

# **ХІМІЯ. ХІМІЧНА, БІОЛОГІЧНА ТА ХАРЧОВА ТЕХНОЛОГІЇ**

УДК 66.063.8:532.5

**І. Лучейко, канд. техн. наук; М. Ямко, канд. техн. наук; Ю. Підгайний**  
*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ЕФЕКТ ЗМЕНШЕННЯ ПУСКОВОЇ ПОТУЖНОСТІ МІШАЛКИ ЗІ СПІРАЛЬНИМИ ЛОПАТЯМИ ПОРІВНЯНО З РАДІАЛЬНИМИ**

*Аналітично доведено, що спіральньо-лопатева мішалка відносно радіальної має меншу пускову потужність. Обчислена верхня межа ефекту складає ~50%. Показано, що збільшенням кривизни лопатей можна суттєво зменшити і пускове перевантаження, однак за рахунок порівняно негативного росту матеріалоемності мішалки. Наведено схему розрахунку конкретної конфігурації лопаті за допустимою величиною перевантаження.*

Апарати з мішалками для перемішування рідких середовищ, вирівнювання температури, диспергування краплин рідини чи бульбашок газу, інтенсифікації тепло- та масообміну знаходять широке застосування в різних галузях промисловості та лабораторній практиці при проведенні вельми різноманітних технологічних процесів (принагідно зазначимо, що робочі органи багатьох механізмів, зокрема відцентрових pomp, корабельних гвинтів і т.п., є своєрідними «змішувальними пристроями») [1-3].

Приводом для мішалки практично завжди служить електродвигун, звичайно асинхронний, величину номінальної потужності якого розраховують із врахуванням так званих „пускових перевантажень” [1]. При пуску двигуна через різке збільшення потужності в початковий період обертання мішалки й, отже, сили струму в двигуні понад номінальне значення проходить інтенсивне виділення тепла. Це створює небезпеку перегрівання та виходу двигуна з ладу або зниження його терміну служби. Тому техніко-економічне обґрунтування енергетичних затрат при перемішуванні має, зокрема з позицій енергозбереження, першочергове значення.

Аналітичний розрахунок робочої та пускової потужності мішалки, в тому числі лопатевої, тісно пов'язаний із основною гідродинамічною задачею: визначенням поля швидкостей у даному конкретному апараті. Строгий теоретичний розв'язок цієї задачі, як і інших задач турбулентної течії рідини, поки що не отримано. Тому для розрахунку поля швидкостей застосовують, як правило, напівемпіричний підхід із використанням моделі «комбінованого вихору Ренкіна» [4, 5], «двоступової» [1] й інших [6].

**Постановка задачі.** Основою для даної роботи послужила раніше створена нами елементарна теорія розбризкування рідкого середовища горизонтальною лопатевою мішалкою та запропоновані конструктивні рішення, які дозволили при високій ефективності перемішування практично повністю виключити розбризкування реагентів [7-10].

Теоретично було доведено й експериментально підтверджено, що ступінь розбризкування  $dM_p$ , оцінюваний за величиною кінетичної енергії  $dK$ , яка передається елементом лопаті одиниці маси  $dM_p$  рідини біля вільної поверхні, пропорційний квадрату нормальної складової  $u_n$  колової швидкості елемента

$$f_n \sim dK / dM_p \sim u_n^2, \quad (1)$$

тобто енергетичною характеристикою як визначальним параметром для  $f_d$  при виведенні рідкого середовища зі стану спокою (розбризуванні) є величина  $u_n^2$ . Якщо логічно поширити це твердження і на частинки рідини в об'ємі, то зміна форми лопаті в площині обертання (зміна  $u_n$ ) повинна приводити до зміни пускової потужності, так як остання визначається саме інерційними властивостями середовища. При цьому, певна річ, розміщення повністю зануреної в рідину мішалки – горизонтальне чи вертикальне – мало суттєве.

Прийемо [1], що період пуску  $T_{II}$  (проміжок часу, за який проходить зниження потужності до номінального значення потужності двигуна) складається з двох частин: періоду розгону мішалки ( $\sim 2$  с) в нерухомій рідині та періоду розгону рідини до гідродинамічно усталеного режиму при постійній кутовій швидкості мішалки  $\omega_0 = \text{const}$ . Таке розділення рухів мішалки та рідини дозволяє обмежитись спрощеним аналізом нестационарної течії рідини і справедливе для  $T_{II} \leq 12$  с, що водночас є однією з умов при виборі привода мішалки [1]. Для приводів pomp, зокрема,  $T_{II} \leq 15$  с [3].

Обчислимо для плоскої лопаті довільної криволінійної форми теоретично верхню межу пускової потужності. Це відповідає в рамках прийнятих допущень моменту початку розбігу рідини (через 2 с після пуску).

Розрахункова схема представлена на рис.1, де зображений елемент лопаті нескінченно малої довжини  $dL$  (шириною  $h_d$ ), що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  в безкінечнім об'ємі нерухомої нестисливої рідини навколо вертикальної осі  $O$  на відстані  $R$  від неї. Тут  $n, \tau$  – нормаль і дотична до  $dL$ ;  $\gamma_d$  – кут між  $R$  і  $\tau$ . Паралелограм швидкостей, який, до речі, узгоджується з [3], відображає характер взаємодії елемента з прилеглим до нього шаром рідини (*перед*  $dL$ ):  $\vec{u}_n \perp R$  – абсолютна колова швидкість елемента (в даному випадку переносна для рідини);  $\vec{w}_p \perp n$  – відносна швидкість шару *вздовж* лопатки;  $\vec{c}_p = \vec{u}_n + \vec{w}_p = \vec{u}_n \perp \tau$  – абсолютна швидкість рідини;  $\vec{c}_r = \vec{w}_r$ ,  $\vec{c}_\phi \equiv \vec{c}_u$  – радіальна і трансверсальна складові  $\vec{c}_p$ . Приймається, що *поза* шарами, прилеглими до  $dL$  і всіх сусідніх елементів, рідина нерухома, тобто за  $h_d$  відносна швидкість обтікання  $dL$  рідиною у  $\phi$ -напрямі  $\vec{u}_p = -\vec{u}_n$  (перед елементом відносна колова швидкість  $\vec{u}_p = \vec{c}_u - \vec{u}_n$ ). Зрозуміло, що доцільність користуватися полярною системою координат (поліус – вісь обертання вала) поза сумнівом.

У період пуску на  $dL$  будуть діяти дві сили: інерції  $d\vec{F}_{in} \perp \tau$  й опору рідкого середовища  $d\vec{F}_{on} \uparrow \downarrow \vec{u}_n$  (внутрішнього тертя). Тоді миттєва пускова потужність [11]

$$dN_{II} = (d\vec{F}_{in} + d\vec{F}_{on}) \cdot \vec{u}_n = dN_{in} + dN_{on}, \quad (2)$$

де  $dN_{in}$  – потужність, яка затрачається на подолання сили інерції рідини для виведення її зі стану спокою («інерційна потужність»);  $dN_{on}$  – потужність, необхідна для подолання сили в'язкого тертя («опірна потужність»).

Обчислення потужності можна проводити [1] і за величиною гальмівного моменту, прикладеного до лопаті, що цілком ідентично [11].

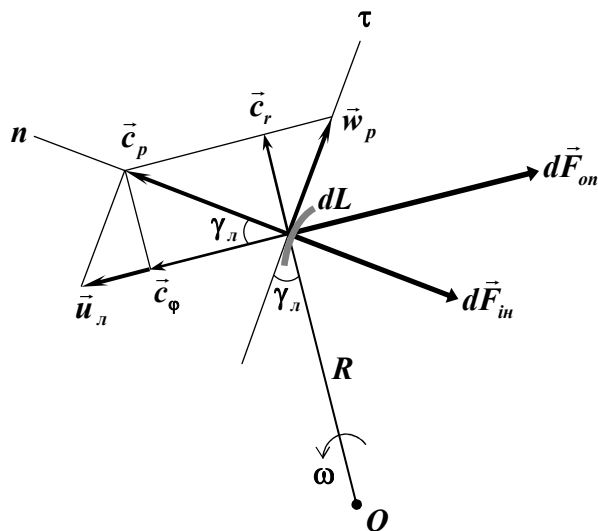


Рисунок 1 - Схема для розрахунку пускової потужності спірально-лопатевої мішалки при її розгоні в нерухомій рідині: сили, які діють на нескінченно малий елемент лопаті, та паралелограм швидкостей шару рідини перед елементом.

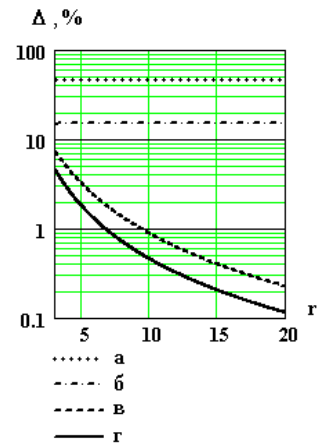


Рисунок 2 - Залежності величин теоретично мінімального пускового перевантаження  $\Delta_{II \min}^{теор}$  від радіуса  $r_m$  мішалки зі лопатями різної форми: а – радіальна ( $\varphi_n = \text{const}$ ); б – «імпелерна» у вигляді півкола радіусом  $r_m/2$  [ $\varphi_n = \arccos(r/r_m)$ ]; в – архімедова спіраль ( $\varphi_n = r$ ); г – розгортка кола радіусом  $1/\sqrt{2}$  [ $\varphi_n = (2r^2 - 1)^{1/2} - \arctg(2r^2 - 1)^{1/2}$ ].

**Розрахунок теоретично верхньої межі пускової потужності.** Вираз для  $dN_{in}$  обчислимо, виходячи з таких міркувань. «Інерційну» взаємодію лопаті з нерухомим рідким середовищем будемо розглядати подібно [11-13] як непружний удар (косий центральний) за нескінченно малий проміжок часу  $\Delta t \rightarrow 0$ , при якому швидкість  $\vec{c}_p(t)$  прилегло до  $dL$  шару рідини збільшується від 0 до  $\vec{u}_n$ . Правомірність рівності  $\vec{c}_p = (\vec{u}_n)_n$  впливає, зокрема, з умови непроникності та безвідривності течії рідини на поверхні кожного елемента твердого тіла [12, 13].

Роль сили інерції виконує реально діюча з боку рідини на лопать сила пружності, перпендикулярна до деформівної поверхні [11-13]; з боку лопаті на рідину діє рівна і протилежна сила пружності (ударна). Тоді, очевидно,

$$d\vec{F}_{in} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(d\vec{P}_p)}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(dM_p) \cdot \Delta\vec{c}_p}{\Delta t} = -dm_p \cdot \vec{u}_n, \quad (3)$$

де  $\Delta(d\vec{P}_p)$  – зміна імпульсу рідини за час удару  $\Delta t$ ;  $\Delta(dM_p) = \rho_p h_n R dR \cdot \Delta\varphi$ ,  $\Delta\vec{c}_p$  – відповідні зміни маси та швидкості ( $\rho_p$  – густина рідини;  $dR = dL \cdot \cos \gamma_n$  – радіальна довжина елемента;  $\Delta\varphi$  – кут повороту  $R$  за  $\Delta t$ );  $dm_p$  – маса шару, яка неперервно взаємодіє з  $dL$  (виводиться зі стану спокою) за одиницю часу – «масова витрата» рідини в системі відліку, зв'язаній із елементом.

Можна показати [10], що і в загальному випадку криволінійної лопаті з довільними поперечним перерізом і нахилом до площини обертання

$$dm_p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta(dM_p) / \Delta t = \rho_p h_n \omega R dR, \quad (4)$$

де  $h_n$  – висота охоплюваного шару рідини.

Отже,  $dm_p$  не залежить від форми лопаті в площині обертання, тобто в порівняних умовах перемішування криволінійна лопать захоплює стільки ж рідини, як і «подібна» радіальна.

Зазначимо, що формула (3) відповідає вимогам до ударних сил: скінченне (для  $dL$ ) значення сили є результатом нескінченно великого прискорення  $\vec{a}_p^{y0} = \vec{u}_n / \Delta t$  нескінченно малої маси рідини  $\Delta(dM_p)$ .

Підставивши (4) в (3) та врахувавши (див. рис.1), що  $u_n = \omega R \cos \gamma_n$ , дістанемо такий вираз для модуля сили інерції, яка діє на елемент лопаті в початковий момент розгону рідини ( $\omega = \omega_0$ ),

$$dF_{in} = \rho_p u_n^2 dS_{\perp u} \cdot \cos \gamma_n = \rho_p h_n \omega_0^2 R^2 \psi_n^{1/2} dR, \quad (5)$$

де  $dS_{\perp u} = h_n dR$  – площа перпендикулярної до  $\vec{u}_n$  проекції елемента (примітимо, що (5) повністю співпадає з відомою формулою для сили дії струменя рідини чи газу на плоску стінку, отриманою зовсім іншим шляхом – методами механіки суцільного середовища [12, 13]);  $\psi_n$  – коефіцієнт форми лопаті в площині обертання [7-10]

$$\psi_n(R) \equiv \cos^2 \gamma_n = [1 + (R d\varphi_n / dR)^2]^{-1} \leq 1, \quad (6)$$

де  $\varphi_n(R)$  – рівняння кривої в полярній системі координат.

Сила опору рідкого середовища, що діє на елемент лопаті [1],

$$d\vec{F}_{on} = -\frac{1}{2} \zeta_n \rho_p u_p(R) h_n dR \cdot \vec{u}_p, \quad (7)$$

де  $\zeta_n$  – коефіцієнт гідравлічного опору  $dR$ ;  $u_p \equiv (u_p)_\varphi = \omega R - v_p(R)$  – швидкість (відносна) обтікання елемента рідиною на радіусі  $R$  у трансверсальному напрямі;  $v_p$  – абсолютне значення колової швидкості рідини (ноза  $h_n$ ).

У загальному випадку [12] для плоскої криволінійної лопаті, напевно,

$$\zeta_n^{kp} = \zeta_n^{kp}(Re_n, \alpha_u), \quad (8)$$

де  $Re_n = u_p(R) h_n / \nu_p$  – число Рейнольдса для  $dR$  [1];  $\nu_p$  – кінематична в'язкість рідини;  $\alpha_u(R) = \pi/2 - \gamma_n(R)$  – кут між  $u_p$  і  $\tau$  (рис.1).

Отже, в принципі, величина  $\zeta_n$  для різних елементів  $dL(R) = dR / \cos \gamma_n$  різна. Проте, як показують експериментальні дослідження, при розвинутому турбулентному режимі ( $Re_n \geq 300$ ) коефіцієнт опору є постійним і, крім того, однаковим ( $\zeta_n = 2,2$ ) для різноманітних, у тому числі радіально-лопатевих, мішалок [1]. Залежність  $\zeta_n(\gamma_n)$ , мабуть, також порівняно слаба, так як для гладкої спіральної лопаті певної форми кути  $\gamma_n(R)$  мало відрізняються для різних  $dL$ , особливо при великих значеннях  $R$ , які вносять найбільший внесок у величину пускової потужності. Опосередкованим доказом є ще експериментально встановлений факт рівності за ефективністю в робочий період імпелерних і радіальних мішалок [1].

Тому, вірогідно, що з достатньою для практичних цілей точністю коефіцієнт опору  $\zeta_n$  можна вважати величиною постійною, не залежною від форми лопаті в площині обертання.

Для розглядуваного граничного випадку ( $\omega = \omega_0$ ,  $u_p = \omega_0 R$ )

$$dF_{on} = \frac{1}{2} \zeta_n h_n \rho_p \omega_0^2 R^2 dR. \quad (9)$$

При цьому складовою сили опору, зумовленою відносним рухом рідини вздовж  $dL$ , можна знехтувати. Дійсно (див. рис.1), навіть припускаючи, що формальна «швидкість обтікання» елемента в тангенціальному напрямі  $w_p = u_\tau$ , отримаємо

$$F_{on}(w_p) = \frac{1}{2} \zeta_w \rho_p w_p^2 S_{\perp w} = \frac{1}{2} \zeta_w h_l b_l \rho_p \omega_0^2 R^2 \sin^2 \gamma_l, \quad (10)$$

де  $b_l$  – товщина лопаті (плоскої).

Так як у даному випадку  $\zeta_w[\text{Re}(w_p), \alpha_w \equiv 0] \sim 0$ , то й  $F_{on}(w_p) \sim 0$ . Тут додатково враховано, що кожний елемент рухається не відокремлено, а перебуває в гідродинамічному сліді попереднього, внаслідок чого опір тертю в'язкості фактично рівний нулю. По суті, це аналогічно відомому явищу зменшення коефіцієнтів опору, віднесених до кожного з тіл, при малих відстанях між обтічними тілами в тангенціальному напрямі [1].

Визначимо тепер складові пускової потужності, використавши (2), (5), (9) і рис.1,

$$\begin{aligned} dN_{in} &= \frac{1}{2} \psi_l h_l \rho_p \omega_0^3 R^3 dR = \frac{1}{2} \psi_l dm_p \cdot u_l^2 \\ dN_{on} &= \frac{1}{2} \zeta_l h_l \rho_p \omega_0^3 R^3 dR = \frac{1}{2} \zeta_l dm_p \cdot u_l^2, \end{aligned} \quad (11)$$

де знак « $\rightarrow$ », який показує, що роботи сил інерції й опору від'ємні, опущений.

Спробуємо обґрунтувати величину множника 1/2 в першій формулі (11). Середня за час удару  $\Delta t$  інерційна потужність (для спрощення символ диференціала « $d$ »  $\rightarrow dR$  й індекс « $p$ » виключено)

$$\langle N_{in} \rangle_t = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \frac{dP(t)}{dt} c(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta P} c(P) dP = \frac{\langle c \rangle_P \Delta P}{\Delta t} = \langle F_{in} \rangle_t \langle c \rangle_P, \quad (12)$$

тобто середнє за часом значення потужності дорівнює добутку середніх значень: сили – за часом  $t$  та швидкості – за імпульсом  $P = M(t)c(t)$ .

З іншого боку, інтегруючи (12) за частинами, одержимо

$$\langle N_{in} \rangle_t = \frac{1}{\Delta t} \left( Pc \Big|_0^{\Delta t} - \int_0^{\Delta c} P(c) dc \right) = \langle a \rangle_t (\Delta P - \langle P \rangle_c), \quad (13)$$

де  $\langle a \rangle_t = \Delta c / \Delta t$  – середнє за часом значення лінійного прискорення;  $\langle P \rangle_c$  – середнє за швидкістю значення імпульсу.

Отже, в загальному випадку, як впливає з (12) і (13),

$$\langle c \rangle_P = [1 - (\langle P \rangle_c / \Delta P)] \Delta c \neq \langle c \rangle_t. \quad (14)$$

Розрахуємо для нашого випадку ( $M \sim \varphi$ ,  $c \sim d\varphi/dt$ ) середнє значення імпульсу. Можна показати, що при умові постійного за час удару кутового прискорення шару рідини перед  $dL$

$$\langle P \rangle_c = \langle P \rangle_t = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} M c dt = \frac{R \cos \gamma_l}{\Delta t} \int_0^{\Delta \varphi} M(\varphi) d\varphi = \frac{\Delta P}{2}, \quad (15)$$

і  $\langle c \rangle_P = \Delta c / 2$ .

Це сповна узгоджується з теоремою про кінетичну енергію для шару рідини. Справді, робота ударної сили на проміжку часу  $\Delta t$

$$A = \langle N_{in} \rangle_t \Delta t = \Delta K = \Delta P \Delta c / 2 \Rightarrow \langle c \rangle_P = \Delta c / 2. \quad (16)$$

Для системи елемент лопаті – шар рідини частина енергії, очевидно, внаслідок непружності удару розсіюється [11-13].

Удару відповідає скінченний імпульс тиску рідини перед елементом [12, 13]

$$\tilde{p} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} p dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle p \rangle_t \Delta t, \quad (17)$$

який можна визначити з рівняння Ейлера (ідеальна нестислива рідина, всіма звичайними силами порівняно з ударними знехтувано)

$$\rho_p \Delta \vec{c} = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} \vec{\nabla} p dt = - \vec{\nabla} \tilde{p} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial n} \vec{n}_1, \quad (18)$$

де  $\Delta \vec{c} = \vec{u}_n$ ;  $\vec{n}_1$  – зовнішній одиничний орт нормалі до  $dL$ .

У полярних координатах для фіксованої точки лопаті (рис.1)

$$\partial \tilde{p} / \partial R = -\rho_p \omega R \cos \gamma_l \sin \gamma_l; \quad \partial \tilde{p} / \partial \varphi = -\rho_p \omega R^2 \cos^2 \gamma_l, \quad (19)$$

звідки (після інтегрування другого рівняння) зміна імпульсу тиску при ударі

$$\Delta \tilde{p} = -\rho_p \omega R_l^2 \cos^2 \gamma_l (R_l) \cdot \Delta \varphi = -\langle p \rangle_t \Delta t, \quad (20)$$

де  $\langle p \rangle_t > 0$  – середнє за  $\Delta t$  значення «інерційного тиску», що при переході до границі співпадає зі значенням, обчисленим за величиною сили інерції (5), яка діє на одиницю площі елемента

$$p = dF_{in} / (h_l dL) = \rho_p u_n^2. \quad (21)$$

Отже, в рамках прийнятої моделі теоретично верхня межа пускової потужності для лопаті довільної криволінійної форми

$$N_{II \max}^{теор} = \frac{1}{2} h_l \rho_p \omega_0^3 \int [\psi_l(R) + \zeta_l(R)] R^3 dR, \quad (22)$$

де інтегрування проводиться по всій довжині лопаті.

Для мішалки зі  $z_l$  лопатями, якщо знехтувати їх взаємним впливом (для радіально-лопатевого мішалок  $z_l \leq 8$  [1]) і не враховувати залежність  $\zeta_l(R)$ ,

$$N_{II \max}^{теор} = \frac{1}{2} z_l h_l \zeta_l \rho_p \omega_0^3 \int_{R_{вн}}^{R_m} [1 + (\psi_l / \zeta_l)] R^3 dR, \quad (23)$$

де  $R_{вн}$ ,  $R_m$  – радіуси відповідно внутрішніх кромek лопатей і мішалки.

Таким чином, змінюючи форму лопатей у площині обертання, можна змінювати пускову потужність мішалки. При цьому зміна  $N_{II}$  проходить переважно за рахунок інерційної потужності, так як залежність  $\zeta_l(\psi_l)$ , либонь, слабка.

**Ефект зменшення пускової потужності.** Як видно з (23) та (6), максимальне значення пускової потужності має радіальна мішалка ( $\psi_l \equiv 1$ )

$$N_{II}^{pad} = \frac{1}{8} z_l h_l (1 + \zeta_l^{pad}) \rho_p \omega_0^3 (R_m^4 - R_{вн}^4) \approx K_{N_{II}}^{pad} \rho_p n_0^3 d_m^5, \quad (24)$$

де  $K_{N_{II}}^{pad} = 1,94 z_l (1 + \zeta_l^{pad}) h_l / d_m$  – коефіцієнт (критерій) пускової потужності, який співпадає ( $z_l = 2$ ) зі розрахованим у [2] значенням;  $n_0 = \omega_0 / 2\pi$  – номінальна частота обертання мішалки;  $d_m = 2R_m$  – діаметр мішалки.

Зі зменшенням  $\psi_l$  пускова потужність зменшується і теоретично при  $\psi_l \rightarrow 0$  матиме мінімально можливе значення, рівне потужності на подолання тертя в початковий момент розгону рідини [див. (9)]

$$N_{II \min}^{kp} \approx 1,94 z_l h_l \zeta_l^{kp} \rho_p n_0^3 d_m^4 = K_{N_{II}}^{kp} \rho_p n_0^3 d_m^5. \quad (25)$$

Із (24) та (25) випливає, що максимальний ефект зменшення  $N_{II}$  криволінійно-лопатевої мішалки порівняно з «подібною» радіальною в подібних умовах перемішування дорівнює

$$K_{II \max}^{meop} = K_{N_{II}}^{pad} / K_{N_{II}}^{kp} = (\zeta_l^{pad} + 1) / \zeta_l^{kp} > 1. \quad (26)$$

Зокрема, якщо прийняти  $\zeta_l^{kp} = \zeta_l^{pad} = 2,2$  і врахувати деяку неоднозначність при розрахунку величини коефіцієнта  $1/2$  в (11), то  $K_{II \max}^{meop} \approx 1,5 \dots 1,9$ .

Практично умова  $\psi_l \ll \zeta_l$  повинна, напевно, реалізовуватися при достатньо великому числі витків на одиницю радіальної довжини лопаті у вигляді спіралі. При цьому внаслідок гідродинамічної взаємодії сусідніх витків лопатей, особливо при  $z_l > 2$ , ймовірно помітне зниження  $\zeta_l^{kp}$  і, значить, додаткове зниження  $N_{II}$ . Підтвердженням може служити експериментальний факт зменшення  $\zeta_l$  для радіальних лопатей при  $z_l > 8$  [1], а також теоретично мислимий граничний випадок: для мішалки у вигляді диска (з математичної точки зору – нескінченне число витків на скінченному радіусі) пускова потужність зумовлена фактично тільки його власною інерцією.

У цьому плані при експериментальній перевірці співвідношення (26) потрібно врахувати збільшення внеску в  $N_{II}$  інерційних властивостей самої криволінійної лопаті зі зменшенням  $\psi_l$ . Для нівелювання подібного явища необхідно, зрозуміло, щоб моменти інерції  $J$  мішалок були однакові

$$J = z_l \int R^2 dM_l = z_l h_l b_l \rho_l \int \psi_l^{-1/2} R^2 dR = \text{const}, \quad (27)$$

де  $\rho_l$  – густина матеріалу лопатей.

Змінюючи у прийнятних межах величину  $b_l \rho_l$ , практично можна добитися виконання рівності  $J^{kp} = J^{pad}$ .

**Розрахунок робочої потужності та пускового перевантаження.** В рамках даної моделі тільки після початку розгону рідини (через  $\sim 2$  с) пускова потужність буде зменшуватися, і через загальний час  $T_{II}$   $N_{in} = 0$ ,  $N_{on} = N_{роб}$ , де  $N_{роб}$  – потужність при стаціонарному режимі перемішування (робоча потужність). Вся енергія при цьому затрачається на подолання в'язкого тертя середовища. Величину робочої потужності визначимо з (2), (7)

$$N_{роб} = z_l \int \omega_0 R dF_{он. роб} = \frac{1}{2} z_l h_l \zeta_l \rho_p \omega_0^3 \int [R - (v_p / \omega_0)]^2 R dR, \quad (28)$$

де  $v_p(R)$  – усталене значення колової швидкості рідини на радіусі  $R$ .

Одержана формула для розрахунку робочої потужності криволінійно-лопатевої мішалки цілком співпадає з наведеною в [1] для різних лопатевих мішалок, зокрема радіальних.

Якщо тепер ввести подібно [2, 1] величину пускового перевантаження (відносного відхилення пускової потужності від робочої)

$$\Delta_{II} = (N_{II} / N_{роб}) - 1, \quad (29)$$

то, використавши (22) та (28), отримаємо в безрозмірній формі

$$\Delta_{II} = \left\{ \int_1^{r_m} [1 + \psi_l \zeta_l^{-1}] r^3 dr \right\} \left\{ \int_1^{r_m} [r - v_p(r)]^2 r dr \right\}^{-1} - 1 = k_{N_{II}} / k_N - 1, \quad (30)$$

де  $r = R/R_{ен}$ ;  $v_p(r) = v_p(R)/(\omega_0 R_{ен})$ ;  $k_{N_{II}}$ ,  $k_N$  – коефіцієнти, пропорційні пусковій і робочій потужностям відповідно.

Із (30) видно, що пускове перевантаження можна знизити двома шляхами: зменшуючи  $\psi_l$  або  $v_p$ . У першому випадку це досягається збільшенням кривизни лопатей (заданої радіальної довжини); у другому – застосуванням відбивних перегородок [1], що не завжди виправдано. Тому один із раціональних способів і полягає у використанні спіральних лопатей. Економічно це найбільш вигідно при проведенні періодичних короткочасних процесів, де необхідні часті пуск і зупинка змішувального пристрою. При цьому за рахунок зменшення  $\Delta_{II}$  можливе застосування менш потужного привода, що буде компенсувати додаткові затрати (разові) на виготовлення лопатей потрібної конфігурації.

Розрахуємо теоретично мінімальну величину пускового перевантаження для спірально-лопатевих мішалок різної форми. З (30) випливає, що це відповідає умовам обертання мішалки в нерухомій рідині:  $v_p(r) = 0$  (практично реалізується в дуже великому об'ємі рідини або при наявності перегородок, особливо при в'язкому режимі перемішування [1]). У цьому випадку  $N_{роб} = N_{роб}^{max}$  і

$$\Delta_{II min}^{теор} = \frac{4}{r_m^4 - 1} \int_1^{r_m} (\psi_l / \zeta_l) r^3 dr. \quad (31)$$

На рис. 2 зображені, обчислені за (31), залежності  $\Delta_{II min}^{теор}(r_m)$  для різних спірально-лопатевих мішалок ( $\zeta_l = 2,2$ ).

Як видно з рис.2, форма лопатей у площині обертання суттєво впливає на величину пускового перевантаження. При цьому для радіальної та «імпелерної» мішалок перевантаження не залежить від радіуса мішалки, а для інших наведених зменшується зі збільшенням  $r_m$ . Зауважимо, що значення  $\Delta_{II min}^{теор}$  розраховані для конкретних форм лопатей. Збільшенням же кривизни лопаті заданої конфігурації можна в принципі необмежено його зменшити. Наприклад, для лопаті у вигляді логарифмічної спіралі ( $\varphi = a \ln r$ )  $\psi_l = (1 + a^2)^{-1} = const$ , і при  $a \gg 1$   $\Delta_{II min}^{теор} \sim 0$ .

Можлива, очевидно, і реалізація оберненої задачі обчислення конкретної форми лопатей за допустимим значенням очікуваного перевантаження. Схема розрахунку для даної спіралі матиме вигляд

$$\begin{aligned} v_p(r) [1] \rightarrow k_N = \int_1^{r_m} [r - v_p(r)]^2 r dr \xrightarrow{(30)} \\ \rightarrow \psi_l = \zeta_l \left[ \frac{4k_N(\Delta_{II} + 1)}{r_m^4 - 1} - 1 \right] \rightarrow a = (\psi_l^{-1} - 1)^{1/2} \rightarrow \varphi = a \ln r. \end{aligned} \quad (32)$$

При цьому вибір конкретного значення  $\Delta_{II}$ , очевидно, повинен бути компромісним між його величиною та матеріалоемністю лопатей мішалки. Справді, довжина лопаті у вигляді логарифмічної спіралі

$$L = \int \psi_l^{-1/2} dR = (1 + a^2)^{1/2} (R_m - R_{ен}), \quad (33)$$

тобто збільшується зі збільшенням  $a$ , в той час як  $\Delta_{II}$  зменшується.



У кінці зазначимо, що запропоноване зниження пускового перевантаження приводитиме до росту пускового періоду, проте деяким збільшенням потужності привода його можна зменшити.

### **Висновки**

1. Запропоновано схему розрахунку пускової потужності спірально-лопатевої мішалки, де її взаємодія з рідким середовищем розглядається як неперервний удар при виведенні рідини зі стану спокою. Паралелограм швидкостей для прилеглого до лопатей шару рідини узгоджується з відомим паралелограмом швидкостей Л. Ейлера при розрахунку характеристик відцентрової помпи.

2. Аналітично доведено наявність ефекту зменшення пускової потужності спірально-лопатевої мішалки порівняно з радіальною. Розрахована верхня межа ефекту складає ~50% за умови, що коефіцієнти гідравлічних опорів елементів лопатей однакові і рівні 2,2.

3. Збільшенням кривизни лопатей у площині обертання можна суттєво знизити і величину пускового перевантаження. Його теоретично мінімальне значення становить 45% для радіальної мішалки і не залежить від її радіуса, для спірально-лопатевої (архімедова спіраль, розгортка кола) перевантаження значно менше і зменшується з ростом радіуса мішалки. Вибір конкретного значення перевантаження лімітується доцільним збільшенням довжини лопатей при допустимих величинах матеріалоемності та пускового періоду.

*The effect of decrease of starting power of mixer with spiral blades relatively of radial blades is analytically proved. The calculated upper limit of effect has composed ~50 %. By increase of curvature of blades there is possibility to reduce value of starting overload, however to account of comparatively negative growing of materials consumption of mixer. The scheme of calculation of concrete deskside of blade on possible value of overloading is brought.*

### **Література**

1. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М. Перемешивание в жидких средах: Физические основы и инженерные методы расчета. – Л.: Химия, 1984. – 336 с.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии.–М.:Госхимиздат,1960.– 830 с.
3. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 416 с.
4. Jamamoto K., Nagata S. Studies on the liquid flow in a mixing vessel. // J. Chem. Eng. Jap. – 1962. – Vol. 26. – No.4. – P. 500-511.
5. Протождьяконов И.О., Чесноков Ю.Г. Гидромеханические основы процессов химической технологии. - Л.: Химия, 1987. – 360 с.
6. Соловьев А.В. Об окружной составляющей скорости в сосуде с радиально-лопастной мешалкой. // Теор. основы хим. технол. – 1988. – Т.22. – №3. – С. 425-427.
7. А.с. 1159613 СССР, МКИ В 01 F 7/10. Реактор-смеситель. / Е.Т. Городецкий, И.Д. Лучейко. – Оpubл. 07.06.85. Бюл. №18. – 4 с.
8. Городецкий Е.Т., Лучейко И.Д. Исследование геометрии лопастей мешалки реактора для непрерывного деалкилирования 2,6-ди-трет-бутил-4-метилфенола. // Нефтеперераб. и нефтехимия (Киев). – 1986. – Вып. 30. – С. 66-69.
9. А.с. 1299614 СССР, МКИ В 01 F 7/10. Реактор-смеситель. / И.Д. Лучейко, В.П. Бодров. – Оpubл. 30.03.87. Бюл. №12. – 6 с.
10. Лучейко И.Д., Гумницкий Я.М., Бодров В.П. Элементарная теория разбрызгивания жидкой среды в аппаратах с горизонтальной лопастной мешалкой. // 6-я Всесоюз. конф. по теории и практ. перемеш. в жидких средах: Тез. докл. – Ленинград, 1990. – С. 47.
11. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высш.шк., 1986. – 416 с.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 560 с.
13. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

*Одержано 04.04.2005 р.*