

УДК 631.362

О. Берестнев, докт. техн. наук; Ю. Солитерман, канд. техн. наук;

А. Гоман, канд. техн. наук; К. Кузьмич

Институт механики и надежности машин НАН Республики Беларусь

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ТРАКТОРОВ С МИНИМАЛЬНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ ИСПЫТЫВАЕМЫХ ОБРАЗЦОВ

В статье описываются предлагаемые методы прогнозирования надежности сельскохозяйственных тракторов по результатам эксплуатационных испытаний. В соответствии с рекомендациями стандартов предлагается оценивать надежность тракторов по времени наработки между отказами второй и третьей групп сложности, а также по сроку службы. Рекомендуются методы обработки эксплуатационных данных, включающие определение закона и параметров аппроксимирующего распределения. Для выбора закона распределения вторым наилучшим способом аппроксимирующего экспериментальные данные используется критерий Пирсона. При определении параметров распределения Вейбулла используется метод максимального правдоподобия. Приводятся примеры практического применения разработанных методов.

Введение

Надежность любой машины и, в частности, сельскохозяйственного трактора, как способность его выполнять различного вида работы в течение длительного времени при обеспечении предусмотренного техническими условиями эксплуатации восстановления его работоспособности, является одним из основных качественных показателей. Современный технический прогресс определяется не только совершенствованием машин, характеризующимся повышением производительности, снижением материалоемкости и энергоемкости, но и существенным повышением их надежности. Оценка надежности должна базироваться на воспроизводимой количественной информации, главным источником которой являются результаты расчетов, а также лабораторных и эксплуатационных испытаний на надежность и анализа данных эксплуатации серийных машин аналогичных моделей. Работа посвящена методам прогнозирования надежности по результатам эксплуатационных испытаний тракторов и определению минимального числа испытываемых тракторов для получения достоверной оценки надежности модели.

Контролируемые показатели надежности

Основными показателями при оценке надежности сельскохозяйственных тракторов, согласно ГОСТ 4.40-84 [1], являются наработка на отказ II и III групп сложности и ресурс трактора. Контроль нормируемых показателей надежности, согласно ГОСТ 27.410-87 [2], предусматривает математическую обработку результатов испытаний, включающую определение закона и параметров распределения наработки между отказами, и принятие решения о соответствии или несоответствии изделий установленным требованиям надежности. Нарботка на отказ определяется путем статистической обработки экспериментальных данных об отказах испытываемых образцов. При прогнозировании ресурса трактора используются данные незавершенных испытаний. Согласно рекомендациям ГОСТ 7057-2001 [3], время контрольных испытаний на надежность должно составлять не менее 4000 моточасов, в то время как ресурс современного колесного трактора устанавливается порядка 10000 моточасов. По результатам испытаний на надежность определяется закон и параметры распределения наработки на отказ и прогнозируется вероятность безотказной работы при заданном ресурсе трактора. При этом предполагается, что статистическая модель распределения наработки между отказами, полученная при обработке экспериментальных данных незавершенных испытаний, сохраняется до исчерпания

установленного ресурса. При определении наработки на отказ колесный трактор рассматривается как система с восстанавливаемыми отказами, которые происходят в случайные моменты времени. Предполагается, что после отказа система мгновенно восстанавливается.

Наработка на отказ

При определении теоретического закона распределения наработки на отказ, наилучшим образом описывающего эмпирическое распределение наработки на отказ, используются следующие виды распределений: нормальное, логарифмически нормальное, Вейбулла, экспоненциальное [4].

Для проверки выбранных гипотез о законе распределения рекомендуется использовать критерий согласия Пирсона. Определение закона распределения наработки на отказ осуществляется в следующей последовательности:

- строятся интервальный ряд и гистограмма распределения времени наработки на отказ;
- по виду гистограммы распределения производится отбор возможных теоретических законов распределения, аппроксимирующих экспериментальные данные;
- определяются значения критерия Пирсона для каждого из выбранных теоретических законов распределения.

Чем меньше значение критерия Пирсона, тем больше достоверность аппроксимации экспериментальных данных выбранным теоретическим законом.

Распределение Вейбулла. Это распределение получило широкое распространение при оценке надежности сложных технических изделий в эксплуатационных условиях. Для определения параметров распределения Вейбулла λ и β с плотностью вероятности

$$f(t) = \lambda\beta t^{\beta-1} \exp(-\lambda t^\beta), \quad (1)$$

и статистической оценки результатов испытаний воспользуемся рекомендациями стандарта ИЕС- 61649 [5].

Точечная оценка параметра формы $\bar{\beta}$ определяется численным решением уравнения

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^r t_i^\beta \ln t_i + (n-r)T^\beta \ln(T)}{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r)T^\beta} - \frac{1}{\beta} \right] - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i = 0, \quad (2)$$

где n - общее число испытаний; r - число отказов; t_i - время наработки на i -ый отказ; T - время прекращения испытаний.

Точечная оценка параметра масштаба $\bar{\lambda}$ определяется выражением

$$\bar{\lambda} = \left\{ \frac{1}{r} \left[\sum_{i=1}^r t_i^{\bar{\beta}} + (n-r)T^{\bar{\beta}} \right] \right\}^{\frac{1}{\bar{\beta}}}, \quad (3)$$

$$\text{Среднее время до отказа } T_m = \bar{\lambda} \Gamma(1 + 1/\bar{\beta}), \quad (4)$$

где $\Gamma(z)$ - гамма-функция.

Точечная оценка ожидаемого времени безотказной работы изделия

$$\bar{B}_{10} = \bar{\lambda} \left[\ln \left(\frac{1}{\gamma} \right) \right]^{1/\bar{\beta}}. \quad (5)$$

Точечная оценка вероятности безотказной работы за время t

$$\bar{P}(t) = \exp\left[-\left(t/\bar{\lambda}\right)^\beta\right]. \quad (6)$$

Экспоненциальное распределение. Для определения параметров экспоненциального распределения и статистической оценки результатов испытаний используем рекомендации стандарта ИЕС- 60605-4 [6].

Точечная оценка средней наработки на отказ

$$\bar{T}_m = T' / r \text{ при } r \geq 10 \text{ и } \bar{T}_m = T' / (r - 1) \text{ при } r < 10, \quad (7)$$

где T' - суммарное время испытаний.

Нижний предел доверительной оценки средней наработки на отказ

$$T_{mL} = \frac{2T'}{\chi_{1-\alpha/2}^2(2r+2)}. \quad (8)$$

Верхний предел доверительной оценки средней наработки на отказ

$$T_{mU} = \frac{2T'}{\chi_{\alpha/2}^2(2r)}. \quad (9)$$

где α - доверительный уровень значимости; $\chi_{\alpha/2}^2(2r)$ -квантиль χ^2 распределения.

Нормальное распределение. Для определения значений функции распределения $F(a_i)$ нормального закона вычислим выборочные характеристики:

$$\text{Среднее значение} \quad \bar{t} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r t_i \quad (10)$$

$$\text{Дисперсия} \quad S^2 = \left(t^2\right) - (\bar{t})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^r t_i^2\right) - (\bar{t})^2. \quad (11)$$

Вероятность наработки на отказ за время T определяется по функции Лапласа

$$\Phi(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^T \exp(-0,5z^2) dz, \text{ где } z = \frac{t - \bar{t}}{S}. \quad (12)$$

Логарифмически нормальное распределение. Определение параметров логарифмически нормального закона распределения осуществляется по данным распределения натуральных логарифмов наработки на отказ аналогично нормальному закону распределения.

Прогнозирование ресурса

При определении вероятностной оценки ресурса по результатам незавершенных эксплуатационных испытаний тракторов в соответствии с рекомендациями РД10.28-92 [7] принимаем значение коэффициента вариации ресурса $\nu_R = 0,4$, что позволяет на основании общих положений теории надежности технических систем аппроксимировать распределение ресурса тракторов распределением Вейбулла. Для определения параметров двухпараметрического распределения Вейбулла λ и β воспользуемся принципом максимума функции правдоподобия

$$L(\lambda, \beta) = \lambda^n \beta^n (t_1 t_2 \dots t_m)^{\beta-1} \exp\{-\lambda (t_1^\beta + \dots + t_m^\beta + (N-m)T^\beta)\}, \quad (13)$$

где N - число испытываемых тракторов; m - число тракторов, имеющих невосстанавливаемые отказы; t_i - время наработки до невосстанавливаемого отказа; T - продолжительность ресурсных испытаний.

Это условие можно заменить условием максимума функция

$$L_1(\lambda, \beta) = \ln L(\lambda, \beta) = m \ln(\lambda \beta) + (\beta - 1) \ln(t_1 \dots t_m) - \lambda (t_1^\beta + \dots + t_m^\beta + (N - m)T^\beta). \quad (14)$$

Для нахождения максимума функции $L_1(\lambda, \beta)$ вычислим ее частные производные по λ и β и приравняем их к нулю.

Откуда

$$\lambda = \frac{m}{t_1^\beta + \dots + t_m^\beta + (N - m)T^\beta}. \quad (15)$$

Подставляя выражение λ в (14) получим нелинейное уравнение с одним неизвестным β

$$m + \beta \ln(t_1 \dots t_m) - \frac{m^\beta \{t_1^\beta \ln t_1 + \dots + t_m^\beta \ln t_m + (N - m)T^\beta \ln T\}}{t_1^\beta + \dots + t_m^\beta + (N - m)T^\beta} = 0. \quad (16)$$

После численного определения величины β вычисляем значение λ из выражения (15). Вероятность наработки на отказ за время установленной величины ресурса T^* определяется по формуле

$$P(T^*) = \exp\{-\lambda (T^*)^\beta\}. \quad (17)$$

Результаты расчета вероятности сохранения работоспособности тракторов при наработке назначенного ресурса в зависимости от числа испытываемых тракторов, относительного времени наработки в процессе испытаний $T/T^*=0,4$, числа невозстанавливаемых отказов и принятой наработке отказавших тракторов до невозстанавливаемых отказов приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Вероятность сохранения работоспособности тракторов при наработке назначенного ресурса

Число испытываемых тракторов N	3	4	5
Число невозстанавливаемых отказов m	Вероятность наработки ресурса $P(T^*)$		
0	>0,643	>0,739	>0,791
1	0,643	0,739	0,791
2	-	0,473	0,595
3	-	-	0,003

Анализ данных таблицы 1 свидетельствует, что для получения достоверной оценки ресурса тракторов при незавершенных испытаниях последних в течение времени испытаний 0,4 установленного ресурса достаточно проведение безотказных испытаний 4...5 тракторов одной модели.

Пример оценки надежности по результатам испытаний

В качестве примера оценим надежность одной из модификаций колесного трактора МТЗ. В результате эксперимента были получены следующие данные (моменты отказов): 1070, 1515, 624, 1150, 782, 820, 204, 781, 852, 1204, 1426, 393, 939, 255 моточасов. Построим вариационный ряд эмпирического закона распределения наработки на отказ (Таблица 2)

Таблица 2 - Вариационный ряд эмпирического закона распределения наработки на отказ

x_1	200-529	529-858	858-1187	1187-1516
n_1	3	5	3	3

По виду гистограммы делаем вывод, что случайная величина x может иметь распределение по одному из следующих законов: нормальный, логарифмически нормальный, закон Вейбулла.

Проверим каждый из этих законов на соответствие эмпирическим данным.

Для определения значений функции распределения $F(a_i)$ нормального закона вначале вычислим выборочные характеристики \bar{x} , S^2 по выражениям (10 и 11)

$$\bar{x} = 835,79, \quad S^2 = 117100,36, \quad S = 342,2$$

Заменяя теоретические значения выборочными, получим нормальное распределение с параметрами $a = 836$, $\sigma = 342$.

Тогда
$$F(a_i) = \Phi\left(\frac{a_i - a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{a_i - 836}{342}\right),$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-0,5t^2) dt$ - функция Лапласа.

Для численных значений a_i по таблицам функции Лапласа определим значения $F(a_i)$ и находим величину:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \left\langle \frac{n_i - np_i}{np_i} \right\rangle^2 = 0,964.$$

Если величины x_i распределены по логарифмически нормальному закону, то их логарифмы $y_i = \ln x_i$ будут распределены по нормальному закону. Вычисляя логарифмы, получим ряд значений y_i . Вариационный ряд наработки на отказ строится по аналогии с нормальным законом распределения. Результаты приведены в таблице 3.

Таблица 3 - Вариационный ряд логарифмически нормального закона распределения наработки на отказ

y_i	4,12-4,92	4,92- 5,72	5,72 -6,52	6,52-7,32
n_1	1	2	1	10

Построенная по результатам вычислений, приведенным в таблице 3, гистограмма свидетельствует, что случайная величина x не может быть распределенной по логарифмически нормальному закону.

Функция распределения Вейбулла имеет вид

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x^\beta),$$

где λ и β - параметры масштаба и формы распределения.

Плотность вероятности распределения определяется выражением (1). Параметры λ , β находим методом максимального правдоподобия по (13)...(16) $\lambda = 1,084$; $\beta = 2,392$. Выполняя вычисления находим величину:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \left\langle \frac{n_i - np_i}{np_i} \right\rangle^2 = 0,038.$$

Полученное значение намного меньше χ^2 , вычисленного для нормального распределения. Поэтому принимаем гипотезу о соответствии экспериментальных данных закону Вейбулла. По таблицам распределения $\chi_{m-2}^2 = \chi_2^2$ (с 2-я степенями свободы) находим, что распределение Вейбулла подтверждается с вероятностью, превышающей 0,98.

Установив, что наилучшим теоретическим законом, аппроксимирующим экспериментальные данные наработки между отказами, является распределение Вейбулла, и определив его параметры $\lambda=1,084$; $\beta=2,392$, находим среднюю наработку на отказ II и III группы сложности по выражению (5) $T_0 = 857$ моточасов. γ -процентная наработка на отказ определяется выражением (6). При $\gamma=80\%$ имеем $T_\gamma = 590$ моточасов.

Заклучение

Рассмотренные методы и разработанные программы позволяют определить закон и параметры наработки между отказами сельскохозяйственного трактора по данным эксплуатационных испытаний с достаточной для практических целей точностью.

Определение гамма процентной наработки между отказами дает возможность оценить соответствие фактической надежности тракторов установленным в технических условиях требованиям.

Использование априорной информации относительно закона распределения ресурса тракторов позволяет определить минимально необходимое число испытываемых образцов при времени испытаний, составляющем 0,4 установленного ресурса, и отсутствии отказов за время проведения испытаний.

Для получения достоверной оценки ресурса тракторов при незавершенных испытаниях последних в течение времени испытаний 0,4 установленного ресурса достаточно проведение безотказных испытаний 4...5 тракторов одной модели.

Разработанная методика принята Минским тракторным заводом при статистической оценке результатов эксплуатационных испытаний сельскохозяйственных тракторов.

This report describes the proposed methods of farm tractor reliability prediction on the results of the field data. According to the standards it is suggested to evaluate tractor reliability on the operating time between failures of the second and third group of complexity and on the useful life. The methods of processing of the field data are described. These methods include the determination of the most suitable approximated law of the distribution and calculation of its parameters. At the selection of the distribution law the Pirson criterion is employed. For the determination of Weibull distribution parameters the method of the likelihood function is proposed. The practical example illustrates the proposed methods.

Литература

1. ГОСТ 4.40-84 с изм.2003 г. Система показателей качества продукции. Тракторы сельскохозяйственные. Номенклатура показателей.
2. ГОСТ 27.410-87 Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность.
3. ГОСТ 7057-2001 Межгосударственный стандарт. Тракторы сельскохозяйственные. Методы испытаний.
4. Берестнев О.В., Солитерман Ю.Л., Гоман А.М. Нормирование надежности технических систем. Монография. – Минск: УП "Технопринт, 2004 -266с.
5. IEC- 61649:1997 Goodness –of-fit tests confidence intervals and lower confidence limits for Weibull distributed data.
6. IEC- 60605-4: 2001 Equipment reliability testing. Part.4. Statistical procedures for exponential distribution –Point estimates, confidence intervals, prediction intervals? And tolerance intervals.
7. РД10.28-92 Испытания сельскохозяйственной техники. Надежность. Сбор и обработка информации.

Одержано 10.10.2004 р.