H. C. Brinkman, Dissertation Utrecht, 1932.
 L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Die Naturwiss. 15, 32, 1927.
 S. Sambursky, Zs. f. Phys. 68, 774, 1931.
 B. Milianczuk, Acta Phys. Polon. III, 123, 1984.

$$\begin{split} W_J^J &= \varepsilon^2 F^2 (2J+1) \Big\{ \frac{4}{9} \Big(C_J^J \Big)^2 J(J+1) \; (2J-1)(2J+3) + 2J(J+1) + \\ &\frac{1}{3} \Big(D_J^J \Big)^2 J(J+1) + 2 \Big[\Big({}^J A_{+1} + {}^J B_{+1} \Big) \Big(J+1 \Big)^2 + \Big({}^J A_{-1} + {}^J B_{-1} \Big) J^2 &+ \\ &+ \frac{2}{3} \, C_J^J J(J+1) \Big]^2 & (1) \\ W_{J-1}^J &= \frac{1}{3} \, \varepsilon^2 F^2 J \; (2J-1) \; (2J+1) \Big[\Big(C_{J-1}^J \Big)^2 \Big(J^2-1 \Big) + \Big(D_{J-1}^J \Big)^2 \Big], \\ W_{J-2}^J &= \frac{2}{3} \, \varepsilon^2 F^2 (J-1) \; J \; (2J-3)(2J-1)(2J+1) \end{split}$$

darstellbar.

Wir wollen die Formeln (1) auf das Mehrelektronenatom verallgemeinern. Für normale Multipletts lassen sich $a_{n_1,L_1,J_1}^{n_1,L_2,J_1}$ in der Form

$$\alpha_{n_1,L_1,J_1}^{n,L,J} = \beta_{L_1,J_1}^{L,J}, \gamma_{n_1,L_1}^{n,L}$$

darstellen 1 1), worin $\gamma_{n_1,L_1}^{n,L}$ nur von n,L,n_1,L_1 abhängen und $\beta_{L',J}^{L,J'}$ durch

$$\beta_{J,L}^{J,L} = \frac{R(J,L)}{J(J+1)}$$

$$\beta_{J-1,L}^{J} = \beta_{J-1,L}^{J-1,L} = -\frac{\sqrt{P(J+L)}Q(J-L-1)}{J\sqrt{(J-1)(J+1)}}$$

$$\beta_{J,L-1}^{J,L} = \beta_{J,L}^{J,L-1} = \frac{\sqrt{P(J+L)}Q(J-L)}{J(J+1)}$$

$$\beta_{J-1,L-1}^{J-1,L} = \beta_{J-1,L}^{J} = \frac{\sqrt{Q(J-L-1)}Q(J-L)}{J\sqrt{(2J-1)}(2J+1)}$$

$$\beta_{J-1,L-1}^{J} = \beta_{J-1,L-1}^{J-1,L-1} = \frac{\sqrt{P(J+L-1)}P(J+L)}{J\sqrt{(2J-1)}(2J+1)}$$

gegeben. Die Ausdrücke P(J+L), Q (J-L) und R (J,L) sind durch

$$P(J+L) = (J+L)(J+L+1) - S(S+1),$$

$$Q(J-L) = S(S+1) - (J-L)(J-L+1),$$

$$R(J,L) = J(J+1) + L(L+1) - S(L+1)$$
(3)

pestimmt. J, L, S sind die resultierenden Quantenzahlen.

¹⁾ L. Rosenfeld, Zs. f. Phys. 57, 835, 1929.

Aus (1), (2) und (3) ergeben sich die allgemeinen Formeln für die Intensitäten in normalen "erzwungenen" Dipolmultipletts. Aus der Abhängigkeit der Koeffizienten $^{J_1}A_{\pm \nu}$ und $^{J_1}B_{\pm \nu}$ von J in Gl. (5), (6) und (7) der oben zitierten Arbeit folgt ohne weiteres, dass die Summenregeln in "erzwungenen" Dipolmultipletts im allgemeinen nicht erfüllt sind.

Wir nehmen an, dass die Feinstrukturaufspaltungen der Terme E(n,L,J), E(n',J',L') und $E(n_1,L_1,J_1)$ im Vergleich mit den Termaufspaltungen E(n,L,J)-E(n',L',J') und $E(n_1,L_1,J_1)-E(n',L',J')$ klein sind. Dann werden die Koeffizienten $^{J_1}A_{\pm\nu}$ und $^{J_1}B_{\pm\nu}$ in erster Näherung von J unabhängig. Für den Übergang $L\longrightarrow L\pm 2$ ergeben sich dann die Relationen:

$$D_{J-1}^{J} = D_{J+1}^{J} = D_{J}^{J} = 0.$$
 (4)

Für die Intensitäten im Falle eines Übergangs $L \longrightarrow L \pm 2$ erhält man dann nach einiger Umrechnung die Formeln (bis auf

den gemeinsamen Faktor
$$3\left\{\sum_{n'} \frac{\gamma_{L-1,n'}^{L,n} \cdot \gamma_{L-2,n_1}^{L-1,n'}}{E(n,L)-E(n',L-1)} + \frac{1}{\sum_{n'} \frac{\gamma_{n_1,L-2}^{n_1,L-2} \cdot \gamma_{n_1,L-1}^{n_1,L-2}}{E(n_1,L-2)-E(n',L-1)}}{\frac{\gamma_{n_1,L-1}^{n_1,L-2} \cdot \gamma_{n_1,L-1}^{n_1,L-1}}{E(n_1,L-2)-E(n',L-1)}}\right\}$$
:

$$W_{J-2}^J = \frac{P(J+L-3)P(J+L-2)P(J+L-1)P(J+L)}{(J-1)J(2J-1)(2J+1)},$$

$$W_{J-1}^J = 2\frac{P(J+L-2)P(J+L-1)P(J+L)Q(J-L)}{(J-1)J(J+1)(2J-1)},$$

$$W_{J}^J = 6\frac{P(J+L-1)P(J+L)Q(J-L)Q(J-L+1)}{J(J+1)(2J-1)(2J+3)},$$

$$W_{J+1}^J = 2\frac{P(J+L)Q(J-L)Q(J-L+1)Q(J-L+2)}{J(J+1)(J+2)(2J+1)},$$

$$W_{J+2}^J = \frac{Q(J-L)Q(J-L+1)Q(J-L+2)Q(J-L+3)}{(J+1)(J+2)(2J+1)(2J+3)}.$$
(5)

Ähnlich berechnet man die Intensitätsformeln für $L \longrightarrow L+2$. Sie stimmen mit den von Rubinowicz¹) für Quadrupolmultipletts gegebenen überein. Bezeichnet man mit $V_{L,J}^{L,J}$ die Übergangswahrscheinlichkeit für eine "erzwungene" Dipollinie, die einem Übergange $L,J \longrightarrow J'$, $L\pm 2$, entspricht, so bestehen die Summenregeln:

$$\boldsymbol{V}_{\mathbf{L}'\mathbf{J},-2}^{\mathbf{L},\mathbf{J}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{L}',\mathbf{J}-1}^{\mathbf{L},\mathbf{J}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{L}'\mathbf{J},+}^{\mathbf{L},\mathbf{J}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{L}'\mathbf{J},+1}^{\mathbf{L},\mathbf{J}} + \boldsymbol{V}_{\mathbf{L},\mathbf{J},+2}^{\mathbf{L},\mathbf{J}} = \boldsymbol{V}_{\mathbf{L}_{1}}^{\mathbf{L}}$$

¹⁾ A. Rubinowicz, a. a. O.

$$\begin{array}{l} _{-}g_{\mathrm{J}=2}V_{\mathrm{L}',\mathrm{J}}^{\mathrm{L},-2} + g_{\mathrm{J}-1}V_{\mathrm{L}',\mathrm{J}}^{\mathrm{L},\mathrm{J}-1} + g_{\mathrm{J}}V_{\mathrm{L}',\mathrm{J}}^{\mathrm{L},\mathrm{J}} + g_{\mathrm{J}+1}V_{\mathrm{L}',\mathrm{J}}^{\mathrm{L},\mathrm{J}+1} + \\ & + g_{\mathrm{J}+2}V_{\mathrm{L}',\mathrm{J}}^{\mathrm{L},\mathrm{J}+2} \! = \! \overline{V}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{L}'} \end{array}$$

 $V_{L_1}^L$ und $\overline{V}_{L'}^L$ sind von der inneren Quantenzahl J unabhängig und g_J bezeichnet das statistische Gewicht eines stationären Zustandes mit der inneren Quantenzahl J. Die Richtigkeit der Summenregeln wurde (für betrachtete Näherung) durch Versuchsergebnisse von Ornstein und Burger bestätigt. Wie eine genauere Rechnung zeigt, lassen sich diese Summenregeln, unter denselben Annahmen auch auf die Übergänge $L \longrightarrow L \pm 1$ und $L \longrightarrow L$ verallgemeinern.

Es ist mir eine angenehme Pflicht Herrn Prof. Dr. S. Szczeniowski für sein förderndes Interesse an meiner Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Lemberg, Institut für theoretische Physik der Universität.