

**МЕТОД РЕКУРСИВНОГО ОПТИМАЛЬНОГО  
ОЦІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОРЕТИНОГРАМИ**

For resolving a problem of automation of ophthalmology diagnostic procedures the method of estimation of an electroretinogram by recursive optimal processing of an electroretinosignal has been developed. The method has been built on the base of the linear stochastic mathematical model of an electroretinosignal and its Kalman filtering. The characteristics of confidence of the electroretinogram estimation are definite. Results of computing simulation are given.

Для вирішення проблеми автоматизації процедур офтальмодіагностики розроблено метод оцінювання електроретинограми шляхом рекурсивного оптимального оброблення електроретиносигналу. Метод побудовано на базі лінійної, стохастичної математичної моделі електроретиносигналу зі застосуванням фільтра Калмана. Означено характеристики вірогідності отриманої оцінки електроретинограми. Наведено результати комп'ютерного моделювання.

Для оцінювання функціонального стану візуальної системи застосовують електроретинограму (ЕРГ) — відібраний та опрацьований (оброблений) електричний потенціал (електроретиносигнал – ЕРС) сітківки ока, спричиненого її світловим подразненням [2, 4, 8]. Стандартні методи опрацювання ЕРС базуються на їх представленні стохастичною, стаціонарною, лінійною математичною моделлю [1–5, 7, 9]. У медичній практиці знаходять застосування морфологічні параметри ЕРГ (часові інтервали між характерними її точками, її амплітуди тощо) [2, 4, 8]. Їх визначення включає багатократний відбір ЕРС та відповідне статистичне опрацювання отриманого ансамблю реалізацій ЕРС. У результаті отримують, зокрема, оцінку математичного сподівання ЕРГ, за яким, в інтерактивному режимі, визначаються потрібні параметри ЕРГ. Це викликало свого часу певні незручності для пацієнта. Через фізіологічні обмеження за одне дослідження можна провести лише кілька ЕРГ-експериментів, а для забезпечення потрібної вірогідності результату дослідження ансамбль ЕРГ повинен містити достатню кількість реалізацій ЕРС. Це спричинило до виконання багатьох досліджень. Вихід з цього знайдено у використанні напрацьованих баз ЕРГ, еталонних для норми функціонального стану візуальної системи чи деяких відхилень від неї. Проте практика інтерактивного користування такими базами даних при зростанні кількості досліджень виявляє необхідність розроблення автоматизованих режимів з високою прогностичністю, коли оцінювання ЕРГ виконується за кількома чи одним ЕРС.

Розроблено метод оцінювання ЕРГ за ЕРС шляхом його рекурсивної оптимальної обробки. Електроретиносигнал, який представлений адитивною сумішшю випадкового процесу та деякої еталонної ЕРГ у просторі змінних стану. З врахуванням морфологічних (амплітудно-часових) параметрів заданої зразкової (еталонної) ЕРГ побудовано різницеву модель ЕРГ, представлено її у просторі змінних стану та виконано на цій базі параметричну ідентифікацію фільтра Калмана. Наведено метод визначення вірогідності отриманої оцінки ЕРГ як ймовірність її належності до класу зразкових ЕРГ при заданій ймовірності хибного її віднесення до цього класу.

**Модель електроретиносигналу у просторі змінних стану.** У процесі дослідження за модель ЕРС застосовано адитивну суміш послідовностей:

$$x_n = s_n + \eta_n, \quad (1)$$

де  $s_n \propto \hat{s}_n(nT_d)$ ,  $\eta_n = \eta_n^1 + \eta_n^2 + \dots + \eta_n^m$  – сумарний шум, компонентами якого є шуми, спричинені нерівномірністю освітлення, світловим фоном, процесом відбору тощо;  $s_n$  – корисний сигнал, оцінку  $\hat{s}_n$  якого вважатимемо за ЕРГ. Графік ансамблю з десяти ЕРС (1) наведено на рис. 1. При цьому за  $s_n$  взято відліки ЕРГ, наведеної в [2, (рис. 1)], а за шум  $\eta_n$  застосовано дискретну випадкову послідовність з нормальною функцією густини розподілу ймовірностей її значень (з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, що дорівнює одиниці, функція *normrnd* з Matlab).

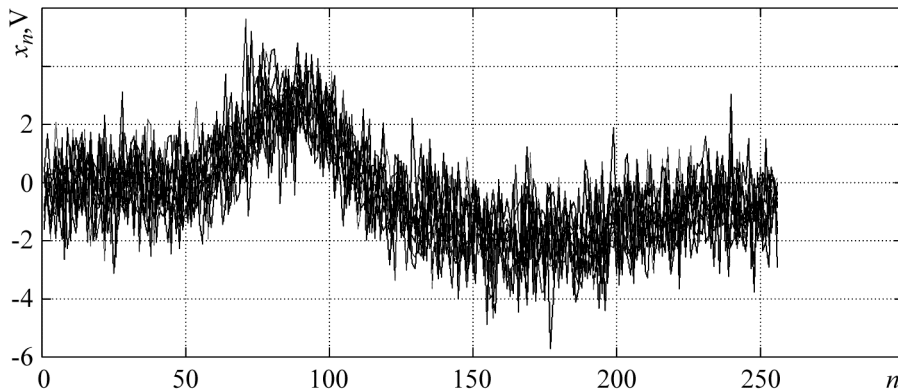


Рис. 1. Графік ансамблю ЕРС.

ЕРГ є заспокоюючим коливанням. Тобто ЕРГ адекватно моделюється функцією, що є розв’язком лінійного неоднорідного (неоднорідність – функція-модель світлового збурення сітківки) диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами [5]. Оскільки оцінювання ЕРГ здійснюється обчислювальними методами, то представимо її розв’язком відповідного диференціального різницевого рівняння

$$b_2 s_{n-2} + b_1 s_{n-1} + s_n = \xi_n, n = \overline{0, N}, \quad (2)$$

де послідовність  $\xi_n$  – математична модель світлового збурення сітківки, значення коефіцієнтів  $b_1, b_2$  та початкові значення  $s_{-1}, s_{-2}$  визначають параметри ЕРГ (амплітуди хвиль, швидкість їх заспокоєння). Значення  $s_n$  обчислюватимемо за алгоритмом, який впливає з рівняння (2). На рис. 2 наведено блок-схему обчислювальної моделі ЕРГ [5]. Якщо праву частину (2) замінити на ЕРС  $x_n$ , а коефіцієнти  $b_1$  і  $b_2$ , початкові умови  $x_{-1}, x_{-2}$  та значення  $N$  вибрати такими, щоби виконати умову

$$\arg \min_{\forall \{b_1, b_2, x_{-1}, x_{-2}, N\}} K(s, \hat{s}), \quad (3)$$

де  $K = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s_n - \hat{s}_n)^2}$  — критерій вибору, то отримана послідовність  $\hat{s}_n$  стає

близькою до послідовності  $s_n$  (2), проте її дисперсія є значною.

У просторі змінних стану рівняння (2) набуває такого вигляду [6]:

$$\begin{cases} Y_{n-1} = AY_n + B\xi_n, \\ X_n = CY_n + D\xi_n + \eta_n, \end{cases} \quad (4)$$

де у термінах калманівської фільтрації;  $Y_n$  – вектор стану ЕРГ;  $\xi_n$  – вектор входу;  $A$  – матриця стану;  $B$  – матриця входу;  $C$  – матриця виходу (спостереження);  $D$  – матриця впливу входу на спостереження.

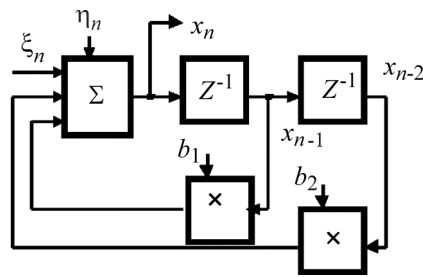


Рис. 2. Блок-схема обчислювальної моделі ЕРГ ( $\eta_n = 0, n = \overline{0, N}$ ) та ЕРС ( $\eta_n \neq 0, n = \overline{0, N}$ ).

Для визначення вектора стану ЕРГ зробимо в (2) заміну  $s_{n-1} = y_n$ ,  $s_{n-2} = y_{n-1}$ . Отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} s_{n-1} = y_n, \\ y_{n-1} = \frac{1}{b_2} s_n + \frac{b_1}{b_2} y_n - \frac{1}{b_2} \xi_n, \end{cases} \quad (5)$$

звідки

$$Y_{n-1} = \begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \Xi_n = \begin{bmatrix} \xi_n \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Y_n = \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{b_2} & \frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{b_2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Перше рівняння системи (4) набуде такого вигляду:

$$\begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{b_2} & \frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \xi_n. \quad (7)$$

Вектор-матричне рівняння  $X_n = CY_n + D\Xi_n$  зі системи (4) набуде такого вигляду:

$$x_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + |\eta_n|. \quad (8)$$

Оцінка ЕРГ  $\hat{s}_n$  визначається зі системи рівнянь:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} s_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{b_2} & \frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \xi_n, \\ x_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ y_n \end{bmatrix} + |\eta_n| \end{cases}, \quad (9)$$

як значення  $s_n$  з мінімальною дисперсією.

**Застосування фільтра Калмана для визначення оцінки ЕРГ з ЕРС.** За методом калманівської фільтрації при апріорних відомостях про збурення  $\xi_n$  візуальної системи та відібраний її відгук  $x_n$ , автокореляційні та взаємкореляційні функції шумів  $\varepsilon_n$  та  $\eta_n$  визначають матриці коефіцієнтів підсилення  $K$ , за допомогою яких оцінюють змінні стану ЕРС та їх дисперсії. Ці обчислення повторюють до досягнення прийнятної значення цієї дисперсії. Коефіцієнти  $K$  визначаються, наприклад, рекурсивною процедурою, на кожному кроці якої розв'язують рівняння Ріккати, складене з використанням так званого оновлюючого шуму:

$$\begin{aligned} Y_{n+1} &= AY_n + B\Xi_n + GE_n, & X_n &= CY_n + D\Xi_n + FE_n + \eta_n, \\ \hat{Y}_{n+1} &= A\hat{Y}_n + K[X_n - C\hat{Y}_n - D\Xi_n], \end{aligned} \quad (10)$$

де  $Y_n$  – невідомий вектор змінних стану ЕРС; відомі  $\Xi_n$  – збурення візуальної системи;  $X_n$  – відібраний (спостережуваний) ЕРС у шумах  $\eta_n$  та  $E_n$  відбору ЕРС та збурення візуальної системи, матриці стану  $A$ , входу  $B$ , виходу  $C$ , впливу  $D$  та  $G$ ,  $F$ . Коефіцієнти Калмана  $K$  й оцінки змінних стану ЕРС  $\hat{Y}$ , при яких оцінка ЕРС  $\hat{S}$  має мінімальну дисперсію, визначають за схемою, наведеною на рис. 3

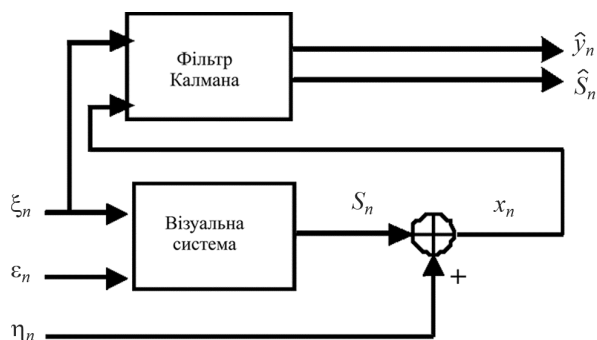


Рис. 3. Схема ЕРС експерименту з рекурсивною оптимальною фільтрацією.

**Результати дослідження рекурсивної оптимальної фільтрації ЕРС.** Схему обчислень, наведену на рис. 3, реалізовано засобами Matlab (Control System Toolbox™, функція *kalman*). У процесі її апробації застосовано послідовність з відліків  $s_n$  тестової ЕРС, відібраних на відрізку довжиною 510 mS через 0,002 mS (256 відліків). Послідовність отримано блоком “Візуальна система”, виконаною програмою *plant* при вхідних даних: матриць з виразів (4, 9) з елементами, які визначаються коефіцієнтами  $b_1=1,9539$  і  $b_2=0,955$ ; вхідної послідовності  $\xi_n=1, 0, \dots, 0$ , де  $n=\overline{1,256}$ . Значення коефіцієнтів вибрано такими, що вони визначають ЕРС з параметрами, близькими до параметрів ЕРС, наведеної на рис. 1, на заданому відрізку спостереження і періоді дискретизації. Її відтворює блок “Візуальна система” (програма *plant* – рис. 4, крива “true”). За послідовність похибок спостереження  $\eta_n$  вибрано нормальний білий шум з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, рівною одиниці. Блок “Фільтр Калмана” виконує оцінювання послідовності  $\hat{s}_n$  ЕРС (рис. 4, крива “filtered”).

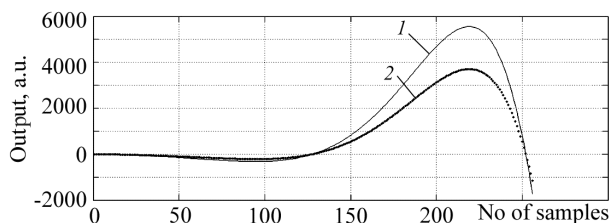


Рис. 4. Графік частини послідовності еталонної ЕРС 1 – (“true”) та результату її оцінювання 2 – (“filtered”).

Похибки оцінювання та спостереження наведено на рис. 5. Зі збільшенням кількості відліків на заданому відрізку величина похибок оцінювання зменшується. При математичній моделі з вищою адекватністю до заданої ЕРС (відтворенням її “хвоста”), що забезпечується різницею рівняння вже третього порядку та відповідними рівняннями у просторі станів, отримують значне зменшення похибок.

Наведений метод оцінювання ЕРС не вимагає багаторазового відбору ЕРС. При його застосуванні на практиці необхідно визначити вірогідність оцінки ЕРС залежно від величини похибки оцінки. Для цього використано процедури визначення цієї вірогідності за критерієм Неймана–Пірсона. Базові ЕРС різного типу

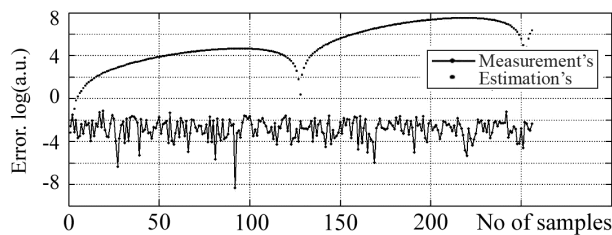


Рис. 5. Графіки похибок.

досліджували з метою визначення коефіцієнтів моделі стану ЕРГ та встановлення потрібних статистик, зокрема, визначення статистичних властивостей похибок спостереження. Потім встановлювали (для заданих медичною практикою ймовірностей помилкового вибору рішення про тип ЕРГ) порогові значення характеристик похибок (наприклад, дисперсії) спостереження. На прикінцевому етапі за цими пороговими значеннями порівнювали отримані біжучі значення характеристик похибок та визначали відповідну ймовірність вибору отриманої ЕРГ як близьку до подібної еталонної [3].

### ВИСНОВКИ

Розроблений метод оцінювання ЕРГ за відібраним ЕРС, представленим адитивною сумішшю випадкового процесу та деякої еталонної ЕРГ у просторі змінних стану, враховує морфологічні (амплітудно-часові) параметри заданої зразкової (еталонної) ЕРГ та похибки спостереження і забезпечує оцінювання ЕРГ за одною реалізацією ЕРС. Водночас визначали вірогідність отриманої оцінки ЕРГ як ймовірність її належності до класу зразкових ЕРГ при заданій ймовірності хибного її віднесення до цього класу за порівнянням величини отриманої похибки з похибкою, властивою оцінці еталонної ЕРГ.

**Дослідження виконували за темами ВК-2006, номер держреєстрації 0200U001720, та ДІ 90-01, номер держреєстрації 0101U003426.**

1. Дудыкевич В. Б., Ткачук Р. А., Паламар М. И. Адаптивное управление процессом измерения биопотенциалов зрительного анализатора // Проблемы управления и информатики. – 1997. – № 2. – С. 87–93.
2. Казарян А. А. Паттерн-ретинограмма и глаукома // Глаукома. – 2005. – № 3. – С. 62–65.
3. Ткачук Р. А. Метод побудови оптимальної обробки електроретинографічного сигналу та оцінювання вірогідності її результату // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2008. – № 2. – С. 156–162.
4. Шамишинова А. М., Волков И. И. Функциональные методы исследования в офтальмологии. – М.: Медицина, 1999. – 415 с.
5. Юзьків А. В., Яворський Б. І. Математичне моделювання електроретинографічних сигналів // Вісник ТДТУ ім. Івана Пулюя. – 1997. – № 2. – С. 40–45.
6. Яворський Б. И. Взаимосвязь между представлением цифрового рекурсивного резонатора в частотной области и пространстве состояний // Автоматизация производственных процессов. – Львов: ЛГУ, 1989. – Вып. 28. – С. 151–155.
7. Marchenko V. G., Tkachuk R. A., Palamar M. I. Harmonic analysis using in human visual system diagnosis by means of electroretinograms identification // Pattern recognition and information processing. – Minsk, 1997. – 1. – P. 207–213.
8. Miyake et al. ISCEV Standard for Clinical Electroretinography // iscev.org/standards
9. Wu C.-F., Wong F. Frequency Characteristics in the Visual System of Drosophila // J. General Physiology. – 1977. – 69. – P. 705–724.

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

Одержано  
23.03.2009