УДК 319.216

С.Лупенко[1], кандидат технічних наук; Ю.Студена[2]

[1]*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

[2]*Тернопільський державний економічний університет*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛІВ СЕРЦЯ В ЗАДАЧАХ ТЕХНІЧНОЇ КАРДІОМЕТРІЇ НА БАЗІ ЇХ МОДЕЛІ У ВИГЛЯДІ ЦИКЛІЧНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

В роботі обґрунтовано нову математичну модель кардіосигналів різної фізичної природи у вигляді циклічного випадкового процесу із зонною часовою структурою. Показано переваги нової математичної моделі кардіосигналів у порівнянні із відомими математичними моделями, зокрема у порівнянні із стохастично періодичним процесом.

Вступ

Побудова адекватних математичних моделей сигналів та систем є актуальною науково-технічною проблемою, вирішення якої суттєво визначає розвиток та впровадження новітніх інформаційних технологій в найрізноманітніші сфери людської діяльності. Зокрема, це стосується і сфери технічної кардіометрії - науково-технічної області, що займається питаннями створення математичних моделей, методів обробки та імітаційного моделювання кардіосигналів різної фізичної природи (електро-, магніто-, фоно-, балісто-, динамо-, апекс-, сфигмо-, фотоплетизмо-, реокардіосигнал), побудовою інформаційно-вимірювальних діагностичних систем [1, 2]. На рисунку 1 подано декілька реалізацій типових кардіосигналів.

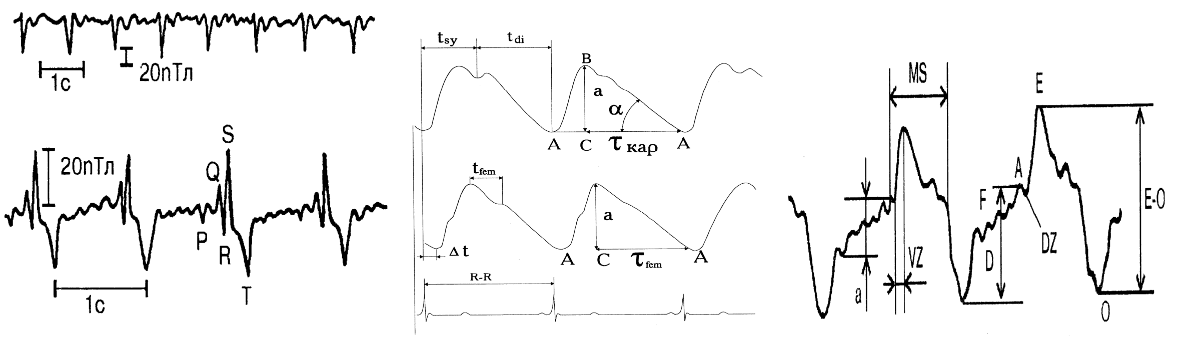

Рисунок 1 - Приклади реалізацій кардіосигналів різної фізичної природи (магніто-, сфигмо-, електро-, апекскардіосигнал).

В кардіометричних діагностичних системах якість, ефективність методів автоматизованої обробки кардіосигналів на базі ЕОМ зумовлюється адекватністю їх математичних моделей. Математичним моделям сигналів серця присвячено значну множину наукових праць. В залежності від того, чи враховується стохастичність, існуючі математичні моделі циклічних сигналів серця можна поділити на детерміновані та стохастичні (ймовірнісні, випадкові). До детермінованих слід віднести гармонічні функції (синуси та косинуси), полігармонічні періодичні функції, що розкладаються у ряд Фур'є із кратними гармоніками, майже періодичні детерміновані функції, що зображаються у вигляді ряду Фур'є із некратними гармоніками. Такі математичні моделі циклічних сигналів є досить спрощеними, ідеалізованими моделями реальних сигналів серця і можуть бути використані на практиці лише для опису циклічних кардіосигналів з відносно стабільною, стійкою структурою, коли нехтування випадковістю в ній не приводить до суттєвих спотворень і спрощує розв'язання поставлених задач дослідження.

До стохастичних моделей циклічних сигналів належать адитивні, мультиплікативні, адитивно-мультиплікативні суміші стаціонарного випадкового процесу та періодичної детермінованої функції, періодично корельований та маже періодично корельований випадкові процеси [3-5], стохастично періодичні процеси за Слуцьким, періодичні білі шуми, процеси із незалежними періодичними приростами та лінійні періодичні випадкові процеси [6-9].

Стохастично періодичний процес за Слуцьким є випадковим процесом, у якого періодичними за сукупністю часових аргументів будуть всі його скінченновимірні функції розподілу, що є природним узагальненням адитивних, мультиплікативних, адитивно-мультиплікативних моделей та періодично корельованого випадкового процесу, у яких періодичними є лише деякі ймовірнісні характеристики, а не вся ймовірнісна структура. Тому природно, для моделювання кардіосигналів можна використовувати стохастично періодичний випадковий процес за Слуцьким. Властивість стохастичної періодичності обгрунтовує метод статистичної обробки кардіосигналів - усереднення відліків реалізації кардіосигналу, взятих через період.

В роботах [1,2, 10] показано, що у випадку наявності яскраво вираженої серцевої аритмії (дисперсія тривалостей серцевого циклу велика), при проведенні обробки зареєстрованих реалізацій кардіосигналів, методи якої грунтуються на усередненні через період відліків однієї реалізації кардіосигналу, спостерігається ефект накладання, додавання її відліків, які відповідають різним фазам роботи серця. Таке змішування відліків реалізації кардіостигналу приводить до розмивання отримуваної в результаті обробки інформації, що не дозволяє провести достатньо повну, "прицільну" діагностику. Розмивання статистичних оцінок кардіосигналів зумовлене неврахуванням фазової структури серцевого циклу, яка зумовлює наявність чіткої зонної часової структури реалізацій кардіосигналів, а також неврахуванням зміни ритму кардіосигналу в його моделі стохастично періодичного процесу.

В роботах [1,2,10], розглянувши існуючі методи функціональної діагностики стану серцево-судинної системи та виходячи із факту подібності просторово-часової структури та генезису широкого класу кардіосигналів, обгрунтовано необхідність та можливість узагальненого теоретико-методологічного підходу до їх моделювання та обробки. Побудовано математичну модель та методи обробки циклічних кардіосигналів, що враховували нестабільність, мінливість часових інтервалів між однофазними значеннями в різних циклах кардіосигналу, що дало змогу частково усунути ефект „розмивання" статистичних характеристик кардіосигналу. Частковість такого усунення небажаного ефекту пояснювалася малим ступенем детальності опису зонно-часової циклічної структури кардіосигналів, оскільки під зоною розумілася ділянка кардіосигналу, яка містила цілу множину його значень, а тому мінливість часових інтервалів було строго встановлено лише для моментів початку та кінця зон зареєстрованого кардіосигналу, а не для всіх його однофазних значень.

Дана робота присвячена обґрунтуванню нової математичної моделі кардіосигналів різної фізичної природи, яка б враховувала циклічний випадковий характер кардіосигналу, а також мінливість тривалостей його циклів та зон.

Основна частина

Циклічні сигнали серця можуть бути адекватно описані на основі математичного апарату циклічних функцій, зокрема, на базі циклічних випадкових процесів із змінним ритмом. Згідно з роботами [11-13], дамо означення неперервного циклічного випадкового процесу.

Означення 1. Сепарабельний випадковий процес $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$ називається циклічним випадковим процесом, якщо існує така функція $T(t,n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що скінченновимірні вектори $(\xi(\omega,t_1),\ \xi(\omega,t_2),\ldots,\ \xi(\omega,t_k))$ і $(\xi(\omega,t_1+T(t_1,n)),\ \xi(\omega,t_2+T(t_2,n))),\ldots,$ $\xi(\omega,t_k+T(t_k,n))$, $n\in\mathbf{Z}$, де $\{t_1,\ t_2,\ldots,t_k\}$ - множина сепарабельності процесу $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$, при всіх цілих $k\geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Функція ритму $T(t,n)$ визначає закон зміни часових інтервалів між однофазними значеннями циклічної функції. Функція $T(t,n)$ повинна задовольняти таким властивостям:

1. Вона задана на всій дійсній осі $t \in \mathbf{R}$ і на всій множині цілих чисел і дорівнює нулю, коли $n = 0$. В інших випадках вона або додатна, або від'ємна, тобто:

   a) $T(t,n) > 0$, якщо $n > 0$;

   b) $T(t,n) = 0$, якщо $n = 0$;

   c) $T(t,n) < 0$, якщо $n < 0$. (1)

2. Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{R}$ та $t_2 \in \mathbf{R}$, для яких $t_2 > t_1$, для функції $T(t,n)$ виконується нерівність:

$$t_1 + T(t_1,n) < t_2 + T(t_2,n), \forall n \in \mathbf{Z}. \qquad (2)$$

Так, для циклічного випадкового процесу сімейство його функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$F_1(x,t) = F_1(x,t+T(t,n)), \quad x,t \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z},...,$$

$$F_k(x_1,...,x_k,t_1,...,t_k) =$$

$$F_k(x_1,...,x_k,t_1+T(t_1,n),...,t_k+T(t_k,n)), \quad x_1,...,x_k,t_1,...,t_k \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{N}, \qquad (3)$$

де функція $T(t,n)$ відображає закон зміни ритму циклічного випадкового процесу. Якщо $T(t,n) = n \cdot T, T = const, T > 0$, то будемо мати випадковий циклічний процес із стабільним ритмом або так званий стохастично T-періодичний процес за Слуцьким. Якщо $T(t,n) \neq n \cdot T$, то будемо мати випадковий циклічний процес із змінним ритмом.

В сучасних кардіометричних діагностичних системах обробка сигналів здійснюється в цифровій формі, а тому необхідно дати означення дискретного циклічного випадкового процесу, що є моделлю продискретизованих кардіосигналів.

Означення 2. Дискретний випадковий процес $\{\xi(\omega,t_{ml}),\omega \in \mathbf{\Omega}, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$ називається циклічним дискретним випадковим процесом, якщо існує така дискретна функція $T(t_{ml},n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що скінченновимірні вектори $(\xi(\omega,t_{m_1l_1}), \xi(\omega,t_{m_2l_2}),..., \xi(\omega,t_{m_kl_k}))$ і $(\xi(\omega,t_{m_1l_1}+T(t_{m_1l_1},n)), \xi(\omega,t_{m_2l_2}+T(t_{m_2l_2},n)),..., \xi(\omega,t_{m_kl_k}+T(t_{m_kl_k},n)))$, $n \in \mathbf{Z}$, при всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Область $\mathbf{D} = \left\{t_{ml}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1,L}\right\}$ є областю визначення дискретного циклічного випадкового процесу $\xi(\omega,t_{ml})$, m - номер циклу циклічного випадкового процесу, l - номер відліку дискретного випадкового процесу в рамках його m-го циклу.

Так, для дискретного циклічного випадкового процесу сімейство його функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$F_1(x,t_{ml}) = F_1(x,t_{ml}+T(t_{ml},n)), x \in \mathbf{R}, t_{ml} \in \mathbf{D}, n \in \mathbf{Z},...,$$

$$F_k(x_1,...,x_k,t_{m_1l_1},...,t_{m_kl_k}) =$$

$$F_k(x_1,...,x_k,t_{m_1l_1}+T(t_{m_1l_1},n),...,t_{m_kl_k}+T(t_{m_kl_k},n)), \quad x_1,...,x_k \in \mathbf{R}, t_{m_1l_1},...,t_{m_kl_k} \in \mathbf{D}, \quad n \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{N}. \qquad (4)$$

В роботах [1, 2] було показано, що реалізації та ймовірнісні характеристики кардіосигналів мають зонно-циклічну часову структуру. Під зонами розуміють ділянки реалізацій кардіосигналу, які відповідають певним фазам роботи серцево-судинної системи і характеризуються чіткими ознаками, що дозволяють розрізняти фази серцевого циклу між собою. Кількість таких зон у серцевому циклі для кардіосигналів різних типів вибирається різною, що зумовлено специфікою реалізацій кожного з них і визначається згідно з прийнятими в медичній практиці рекомендаціями. Тривалості зон дорівнюють тривалостям відповідних до них фаз серцевого циклу.

На рисунку 2 схематично зображено реалізацію електрокардіосигналу з його основними зонами.

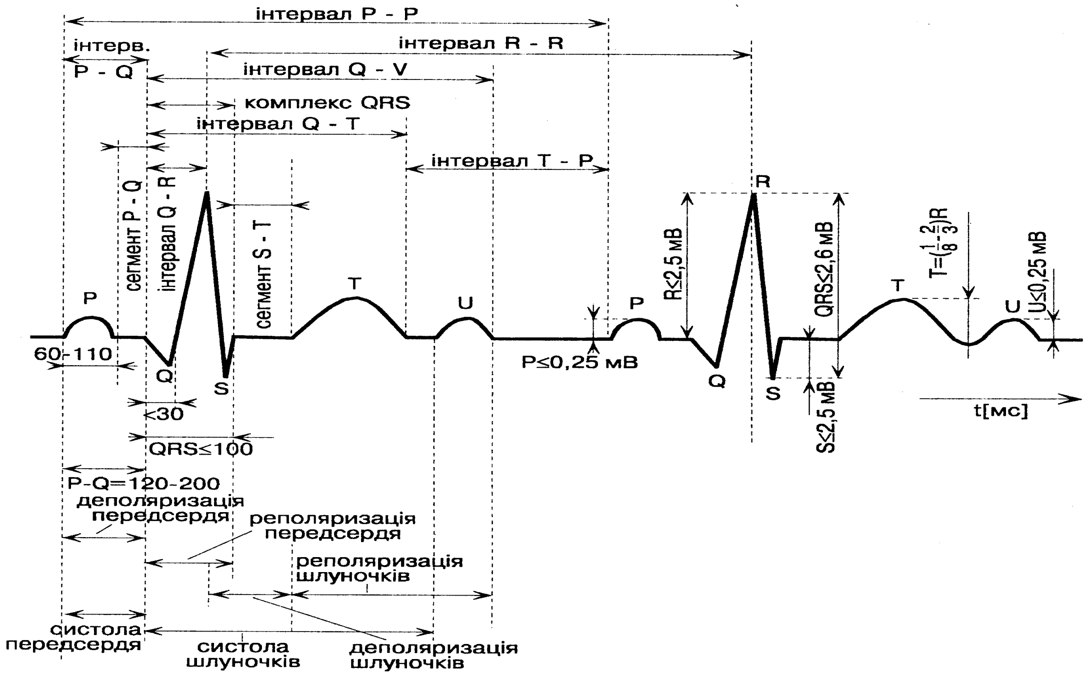

Рисунок 2 - Схематичне зображення електрокардіограми в другому відведенні та її основні зони.

Виходячи із означень циклічного випадкового процесу та випадкового процесу із зонною часовою структурою [14], дамо означення циклічного випадкового процесу із зонною часовою структурою, що може використовуватися як модель широкого класу кардіосигналів.

Означення 3. Циклічним випадковим процесом із зонною часовою структурою називається такий циклічний випадковий процес, який можна подати у вигляді:

$$\xi(\omega,t)=\sum_{m\in\mathbf{Z}}\xi_m(\omega,t)=\sum_{m\in\mathbf{Z}}\sum_{k=1}^{K}\xi_{mk}(\omega,t),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{R}\,, \tag{5}$$

де $\xi_m(\omega,t)$ - відповідає m-му циклу циклічного випадкового процесу, який визначається так

$$\xi_m(\omega,t)=\sum_{k=1}^{K}\xi_{mk}(t),\ t\in\mathbf{W}_m,\ \forall m\in\mathbf{Z}\,, \tag{6}$$

$$\xi_m(\omega,t)=\xi(\omega,t)\cdot I_{\mathbf{W}_m}(t),\ t\in\mathbf{R}\,, \tag{7}$$

де $I_{\mathbf{W}_m}(t)$ - індикаторна функція m-го циклу, що дорівнює

$$I_{\mathbf{W}_m}(t)=\begin{cases}1,\ t\in\mathbf{W}_m,\\ 0,\ t\notin\mathbf{W}_m.\end{cases} \tag{8}$$

$\xi_{mk}(\omega,t),\ t\in\mathbf{W}_{mk}$ - k-та зона в m-му циклі циклічного випадкового процесу, що дорівнює:

$$\xi_{mk}(\omega,t)=\xi(\omega,t)\cdot I_{\mathbf{W}_{mk}}(t)=\xi_m(\omega,t)\cdot I_{\mathbf{W}_{mk}}(t),\ t\in\mathbf{R}\,. \tag{9}$$

де $I_{\mathbf{W}_{mk}}(t)$ - індикаторна функція k-ї зони в m-му циклі, що дорівнює

$$I_{\mathbf{W}_{mk}}(t)=\begin{cases}1,\ t\in\mathbf{W}_{mk},\\ 0,\ t\notin\mathbf{W}_{mk}.\end{cases} \tag{10}$$

Тобто, в конструкції (5) відповідні компоненти $\xi_m(\omega,t)\in\mathbf{W}_m$ та $\xi_{mk}(\omega,t),\ t\in\mathbf{W}_{mk}$ на множинах, відповідно $\mathbf{R}\setminus\mathbf{W}_m$ та $\mathbf{R}\setminus\mathbf{W}_{mk}$ тотожно дорівнюють нулеві.

Зонна структура циклічного випадкового процесу задається множиною моментів часу, що відповідають початкам зон циклічного процесу:

$$\mathbf{D}=\left\{t_{m,k},\ m\in\mathbf{Z},\ k=\overline{1,K}\right\},\ t_m=t_{m,1},\ \forall m\in\mathbf{Z}. \tag{11}$$

Області визначення зон та циклів процесу із зонною циклічною структурою задовольняють таким співвідношенням:

$$\mathbf{W}_m=[t_m,t_{m+1})\ \ \mathbf{W}_{mk}=[t_{m,k},t_{m,k+1}),\ \mathbf{W}_m=\bigcup_{k=1}^{K}\mathbf{W}_{mk}. \tag{12}$$

$$\bigcup_{m\in\mathbf{Z}}\bigcup_{k=1}^{K}\mathbf{W}_{mk}=\mathbf{R},\ \mathbf{W}_{mk_1}\bigcap\mathbf{W}_{mk_2}=\varnothing,\ k_1\neq k_2. \tag{13}$$

Легко показати, що за заданою множиною початків зон можна визначити дискретну функцію ритму $T(t_{m,k},n)$, що є вкладеною в неперервну $T(t,n)$, а саме:

$$T(t_{m,k},n)=t_{m+n,k}-t_{m,k},\ \forall n\in\mathbf{Z}. \tag{14}$$

У випадку, якщо найдрібнішою зоною циклічного випадкового процесу є його цикл, то дискретна функція ритму буде визначатися через моменти початків циклів випадкового процесу $\xi(\omega,t)$:

$$T(t_m,n)=t_{m+n}-t_m,\ \forall n\in\mathbf{Z}. \tag{15}$$

Окремо взятий функціональний метод дослідження серцево-судинної системи може дати уявлення переважно лише про одну якусь сторону її активності. Повну інформацію про активність серцево-судинної системи можна отримати лише при умові паралельного використання декількох методів автоматизованої діагностики на базі ЕОМ, а отримані дані повинні розглядатися з єдиної точки зору. На переваги подібного комплексного підходу до діагностики стану серцево-судинної системи вказували автори багатьох наукових робіт медичного спрямування: Куршаков М.А., Кірілов С.А., Лукомський П.Е., Селідовкіна А.А. та ін. Такий підхід дозволяє певним чином як уніфікувати автоматизовану обробку та моделювання різних за фізичною природою кардіосигналів, так і підвищити достовірність, повноту діагностики стану серця внаслідок використання однотипних діагностичних ознак для різних класів кардіосигналів.

Сумісний аналіз кардіосигналів можливо проводити лише за умови, що їх математичні моделі є певним чином узгодженими між собою, мають подібну структуру. З метою розробки методів сумісного статистичного аналізу кардіосигналів дамо означення вектора ритмічно пов’язаних циклічних випадкових процесів, які можуть використовуватися як моделі вектора синхронно зареєстрованих кардіосигналів, наприклад, електрокардіосигнали, що зареєстровані в різних відведеннях або синхронно зареєстровані електрокардіосигнал та магнітокардіосигнал.

Означення 4. Вектор $\mathbf{\Theta}_N(\omega,t)$ циклічних випадкових процесів $\left\{\xi_i(\omega,t),\, i=\overline{1,N},\, \omega\in\mathbf{\Omega},\, t\in\mathbf{R}\right\}$ будемо називати вектором строго ритмічно пов'язаних випадкових процесів, а самі процеси строго ритмічно пов'язаними, якщо існує така функція ритму $T(t,n)$, яка задовольняє умови (1) і (2), що скінченновимірні вектори $\left\{\xi_{i_1}(\omega,t_1),\xi_{i_2}(\omega,t_2),...,\xi_{i_p}(\omega,t_p)\right\}$ та

$\left\{\xi_{i_1}(\omega,t_1+T(t_1,n)),\xi_{i_2}(\omega,t_2+T(t_2,n)),...,\xi_{i_p}(\omega,t_p+T(t_p,n))\right\}$ $n\in\mathbf{Z}, i_1,...,i_p=\overline{1,N}$, де $\{t_1,...,t_p\}$ - множина сепарабельності вектора $\mathbf{\Theta}_N(\omega,t)$, при всіх цілих $p\ge 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Розглянемо властивості ймовірнісних характеристик вектора $\mathbf{\Theta}_N(\omega,t)$ ритмічно пов'язаних циклічних випадкових процесів.

Так, для його сумісної p - вимірної функції розподілу має місце рівність:

$$\begin{gathered}F_{p_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(x_1,...,x_p;t_1,...,t_p)=\\=F_{p_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}\left(x_1,...,x_p;t_1+T(t_1,n),...,t_p+T(t_p,n)\right), n\in\mathbf{Z},\, i_1,...,i_p=\overline{1,N}, t_1,...,t_p\in\mathbf{R}.\end{gathered}\tag{16}$$

Якщо існує сумісна щільність розподілу вектора $\mathbf{\Theta}_N(\omega,t)$, то для неї має місце рівність, що аналогічна рівності (16).

Аналогічно і p-вимірна сумісна характеристична функція $f_{p_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(u_1,...,u_p;t_1,...,t_p)$ вектора $\mathbf{\Theta}_N(\omega,t)$ задовольняє рівності:

$$\begin{gathered}f_{p_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(u_1,...,u_p;t_1,...,t_p)=\\=f_{p_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}\left(u_1,...,u_p;t_1+T(t_1,n),...,t_p+T(t_p,n)\right), n\in\mathbf{Z},\, i_1,...,i_p=\overline{1,N}, t_1,...,t_p\in\mathbf{R}.\end{gathered}\tag{17}$$

Змішана початкова моментна функція порядку $k=\sum_{l=1}^{p}R_l$:

$$\begin{gathered}c_{k_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(t_1,...,t_p)=\mathbf{M}\left\{\xi^{R_1}(\omega,t_1)\cdot...\cdot\xi^{R_p}(\omega,t_p)\right\}=\\=c_{k_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(t_1+T(t_1,n),...,t_p+T(t_p,n)),\, t_1,t_2,...,t_p\in\mathbf{R},\, i_1,...,i_p=\overline{1,N}\; n\in\mathbf{Z}.\end{gathered}\tag{18}$$

Змішана центральна моментна функція порядку $k=\sum_{l=1}^{p}R_l$:

$$\begin{gathered}r_{k_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(t_1,...,t_p)=\mathbf{M}\left\{\left(\xi(\omega,t_1)-m_{\xi_{i_1}}(t_1)\right)^{R_1}\cdot...\cdot\left(\xi(\omega,t_p)-m_{\xi_{i_p}}(t_p)\right)^{R_p}\right\}=\\=r_{k_{\xi_{i_1}...\xi_{i_p}}}(t_1+T(t_1,n),...,t_p+T(t_p,n)),\, t_1,t_2,...,t_p\in\mathbf{R},\, i_1,...,i_p=\overline{1,N},\, n\in\mathbf{Z}.\end{gathered}\tag{19}$$

Підходи до обробки та аналізу кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу

Обґрунтуємо можливість проведення статистичного аналізу кардіосигналів на основі наведених вище їх математичних моделей у вигляді циклічних випадкових процесів.

Для неперервного циклічного випадкового процесу $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$ характерно те, що із нього можна виділити континуальну множину вкладених у нього дискретних циклічних випадкових процесів $\{\xi_c(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D},c\in\mathbf{R}\}$, де $\mathbf{D}$ - дискретна область визначення $\mathbf{D}=\left\{t_{ml},m\in\mathbf{Z},l=\overline{1,L}\right\}$, c - континуальний параметр, що визначає конкретний дискретний циклічний випадковий процес $\xi(\omega,t_{ml})$ із множини можливих $\{\xi_c(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D},c\in\mathbf{R}\}$. Відмітимо, що кількість відліків на цикл вкладеного дискретного циклічного процесу є однаковою і дорівнює L. Отже, множина $\left\{t_{ml},m\in\mathbf{Z},l=\overline{1,L}\right\}$ є множиною, на якій задано дискретний циклічний випадковий процес $\xi(\omega,t_{ml})$, що є вкладений в неперервний процес $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$.

Із кожним вкладеним дискретним випадковим процесом $\xi(\omega,t_{ml})$ зв'язано L стаціонарних та стаціонарно пов'язаних випадкових послідовностей $\left\{\varphi_l(\omega,m)=\xi(\omega,t_{ml}),m\in\mathbf{Z},l=\overline{1,L}\right\}$, де m має зміст номера члена l-ї послідовності, а L - кількість всіх стаціонарних послідовностей, що пов'язані із вкладеним дискретним процесом $\xi(\omega,t_{ml})$. Такі стаціонарні послідовності називаються φ-серіями. Отже, для неперервного циклічного випадкового процесу $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$ таких φ-серій є континуум. Факт стаціонарності та стаціонарної пов'язаності φ-серій дає змогу застосувати методи обробки стаціонарних випадкових процесів до циклічних випадкових процесів, якщо відома їх функція ритму $T(t,n)$.

Виходячи із наведеного вище, статистичний аналіз циклічного випадкового процесу слід проводити так.

1. Визначаємо початок t_m та кінець t_{m+1} m-го (довільного) циклу циклічного неперервного випадкового процесу $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$.
2. Розбиваємо півінтервал $\mathbf{W}_m=[t_m,t_{m+1})$ на L півінтервалів точками $\left\{t_{ml},l=\overline{1,L}\right\}$, де $t_{m1}=t_m$.
3. Утворюємо вкладений в неперервний процес $\{\xi(\omega,t),\omega\in\mathbf{\Omega},t\in\mathbf{R}\}$ дискретний циклічний процес $\{\xi(\omega,t_{ml}),\omega\in\mathbf{\Omega},t_{ml}\in\mathbf{D}\}$, що заданий на дискретній множині $\mathbf{D}=\left\{t_{ml},m\in\mathbf{Z},l=\overline{1,L}\right\}$ шляхом знаходження цієї множини за відомою функцією ритму та множиною $\left\{t_{ml},l=\overline{1,L}\right\}$, тобто $t_{m+n,l}=t_{ml}+T(t_{ml},n),n\in\mathbf{Z}$.
4. Сформуємо L φ-серій $\left\{\varphi_l(\omega,m)=\xi(\omega,t_{ml}),m\in\mathbf{Z},l=\overline{1,L}\right\}$, які є стаціонарними та стаціонарно пов'язаними.
5. До вектора L стаціонарних послідовностей застосуємо методи їх статистичного аналізу.

Відзначимо, що статистичний аналіз сигналу серця можна проводити, якщо є відомою його функція ритму. Проте в більшості випадків вона є невідомою, а тому виникає потреба у її оцінюванні.

Як видно із формул (14), (15), знання моментів часу, що відповідають початкам зон циклічного процесу дає змогу визначити його дискретну ритмічну структуру, інформація про яку міститься в дискретній функції ритму $T(t_{m,k}, n)$, що є вкладеною в неперервну функцію ритму $T(t,n)$ неперервного циклічного випадкового процесу. Даний факт вказує на необхідність розробки методів сегментації каріосигналу з метою оцінювання його функції ритму, що є необхідним як для проведення морфоаналізу, так і для аналізу ритму серця.

Задача сегментації циклічного випадкового процесу полягає в знаходженні невідомої множини $\mathbf{D} = \left\{ t_{m,k}, \, m \in \mathbf{Z}, \, k = \overline{1, K} \right\}$, тобто в знаходженні множини початків зон у відповідних циклах циклічного випадкового процесу або, що аналогічно, – у знаходженні розбиття $\mathbf{W} = \left\{ \mathbf{W}_{m,k}, \, m \in \mathbf{Z}, \, k = \overline{1, K} \right\}$ області визначення циклічного процесу. Один із можливих підходів до сегментації електрокардіосигналів розроблено в роботах [15, 16].

Отже, одна із важливих задач обробки та аналізу кардіосигналів полягає у віднаходженні (оцінюванні) функції ритму $T(t,n)$ неперервного циклічного випадкового процесу $\{\xi(\omega,t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{R}\}$ шляхом проведення інтерполяції дискретної функції ритму $T(t_{m,k}, n)$, що є вкладеною в неперервну і яка може бути визначена за формулами (14), (15), якщо відома зонна часова структура кардіосигналу. Умови, що накладаються на інтерполяційну функцію, є тими самими умовами, яким повинна задовольняти функція ритму $T(t,n)$.

Висновки

Вперше обґрунтовано підхід до моделювання та аналізу кардіосигналів різної фізичної природи на базі їх нової математичної моделі у вигляді циклічних випадкових процесів. Дана модель враховує зонно-циклічну, стохастичну природу типових кардіосигналів. Розглянуто можливості статистичного аналізу кардіосигналів. Показано адекватність вектора циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів сукупності синхронно зареєстрованих карідосигналів, що дає змогу розробити методи їх сумісного статистичного аналізу. Відзначимо, що статистичне оцінювання ймовірнісних характеристик кардіосигналу можна проводити, якщо відома його функція ритму. В більшості практичних випадків функція ритму є невідомою, а тому її оцінювання є важливою задачею аналізу циклічних сигналів серця.

В наступних дослідженнях, що стосуються розв’язання задач технічної кардіометрії на базі розроблених математичних моделей у вигляді циклічного випадкового процесу та вектора циклічних ритмічно пов’язаних випадкових процесів, необхідно розробити:

1. Статистичні методи аналізу кардіосигналів.
2. Методи оцінювання функції ритму кардіосигналу.
3. Методи дискретизації кардіосигналів при їх обробці на цифровій ЕОМ.
4. Методи комп’ютерного моделювання типових сигналів серця з метою тестування розроблених методів аналізу та обробки кардіосигналів на базі циклічних випадкових процесів.

In the article new mathematical model of cardiosignal of different physical nature as cyclic random process with segment structure presented. Advantages of new mathematical model of cardiosignal in comparison with well-known mathematical models, especially stochastically periodic process are shown

Література

1. Лупенко С.А., Щербак Л.М. Конструктивна математична модель сигналів серця в технічних системах кардіометрії // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - Хмельницький: Навчальна книга. – 2000. - №2. - С. 133-136.

2. Лупенко С.А. Математичне моделювання та методи обробки циклічних сигналів серця в діагностичних системах кардіометрії // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2001. – Т.6, №3. - С. 103 – 111.
3. Гладышев Е.Г. Переодически и почти переодически коррелированные случайные процессы с непрерывным временем // Теория вероятностей и её применение. -1963. - С. 654.
4. Драган Я.П., Яворський И.Н. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. - К.: Наук. Думка, 1982. - 248 с.
5. Драган Я.П., Приймак Н.В. Линейные периодически коррелированные случайные процессы: Препр. / АН УССР. Физ.-мех. ин-т им. Г.В. Карпенко, №120. - Львов, 1986. – 30 с.
6. Приймак М.В. Дискретні періодичні білі шуми з дискретними розподілами // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львівська політехніка.- 1999, №55.- С. 167-169.
7. Приймак М.В. Дискретні періодичні білі шуми з неперервним розподілами і можливості їх імітаційного моделювання // Відбір і обробка інформації. –2003.- Вип.18 (94).– С. 17-21.
8. Красильников О.І., Марченко Б.Г., Приймак М.В. Процеси з незалежними періодичними приростами і періодичні білі шуми // Відбір і обробка інформації. - 1996.- Вип. 10. - С. 22-27.
9. Марченко Б.Г. Лінійні періодичні процеси // Пр. Ін.-ту електродинаміки НАН України. Електротехніка. - 1999. - С. 165-182.
10. Литвиненко Я.В., Лупенко С.А., Щербак Л.М. Моделювання та обробка циклічних сигналів серця на ЕОМ // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.- Хмельницький: Навчальна книга. – 2000. - №3, - С. 160-167.
11. М. Приймак., І. Боднарчук, С. Лупенко. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом //Вісник Тернопільського державного технічного університету.- 2005.-Т. 10, №2. -С.143-152.
12. Лупенко С. Циклічний випадковий процес із змінним ритмом. // Тези доповідей дев'ятої наук.-техн. конф. ТДТУ. Тернопіль. – 2005. – С.61.
13. Лупенко С. Циклічні випадкові функції в задачах моделювання циклічних сигналів та коливних систем // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - Хмельницький: Навчальна книга. – 2005. - №1. - С. 132-139.
14. Лупенко С.А. Випадковий процес із зонною часовою структурою та сімейство його функцій розподілу // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2005. – Т.6, №4. - С. 103-111.
15. Литвиненко Я.В., Лупенко С.А., Щербак Л.М. Застосування непараметричного методу виявлення розладки випадкового процесу в задачах обробки електрокардіосигналів // Тези доповідей сьомої наук.-техн. конф. ТДТУ ”Прогресивні матеріали та обладнання в машино і приладобудуванні”. Тернопіль. – 2003. – С. 86.
16. Я.Литвиненко, С.Лупенко, Л.Щербак. Статистичний метод визначення зонної структури електрокардіосигналу в автоматизованих діагностичних системах // Вісник Тернопільського державного технічного університету.- 2005.-Т. 10, №3. -С.144-154.

Одержано 21.12.2005 р.