

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОЧИЩЕННЯ КОРЕНЕПЛОДІВ ПРИ ЇХ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

*Розроблено математичну модель процесу очищення коренеплодів від ґрунту при їх імпульсних навантаженнях в технологічному ланцюгу коренезбиральної машини. Приведено практичні рекомендації щодо раціональних режимів роботи очисних систем машин.*

### **Умовні позначення**

$\sigma_p$  - початкові напруження пластичної деформації;

$S$  - площа контакту при ударі;

$R_k$  - радіус сферичної частини коренеплоду;

$r_1^p$  та  $r_2^p$  - відповідно мінімальний та максимальний радіуси кривизни рифа;

$r_e$  - радіус вальця;

$E_k, E_p, E_e$  - відповідно модулі пружності I-го роду матеріалів коренеплоду, рифа та вальців;

$\mu_k, \mu_p, \mu_e$  - відповідно коефіцієнти Пуассона матеріалів коренеплоду, рифа та вальців;

$m_p$  - зведена маса частини рифу;

$\beta$  - зведена в'язкість в системі;

$x_1, x_2$  - відповідно переміщення центру коренеплоду і рифа при ударі;

$x$  - деформація ґрунту;

$x_p$  - пластична деформація ґрунту;

$d_n$  - діаметр прутка транспортера;

$h$  - висота падіння коренеплоду;

$K_p$  - коефіцієнт зростання зусилля пластичної деформації ґрунту за рахунок його стиснення;

$M_k$  - маса коренеплоду;

$m$  - маса частки ґрунту;

$K_M$  - коефіцієнт пропорційності для обчислення маси коренеплоду;

$K_S$  - коефіцієнт пропорційності для обчислення площі контакту;

$c$  - зведена жорсткість прутка транспортера і коренеплоду у місці контакту.

Під час проходження коренеплодів технологічним руслом коренезбиральної машини вони піддаються достатньо великій кількості імпульсних впливів, в результаті чого відбувається їх очищення від ґрунту і сепарація. Моделювати імпульсний вплив доцільно на прикладі падіння коренеплоду з певної висоти, що забезпечує ту саму швидкість удару, як і певне імпульсне навантаження. З метою визначення ступеня відділення ґрунту від коренеплодів цукрових буряків при їх імпульсному навантаженні в результаті падіння на поверхні, що є типовими для робочих органів коренезбиральних машин, були проведені попередні експериментальні дослідження [1], що дозволили встановити загальну кількість імпульсних навантажень, необхідних для задовільної якості очищення коренеплодів від налиплого ґрунту.

Метою даної статті є створення математичної моделі процесу очищення коренеплодів при їх імпульсному навантаженні.

Процес очищення коренеплоду при падінні на поверхню робочого органу можна розділити на два етапи, які суттєво відрізняються математичною моделлю, що їх описує.

На початковому етапі очищення коренеплід має значну кількість налиплого на його поверхні ґрунту, маса якого залежить від його фізико-механічних характеристик, погодних умов і методу копання. У загальному випадку ґрунт, який зчеплений з

коренеплодом, на початковому етапі практично повністю огортає поверхню останнього. Тому перший етап характерний падінням на м'яку ґрунтову підкладку, що утворюється між коренеплодом та транспортером. При цьому відбувається значна пластична деформація ґрунту, яка сприяє його струшуванню із коренеплоду за рахунок поперечної деформації внаслідок проникнення прутка транспортера у товщу ґрунту. Можна вважати, що чим більша питома енергія пластичного деформування, тим більша кількість ґрунту буде відділена від поверхні коренеплоду.

На наступних етапах очищення кількість ґрунту є відносно малою, і удар коренеплоду об транспортер відбувається більш жорстко. При цьому основну роль у процесі очищення відіграють сили інерції, що виникають при гальмуванні коренеплоду і сприяють струшуванню ґрунту з його бокової поверхні.

На першому етапі значну роль відіграють пластичні параметри ґрунту. За певних припущень зусилля пластичного деформування ґрунту можна описати такою залежністю

$$P_p = \sigma_p S(1 + K_p x). \quad (1)$$

При падінні коренеплоду на транспортер перший етап очищення можна умовно розділити на стадії:

- пружне деформування транспортера та ґрунту до моменту настання пластичної деформації ґрунту;
- сумісне пластичне деформування ґрунту та пружне деформування транспортера.

Розглянемо загальну схему удару коренеплоду в підпружинений елемент (пруток конвеєра, підпружинений гвинтовий риф). Під час динамічної взаємодії переміщення коренеплоду та переміщення підпружиненої частини рифу буде описуватись системою рівнянь [2]:

$$\begin{aligned} -M_k \ddot{x}_1 - M_k g + P &= 0; \\ -m_p \ddot{x}_2 - P + cx_2 + \beta \dot{x}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Приведену координату рифа з метою спрощення доцільно прийняти в початковий момент удару  $x_{20} = x_{10}$ . Тоді згідно з формулою Герца

$$P = k(x_1 - x_2)^{3/2}. \quad (3)$$

У випадку удару в жорсткий риф чи жорстку поверхню вальця  $\ddot{x}_2 = c = \beta = 0$ , силою ваги можна нехтувати  $Mg \ll M\ddot{x}$ , тоді рівняння руху та максимальна сила ударної взаємодії тіла з жорсткою поверхнею згідно з [3]

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{k}{m} x^{3/2}, \\ P_{max} &= k^{2/5} \left( \frac{5}{4} m V^2 \right)^{3/5}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$k = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{R_k^2 r_1^p r_2^p}{(R_k + r_1^p)(R_k + r_2^p)}} \left[ \frac{1 - \mu_k^2}{E_k} + \frac{1 - \mu_p^2}{E_p} \right]^{-1}. \quad (5)$$

Для взаємодії сферичної поверхні коренеплоду з циліндричним вальцем

$$k = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{R_k^2 r_e}{R_k + r_e}} \left[ \frac{1 - \mu_k^2}{E_k} + \frac{1 - \mu_e^2}{E_e} \right]^{-1}. \quad (6)$$

Час удару відповідно до [3]

$$\tau = 3,313 \left( \frac{m^2}{Vk^2} \right)^{1/5}. \quad (7)$$

У випадку, коли зведена маса та жорсткість підпружиненої спіралі невелика і переміщення спіралі значне порівняно з величиною жорсткого зближення, тобто  $x_1 \gg x_1 - x_2$ ,  $\mu_k \gg \mu_p$ , можна прийняти, що  $x_1 = x_2 = x$ .

Із рівняння (4) обчисливши силу  $P$  можна вивести рівняння руху коренеплоду

$$(M_k + m_p)\ddot{x} + M_k g + cx + \beta\dot{x} = 0, \quad (8)$$

Прийнявши  $M_k + m_p = M$  та нехтуючи силою ваги маємо

$$M\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = 0. \quad (9)$$

Тобто при виконанні умови  $x_1 \gg x_1 - x_2$  рівняння руху коренеплоду при ударному зближенні в першому наближенні може бути описане відомим рівнянням коливного руху (на конкретно визначеному інтервалі руху) тіла із масою  $M = M_k + m_p$ .

Із рівняння (9) визначаємо зусилля, які виникають під час удару коренеплоду об транспортер за формулою

$$F_1 = cx + \beta\dot{x} = \sqrt{\frac{2Mgh}{c - \frac{\beta^2}{4M}}} [(c + \beta r)\sin \gamma + \beta\gamma \cos \gamma] e^{rt}, \quad (10)$$

$$\text{де } r = -\frac{\beta}{2M}; \gamma = \frac{\sqrt{4Mc - \beta^2}}{2M}.$$

Перша стадія удару завершиться, коли настане умова

$$F_1 > P_p, \quad (11)$$

тобто зусилля перевищить границю пластичності. Решта енергії удару перетвориться на енергію пластичного деформування.

Аналіз залежності (10) свідчить, що сила удару зростатиме від збільшення маси тіла, висоти падіння та жорсткості транспортера, що очевидно. Якщо вказана вище нерівність не виконається, це означатиме, що пластичне деформування ґрунту не відбулося і процес струшування практично не почався, хоча очищення за рахунок вібрації транспортера та взаємного впливу коренеплодів може мати місце.

Якщо вказана умова (11) виконується, тоді необхідно визначити енергію, яку поглинатиме ґрунт за рахунок пластичного деформування. Вона дорівнює різниці енергії падіння та енергії пружної деформації:

$$A_p = Mgh - \frac{cx^2}{2}.$$

Енергію пружної деформації можна визначити через початкове зусилля пластичного деформування ( $F_1 = \sigma_p S$ ), звідки  $x = \frac{\sigma_p S}{c}$ ,  $cx^2 = \frac{(\sigma_p S)^2}{c}$ , і відповідно

$$A_p = Mgh - \frac{(\sigma_p S)^2}{2c}. \quad (12)$$

Для визначення питомих характеристик процесу пластичного деформування запишемо залежності маси та площі контакту від  $R_k$  коренеплоду та  $d_n$ :

$$\begin{aligned} M &= K_M R_k^3; \\ S &= K_S R_k d_n. \end{aligned} \quad (13)$$

Коефіцієнт пропорційності для обчислення площі контакту приймається за умови  $R_k \gg \frac{d_n}{2}$ .

Питома енергія пластичної деформації на одиницю площі контакту виразиться з (12) і (13):

$$\frac{A_p}{S} = \frac{K_M R_k^2 g h}{K_S d_n} - \frac{\sigma_p^2 K_S R_k d_n}{2c}. \quad (14)$$

В результаті аналізу формули (14) очевидно, що збільшенню енергії пластичного деформування сприяє збільшення висоти падіння  $h$ , радіуса коренеплоду  $R_k$  і жорсткості  $c$ , а також зменшення діаметра прутка транспортера  $d_n$  і напруження пластичного деформування  $\sigma_p$ .

Прирівнявши рівняння (14) до нуля, отримаємо умову виникнення пластичного деформування, тобто визначимо мінімально необхідну висоту падіння коренеплоду, яка може забезпечити процес очищення

$$h > \frac{K_S^2 d_n^2 \sigma_p^2}{2K_M R_k g c}. \quad (15)$$

На практиці значення, обчислене з формули (15), необхідно обирати якомога більшим, щоб забезпечити очищення коренеплоду за несприятливих умов – м'якого вологого ґрунту (мала величина  $c$ ) або сухого міцного ґрунту, який міцно тримається до поверхні коренеплоду (велике значення  $\sigma_p$ ).

Формула (15) призначена в основному не для кількісного, а для якісного аналізу процесу очищення на першому етапі, оскільки певні параметри процесу важко визначити експериментально і вони мають переважно випадковий характер (розкид параметрів ґрунту по території поля, радіус коренеплоду та місце його удару об прутки транспортера).

Значний інтерес для моделювання процесу очищення має другий етап – удар коренеплоду з відносно малою кількістю ґрунту об прутки транспортера. При цьому виникають більш значні динамічні навантаження, які призводять до кращого очищення коренеплодів. Проте кожен наступний удар коренеплоду струшує все меншу кількість ґрунту, його кількість стабілізується на певному допустимому рівні, тому подальший процес очищення методом імпульсного навантаження стає нераціональним. Для подальшого очищення необхідно використовувати принципово інші методи.

Рух коренеплоду на другому етапі можна описати у вигляді моделі пластичного деформування:

$$M\ddot{x}_p = -\sigma_p S(1 + K_p x_p). \quad (16)$$

При малих товщинах ґрунту, що має місце на другому етапі, коефіцієнт  $K_p$  має набагато більше значення, ніж на попередньому етапі. Це призводить до значно більших динамічних навантажень. У той же час величина  $\sigma_p$  суттєво не змінюється.

Розв'язок рівняння (16) має вигляд:

$$x_p = A_2 \sin \sqrt{\frac{\sigma_p S K_p}{M}} t + B_2 \cos \sqrt{\frac{\sigma_p S K_p}{M}} t - \frac{1}{K_p}, \quad (17)$$

при початкових умовах:

$$t = 0; x_p = 0; \dot{x}_p = \sqrt{\frac{2A_p}{M}}. \quad (18)$$

Початкова швидкість етапу пластичного деформування визначається з енергії пластичного деформування  $A_p$ , яку повинен накопичити деформований ґрунт (14), звідки сталі інтегрування

$$A_2 = \sqrt{\frac{2A_p}{\sigma_p SK_p}}; B_2 = \frac{1}{K_p}. \quad (19)$$

Прискорення гальмування при ударі знайдемо шляхом подвійного диференціювання залежності (17):

$$\ddot{x}_p = -\frac{\sigma_p SK_p}{M} \left( \sqrt{\frac{2A_p}{\sigma_p SK_p}} \sin \sqrt{\frac{\sigma_p SK_p}{M}} t + \frac{1}{K_p} \cos \sqrt{\frac{\sigma_p SK_p}{M}} t \right).$$

Амплітуда прискорення, з урахуванням (12), відповідно визначається:

$$\ddot{x}_{p \max} = \frac{\sigma_p SK_p}{M} \sqrt{\frac{2A_p K_p + \sigma_p S}{\sigma_p SK_p^2}} = \frac{\sqrt{\left[ 2K_p \left( Mgh - \frac{(\sigma_p S)^2}{2c} \right) + \sigma_p S \right] \sigma_p S}}{M}. \quad (20)$$

Сила, яка струшує ґрунт із бокової поверхні коренеплоду, визначається за формулою

$$F_c = m \ddot{x}_{p \max}. \quad (21)$$

Очевидно, що великі частки ґрунту струшуються легше за рахунок масового множника у формулі (21). Тому для струшування залишкової частини ґрунту малої маси необхідно збільшити прискорення гальмування на завершальних етапах очищення. Як свідчить аналіз формули (20), це можна зробити за рахунок збільшення висоти падіння  $h$  і підвищення жорсткості транспортера  $c$ .

На останньому етапі очищення можна вважати, що удар здійснюється жорстко без наявності проміжного шару ґрунту. Рівняння, яке описує гальмування коренеплоду, аналогічне (9), тому амплітуда прискорення гальмування визначається подвійним диференціюванням:

$$\ddot{x}_{\max} = \sqrt{\frac{2ghc}{M}}. \quad (22)$$

Залежність (22) свідчить, що для збільшення прискорення гальмування необхідне збільшення висоти падіння та жорсткості у місці контакту.

Графічні залежності енергії пластичної деформації та прискорення гальмування від параметрів процесу очищення наведені на рис. 1 і 2. Для розрахунків взяті наступні початкові параметри: напруження пластичної деформації ґрунту  $\sigma_p = 20000$  Па; радіус коренеплоду  $R_k = 50$  мм; діаметр прутка транспортера  $d_n = 12$  мм; зведена жорсткість прутка транспортера і коренеплоду у місці контакту  $c = 3000$  Н/м; висота падіння коренеплоду  $h = 1$  м; коефіцієнт пропорційності для обчислення маси коренеплоду  $K_M = 20000$ ; коефіцієнт пропорційності для обчислення площі контакту  $K_S = 2$ .

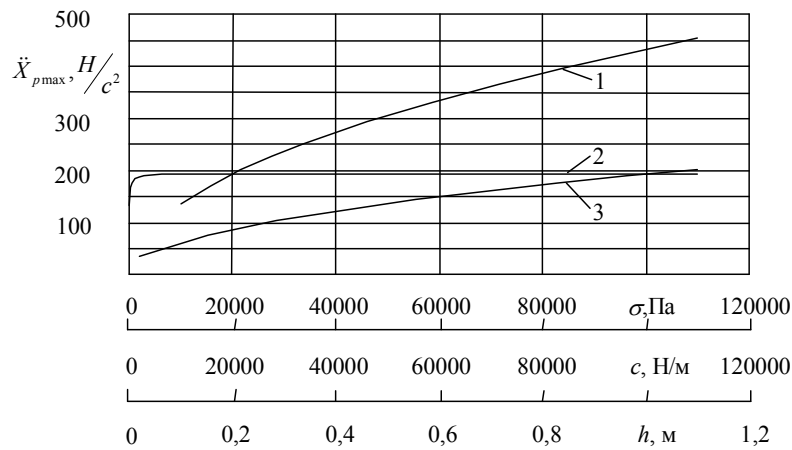


Рис.1. Залежності прискорення гальмування коренеплоду:

1 - від початкових напружень пластичної деформації  $\sigma_p$ ; 2 - від зведеної жорсткості  $c$  прутка транспортера і коренеплоду; 3 - від висоти падіння  $h$ .

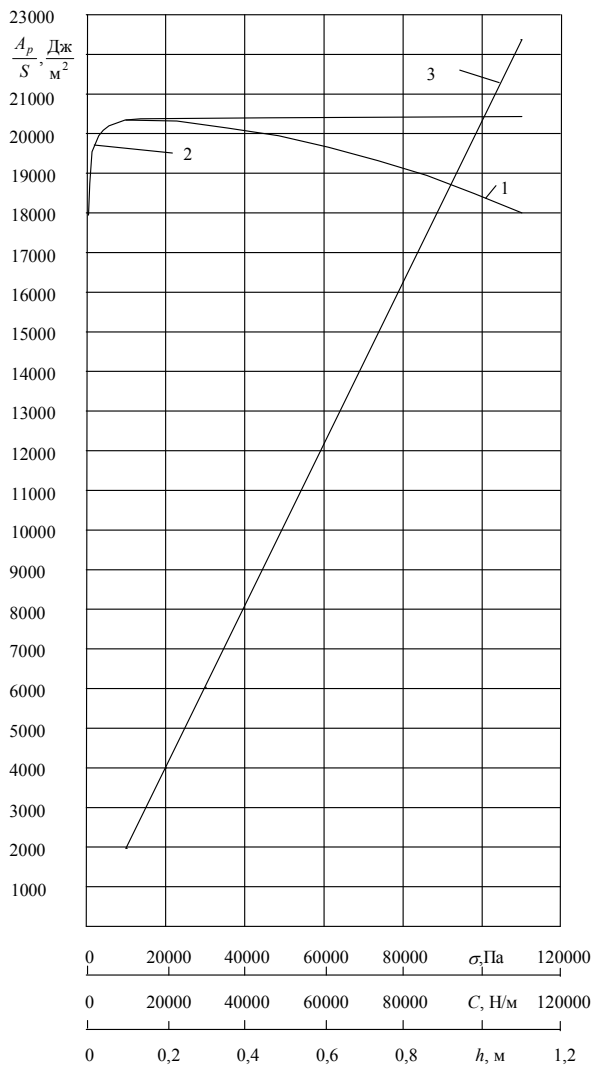


Рис.3. Залежності питомої енергії пластичної деформації:

1 - від початкових напружень пластичної деформації  $\sigma_p$ ; 2 - від зведеної жорсткості  $c$  прутка транспортера і коренеплоду; 3 - від висоти падіння  $h$ .

### Висновки:

1. Аналіз отриманих залежностей дає можливість подати необхідні рекомендації для конструювання коренезбиральної машини з точки зору кількості імпульсних впливів при очищенні та характеристик кожного з них.
2. Збільшення інтенсивності впливу дає значний ефект, особливо на останніх етапах (доочищення). Обмеження максимальної висоти падіння слід визначати із конструктивних параметрів та з умови непошкоджуваності коренеплодів.
3. Для очищення основної маси ґрунту необхідно 1 – 2 імпульси, ще 2 – 3 імпульси необхідно для струшування невеликих часточок ґрунту, і на завершальному етапі слід застосувати падіння коренеплоду із достатньо великої висоти для остаточного струшування залишків ґрунту.
4. Подальше очищення методом падіння значного ефекту не дасть, оскільки залишаться лише невеликі частинки ґрунту, що з'єднані з поверхнею коренеплоду, особливо в зоні його нерівностей. Надто велике збільшення висоти призведе лише до пошкодження коренеплоду без його очищення.

*Mathematics model of the process of beet-roots cleaning from soil under their impact loading in the technological chain of the beet-harvesting machine, is developed. Practical recommendation as to the efficient operating regime of the machine cleaning systems, are presented.*

### **Література**

1. Ткаченко І.Г., Вивюрка Н.Є. Результати експериментальних досліджень з визначення ступеня відділення ґрунту від коренеплодів при їх імпульсному навантаженні // Вісник аграрної науки Причорномор'я. Спеціальний випуск 4 (18). Том II. "Сучасні проблеми землеробської механіки". - Миколаїв: МДАУ, 2002. - С. 133-138.
2. Свеклоуборочные машины (Конструирование и расчет) / Л.В.Погорельй, Н.В.Татьянко, В.В.Брей и др.; Под общ ред. Л.В.Погорелого.- К.: Техніка, 1983.- 168с.
3. Вибрація в техніке: Справочник. В 6т. / Под ред. Э.Э.Левенделла - М.: Машиностроение, 1989.

*Одержано 12.05.2003 р.*