М. МИХАЛЬСЬКИЙ (Одеса).

## Оцінка забурень деякіх астероїдів через Марса, Землю, Венеру та Меркурія.

Для орбіти забурюваного астероїда $p'$ на початкову епоху $t_0$ маємо початкові елементи: $a'$—більша піввісь, $e'$—ексцентричність ($e'=sin\ \psi'$), $\varphi'$—нахил, $\Theta'$— довгота вступаючого вузла, $\tilde{\omega}'$—довгота перігелія, $\varepsilon'$—середня довгота епохи $t_0$, $n'$—середній добовий рух; середня довгота астероїда на епоху $t$ буде $l'$; незабурена середня довгота астероїда на епоху $t$ буде $l_0'=\varepsilon'+n'(t-t_0)$, де $(t-t_0)$ виображається в середніх сонцевих добах. Маса астероїда є $m'=0$.

Для орбіти забурюючої планети $P$ (Марс ♂, Земля ♁, Венера ♀ або Меркурій ☿), будемо користуватися з аналогічних означень (тільки без черток у горі): $a$, $e$, $\psi$, $\varphi$, $\Theta$, $\tilde{\omega}$, $\varepsilon$, $n$, $l$, $l_0$, $m$.

Через $\delta a'$, $\delta e'$ $\delta\varphi'$, $\delta\Theta'$, $\delta\tilde{\omega}'$ $\delta\varepsilon'$, $\delta n'$, $\delta l'$ будемо визначати забурення (першого порядку щодо маси $m$) елементів астероїда, що залежать від планети $P$ та одержуються за час $(t-t_0)$. Елементи орбіти планет $p'$ й $P$ будемо відносити до середньої екліптики епохи $T_0$.

Ми будемо тут розглядати в зв'язку з планетою $P$ такий астероїд, що для нього: 1) елементи $e'$ й $\varphi'$ малі, 2) відношення $\frac{a}{a'}=\alpha$ є невелике (приблизно $\alpha \leq 0,3$), при чому величина $i'n'-n$ значно відрізняється від нуля (приблизно $|i'n'-n| \gtrless 100''$), коли ціле число $i'>5$.

Остання умова показує, що тоді довгоперіодичні члени відповідної пертурбаційної функції $R'$ будуть не нижче 5-ого порядку відносно малих величин $e$, $e'$, $\varphi$, $\varphi'$; а членами такого високого порядку ми можемо нехтувати. Такого типу астероїд ми будемо визначати через $\Gamma_P$ (де $P=$ ♂, ♁, ♀ або ☿).

Легко помітити, що для астероїда $\Gamma_♂$ (себто, коли розглядаються забурення астероїда від Марса) повинно бути $n' \leq 350''$; для астероїда $\Gamma_♁$ повинно бути $n' \leq 680''$; для астероїда $\Gamma_♀$ повинно бути $n' \leq 1100''$; для астероїда $\Gamma_☿$ повинно бути $n' \leq 1500''$. До типу астероїда $\Gamma_♂$ належить невелика кількість малих планет (наприклад астероїди троянської групи, з малими елементами $e'$ й $\varphi'$). До типу астероїда $\Gamma_♀$ можна віднести приблизно 20% усіх малих планет (наприклад: *Hygie* (10), *Thémis* (24), *Doris* (48), . . .). До типу $\Gamma_♀$ й $\Gamma_☿$ належать майже усі астероїди (з малими елементами $e'$ й $\varphi'$). Таким чином взагалі знайдеться багато малих планет, що відповідають умовам астероїда $\Gamma_P$.

Щоб оцінити вікові та короткоперіодичні забурення астероїда $\Gamma_P$ планетою $P$ (=♂,♁,♀,☿), можна очивидно застосувати формули *(C)* абсолютних забурень, що я дістав їх для троянця *Nestor*'a (659) (Astronomische Nachrichten, B. 238, N 5694; цю статтю для короткости будемо означати через „M"[1]). Ці формули досить близько відповідають методі механічної квадратури (варіяція довільних постійних). Таким чином, комбінуючи формули *(C)* з методою механічної квадратури, можна значно скоротити обчислення забурень астероїда від усіх великих планет; наприклад забурення від ♁,♂,♃, . . .обчислюємо механічною квадратурою а забурення від ♀ й ☿ за формулами *(C)*[2].

Формули *(C)* застосуймо наприклад для обчислення забурень астероїда *Polyhymnia* (33) Землею, хоч цей астероїд й не зовсім підходить під тип $\Gamma_{♁}$ (для нього $n' = 733''$, $a = 0{,}35$, а елемент $\psi' \backsim 20^0$). Беремо початкову епоху $t_0 = 1873$ July 17,0 (Mean time Berlin); для цеї епохи елементи $a'$ $e'$ . . .для астероїда беремо з дослідів Newcomb'a: „On the mass of Jupiter and the orbit of Polyhymnia" (Astronomical Papers of the American Ephemeris, Vol. V, p. 391); елементи $a$, $e$, . . . для Землі беремо наприклад із моїх дослідів „M" (після відповідної редукції).

Тоді згідно з формулами *(C)* дістанемо:

$$\delta\varphi' = 0, \quad \delta\Theta' = -0''.0002(t-t_0),$$

$$\begin{aligned}
\delta n' &= +0''.0188 - 0''.0136 \cos(l_0' - l_0) - 0''.0002 \cos(l_0' - 2l_0 + 101^0) - \\
&\quad - 0''.0066 \cos(2l_0' - l_0 + 18^0), \\
\int\!\!\int = \delta\varrho' &= -0''.4 + 0''.0188(t-t_0) + 1''.0 \sin(l'_0 - l_0) + 0''.7(2l_0' - l_0 + 18^0), \\
\delta\varepsilon' &= 1''.1 + 0''.0049\,(t-t_0) - 2''.7 \sin(l_0' - l_0), \qquad \text{(D')} \\
\delta\tilde{\omega}' &= +4''.8 + 0''.00021\,(t-t_0) + 1''.8 \sin(l_0' + 18^0) + 4''.6 \sin(l_0 + 18^0) + \\
&\quad + 2''.2 \sin(2l_0' - l_0 + 18^0) + 2''.1 \sin(3l_0' - l_0 + 36^0), \\
\delta\psi' &= -2''.0 + 1''6 \cos(l^0 + 18^0) + 0''.9 \cos(2l_0' - l_0 + 18^0),
\end{aligned}$$

де $l_0' = 319^0 + 732''.8175\,(t-t_0)$, $l_0 = 295^0 + 3548''.19283\,(t-t_0)$.

За формулами (D'), наприклад для момента $t = 1888$ November 8 (Greenwich mean midnight) матимемо такі забурення нашого астероїда Землею:

$\delta n' = 0''.000$, $\int\!\!\int = +104''$, $\delta\varepsilon' = +30''$, $\delta l' = \delta\varepsilon' + \int\!\!\int = +134$, $\delta\tilde{\omega}' = +13''$, $\delta\psi' = 0''$.

Для тогож самого моменга $t$ механічна квадратура (дослід Newcomb'a, p. 427) дає:

$\delta n' = +0''002$, $\int\!\!\int = +102''$, $\delta\varepsilon' = +31''$, $\delta l' = \delta\varepsilon' + \int\!\!\int = +133''$, $\delta\tilde{\omega}' = +16''$, $\delta\psi' = -1''$.

---

[1]) В формулах *(C)* на стор 93—94 треба виправити такі друкарські помилки: [1]) у 2-м рядку вгорі після . . . $\sin(2\varepsilon' - \varepsilon - \tilde{\omega}')$] треба поставити — замість +, 2) у 6-м рядку після . . . $\sin(3l_0' - l_0 - 2\tilde{\omega})$ треба поставити — замість +.

2) Треба зауважити, що для ☿ інтервал механічної квадратури доводиться брати дуже малий, не більше як 10 день (для Венери — не більше як 20 день); 40 — денний інтервал для цих обох планет ніяк не підходить, хоч його й вказують автори (наприклад Tisserand: Traité de la Méc. cél. T. IV, p. 192).

Ми помічаємо, що навіть для астероїда (33) формули (C) абсолютних забурень дають результати, близькі до результатів механічної квадратури. Тому цілком незрозуміло, длячого Newcomb вводив в результати механічної квадратури (що відносяться до Землі) поправку $+1''.27-0''.024963\,t$, про яку він говорить на сторінці 401 свого досліда. Ця поправка відповідає (приблизно) сумі постійних та вікових членів для $\delta\varrho'$ та $\delta\varepsilon'$ (а саме — в наших формулах (D′), — величині $+0''.7+0''.0237\,(t-t_0)$), взятої із знаком мінус. Виходить, що взагалі Newcomb, обраховуючи забурення, що походять від Землі, для інтеґрала $\int_{t_0}^{t} dF(t)$ брав тільки змінний член $F(t)$, замість повної ріжниці $F(t)-F(t_0)$[1]. Через те рядок (4) у таблиці V дослідів Newcomb'а має систематичну похибку (досить значну для середньої довготи астероїда); отже значіння для маси Юпітера, що одержав в цім досліді Newcomb, мені здається за недосить певне[2]. Таким чином нові досліди про масу Юпітера набувають цілком актуального значіння. В таких дослідах доводиться брати на увагу забурення астероїда, спричинені усіми великими планетами; тут, я сподіваюся, й можуть стати в пригоді формули (C) статті „M“.

---

У відповідних випадках астероїдів (не типа $\Gamma_P$) можуть бути значні довгоперіодичні члени пертурбаційної функції $R'$, 3-ого й 4-ого порядку що до малих $e, e', \varphi, \varphi'$. Коли астероїд $p'$ підлягає довгоперіодичним забуренням від планети $P(=$ ♂, ♁, ♀ або ☿) зазначених порядків, при чому $\alpha = \frac{a}{a'}$ не дуже значне (приблизно $\alpha \leq 0.35$), то відповідні головніші члени пертурбаційної функції будуть такі:

$$\frac{1}{fm}.R'_{(3)} = \left(-\frac{a'}{3a^2}+\frac{16}{3}\frac{a}{a'^2}\right).e'^3.\cos\,(4l_0'-l_0-3\tilde{\omega}')^{3}), \qquad (B_{(3)})$$

$$\frac{1}{fm}.R'_{(4)} = \frac{3125}{384}\frac{a}{a'^2}.e'^4.\cos\,(5l_0'-l_0-4\tilde{\omega}')\ ^{4}) \qquad (B_{(4)})$$

Тоді формули (A) статті „M“ дають такі додаткові члени забурень:

---

[1]) Tisserand теж покладає $(\delta\varrho')_{\text{secul.}}=0$ (Tr. de Méc. cél., T. I, p. 338), що як бачимо, не відповідає механічній квадратурі.

[2]) У останньому досліді (що до маси Юпітера) Osten'а за цю похибку не згадується (Astronomische Nachrichten, B. 232, N 5557).

Треба зауважити, що значіння Юпітерової маси, що одержав Newcomb, війшло в його дальші фундаментальні досліди (напр. Astronomical Papers of the American Ephemeris, Vol. VI).

[3]) Le Verrier, Annales de l'Observatoire Impérial de Paris, T. I, p. 274, 287.

[4]) Ibidem, p. 291.

$$\delta\varphi'_{(3)}=0,\ \delta\Theta'_{(3)}=0,\ \delta n'_{(3)}=\frac{4mn'^2}{4n'-n}\cdot\frac{a'^3-16a^3}{a'a^2}\cdot$$

$$\cdot e'^3[\cos(4l'_0-l_0-3\tilde{\omega}')-\cos(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')],$$

$$\delta\varrho'_{(3)}=\frac{4mn'^2}{(4n'-n)^2}\cdot\frac{a'^3-16a^3}{a'a^2}.e'^3.[\sin(4l'_0-l_0-3\tilde{\omega}')-\sin(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')]-$$

$$-\frac{4mn'^2}{4n'-n}\cdot\frac{a'^3-16a^3}{a'a^2}.e'^3.\cos(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')].(t-t_0)$$

$$\delta\varepsilon'_{(3)}=\frac{2}{3}\cdot\frac{a'^3+32a^3}{a'a^2}\cdot\frac{mn'}{4n'-n}.e'^3[\sin(4l'_0-l_0-3\tilde{\omega}')-\sin(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')],$$

$$(C_{(3)})$$

$$\delta\tilde{\omega}'_{(3)}=-\frac{a'^3-16a^3}{a'a^2}\cdot\frac{mn'}{4n'-n}.e'[\sin(4l'_0-l_0-3\tilde{\omega}')-\sin(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')],$$

$$\delta e'_{(3)}=-\frac{a'^3-16a^3}{a'a^2}\cdot\frac{mn'}{4n'-n}.e'^2[\cos(4l'_0-l_0-3\tilde{\omega}')-\cos(4\varepsilon'-\varepsilon-3\tilde{\omega}')].$$

$$\delta\varphi'_{(4)}=0,\ \delta\Theta'_{(4)}=0,\ \delta n'_{(4)}=-\frac{15625}{128}\cdot\frac{mn'^2}{5n'-n}\cdot\frac{a}{a'}.e'^4[\cos(5l'_0-l_0-4\tilde{\omega}')-$$

$$-\cos(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}')],$$

$$\delta\varrho'_{(4)}=-\frac{15625}{128}\cdot\frac{mn'^2}{(5n'-n)^2}\cdot\frac{a}{a'}.e'^4[\sin(5l'_0-l_0-4\tilde{\omega}')-\sin(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}')]+$$

$$+\frac{15625}{128}\cdot\frac{mn'^2}{5n'-n}\cdot\frac{a}{a'}.e'^4\cos(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}').(t-t_0),\qquad (C_{(4)})$$

$$\delta\varepsilon'_{(4)}=\frac{3125}{96}\cdot\frac{mn'}{5n'-n}\cdot\frac{a}{a'}.e'^4[\sin(5l_0'-l_0-4\tilde{\omega}')-\sin(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}')],$$

$$\delta\tilde{\omega}'_{(4)}=\frac{3125}{96}\cdot\frac{mn'}{5n'-n}\cdot\frac{a}{a'}e'^2[\sin(5l'_0-l_0-4\tilde{\omega}')-\sin(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}')],$$

$$\delta e'_{(4)}=\frac{3125}{96}\cdot\frac{mn'}{5n'-n}\cdot\frac{a}{a'}.e'^3[\cos(5l'_0-l_0-4\tilde{\omega}')-\cos(5\varepsilon'-\varepsilon-4\tilde{\omega}')].$$

Але я не маю відповідного матеріялу (здобутого методом механічної квадратури), щоб оцінити, оскільки ці формули (разом з формулами (С)) можуть бути корисні.