

ОСЕСИМЕТРИЧНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ПРО ТИСК КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПУ НА ТРАНСВЕРСАЛЬНО ІЗОТРОПНИЙ ШАР

Проведено дослідження осесиметричної контактної задачі термопружності про тиск кільцевого нагрітого штампу на трансверсально ізотропний шар. В процесі розв'язання задачі розроблено методику побудови чисельного розв'язку потрібних інтегральних рівнянь. Розглянуто числові приклади відшукування силової та температурної складових контактних напружень під штампом при конкретних значеннях параметрів задачі.

Вступ

Теоретичною основою розрахунків на міцність деталей конструкцій і споруд, що працюють в умовах значних градієнтів температури, є задачі теорії пружності та термопружності. Серед останніх особливу увагу дослідників привертають контактні задачі. Зокрема, проводяться дослідження взаємодії пружних тіл із залишковими деформаціями, обумовленими певними технологічними процесами [1, 2], задачі з врахуванням анізотропії контактуючих тіл або теплофізичних ефектів [3], а також задачі про взаємодію тіл досить складної геометричної конструкції.

Метою запропонованої роботи і є дослідження впливу форми нагрітого кільцевого штампу, а також теплофізичних характеристик пружного трансверсально ізотропного шару на розподіл контактних напружень.

Постановка задачі

Розглянемо плоско паралельний трансверсально ізотропний шар скінченної товщини $2h$, що лежить на абсолютно гладкій жорсткій основі. Площини ізоотропії вважатимемо паралельними до граничних площин шару. Нехай в шар силою P втискується абсолютно жорсткий, нагрітий до температури $T_0^{(2)}$, гладкий штамп, що є тілом, обмеженим поверхнею обертання навколо деякої осі двох спряжених у вершинах з відрізками прямих парабол, осі яких паралельні до осі обертання, що співпадає з лінією дії сили P (рис 1). Між штампом та шаром, а також шаром і зовнішніми середовищами здійснюється теплообмін за законом Ньютона. Потрібно визначити розподіл температури в шарі та функцію розподілу контактних напружень під штампом.

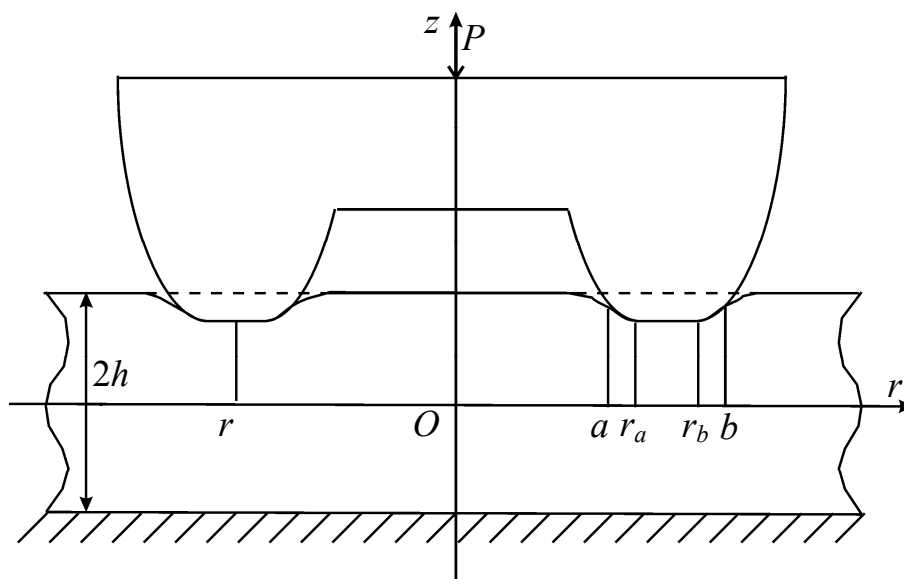


Рис. 1. Схема контактної взаємодії кільцевого штампу з шаром.

Виберемо циліндричну систему координат (O, r, φ, z) так, щоб площина $(rO\varphi)$ співпадала з серединною площиною шару, а вісь Oz з віссю симетрії штампу. Використовуючи традиційні позначення для компонент тензора напружень та вектора переміщень, а також температури, граничні умови задачі подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} z = h & \begin{cases} \sigma_{rz}(r, z) = 0, & 0 \leq r < \infty; \\ \sigma_{zz}(r, z) = 0, & 0 \leq r \leq a, \quad r \geq b; \\ w(r, z) = w_1(r), & a < r < b; \end{cases} \\ z = -h & \begin{cases} \sigma_{rz}(r, z) = 0, & 0 \leq r < \infty; \\ w(r, z) = 0, & 0 \leq r < \infty. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} z = h & \quad \frac{\partial T}{\partial z} + k_i T(r, z) = k_i T_0^{(i)} \quad r_{i-1} \leq r < r_i, \quad i = 1, 2, 3; \\ z = -h & \quad \frac{\partial T}{\partial z} = k_4 (T(r, z) - T_0^{(4)}) \quad 0 \leq r < \infty. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут k_1 та k_3 – коефіцієнти теплообміну між шаром та зовнішніми середовищами, температури яких $T_0^{(1)}$ та $T_0^{(3)}$; k_2 та k_4 – коефіцієнти теплообміну між шаром та штампом і шаром та основою, температури яких $T_0^{(2)}$ та $T_0^{(4)}$; $r_0 = 0$, $r_1 = a$, $r_2 = b$, $r_3 = \infty$.

При розв'язанні задачі будемо використовувати основні співвідношення термопружності, запропоновані В. Новацьким в його роботі [4]. Застосувавши до них інтегральне перетворення Ханкеля [5] та формулу обернення будемо мати:

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}(r, z) &= \beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha^2 \frac{d}{dz} \left(e^{\frac{d^2}{dz^2}} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) J_1(r\alpha) d\alpha; \\ \sigma_{zz}(r, z) &= -\beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha^3 \left(e^{\frac{d^2}{dz^2}} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) J_0(r\alpha) d\alpha; \\ w(r, z) &= \beta A_{44} \int_0^\infty \alpha \frac{d}{dz} \left(e^{\frac{d^2}{dz^2}} - b^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) J_0(r\alpha) d\alpha; \\ T(r, z) &= B \int_0^\infty \alpha^5 \left(C_5(\alpha) sh \mu_5 z \alpha + D_5(\alpha) ch \mu_5 z \alpha \right) J_0(r\alpha) d\alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

тут

$$\begin{aligned} B &= A_{33} A_{44} (\mu_5^2 - \mu_1^2)(\mu_5^2 - \mu_3^2); \\ \bar{\Psi}(\alpha, z) &= \sum_{j=1,3,5} (C_j(\alpha) sh \mu_j z \alpha + D_j(\alpha) ch \mu_j z \alpha). \end{aligned}$$

Температурна частина задачі

Вимагаючи виконання граничних умов задачі (2) для температури, одержимо систему інтегральних рівнянь для визначення невідомих функцій $C_5(\alpha)$ та $D_5(\alpha)$.

$$B \int_0^\infty \alpha^5 [C_5(\alpha) Q_i(\alpha) + D_5(\alpha) R_i(\alpha)] J_0(r\alpha) d\alpha = k_i T_0^{(i)}, \quad r_{i-1} \leq r < r_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad (4)$$

$$B \int_0^{\infty} \alpha^5 [C_5(\alpha) Q_4(\alpha) + D_5(\alpha) R_4(\alpha)] J_0(r\alpha) d\alpha = -k_4 T_0^{(4)}, \quad 0 \leq r < \infty, \quad (5)$$

тут

$$Q_i(\alpha) = \mu_5 \alpha \cdot ch \mu_5 h \alpha + k_i \cdot sh \mu_5 h \alpha; \quad R_i(\alpha) = \mu_5 \alpha \cdot sh \mu_5 h \alpha + k_i \cdot ch \mu_5 h \alpha; \quad (i=1,2,3).$$

Співвідношення (4) при $i=3$ продовжимо на всю числову пряму.

$$B \int_0^{\infty} \alpha^5 [C_5(\alpha) Q_3(\alpha) + D_5(\alpha) R_3(\alpha)] J_0(r\alpha) d\alpha = \\ = k_3 T_0^{(3)} [x^{(T)}(r) u(b-r) + u(r-b)], \quad 0 \leq r < \infty, \quad (6)$$

тут

$$u(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

$$\text{Виберемо } x^{(T)}(r) = 1 + \sum_{n=1}^{N_1} a_n^{(T)} J_0\left(\frac{r}{b} \omega_n\right),$$

де $J_0(\omega_n) = 0$, $a_n^{(T)}$ – невідомі коефіцієнти.

Після застосування до (5) та (6) формули обернення інтегрального перетворення Ханкеля, одержимо систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язавши яку і одержимо вирази для $C_5(\alpha)$ та $D_5(\alpha)$ через $a_n^{(T)}$.

Підставивши знайдені значення $C_5(\alpha)$ та $D_5(\alpha)$ в (4) при $i=1,2$, одержимо основну рівність для визначення невідомих $a_n^{(T)}$ при $n=1, N_1$.

Тобто

$$\sum_{n=1}^{N_1} a_n^{(T)} \omega_n J_1(\omega_n) \int_0^{\infty} \alpha \frac{\left[R_4^*(\alpha) \begin{Bmatrix} Q_1^*(\alpha) \\ Q_2^*(\alpha) \end{Bmatrix} + Q_4^* \begin{Bmatrix} R_1^*(\alpha) \\ R_2^*(\alpha) \end{Bmatrix} \right]}{\Delta_0^*(\alpha)} \frac{J_0(b\alpha) J_0(r\alpha)}{\alpha^2 - \left(\frac{\omega_n}{b}\right)^2} d\alpha = \\ = - \left\{ \frac{k_1 T_0^{(1)}}{k_3 T_0^{(3)}} \right\} + \frac{k_4 T_0^{(4)}}{k_3 T_0^{(3)}} \frac{\left[(1+k_3 h) \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{Bmatrix} - k_3 \begin{Bmatrix} 1+k_1 h \\ 1+k_2 h \end{Bmatrix} \right]}{2hk_3 k_4 + k_3 + k_4} + \frac{\left[k_4 \begin{Bmatrix} 1+k_1 h \\ 1+k_2 h \end{Bmatrix} + (1+k_4 h) \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{Bmatrix} \right]}{2hk_3 k_4 + k_3 + k_4}, \quad \begin{cases} 0 \leq r < a \\ a \leq r < b \end{cases}, \quad (7)$$

де

$$\Delta_0^*(\alpha) = \left[(\mu_5 \alpha)^2 + k_3 k_4 \right] (1 - e^{-4\mu_5 h \alpha}) + \mu_5 \alpha (k_3 + k_4) (1 + e^{-4\mu_5 h \alpha}); \\ R_i^*(\alpha) = \mu_5 \alpha (1 - e^{-2\mu_5 h \alpha}) + k_i (1 + e^{-2\mu_5 h \alpha}); \quad Q_i^*(\alpha) = \mu_5 \alpha (1 + e^{-2\mu_5 h \alpha}) + k_i (1 - e^{-2\mu_5 h \alpha}).$$

Реалізацію одержаних рівностей проводимо наступним чином: на відрізок $0 \leq r < b$ виберемо N_1 точок і, вимагаючи виконання (7) в цих точках, одержимо

систему N_1 лінійних рівнянь з N_1 невідомими, розв'язавши яку і одержимо шукані величини $a_n^{(T)}$ при $n = \overline{1, N_1}$.

Для відшукування функції розподілу температури в шарі використаємо четверте співвідношення (3).

$$T(r, z) = k_3 T_0^{(3)} h \frac{k_4 h \left(\frac{z}{h} + 1 \right) + 1}{2h^2 k_3 k_4 + k_3 h + k_4 h} + k_4 T_0^{(4)} h \frac{k_3 h \left(1 - \frac{z}{h} \right) + 1}{2h^2 k_3 k_4 + k_3 h + k_4 h} - k_3 h T_0^{(3)} \sum_{n=1}^{N_1} a_n^{(T)} \omega_n J_1(\omega_n) \times \\ \times \int_0^\infty \alpha \frac{\left[\mu_5 \alpha \left(e^{\mu_5(z-h)\alpha} + e^{-\mu_5(3h+z)\alpha} \right) + k_4 \left(e^{\mu_5(z-h)\alpha} - e^{-\mu_5(3h+z)\alpha} \right) \right]}{\Delta_0^*(\alpha)} \frac{J_0(b\alpha) J_0(r\alpha)}{\alpha^2 - \left(\frac{\omega_n}{b} \right)^2} d\alpha.$$

Розв'язання силової частини задачі

Вимагаючи виконання граничних умов задачі (1) для компонент тензора напружень та вектора переміщень прийдемо до системи потрійного і парного інтегральних рівнянь

$$\begin{cases} \beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha^2 \frac{d}{dz} \left(e \frac{d^2}{dz^2} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=h} J_1(r\alpha) d\alpha = 0, & 0 \leq r < \infty; \\ -\beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha^3 \left(e \frac{d^2}{dz^2} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=h} J_0(r\alpha) d\alpha = 0, & 0 \leq r \leq a, r \geq b; \\ \beta A_{44} \int_0^\infty \alpha \frac{d}{dz} \left(e^* \frac{d^2}{dz^2} - b^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=h} J_0(r\alpha) d\alpha = w_1(r), & a < r < b; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha \frac{d}{dz} \left(e \frac{d^2}{dz^2} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=-h} J_1(r\alpha) d\alpha = 0, & 0 \leq r < \infty; \\ \beta A_{44} \int_0^\infty \alpha \frac{d}{dz} \left(e^* \frac{d^2}{dz^2} - b^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=-h} J_0(r\alpha) d\alpha = 0, & 0 \leq r < \infty. \end{cases} \quad (9)$$

Ввівши невідому функцію $x(r)$, визначену на проміжку $a \leq r \leq b$, продовжимо друге співвідношення (8) на проміжок $0 \leq r < \infty$.

$$-\beta A_{33} A_{44} \int_0^\infty \alpha^3 \left(e \frac{d^2}{dz^2} - d^* \alpha^2 \right) \bar{\Psi}(\alpha, z) \Big|_{z=h} J_0(r\alpha) d\alpha = x(r) [u(r-a) - u(r-b)], \quad 0 \leq r \leq \infty.$$

Застосовуючи до одержаної рівності, а також до першої рівності (8) та обох рівностей (9) формулу обернення інтегрального перетворення Ханкеля, прийдемо до системи чотирьох рівнянь з чотирма невідомими функціями $C_1(\alpha)$, $D_1(\alpha)$, $C_3(\alpha)$, $D_3(\alpha)$.

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1,3} (e\mu_j^2 - d^*) [C_j(\alpha) sh\mu_j h\alpha + D_j(\alpha) ch\mu_j h\alpha] &= X(\alpha) - (e\mu_5^2 - d^*) [C_5(\alpha) sh\mu_5 h\alpha + D_5(\alpha) ch\mu_5 h\alpha]; \\
 \sum_{j=1,3} \mu_j (e\mu_j^2 - d^*) [C_j(\alpha) ch\mu_j h\alpha + D_j(\alpha) sh\mu_j h\alpha] &= -\mu_5 (e\mu_5^2 - d^*) [C_5(\alpha) ch\mu_5 h\alpha + D_5(\alpha) sh\mu_5 h\alpha]; \\
 \sum_{j=1,3} \mu_j (e\mu_j^2 - d^*) [C_j(\alpha) sh\mu_j h\alpha - D_j(\alpha) sh\mu_j h\alpha] &= -\mu_5 (e\mu_5^2 - d^*) [C_5(\alpha) ch\mu_5 h\alpha - D_5(\alpha) sh\mu_5 h\alpha]; \\
 \sum_{j=1,3} \mu_j (e\mu_j^2 - b^*) [C_j(\alpha) ch\mu_j h\alpha - D_j(\alpha) sh\mu_j h\alpha] &= -\mu_5 (e\mu_5^2 - b^*) [C_5(\alpha) ch\mu_5 h\alpha - D_5(\alpha) sh\mu_5 h\alpha].
 \end{aligned} \tag{10}$$

Вибираючи невідому функцію $x(r)$, яка описує розподіл контактних напружень під штапом, у вигляді

$$x(r) = \sum_{n=1}^N a_n \left[J_0\left(\frac{r}{a}\gamma_n\right) N_0(\gamma_n) - J_0(\gamma_n) N_0\left(\frac{r}{a}\gamma_n\right) \right],$$

$$\text{де } J_0\left(\frac{b}{a}\gamma_n\right) N_0(\gamma_n) - J_0(\gamma_n) N_0\left(\frac{b}{a}\gamma_n\right) = 0,$$

a_n – невідомі коефіцієнти, будемо мати

$$\begin{aligned}
 X(\alpha) &= -\frac{1}{\beta A_{33} A_{44} \alpha^4} \int_a^b r x(r) J_0(r\alpha) d\alpha = \\
 &= -\frac{1}{\beta A_{33} A_{44} \alpha^4} \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{\alpha^2 - \left(\frac{\gamma_n}{a}\right)^2} \left[\frac{2}{\pi} J_0(a\alpha) - J_0(b\alpha) R\left(\frac{b}{a}; \gamma_n\right) \right],
 \end{aligned}$$

тут

$$R\left(\frac{b}{a}; \gamma_n\right) = \frac{b}{a} \gamma_n \left[N_0(\gamma_n) J_1\left(\frac{b}{a}\gamma_n\right) - J_0(\gamma_n) N_1\left(\frac{b}{a}\gamma_n\right) \right].$$

Розв'язавши систему (10), одержимо значення для $C_1(\alpha)$, $D_1(\alpha)$, $C_3(\alpha)$, $D_3(\alpha)$, використовуючи які, третє співвідношення (8) запишемо у вигляді.

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta_{13}}{4A_{33}} \sum_{n=1}^N a_n \int_0^\infty \frac{(1-e^{-4\mu_4 h\alpha})(1-e^{-4\mu_5 h\alpha})}{\varphi^*(2\mu_3, 2\mu_4, \alpha)} S_n(\alpha) \begin{Bmatrix} J_0(r\alpha) - J_0(a\alpha) \\ J_0(r\alpha) - J_0(b\alpha) \end{Bmatrix} d\alpha &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{R_1} [(a-r_a)^2 - (r-r_a)^2] \\ &\frac{1}{R_1} (a-r_a)^2 \\ &\frac{1}{R_2} (b-r_b)^2 \\ &\frac{1}{R_2} [(b-r_b)^2 - (r-r_b)^2] \end{aligned} \right\} + \\
 + \frac{\beta A_{44} k_3 T_0^{(3)}}{4B} \sum_{n=1}^{N_1} a_n^{(T)} \omega_n J_1(\omega_n) \int_0^\infty \frac{R_4^*(\alpha) Z^*(\alpha) + Q_4^*(\alpha) P^*(\alpha)}{\Delta^*(\alpha) \varphi^*(2\mu_3, 2\mu_4, \alpha)} \frac{J_0(b\alpha)}{\alpha^2 - \left(\frac{\omega_n}{b}\right)^2} \begin{Bmatrix} J_0(r\alpha) - J_0(a\alpha) \\ J_0(r\alpha) - J_0(b\alpha) \end{Bmatrix} d\alpha &= \left\{ \begin{aligned} &a \leq r < r_a \\ &r_a \leq r < r_1 \\ &r_1 \leq r < r_b \\ &r_b \leq r \leq b \end{aligned} \right\}.
 \end{aligned}$$

Використані позначення не наводяться у зв'язку з обмеженістю об'єму статті.

Введемо позначення

$$a_n = \frac{4A_{33}}{\theta_{13}} \left[a_n^{(1)} z_1 + a_n^{(2)} z_2 + \frac{\beta A_{44}}{4B} a_n^{(3)} \right], \text{ де } z_i = \frac{1}{R_i} \quad (i=1,2). \quad (11)$$

Тоді для визначення коефіцієнтів $a_n^{(i)}$ ($i=1,2,3$) одержимо співвідношення

$$\sum_{n=1}^N a_n^{(i)} \int_0^\infty \frac{(1-e^{-4\mu_1 h \alpha})(1-e^{-4\mu_3 h \alpha})}{\varphi^*(2\mu_3, 2\mu_1, \alpha)} S_n(\alpha) \left\{ \begin{matrix} J_0(r\alpha) - J_0(a\alpha) \\ J_0(r\alpha) - J_0(b\alpha) \end{matrix} \right\} d\alpha = B_i(r); \quad a \leq r \leq b, \quad i=1,2,3, \quad (12)$$

де

$$B_1(r) = \begin{cases} \left[(a-r_a)^2 - (r-r_a)^2 \right] & a \leq r < r_a, \\ (a-r_a)^2 & r_a \leq r < r_1, \\ 0 & r_1 \leq r \leq b; \end{cases} \quad B_2(r) = \begin{cases} 0 & a \leq r < r_1, \\ (b-r_b)^2 & r_1 \leq r < r_b, \\ \left[(b-r_b)^2 - (r-r_b)^2 \right] & r_b \leq r \leq b; \end{cases}$$

$$B_3(r) = k_3 T_0^{(3)} \sum_{n=1}^{N_1} a_n^{(T)} \omega_n J_1(\omega_n) \int_0^\infty \frac{R_4^*(\alpha) Z^*(\alpha) + Q_4^*(\alpha) P^*(\alpha)}{\Delta^*(\alpha) \varphi^*(2\mu_3, 2\mu_1, \alpha)} \frac{J_0(b\alpha)}{\alpha^2 - \left(\frac{\omega_n}{b} \right)^2} \times \\ \times \left\{ \begin{matrix} J_0(r\alpha) - J_0(a\alpha) \\ J_0(r\alpha) - J_0(b\alpha) \end{matrix} \right\} d\alpha \quad \begin{cases} a \leq r < r_1 \\ r_1 \leq r \leq b \end{cases}.$$

Відшукування невідомих $a_n^{(i)}$, ($i=1,2,3$) проводимо аналогічно до того, як це робилося при відшуванні коефіцієнтів $a_n^{(T)}$.

Враховуючи (11), функцію розподілу контактних напружень під штампом подамо у вигляді

$$x(r) = \sigma_{zz}(r) = \frac{4A_{44}}{\theta_{13}} \left[z_1 \sum_{n=1}^N a_n^{(1)} \chi_n(r) + z_2 \sum_{n=1}^N a_n^{(2)} \chi_n(r) + \frac{\beta A_{44}}{4B} \sum_{n=1}^N a_n^{(3)} \chi_n(r) \right],$$

$$\text{де } \chi_n(r) = J_0\left(\frac{r}{a} \gamma_n\right) N_0(\gamma_n) - J_0(\gamma_n) N_0\left(\frac{r}{a} \gamma_n\right).$$

Вимагаючи виконання умови рівноваги штампу $2\pi \int_a^b r x(r) dr = -P$ та умови рівності переміщень точок області контакту при $r=r_a$ та $r=r_b$ $w(r_a) = w(r_b)$, прийдемо до системи двох рівнянь з двома невідомими, з якої і визначимо

$$z_1 = z_1^{(1)} \frac{P}{2\pi a^2} \frac{\theta_{13}}{4A_{33}} + z_1^{(2)} \frac{\beta A_{44}}{4B}, \quad z_2 = z_2^{(1)} \frac{P}{2\pi a^2} \frac{\theta_{13}}{4A_{33}} + z_2^{(2)} \frac{\beta A_{44}}{4B}.$$

Але тоді $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{(P)} + \sigma_{zz}^{(T)}$, де

$$\sigma_{zz}^{(P)} = \frac{P}{2\pi a^2} \sum_{n=1}^N \left(z_1^{(1)} a_n^{(1)} + z_2^{(1)} a_n^{(2)} \right) \chi_n(r),$$

$$\sigma_{zz}^{(T)} = \frac{\beta}{\theta_{13}(\mu_5^2 - \mu_1^2)(\mu_5^2 - \mu_3^2)} \sum_{n=1}^N \left(z_1^{(2)} a_n^{(1)} + z_2^{(2)} a_n^{(2)} + a_n^{(3)} \right) \chi_n(r).$$

Числовий приклад

Проведемо дослідження впливу наявності прямолінійної ділянки в основі кільцевого штамп на величину і характер розподілу силової та температурної складових контактних напружень. Значення температурних, теплофізичних та пружних параметрів вибрано такими:

$$T_1 = 0.8 \cdot T_0, \quad T_2 = T_0, \quad T_3 = 0.1 \cdot T_0, \quad T_4 = 0.8 \cdot T_0;$$

$$k_1 = 0.01, \quad k_2 = 5, \quad k_3 = 1, \quad k_4 = 0.01;$$

$$\mu_1 = 1.388395, \quad \mu_3 = 0.705194.$$

Числовий аналіз розглянутої задачі проведемо для двох випадків:

а) $a = 0.4, b = 1, r_a = 0.7, r_b = 0.7,$

прямолінійний відрізок в основі лінії, обертанням якої навколо осі Oz утворено штамп, відсутній;

б) $a = 0.4, b = 1, r_a = 0.55, r_b = 0.85,$

в основі лінії, обертанням якої навколо осі Oz утворено штамп є прямолінійний відрізок $[r_a, r_b]$.

Реалізацію співвідношень (7) та (12) проводимо для $N_1 = N = 9$.

На рисунку 2 проілюстровано розподіл температури в шарі: криві 1,2,3,4 та 5 є графіками функції $T(r, z)$ при $z = h, z = 0.5h, z = 0, z = -0.5h$ та $z = -h$ відповідно.

На рисунках 3 та 4 зображено графіки силової та температурної складових функції розподілу контактних напружень під штампом $\sigma_{zz}^{(P)}$ та $\sigma_{zz}^{(T)}$, криві, позначені цифрою 1, відповідають випадку а), 2 – випадку б).

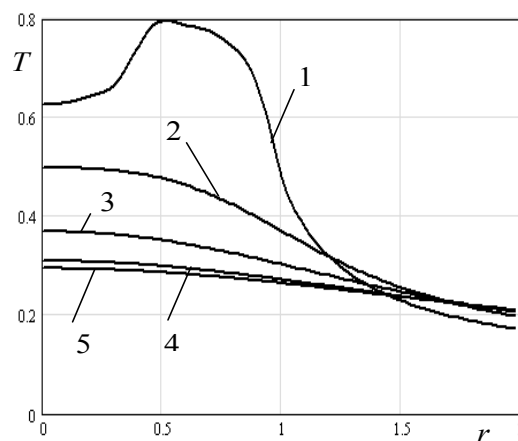


Рис. 2. Розподіл температури в шарі

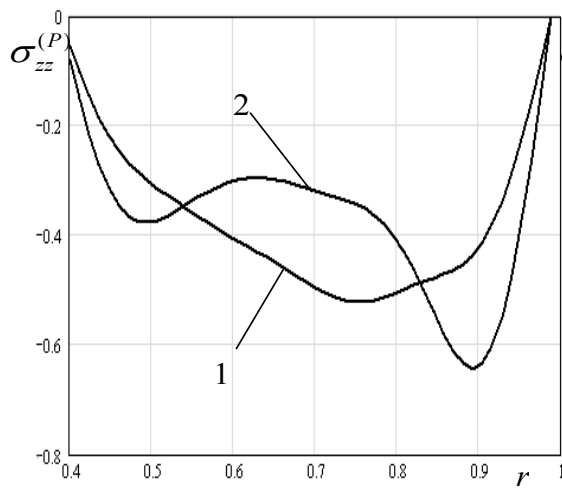


Рис. 3. Силова складова контактних напружень

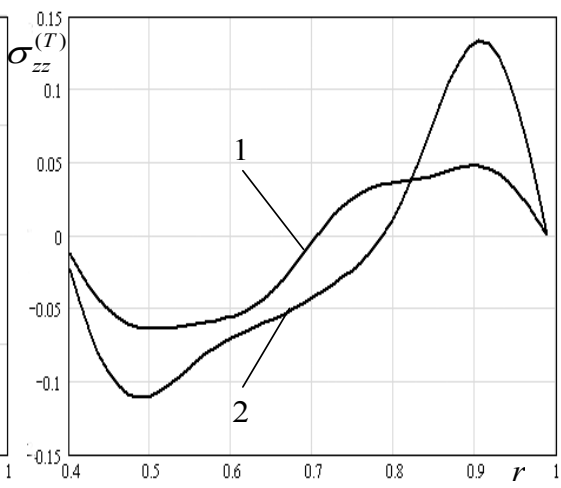


Рис. 4. Температурна складова контактних напружень

Висновки

Проведений числовий аналіз дає можливість стверджувати, що геометрія штампу суттєво впливає не лише на розподіл силової, а й температурної складової контактних напружень під штампом. Зокрема, при збільшенні прямокутної ділянки основи лінії, обертанням якої утворено штамп, відбувається зростання екстремальних значень цих функцій та зміщення точок екстремуму до межових точок області контакту.

Investigations of the axis – symmetric contact task of thermo elasticity on the heated annular punch pressure upon the transversal isotropic ball are carried out. While solving the task, the method of building numerical solution of triple integral equations is developed. Numerical examples of searching force and temperature components of contact strain above the punch under certain parameter values of the task, are analyzed.

Література

1. Гузь А.І., Бабич С.Ю., Рудницький В.Б. Контактна взаємодія тіл з початковими напруженнями. – К.: Вища школа, 1995. – 305с.
2. Шелестовський Б. Контактна взаємодія кругового штампа з шаром із залишковими деформаціями, що зумовлені зосередженим нагрівом // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2002. – Т.7, №4. – С.13-20.
3. Rudnitsky V., Gabrusev V., Shelestovsky B. Annular punch contact interaction with the preliminary stressed layer // Proc. of second world congress on computational mechanics. – Stuttgart. – 1990. – P.801.
4. Новацкий В. Вопросы термоупругости. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 364с.
5. Снеддон И.Н. Преобразования Фурье. – М.: ИЛ, 1955. – 668с.

Одержано 18.05.2004 р.