

УДК 517.9

Н. І. Блашак, канд. фіз.-мат. наук, доц., Л. І. Цимбалюк, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**ОБМЕЖЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ОДНОГО КЛАСУ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ЛІНІЙНИМИ
ВІДХИЛЕННЯМИ АРГУМЕНТІВ**

N. Blashchak, Ph. D, Assoc. Prof., L. Tsymbaliuk, Ph. D, Assoc. Prof.

**BOUNDED SOLUTIONS OF A CERTAIN CLASS OF THE SYSTEMS OF THE
LINEAR DIFFERENTIAL-FUNCTIONAL EQUATIONS WITH THE LINEAR
TRANSFORMED ARGUMENTS**

В останні десятиріччя широке застосування при побудові математичних моделей одержали диференціальні рівняння, як звичайні так і в частинних похідних, та їх системи з лінійними відхиленнями аргументу (аргументів). Такі системи виникають, наприклад, в біології (математична модель процесу відтворення червоних кров'яних тілець), в економіці при моделюванні економічних систем і задачах оптимального управління, тощо. В роботі досліджуються питання існування обмежених розв'язків одного класу таких систем диференціально-функціональних рівнянь з двома незалежними змінними і лінійними відхиленнями аргументів.

Розглядається система лінійних диференціально-функціональних рівнянь вигляду

$$u_t(t, x) = Au(t, x) + Bu_x(t, x) + \sum_{i=1}^k C_i u(\alpha_i t + a_i, \beta_i x + b_i) + \sum_{i=1}^k D_i u(\alpha_i t + a_i, \beta_i x + b_i) + f(t, x) \quad (1)$$

де $\alpha_i, \beta_i, a_i, b_i, i=1, \dots, k$ – деякі дійсні сталі, $A, B, C_i, D_i, i=1, \dots, k$ – постійні $n \times n$ матриці, вектор-функція $f(t, x): \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ є неперервною і обмеженою на \mathbb{R}^2 і $u(t, x)$ – невідома n -мірна вектор-функція.

Теорема. Нехай виконуються умови:

- 1) власні значення $\lambda_i, i=1, \dots, n$, матриці A задовольняють умову $\operatorname{Re} \lambda_i \neq 0$;
- 2) $\alpha_i, i=1, \dots, k$ – довільні дійсні числа ($\alpha_i \neq 0$), $0 < |\beta_i| \leq 1, i=1, \dots, k$;
- 3) $\sum_{i=1}^k |D_i| + \frac{2L}{\alpha} \left(|B| + \sum_{i=1}^k |C_i + D_i A| \right) < 1$, де L, α – деякі додатні сталі;
- 4) вектор функція $f(t, x)$ неперервна за t , належить класу C^∞ за x і

$$\sup_{(t,x) \in \mathbb{R}^2} \left| \frac{\partial^i f(t, x)}{\partial x^i} \right| \leq K, \quad i=0, 1, \dots, \text{де } K \text{ – деяка додатна стала.}$$

Тоді система рівнянь (1) має обмежений на \mathbb{R}^2 розв'язок, що є неперервно-диференційовним за t і належить класу C^∞ за x .

Показано також, що при деяких додаткових умовах знайдений обмежений розв'язок буде періодичним.