*УДК 631-37*
**В.Подобайло, канд. техн. наук; Н.Корчинська**
*Бережанський агротехнічний інститут Національного аграрного університету*

# МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПРИСТРОЇВ КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

*Розглянуто методику вибору системи керування технологічними процесами як складової частини всієї технологічної системи, яка дозволяє формалізувати кількісні і якісні ознаки технологічних систем та створити алгоритмічну і програмну базу для їх керування.*

Робота виконана відповідно до координаційного плану Кабінету Міністрів з питань науки і техніки України на 2000 – 2005 роки.

Незважаючи на велику різноманітність технологічних систем, кожна з них складається з підсистем основного і допоміжного обладнання та системи програмного забезпечення.

До основного технологічного обладнання належить обладнання, в якому проходять процеси підготовки та переробки сировини та проміжних продуктів, допоміжне обладнання здійснює матеріальне та енергетичне забезпечення основного обладнання, його регулювання і контроль режимів роботи.

Програмне забезпечення технологічних систем є комплексом інформаційних матеріалів необхідних для нормального функціонування системи, алгоритмами та програмами для мікропроцесорів, які використовуються для ведення технологічних процесів в оптимальних режимах.

Частіше технологічні системи є гетерогенними системами, які складаються з неоднорідних елементів обладнання і процесів. Всі елементи системи пов’язані різними видами зв’язку – фізичними, логічними, інформаційними. Але ці зв’язки проявляються нерівномірно і знаходяться в широкому діапазоні значень.

Щодо аналітичного описання, то всі процеси, які відбуваються в технологічній системі, поділяються на дві групи: процеси нагромадження – зміна кількості речовини й енергії в елементі обладнання та процеси переносу – зміна властивостей речовини й енергії або їх місце перебування.

Більшість процесів нагромадження в технологічній системі описуються рівняннями виду [1]:

$$\frac{dW}{dt} = \sum_{i=1}^{n} V_c i - \sum_{j=1}^{m} V_a j\,, \qquad (1)$$

де $\boldsymbol{W}$ – кількість речовин або енергії;

$\boldsymbol{\Sigma V_a}$ – сумарна витрата речовини або енергії на виході елемента;

$\boldsymbol{\Sigma V_c}$ **-** сумарна витрата речовини або енергії на вході елемента.

Величини складових в правій частині рівняння (1) визначаються процесами переносу.

Протікання більшості процесів переносу можна описати рівнянням:

$$\frac{dM}{dt} = K \cdot F \cdot \theta\,, \qquad (2)$$

де $\boldsymbol{M}$ – величина, яка характеризує результат процесу, тобто кількість переміщеної або перетвореної речовини або енергії;

$\boldsymbol{F}$ – величина, яка визначає інтенсивність протікаючого процесу;

$K = \dfrac{1}{R}$ - коефіцієнт швидкості процесу;

$\boldsymbol{R}$ – опір протікання даного процесу;

$\boldsymbol{\theta}$ – рушійна сила процесу.

В свою чергу процеси можна поділити на процеси переносу з перетворенням, при яких в речовині або енергії відбуваються як кількісні, так якісні перетворення і процеси переносу без перетворення, при яких речовина і енергія переміщуються лише в просторі.

Окрім рівнянь нагромадження і переносу, при аналітичному описанні елементів процесів технологічних систем застосовують рівняння, які розкривають значення різних параметрів рівнянь (1) і (2).

Різнохарактерні елементи обладнання технологічних систем з'єднані між собою декількома потоками речовини й енергії, причому види з'єднань можуть бути різними – послідовними, паралельними або комбінованими. В математичній моделі для оптимізації необхідно передбачити можливість зміни з'єднань окремих елементів системи, вмикання і вимикання їх із роботи схеми.

Коли відомо число елементів обладнання, яке створює технологічну систему і число потоків, що їх з'єднує, то описати способи з'єднання блоків системи можна за допомогою таблиці, яка перетворюється в матрицю індексів потоків [1]. В такій матриці кожна лінійка відповідає деякому одному елементу обладнання і в ній подані всі номери потоків, які зв'язані з даним елементом: із знаком "+", якщо потік входить в елемент, та із знаком "-", якщо потік виходить із елемента. Наприклад, системі із 4 елементів обладнання, які з'єднані матеріальними потоками $V_1 – V_8$ (Рис.1.), відповідає таблиця потоків (Таблиця 1) і матриця індексів потоків $K = \|Kij\|$ розміру 4×8, де $i$ – номер елемента технологічної системи, $j$ – номер потоку. При цьому цілий ряд елементів ($K_{13}$, $K_{21}$ та інші) в цій матриці нульові, а тому прийнято що $V_0=0$.

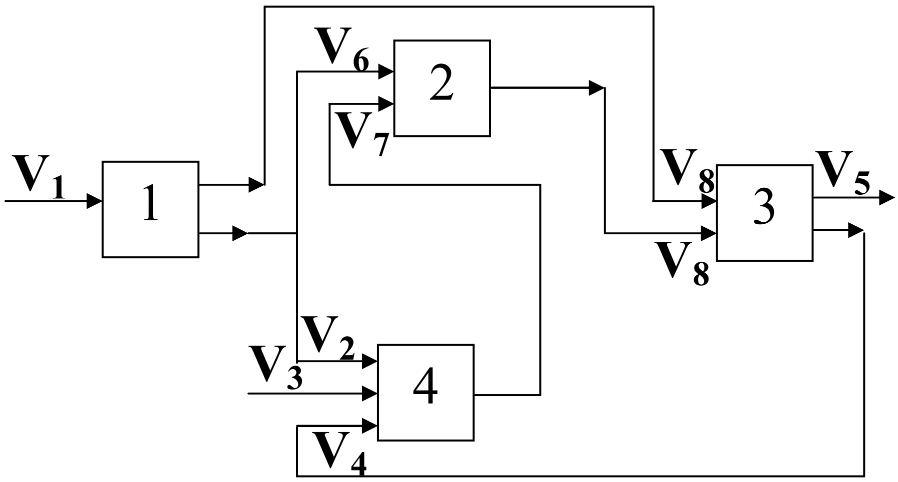


Рис.1. Схема матеріальних потоків технологічної системи.

Таблиця 1

Матриця індексів потоків

| Номер елемента | Позначення потоків пов'язаних з елементами | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $V_{11}$ | $V_{16}$ | $V_{12}$ | 0 |
| 2 | $V_{12}$ | $V_{27}$ | $V_{28}$ | 0 |
| 3 | $V_{36}$ | $V_{38}$ | $V_{34}$ | $V_{35}$ |
| 4 | $V_{42}$ | $V_{43}$ | $V_{44}$ | $V_{47}$ |

Схемні параметри математичної моделі стають такими вхідними параметрами моделі, як конструктивні і режимні параметри системи, тому модель є придатною для автоматичного розрахунку всіх можливих варіантів з'єднання елементів системи при відповідній зміні матриці потоків.

Більшість існуючих методів оптимізації режимів роботи технологічних систем розроблено з припущенням, що реалізація оптимальних керуючих дій пов'язана з незначними затратами. В дійсності перехід від вихідного до оптимального режиму вимагає технологічних і організаційних перебудов, які тимчасово знижують економічність і надійність, витрачають ресурс регулювального обладнання, що призводить до певних втрат. Після реалізації керуючих дій можуть виникнути непередбачувані зміни умов роботи, через які ретельно розрахований режим роботи може виявитись далеким від оптимального.

Без особливої потреби взагалі не слід видавати керуючу дію на систему. Якщо така необхідність виникла, то керуюча дія повинна бути видана таким чином, щоб її реалізація вимагала мінімального відхилення від попереднього режиму і, як наслідок, була пов'язана з мінімальними технологічними і організаційними витратами.

Технологічні системи є нелінійними об'єктами регулювання. Для дослідження роботи автоматичної системи керування, як правило, передбачають її лінеаризацією в межах базового режиму, при цьому заданий оптимізатором режим знаходиться в межах похибки лінеаризації.

Рух об'єктів керування під дією АСК можна описати рівнянням: [2]

$$X^{t+1} - X^{t} = S \cdot X^{t}, \tag{3}$$

де $\boldsymbol{X}$ – вектор стовпця координат об'єкту в просторі відхилення від заданого режиму;

$\boldsymbol{S}$ – квадратична матриця, яка враховує властивості лінеаризованого об'єкта і системи керування;

$\boldsymbol{t}$ – дискретний час.

Матрицю $\boldsymbol{S}$ розкладаємо на канонічні складові, а вектор $\boldsymbol{X}$ подаємо в головних осях простору станів, таким чином, рівняння (1) розкладається на $\boldsymbol{m}$ незалежних різничних рівнянь:

$$X_q^{\ t+1} - X_q^{\ t} = \lambda_q \cdot X_q^{\ t}, \tag{4}$$

де $\boldsymbol{X_q}$ – координата вектора стану у відхиленнях від заданого режиму по $\boldsymbol{q}$-й головній осі;

$\boldsymbol{\lambda_q}$ – власне число матриці $\boldsymbol{S}$, яке відповідає її $\boldsymbol{q}$-й канонічній складовій.

Розв'язок рівняння (2) буде мати такий вигляд:

$$X_q^{\ t+1} = \left(1 + \lambda_q\right) \cdot X_q^{\ t}. \tag{5}$$

Система керування буде стійкою, якщо вона стійка по всіх складових рівняння (3). Характер руху $\boldsymbol{q}$-ї головної осі визначається значенням коефіцієнта $\boldsymbol{1+\lambda_q}$ і не залежить від біжучого значення $\boldsymbol{X_q^t}$.

Відхилення вектора стану від заданого значення буде затухати при умові:

$$\left(1 + \lambda_q\right) \ \langle \ 1. \tag{6}$$

Для задоволення нерівності (4) необхідно, щоб всі власні числа $\boldsymbol{\lambda_q}$ були від'ємними, тобто матриця $\boldsymbol{S}$ повинна бути від'ємно визначеною. При $\boldsymbol{\lambda_q=0}$ складова вектора стану у відхиленнях від заданого режиму не затухає і не наростає. Теоретично така система стійка, але вона не має асимптотичної стійкості. Практично керувати системою в цьому випадку неможливо, тому що через випадкові причини нульове значення $\boldsymbol{\lambda_q}$ може стати позитивним і система керування втратить стійкість. Найбільш ефективною система керування буде при такому виборі її матриці $\boldsymbol{C}$, коли всі власні числа матриці $\boldsymbol{S}$ в рівнянні (1) рівні – 1. Цього можна досягти при умові:

$$S = R \cdot C = -E, \tag{7}$$

де $\boldsymbol{R}$ – матриця параметрів лінеаризованого об'єкта;

$\boldsymbol{C}$ – матриця коефіцієнтів зворотнього зв'язку;

$\boldsymbol{E}$ – одинична матриця.

Тоді всі коефіцієнти $\boldsymbol{1+\lambda_q=0}$ і відхилення від заданого режиму зникають за один сигнал. Умова (5) задовольняється, якщо матриця $\boldsymbol{C}$ основного регулятора визначається при його налагодженні шляхом обернення виміряної на об'єкті матриці $\boldsymbol{R}$:

$$C = -\frac{1}{R}, \tag{8}$$

Такий розрахунок досягається внаслідок відмови від діагональної форми матриці ***C***, тобто відмови від незалежного регулювання кожної координати фізичного режиму. Але найбільш просту систему керування можна отримати, якщо прийняти її матрицю діагональною, яка складається із однакових елементів, що дає можливість замінити її одним числовим коефіцієнтом. Вплив такого коефіцієнта на стійкість системи можна показати, якщо співставити характеристичні рівняння матриць:

$$R\det(R-\lambda)=0\,, \tag{9}$$

$$R\cdot C\det(R\cdot C-\lambda)=0\,, \tag{10}$$

$$E+R\cdot C\det(E+R\cdot C-\lambda)=0\,, \tag{11}$$

Структура характеристичного рівняння будь-якої матриці описується виразом [3]:

$$(-\lambda)^m+S_1\cdot(-\lambda)^{m-1}+S_2\cdot(-\lambda)^{m-2}+\ldots+S_{m-1}\cdot(-\lambda)+S_m=0\,, \tag{12}$$

де $\boldsymbol{m}$ – порядок матриці;

$\boldsymbol{S_i}$ – суми головних мінорів $\boldsymbol{i}$-го порядку $(1\le i\le m)$.

Процес перемноження матриці на коефіцієнт $\boldsymbol{c}$ приводить до перемноження всіх її елементів на цей коефіцієнт, то при переході від матриці $\boldsymbol{R}$ до матриці $\boldsymbol{RC}$ в рівнянні (10) значення $\boldsymbol{S_1}$ перемножують на $\boldsymbol{c}$, значення $\boldsymbol{S_2}$ – на $\boldsymbol{c^2}$ і так далі. Якщо одночасно розділити перший член рівняння (10) на $\boldsymbol{c^n}$, другий на $\boldsymbol{c^{n-1}}$ і т.д., то результат розв'язування залишиться незмінним. Тому власні числа матриці $\boldsymbol{RC}$ і $\boldsymbol{R}$ пов'язані співвідношенням:

$$\lambda_q\cdot(R\cdot C)=c\cdot\lambda_q\cdot(R). \tag{13}$$

Аналогічно можна показати, що:

$$\lambda_q\cdot(E+R\cdot C)=1+c\cdot\lambda_q\cdot(R)\,. \tag{14}$$

Таким чином, стійкість системи регулювання залежить від складу власних чисел матриці $\boldsymbol{R}$ та значень коефіцієнта $\boldsymbol{c}$. Якщо всі власні числа $\boldsymbol{\lambda_q(R)>0}$, то існують такі від'ємні значення $\boldsymbol{c}$, при яких всі власні числа матриці $\boldsymbol{S}$ задовольняють умову стійкості. Якщо всі власні числа $\boldsymbol{\lambda_q(R)<0}$,тобто матриця $\boldsymbol{R}$ від'ємно визначена, то стійкість досягається при позитивних значеннях $\boldsymbol{c}$.

Найбільше абсолютне значення $\boldsymbol{c}$, при якому забезпечується стійкість позитивно визначеної матриці, можна визначити з виразу (4):

$$1+c\cdot\lambda_{\max}=-1\,, \tag{15}$$

де $\boldsymbol{\lambda_{max}}$ – найбільш власне число матриці $\boldsymbol{R}$.

Найменше абсолютне значення **c** прямує до нуля. Тому коефіцієнт **c** для позитивно визначеної матриці **R** повинен знаходитись в межах:

$$-\frac{2}{\lambda_{\max}}\ \langle\ c\ \langle\ 0\,. \tag{16}$$

Аналогічно для від'ємно визначеної матриці $\boldsymbol{R}$ одержимо вираз:

$$0\ \langle\ c\ \langle\ -\frac{2}{\lambda_{\max}}\,. \tag{17}$$

Оптимальний коефіцієнт $\boldsymbol{c}$, при якому значення відхилень буде найшвидшим, залежить від двох крайніх значень в спектрі $\boldsymbol{\lambda_q(R)}$: максимального $\boldsymbol{\lambda_{max}}$ і мінімального $\boldsymbol{\lambda_{min}}$. При цьому необхідно, щоб відповідні канонічні складові затухали рівномірно, тобто $-(1-c\cdot\lambda_{\max})=1-c\cdot\lambda_{\min}$ .

Звідси отримаємо оптимальне значення коефіцієнта $\boldsymbol{c_{опт}}$:

$$c_{опт}=\frac{2}{\lambda_{\max}+\lambda_{\min}}\,. \tag{18}$$

За такої умови всі інші складові затухають швидше.

Зміну спектра власних чисел матриць ***R***, ***RC*** і ***E+RC*** при виборі коефіцієнта ***c*** показано на рис.2.

Спектр власних чисел матриці ***R*** показано точками на вертикальній лінії, яка відповідає значенню ***c=-1***. Похилі прямі показують залежність чисел матриці ***S*** від величини **c**. Точками на вертикальній лінії показане значення власних чисел матриці ***S***, які використовуємо при виборі коефіцієнта ***c***.

Чим ближче розміщуються межі спектра матриці ***R***, тим менше значення $c_{опт}$, менші за модулем два крайні значення власних чисел матриці ***S***, а тому швидше затухає процес в цілому.

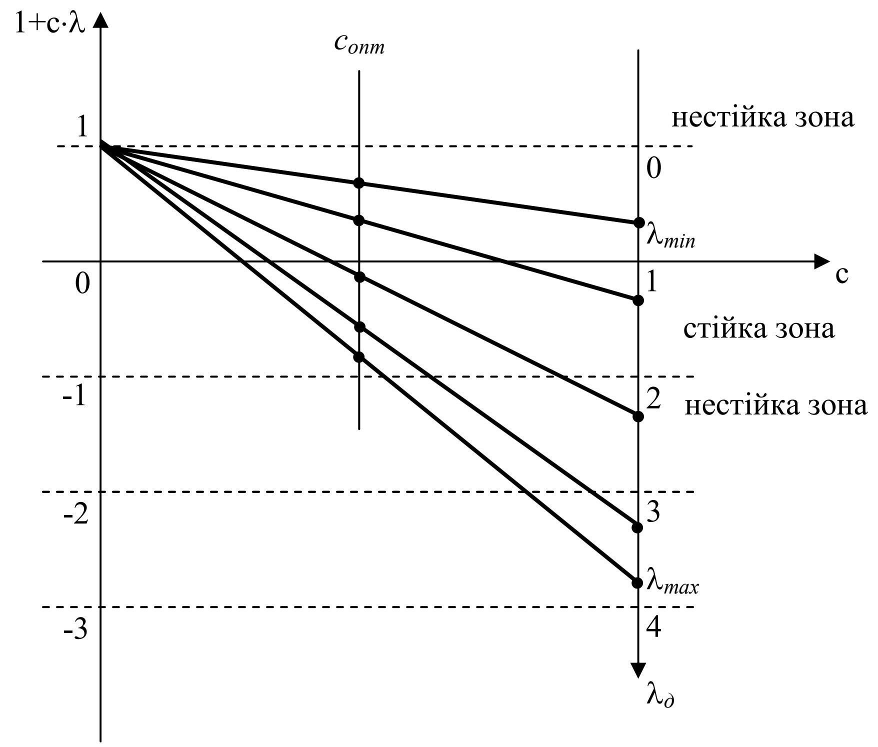


Рис.2.Зміна спектра власних чисел при позитивно визначеній матриці ***R*** та від’ємному коефіцієнті ***c***

Враховуючи те, що взаємодіючими елементами технологічних систем є окремі види технологічного обладнання та різні види сировини та енергоносіїв, які беруть участь в технологічних процесах, слід використовувати велику кількість інформаційних матеріалів при експлуатації обладнання.

Якщо простий варіант системи керування буде стійким, то її можна замінити більш простими регуляторами дискретної дії на окремих елементах технологічної системи. Всі ці елементи об’єднані в єдину систему і діють за принципом, щоб була виконана виробнича мета, яка стоїть перед всією системою в цілому.

На основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Запропонована методика дозволяє формалізувати кількісні і якісні ознаки технологічних систем та створити алгоритмічну і програмну базу для їх керування.
2. Якщо простий варіант системи керування не підходить через те, що матриця ***S*** не є позитивно або негативно визначеною, а використання повної зворотньої також не придатне, то необхідно підібрати таку матрицю ***C*** , яка, залишаючись діагональною, забезпечить стійкість за рахунок використання різних значень елементів.
3. Проектуючи систему керування, для конкретного об’єкта потрібно створити його умовно повну динамічну модель на ЕОМ, а за допомогою моделі розрахувати матриці ***R*** для різних режимів роботи та визначити границі спектрів власних чисел і розглянути варіанти узгодження регулятора з об’єктом. Враховуючи приблизно

однакові затрати, кращим можна вважати варіант, який забезпечує найбільший запас стійкості.

*The methods of choice of system of manage by technical processes was looked, as a component of part all technical system which form quantitative and qualitative means of technological systems and create algoritmic and program basis for their managing.*

## Література

1. Либерман Н.Г., Бурда Б.О., Полторан А.О. Автоматизированное проектирование оптимальных технологических систем пищевой промышленности. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981.- 260 с.
2. Бородюк В.П., Лецкий Э.К. Статистическое описание промышленных объектов. – М.: Энергия, 1971.- 111 с.
3. Толков Ю.К. Системный анализ и методология автоматизированного проектирования непрерывных технологических производств. – М.: Академия народного хозяйства СССР, 1978.- 158 с.
4. Корчемний М., Федорейко В., Щербань В. Енергозбереження в агропромисловому комплексі. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001.- 984 с.

*Одержано 01.04.2004 р.*