УДК 621.311

П. М. Микулик
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є ДЛЯ КОНТРОЛЮ ПАРАМЕТРІВ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ПРИ РІЗКОЗМІННИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

P. Mykulyk

APPLICATION OF DISCRETE FOURIER TRANSFORM FOR CONTROL OF ELECTRIC POWER QUALITY PARAMETERS AT SHARPLY VARIABLE LOADS

На сьогоднішній день важко уявити таку галузь промисловості, де б при обробці дискретних сигналів не використовувався метод спектрального аналізу, наприклад, для інтерполяції сигналів, лінійної нерекурсивної фільтрації сигналів, стискання сигналів та моделювання спектрів [1,2] і т. ін.

Такі процедури використовуються: при дослідженні автоматизованих систем управління технологічними процесами [3], в задачах медичної діагностики, наприклад, при дослідженні стану хворого, – визначення головної частоти біострумів мозку, при дослідженні різних біологічних сигналів: електрокардіограм, електроенцефалограм, в задачах інтерполяції функцій, для визначення втрат та кількості транспортованого газу та нафти на основі зміни спектральних характеристик процесів, які генеруються вимірним середовищем [4], у вимірювальній техніці для оцінки електричних і неелектричних величин, для ранньої діагностики та виявлення дефектів машин, що обертаються (турбіни, генератори та насоси) [5], для цифрової обробки звукових сигналів, обробки мовних сигналів, обробки зображень, обробки сигналів у радіолокації, гідролокації, обробки сигналів в геофізиці [6] та багатьох інших.

Відомо, що значення живильної напруги при несинусоїдних режимах і незмінному навантаженні може бути представлено наступним виразом:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{K} U_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \psi_k), \qquad (1)$$

де U_k, ψ_k –відповідно амплітуда та фазовий кут k-ої гармоніки.

За допомогою аналого-цифрового перетворювача (АЦП) вираз (1) перетворюється в дискретний код, тобто [7]:

$$u(n) = \sum_{k=1}^{K} U_{mk} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f_k \cdot n}{N} + \psi_k\right), \qquad (2)$$

де n – інтервал квантування за часом;

N – число вибірок за період T.

З врахуванням останнього для сигналу $u(n)$, що представлений дискретними вибірками, пряме перетворення Фур'є має вигляд [5]:

$$S(k)=\sum_{n=0}^{N-1}u(n)\cdot\exp\left(-j\frac{2\cdot\pi\cdot n\cdot k}{N}\right), \qquad (3)$$

або в тригонометричній формі:

$$S(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\left[U(n)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n\cdot k}{N}\right)\right]-j\left[U(n)\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n\cdot k}{N}\right)\right]=A_k-jB_k,$$

де $A_k=\sum_{n=0}^{N-1}\left[U(n)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n\cdot k}{N}\right)\right]$, $B_k=\sum_{n=0}^{N-1}\left[U(n)\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n\cdot k}{N}\right)\right]$.

Використаємо тригонометричну інтерпретацію для апроксимації виразу (3). Розділення на уявну та дійсну частини апроксимованого перетворення Фур'є приводить до виразу, який для різних значень *k* можна записати у вигляді матриці:

$$\overline{S}(k)^T=(\overline{X_k}-j\overline{Y_k})^T\overline{U}^T, \qquad (4)$$

де $\overline{U}^T=\left[U_0,U_1,\ldots,U_{N-1}\right]^T$ – вхідні вибірки живильної напруги;

$\overline{X_k}=\begin{bmatrix} x_{01} & x_{02} & \cdots & x_{0k}\\ x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ x_{(N-1)1} & x_{(N-1)2} & \cdots & x_{(N-1)k}\end{bmatrix}$, $\overline{Y_k}=\begin{bmatrix} y_{01} & y_{02} & \cdots & y_{0k}\\ y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1k}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ y_{(N-1)1} & y_{(N-1)2} & \cdots & y_{(N-1)k}\end{bmatrix}$ – матриці дійсних та уявних значень спектральних щільностей розміром $(N-1)\cdot k$;

$x_{ij}=\cos\left(\frac{2\pi\cdot n_i\cdot k_j}{N}\right)$, $y_{ij}=\sin\left(\frac{2\pi\cdot n_i\cdot k_j}{N}\right)$ – елементи матриць $i=\overline{(0,(N-1))}$, $j=\overline{(1,k)}$.

Модуль спектральної щільності *k*-ої гармоніки визначається із наступної формули:

$$\left|S(k)\right|=\sqrt{A_k^2+B_k^2}\,. \qquad (5)$$

Використавши співвідношення (4) та (5) визначимо для складного сигналу спектральну щільність перетворення Фур'є, значення якої для відповідних гармонік апроксимується аналітичним виразом вигляду:

$$\left|S(k)\right|=\frac{0{,}5\cdot U_m}{\pi\cdot\gamma/N}\left|\sin\pi\cdot\gamma\right|, \qquad (6)$$

де γ – відносна зміна значення $|S(k+1)|$ по відношенню $|S(k)|$ для *k*-ої гармоніки.

Якщо $\Delta N=N_j–N_{j-1}$ – наближається до нуля, формула (6) приймає вигляд:

$$|S(k)| = 0{,}5 \cdot U_m \cdot N . \quad (7)$$

Із співвідношення (7) визначаємо амплітудне значення відповідної гармоніки, яке рівне:

$$U_m = \frac{2|S(k)|}{N} . \ (8)$$

Фаза спектральної щільності визначається з виразу:

$$\Phi_k = arctg\,\frac{B_k}{A_k} . \qquad (9)$$

Початкова фаза *k*-ої гармоніки визначається з виразу:

$$\varphi_k = |\Phi_k| - \frac{\pi}{2} . (10)$$

Слід відмітити, що властивості дискретного перетворення Фур'є мають широкий спектр практичного застосування в питаннях обробки сигналів.

Література

1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут. – М. : Мир, 1989. –448 с.
2. Пономарев В. А. Временные окна при оценке энергетических спектров дискретного преобразования Фурье / В. А. Пономарев, О. В. Пономарева // Автометрия. – 1983. – № 4. – С. 39-45.
3. Биргер И. А. Техническая диагностика / И. А. Биргер. – М. : Мир, 1986. – 95 с.
4. Пашкевич О. П. Вплив форми кореляційного вікна на згладжування оцінки спектру шумів вимірного середовища / О. П. Пашкевич // Методи та прилади контролю якості. – 2004. – № 12. – С. 57-60.
5. Бабак В. П. Обробка сигналів / В. П. Бабак, В. С. Хандецький, Е. Шлюфер. – К. : Либідь, 1996. – 392 с. – ISBN 5-325-00631-2.
6. Оппенгейм А. В. Применение цифровой обработки сигналов / А. В. Оппенгейм. – М. : Мир, 1980. – 545 с.
7. Основы цифровой обработки сигналов / А. И. Солонина и др. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 768 с. – ISBN 5-94157-604-8