УДК 519.86:681.324

Н.Веселовська, канд. техн. наук; В.Лисогор, докт. техн. наук; О.Зелінська
Вінницький державний аграрний університет

ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ

Запропоновано алгоритми реалізації одночасного сумісного вирішення задач. Для здійснення рішення задачі оптимальної поточної експлуатації техніко-технологічної системи розглянутий контрольний приклад змішувальної ємності, де контрольний приклад приведений до кількісної оцінки параметрів і структури оптимальної системи управління.

Умовні позначення

I	– критерій якості;
$x(t)$, $u(t)$	– вектори;
r	– коефіцієнт дисконтування;
$x(t)$	– фазова змінна;
$u(t)$, $v(t)$ І T	– управління об‘єктом;
a	– числовий параметр;
$u(t)$	– затрати на попереджувальне обслуговування обладнання;
$v(r)$	– інтенсивність експлуатації обладнання;
$d(t)$	– дохід від експлуатації на момент t;
T	– це момент списання обладнання;
$R(t)$	– надійність обладнання;
$K_г$	– властивий системі коефіцієнт технічної готовності в установленому режимі;
Q	– середні витрати на профілактику, підраховані на момент t=0;
H_1	– гамільтоніан на відрізку $\left[\tau_{i-1},\tau_i\right]$;
$x(T)$	– остаточна вартість обладнання;
x	– ліквідаційна вартість;
$V(t)$	– об‘єм рідини в бачку;
k	– експериментальна константа;
F_{10}, F_{20}, І F_0	– витрати;
V_0	– об‘єм;
c_0	– концентрація рівноваги в бачку.

1 Вступ. Обґрунтування напрямків дослідження

У процесі експлуатації будь-якої системи та її об‘єктів обладнання виникають задачі пошуку оптимального часу експлуатації та задачі формування оптимальної стратегії управління. Причому обидві задачі повинні вирішуватися одночасно.

При пошуку оптимального часу експлуатації поряд з нормативно-плановим постає необхідність розумного прийняття рішень щодо розподілення ресурсів забезпечення справності роботи технологічного обладнання системи. Відомо, що час експлуатації обладнання - величина статистична, на яку впливають багато факторів, які протягом часу змінюються. Тому розробка методів математичного моделювання оптимізації систем є актуальним напрямом досліджень, що принесе значний виробничий ефект. У статті розглянуто моделі: 1) визначення оптимального часу експлуатації обладнання; 2) оптимального поточного управління цим обладнанням.

2 Методика розробки підходів до математичного моделювання

У найбільш загальному вигляді моделі знаходження оптимального часу використання технологічного обладнання Т можуть бути представлені:

$$I = F_0(x(t), u(t),t, r) \to extr, \tag{2.1}$$

$$dx(t)/dt= g(x(t),u(t),t), \qquad t\in\left[0,T\right], \tag{2.2}$$

$$F_1(x(0), x(T)) \le 0, \qquad F_2(u(t)) \le 0, \tag{2.3}$$

де I— критерій якості; $x(t)$, $u(t)$ — вектори ; r — коефіцієнт дисконтування.

Коефіцієнт дисконтування r – це показник для визначення сучасної вартості приведеного до майбутньої суми грошей, яка визначається величиною доходу, що збільшується за певний термін за правилом складних відсотків. Для обчислення коефіцієнта дисконтування береться відповідний банківський відсоток. Виникаючі в моделях обмеження, в основному, пов'язані з проблемою використання доступних ресурсів найефективнішим. Вибір критерію в моделях супроводжується прагненням мінімізувати затрати й отримати найбільшу вигоду від експлуатації даного типу обладнання. При цьому не зменшується значення надійності обладнання, яка впливає на основний робочий параметр – вироблення.

Основною перевагою запропонованих моделей є універсальність. Використання їх дає змогу вирішувати поставлені задачі без урахування структури визначеного типу обладнання. При цьому враховуються такі важливі характеристики, як швидкість фізичного зношення – коефіцієнт амортизації та швидкості морального зношення. В кожній моделі використовується множник дисконтування e^{-rt} для врахування того, що найближчі вигоди більш важливі, чим віддалені.

У всіх моделях, що будуть розглядатися авторами, використовується критерій типу *[E(u,t) – C(u,t)], де E (u,t)* – дохід від експлуатації, *C(u,t)* – витрати, зумовлені попереджувальним обслуговуванням.

Для знаходження оптимального моменту часу капітального ремонту обладнання вирішимо наступну задачу:

$$I = \int_0^T \left[\pi v(t) x(t) - c u(t)\right] e^{-rt} dt + S x(T) e^{-rT} \to \max, \tag{2.4}$$

$$dx(t)/dt = -\left[a + k(v(t))\right] x(t) + hu(t) - d, \tag{2.5}$$

$$-x(0) = x_0, hu < d, v(t) \ge 0, x(T) \ge 0, \tag{2.6}$$

де $x(t)$ - фазова змінна; $u(t)$, $v(t)$ *і* T - управління об‘єктом; a - числовий параметр. У нашому випадку $u(t)$ - затрати на попереджувальне обслуговування обладнання; $v(r)$ - інтенсивність експлуатації обладнання, а в якості фазової змінної може бути взята одна із якісних характеристик обладнання (наприклад, його вартість у момент часу (*t),* $d(t)$ - дохід від експлуатації на момент t, слід відзначити, що T - це момент списання обладнання (він не задається і його знаходять у процесі рішення задач).

Докладніше дана задача розглянута в [1]. Оптимальна стратегія експлуатації може бути знайдена для значення S<S, де S – величина, для якої оптимальними є величини $T^* = 0$ і $x^*(T^*) = x_0$. В якості показників ефективності часто використовують технічні характеристики та показники надійності обладнання.

Слід відзначити, що $R(t)$ — надійність обладнання, а $K_г$ — властивий системі коефіцієнт технічної готовності в установленому режимі. Тоді для находження оптимальної стратегії експлуатації пропонуються дві задачі оптимального керування.

Перша задача:

$$I = \int_0^T e^{-rt}\left[E(u,t) - C(u,t)\right] R(t) dt + e^{-rt} x(T) R(t) \to \max, \tag{2.7}$$

$$dR(t)/dt = -\lambda\left[1 - u(t)\right] R(t), \tag{2.8}$$

$$R\ (0) = 1, E(0) = 0, C(0),) \le u(t) \le 1. \tag{2.9}$$

Управління змінними є T – термін економічно виправданої експлуатації обладнання (в одиницях календарного часу) і $u(t)$ – частина часу, який витрачається на попереджувальне обслуговування. Змінна *x(t)* у даному випадку – це вартість функціонування обладнання в момент часу *t.* Друга задача зводиться до такої моделі управління:

$$I = \int_0^T e^{-rt}\left[E(x,u,v,t) - C(u)\right]K_r dt + e^{-rT}x(t)SK_r \to \max, \tag{2.10}$$

$$dx(t)/dt = f(x,u,v,t), x(t_0) = x_{0,} \tag{2.11}$$

$$0 \le u \le \bar{u}, v \ge 0, \tag{2.12}$$

де *x(t)* — одна із характеристик якості роботи обладнання

Для рішення задач (1), (2) і (3) може бути використана теорія оптимального керування. При дослідженні економічної ефективності експлуатації технічних систем іноді з'являється питання про періодичність проведення профілактик або знаходження оптимальних моментів часу проведення регламентних робіт для оновлення обладнання. Тоді використовується модель задачі (1) і розглянута наступна задача.

Знайти такий розподіл за часом додаткових витрат на обслуговування *u(t)* (інтенсивність експлуатації *v(t),* моменти часу $\tau_i \in [0, T]$, а також число проведення профілактик *N),* щоб прибуток від експлуатації був максимальним:

$$I = \sum_{i=0}^{N}\left\{\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} e^{-rt}\left[\pi x(t)v(t) - Cu(t)\right]dt - Qx\left(\tau_i - 0\right)e^{-r t_i}\right\} + Sx(T0e^{-rT} \to \max, \tag{2.13}$$

$$dx(t)/dt = -\left[a + k(v(t))\right]x(t) + hu(t) - d, \tag{2.14}$$

$$x(0) = x_0, x(\tau_i + 0) = x_{0,} i = \overline{0, N}. \tau_N = T, u \in [0, \bar{u}], \tau_(\tag{2.15}$$

У даному випадку час планового періоду *T* відомий, а число профілактик *N* визначається в процесі вирішення задачі.

Витрати на проведення профілактики в момент часу τ_i дорівнюють

$Q' e^{-r\tau_i}$,

де *Q '*- середні витрати на профілактику, підраховані на момент *t = 0.* Величину *Q'* можна представити у вигляді

$Qx(\tau_i\text{-}0)$,

де *Q* —витрати, що припадають на одиницю величини, $x(\tau_i\text{-}0)$ в момент часу *τ*. Змінна *x(t)* в момент часу τ_i, відчуває скачок. Тривалість проведення профілактики не враховується, оскільки вона зневажливо мала в порівнянні з тривалістю експлуатації *T.* Для розв'язку задачі (4) використовується теорія оптимального керування системами зі ступеневою структурою.

Кількісне вирішення задачі (4) зводиться до вирішення задачі (1) *(з N = 0)* і порівнянню відповідних значень функціоналів. Для кількісного вирішення задачі (1) використовується метод прогонки на відрізку часу $(0,t_{фікс})$, *де* $t_{фікс}$ — максимально можливий термін експлуатації даного типу обладнання або величина $t_{фікс}$. повинна бути більшою або дорівнювати нормативному терміну експлуатації. Максимальна довжина кроку *h* визначається числовими параметрами даної моделі — *a, r, S і T.* Для знаходження моментів часу τ_i, — початку проведення профілактик — пропонується наступне.

Зазначимо $P_0(t)$ – імовірність того, що обладнання працездатне в момент часу *t,* $P_1(t)$ – імовірність того, що воно ремонтується, $\mu(t)$ – інтенсивність ремонту (відновлення). Тоді, як відомо, повинні виконуватися відношення:

$$\left.\begin{array}{l}\dot{P}_0(t) = -\lambda(t)P_0(t)+\mu(t)P_1(t)\\ \dot{P}_1(t)=\lambda(t)P_0(t)-\mu(t)P_1(t)\end{array}\right\} \tag{2.16}$$

Введемо позначення $x(t) = P_o(t)$. Нехай фазовою змінною в даній задачі є $x(t)$, а керуванням - $\lambda(t)$ $\mu(t)$. Рівняння для фазової змінної має вигляд:

$$dx(t)/dt =-\lambda(t)x(t)+\mu(t)(1-x(t)),\quad x(0)=1. \tag{2.17}$$

Якщо $d(\lambda(t))$ – дохід від експлуатації в момент часу; t – витрати на ремонт, $c(\mu(t))$ – витрати на профілактику, то прибуток, отриманий від експлуатації на інтервалі $[0,T]$, може бути записаний у вигляді:

$$I=\sum_{i=1}^{n}\left\{\int_{i-1}^{T} e^{-rt}\left[x(t)d(\lambda(t))-(1-x(t))C(\mu(t))\right]dt - S_{i-1}x(\tau_{i-1})e^{-rt_{i-1}}\right\}. \tag{2.18}$$

Задамо умови стиковки : $x(\tau_i) =1, i =1,\overline{n-1}$, $x(\tau_n) = x(T)$. Необхідно знайти оптимальні $x^*(t)$, $\lambda^*(t)$, $\mu^*(t)$ и τ_i^*, $i = \overline{1,n}$, що доставляють максимум функціоналу (5).

Поставлена задача є задачею оптимального керування системи зі ступеневою структурою. Оптимальні $\lambda^*(t)$ і $\mu^*(t)$ повинні доставляти максимум функції Гамільтона на кожному з відрізків часу$[\tau_{i-1},\tau_i]$, $i = \overline{1,n}$. Умовою оптимальності моментів часу τ_i, є відношення

$$H_{i-1}\Big|_{t=\tau^*_i-0} = \mathrm{H}_i\Big|_{t=\tau^*_i+0}\quad , \tag{2.19}$$

де H_i — гамільтоніан на відрізку $[\tau_{i-1},\tau_i]$.

Момент часу T може бути нефіксований. Тоді оптимальне значення T^* повинно задовільняти відношення $H_n\text{-}1(T^*)=0$.

Якщо момент часу T може бути нефіксований, то оптимальне число профілактик можна знайти наступним чином: вихідна задача вирішується при різних значеннях λ, а потім, порівнюючи значення функціоналів, вибирається оптимальна n^*.

Розглянуту задачу можна також вирішити у випадку, коли $\lambda(t)$ – керування, а $\mu(t)$ – відома функція.

Для старіючих систем, тобто для систем, де $\lambda(t)$ – монотонно збільшуюча функція $(\lambda(t) >0)$, а також для систем з $\lambda(t) = const$, розглянемо наступну задачу. Припустимо $u(t)$ $(0\leq u(t)\leq 1)$ — частка часу, який затрачений на попереджувальне (профілактичне) обслуговування, а $p(t)=1-u(t)$ — доля часу, що використовується для роботи обладнання.

Профілактичне обслуговування здійснюється для того, щоб зменшити інтенсивність відмов λ(t), відповідно

$$dF(t)/dt =\lambda(t)(1-u(t))(1-F(t)); \tag{2.20}$$

$$dR(t)/dt\ (t)= -p(t)R(t)\ R(0)=1, \tag{2.21}$$

де $R(t)=1-F(t)$—надійність експлуатації обладнання.

Нехай $E(p)$ —дохід від експлуатації, причому $E(0)=0$, $E'(p)>0$ $E''(p)<0$, а витратами на обслуговування є така функція $C(u)$, що $C(0)=0$, $C'(u)>0$, $C''(u)>0$. Дохід, отриманий від експлуатації на інтервалі часу $[0, T]$,

$$I=\int_0^T e^{-rt}\left[E(1-u)-C(u)-\bar{x}(1-u)\right]R(t)dt + e^{-rT}x(T)R(T), \tag{2.22}$$

де $x(T)$ — остаточна вартість обладнання; x —ліквідаційна вартість.

Фазовою змінною в цій задачі є $R(t)$, а керуванням - $u(t)$. Застосовуючи принцип максимуму Потрягіна, знайдемо оптимальне значення $u^*(t)$, $R^*(t)$. Значення $u^*(t)$

показує, як розділити відрізок часу (наприклад, робочий день) на час, який витрачається на профілактичне обслуговування, і на час роботи обладнання.

Запропонована нижче модель може бути використана, коли обладнання складається з N відновлюючих підсистем, і час безвідмовної роботи підсистем, і час відновлення розподілу, за показниковим законом, з параметрами λ_i і μ_i відповідно.

$S(t)$ – вартість даного обладнання в момент часу t; $d(t)$- швидкість, з якою зменшується $S(t)$ внаслідок морального зношення; $a(t)$ - швидкість зменшування $S(t)$ внаслідок фізичного зношення; $u(t)$ - додаткові витрати на обслуговування, які продовжують термін служби обладнання ; h- ефективність додаткових витрат; p - виробництво підсистеми в момент часу t (дохід у момент часу t, поділений на $S(t)$; $k(t)$ - витрати на ремонт.

Припустимо, що обладнання працездатне у випадку, якщо працює хоча б одна підсистема, а також, що вона обслуговується однією ремонтною бригадою. Якщо $P(t)$ - імовірність того, що система знаходиться в i-м стані (не працює і підсистема), то справедливі відношення

$$\left.\begin{array}{l} dP_0(t)/dt=-N\lambda P_0(t)+\mu P_1(t), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ dPi(t)/dt=\{(N-i)\lambda+\mu\}P_i(t)+(N-i+1)\lambda P_{i+1}(t),+\mu P_{i+1}(t), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ dP_N(t)/dt=-\mu P_N(t)+\lambda P_{N-1}(t). \end{array}\right\} \quad (2.23)$$

Припустимо, що виробництво системи $\tilde{p}(t)$ пропорційне числу працюючих підсистем. Тоді

$$\tilde{p}(t)=p\sum_{i=0}^{N-1} N\text{-}1/N\ P_i(t). \quad (2.24)$$

Витрати на відновлення можна записати у вигляді:

$$\tilde{k}(t)=\sum_{j=0}^{N} k_j\, p_j(t) \quad k_1<k_2<\ldots<k_N, \quad (2.25)$$

де k — витрати на відновлення у випадку, коли із ладу вийшли $(N\text{-}j)$ підсистем.

Функціонал у даній задачі прийме такий вигляд:

$$\int_0^T e^{-rt}\left\{\tilde{p}(t)S(t)-u(t)-\tilde{k}(t)\right\}dt+S(T)e^{-rT}. \quad (2.26)$$

Рівняння для фазової змінної $S(t)$

$$dS(t)/dt=-a(t)\text{-}\ d(t)+h(t)u(t),\ S(0)=S. \quad (2.27)$$

Керуванням в цій моделі є $u(t)$. Використовуючи принцип максимуму Потрягіна, можна знайти оптимальне керування $u^*(t)$, а також оптимальне T^* у випадку, якщо кінцевий момент часу T не даний. Ця модель розглянута в [4].

Всі розглянуті вище задачі мають не тільки науковий, а також економічний інтерес. Результати дослідження можуть бути використані для вивчення питання економічної ефективності експлуатації обладнання, оскільки дослідження в цій області значущого регресивного відношення між витратами на попереджувальне обслуговування, з одного боку, і збільшення терміну служби в період „нормальної” експлуатації другої.

3 Приклад поточного управління (змішувальна ємність) [5]

Розглянемо приклад дослідження типової системи керування процесом змішувального баку, схема якого представлена на малюнку 1. Бак наповнюється за допомогою двох потоків, які мають змінні миттєві витрати $F_1(t)$ *і* $F_2(t)$.Обидва вхідних потоки утримують розчинні речовини з постійними величинами концентрації c_1 *і* c_2. Вихідний потік має масову швидкість витікання $F(t)$. Припустимо, що вміст баку перемішується так, що концентрація вихідного потоку дорівнює концентрації $c(t)$ в бачку.

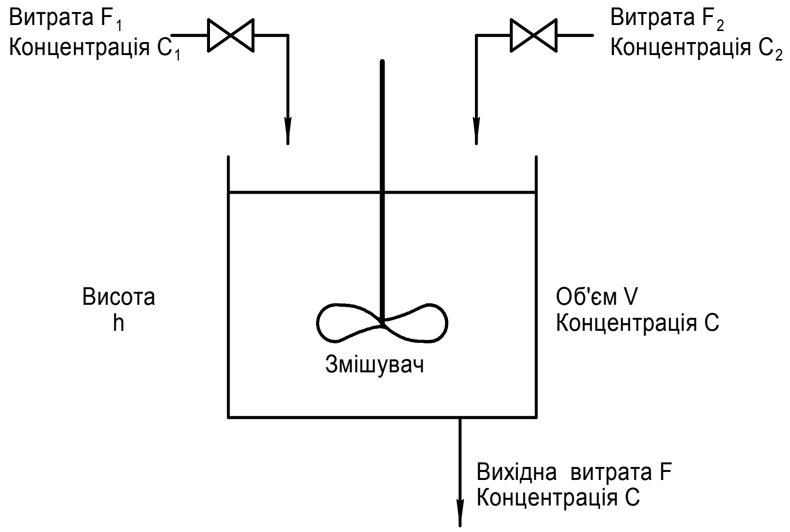

Рисунок 1 - Змішувальний бак.

Рівняння балансу мас для бачка має вигляд:

$$dV(t)/dt = F_1(t) + F_2(t) - F(t) \tag{3.1}$$

$$d/dt\,[c(t)V(t)] = c_1F_1(t) + c_2F_2(t) - c(t)F(t), \tag{3.2}$$

де $V(t)$- об‘єм рідини в бачку. Миттєвий розхід вихідного потоку $F(t)$ залежить від висоти $h(t)$ наступним чином

$$F(t) = k\sqrt{h(t)}, \tag{3.3}$$

де k - експериментальна константа. Якщо бак має постійну площу поперечного перетину S, то можна записати

$$F(t) = k\sqrt{V(t)/S}\,. \tag{3.4}$$

Тоді рівняння балансу мас прийме вигляд:

$$dV(t)/dt = F_1(t) + F_2(t) - k\sqrt{V(t)/S}\,; \tag{3.5}$$

$$d/dt[c(t)V(t)] = c_1F_1(t) + c_2F_2(t) - c(t)k\sqrt{V(t)/S}\,. \tag{3.6}$$

Розглянемо спочатку випадок установленого стану, коли всі величини є постійними:
F_{10}, F_{20}, *і* F_0 –витрати, V_0 – об‘єм і c_0 – концентрація рівноваги в бачку. Тоді мають місце наступні відношення:

$$0 = F_{10} + F_{20} - F_0,; \tag{3.7}$$

$$0 = c_1F_{10} + c_2F_{20} - c_0F_0,; \tag{3.8}$$

$$F_0 = k\sqrt{V_0/S}\,. \tag{3.9}$$

При заданих F_{10} *і* F_{20} ці рівняння можуть бути вирішені відносно F_0, V_0, *і* c_0. Припустимо тепер, що виникли невеликі відхилення від установленого стану. Напишемо

$$\left.\begin{aligned} F_1(t) &= F_{10} + \mu_1(t), \\ F_2(t) &= F_{20} + \mu_2(t), \\ V(t) &= V_0 + \xi_1(t), \\ c(t) &= c_0 + \xi_2(t), \end{aligned}\right\} \tag{3.10}$$

де μ_1 і μ_2 розглядаються як вхідні змінні; а ξ_1 і ξ_2 змінні стану. У припущеннях, що вказані чотири параметри є малими, лінеаризація *(3.5)* і *(3.6)* приводить до рівняння

$$\dot{\xi}_1(t) = \mu_1(t) + \mu_2(t) - \frac{k}{2V_0}\sqrt{V_0 / S\xi_1(t)} \tag{3.11}$$

$$\dot{\xi}_2(t)V_0 + c_0\dot{\xi}_1(t) = c_1\mu_1(t) + c_2\mu_2(t) - c_0\frac{k}{2V_0}\sqrt{V_0 / S\xi_1(t)} - k\sqrt{V_0 / S\xi_2(t)}. \tag{3.12}$$

Підставляючи (3.9) в ці рівняння, отримаємо

$$\dot{\xi}_1(t) = \mu_1(t) + \mu_2(t) - 1/2F_0/V_0\xi_1(t), \tag{3.13}$$

$$\dot{\xi}_2(t)V_0 + c_0\dot{\xi}_1(t) = c_1\mu_1(t) + c_2\mu_2(t) - 1/2c_0F_0/V_0\xi_1(t) - F_0\xi_2(t). \tag{3.14}$$

Введемо параметр

$$V_0 / F_0 = \Theta, \tag{3.15}$$

який називається тимчасовим заповненням баку. Виключення $\dot{\xi}_1$ із (3.14) приводить до лінеаризації диференціального рівняння стану.

$$x(t) = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{20} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{0} \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{c_1 - c_0}{V_0} & \dfrac{c_2 - c_0}{V_0} \end{pmatrix} u(t) \tag{3.16}$$

де $x(t) = col\,[\,\xi_1(t), \xi_2(t)l$ *і* $\xi_2(t)l$ *і* $u(t) = col[\,\mu_1(t), \mu_2(t)]$

Якщо визначити вихідні змінні у вигляді

$$\begin{aligned} \eta_1(t) &= F(t) - F_0 \approx 1/2F_0/V_0\xi_1(t) = 1/20\xi_1(t), \\ \eta_2(t) &= c(t) - c_0 = \xi_2(t), \end{aligned} \tag{3.17}$$

то можна доповнити рівняння (3.16) лінеаризованим рівнянням вихідної змінної

$$y_n(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{20} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t), \tag{3.18}$$

де $y(t) = col\,[\,\eta_1(t), \eta_2(t)]$. Приймемо такі числові значення параметрів: *F_{10} = 0,015 $м^3/с$; F_{20} = 0,005 $м^3/с$; F_0 = 0,02 $м^3/с$; c_1 = 1 кмоль /$м^3$; c_2 = 2 кмоль/$м^3$; c_0 = 1,25 кмоль/$м^3$, V_0 = 1 $м^3$, 0 = 50 с.*

У результаті лінеаризована система рівнянь прийме вигляд

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_n(t) &= \begin{bmatrix} -0{,}01 & 0 \\ 0 & -0.02 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0{,}25 & 0{,}75 \end{bmatrix} u(t), \\ y_n(t) &= \begin{bmatrix} 0{,}01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t). \end{aligned}\right\} \tag{3.19}$$

Система з постійними параметрами

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \tag{3.20}$$

має перехідну матрицю

$$\Phi(t,t_o) = e^{A(t-t^0)}\ , \tag{3.21}$$

де експоненціал квадратний матриці M визначається як ряд

$$e^M = I + M + \frac{1}{2!}M^2 + \frac{1}{3!}M^3 + \ldots, \tag{3.22}$$

який збігається для всіх M.

При малих розмірах або простій структурі матриці A цей результат може бути використаний для точного представлення перехідної матриці за допомогою елементарних функцій. При великій розмірності матриці A теорему можна використати для обчислення перехідної матриці на ЕОМ, так як всі потрібні алгебраїчні дії просто запрограмувати та виконати за допомогою програм MathCAD, MathLab. Такі програми повинні включати в себе алгоритм зупинки з метою обмеження безмірного ряду кінцевим числом членів. Звичайний алгоритм зупинки полягає в обмеженні ряду, коли додавання нового члена змінює кожний із елементів частинної суми менше, чим на задану величину. При дуже великих M можуть виникати обчислювальні труднощі, це пов'язано з тим, що прирощення $t - t_0$ у рівнянні не може бути вибрано дуже великим. Наявність програми для обчислення матричного експоненціала необхідне кожному досліднику, який моделює лінійні системи з постійними параметрами. Існують численні роботи щодо обчислення матричного експоненціала та моделювання лінійних систем.

З урахуванням рівняння (3.29) вираз

$y(t) = C(t)\ \Phi(t,t_0)x(t_0) + C(t)\int_{t_0}^{t} \Phi(t,\tau)\ B(\tau)u(\tau)d(\tau)$ у випадку постійних параметрів буде мати вигляд

$$y(t) = C\,e^{A(t-t_0)}\ x(t_0) + C\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}\ Bu(\tau)d\tau\,. \tag{3.23}$$

Матрична імпульсна перехідна функція лінійної диференціальної системи з постійними параметрами залежить тільки від $t-\tau$ і може бути представлена як

$$K(t-\tau) = Ce^{A(t-\tau)}B,\ t \geq \tau\,. \tag{3.24}$$

Однорідне рівняння, відповідаючи лінеаризованому диференційному рівнянню стану баку має вигляд:

$$\frac{dx(t)}{dt}=\begin{pmatrix} -\frac{1}{20} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{0} \end{pmatrix} x(t). \tag{3.25}$$

Неважко знайти, що його перехідна матриця є

$$\Phi(t,t_0) = e^{A(t-t_0)} \tag{3.26}$$

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{t}{20} + \frac{1}{2!}\left(\frac{t}{20}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{t}{20}\right)^3 + \ldots & 0 \\ 0 & 1 - \frac{t}{0} + \frac{1}{2!}\left(\frac{t}{0}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{t}{0}\right)^3 + \ldots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-t/20} & 0 \\ 0 & e^{-t/0} \end{bmatrix}. \tag{3.27}$$

Матрична імпульсна перехідна функція системи рівна

$$K(t-\tau) = \begin{bmatrix} \frac{1}{20} e^{-(t-\tau)/20} & \frac{1}{20} e^{-(t-\tau)/20} \\ \frac{c_1 - c_0}{V_0} e^{-(t-\tau)/0} & \frac{c_2 - c_0}{V_0} e^{-(t-\tau)/0} \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Тепер знайдемо матричну перехідну функцію баку

$$S(t-\tau) = \begin{bmatrix} 1 - e^{-(t-\tau)/20} & 1 - e^{-(t-\tau)/20} \\ \frac{c_1 - c_2}{F_0}(1 - e^{-(t-\tau)/0} & \frac{c_2 - c_0}{F_0}(1 - e^{-(t-\tau)/0} \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

Висновки

Авторами було вирішено дві задачі для доцільної експлуатації техніко-технологічної системи та її обладнання: пошуку оптимального часу експлуатації, формування оптимальної поточної стратегії управління. Запропоновано алгоритми реалізації одночасного сумісного вирішення цих задач. Для здійснення рішення задачі оптимальної поточної експлуатації техніко-технологічної системи розглянутий контрольний приклад змішувальної ємності. Контрольний приклад доведений до кількісної оцінки параметрів і структури оптимальної системи управління.

Всі розглянуті вище задачі мають не тільки науковий, а також економічний інтерес. Результати дослідження можуть бути використанні для вивчення питання економічної ефективності та надійності експлуатації технологічного обладнання.

The algorithms of joint simultaneous solution of the problems are suggested in the article. The monitoring pattern of mixing capacity with the monitoring pattern being adduced to the quantitative valuation of the optimal management system parameters and its structure is examined to find the way to accomplish the task of the optimal routine running of the engineering and technological system.

Література

1. Гихман И.И., Скороход А.В., Введение в теорию случайных процессов.- М.: Наука, 1965.
2. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ.- М.: Радио и связь, 1988.-128с.
3. Камынина О.П. Исследование некоторой модели эксплуатации оборудования с изменяющейся стоимостью обслуживания. - М.: ВЦ АН СССР. 1987. - 32 с.
4. Северцев Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке. — М.: Высшая школа, 1989. — 427с.
5. Камынина О.П. Нахождение оптимальных моментов времени проведения профилактик вычислительной техники. - В кн.: Вопросы кибернетики. Надежность испытания и эксплуатации высокопроизводительных ЭВМ / Сб. научных трудов. - М.: АН СССР, 1991. - С. 38-43.
6. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ.- М: Мир, 1982.
7. Численные методы . Учебник для техникумов.- М.: Высшая школа, 1976.-368с.
8. Турчак Л.И. Основы численных методов: Учебное пособие.-М.: Наука, гл.ред. физ.-мат. наук , 1987.-320с.
9. V.V.S. Sarma and Mansoor Alam. Optimal Maintenance Policies for Machines Subject to Deterioration and Irtermittent Breakdowns // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, May, 1975.
10. Квакернак Х, Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления.- М. : МИР, - 1977. - 650с.
11. Лисогор В.М., Веселовська Н.Р., Математична модель критеріїв мікроекономічного аналізу системи комп‘ютерного контролю й управління підприємством (фірмою) // Зб. Наукові нотатки.- Луцьк, 2004.- С.168-180.
12. Лисогор В.М., Веселовська Н.Р., Моделі мікроекономічного аналізу автоматизованої системи комп‘ютерного контролю й управління підприємством // Зб. Наукові нотатки.- Луцьк, 2004.- С.180-186.

Одержано 12.11.2005 р.