УДК 620.171.3
О. Шкодзінський, канд. техн. наук; Г. Козбур; С. Костишин
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ ІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Запропоновано нову методику пошуку єдиної, незалежної від виду напруженого стану, кривої деформування ізотропних пластичних матеріалів. Отримано аналітичний опис кривої в параметричній формі. Приведено алгоритм знаходження параметра p як єдиної узагальненої константи матеріалу.

Умовні позначення

σ_1, σ_2, σ_3 – головні нормальні напруження;

ε_1, ε_2, ε_3 – головні відносні лінійні деформації;

σ_T – межа текучості при одновісному розтязі;

$\sigma_{уз}$ – узагальнене напруження;

$\varepsilon_{уз}$ – узагальнена деформація;

$\sigma_{ін}$ – інтенсивність напружень;

$\varepsilon_{ін}$ – інтенсивність деформацій;

τ_{max} – максимальне дотичне напруження;

γ_{max} – максимальна деформація зсуву.

Постійне зростання вимог до надійності, довговічності та матеріаломісткості створюваних машин і конструкцій зумовлюють необхідність подальшого вдосконалення апарату механіки твердого деформівного тіла як основи сучасних методів розрахунку несучої здатності конструкцій. Разом з тим, не втрачає актуальності проблема складності організації та проведення дослідів з імітації складного напруженого стану (СНС), в умовах якого реально працюють більшість конструкційних елементів. Тому важливим є питання прогнозування поведінки матеріалів, втілених в реальні конструкції, при різних видах напруженого стану на основі обмеженої кількості дослідів. З цією метою для оцінки опірності матеріалів в експлуатаційних умовах використовують критерії міцності, що грунтуються на певних гіпотезах і припущеннях.

Основи чотирьох теорій міцності, пізніше названих «класичними», були відомі ще в XIX столітті. В теорії пластичності для визначення умов переходу матеріалу з пружного стану в пластичний найчастіше використовуються дві з них: теорія максимальних дотичних напружень Кулона–Треска та теорія питомої потенціальної енергії формозміни Губера–Мізеса. Умова пластичності Кулона–Треска математично описується співвідношенням:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T, \quad (1)$$

а геометрично ілюструється граничною поверхнею у вигляді шестигранної призми (шестикутником у випадку плоского напруженого стану – лінія 1 на рис.1). Умова пластичності Губера–Мізеса в математичній формі виражається співвідношенням:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_T^2 . \quad (2)$$

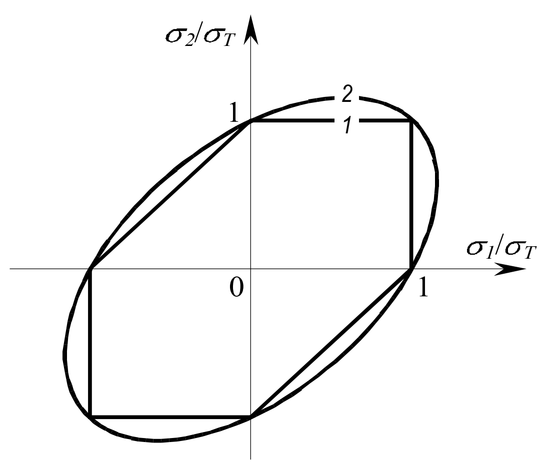

Рис. 1. Графіки умов пластичності (1) та (2) для плоского напруженого стану

У просторі головних напружень їй

відповідає круговий циліндр з віссю, що утворює рівні кути з осями головних напружень, відповідно у випадку плоского напруженого стану (σ_3=0) отримується еліптична гранична крива (лінія 2 на рис.1).

Достовірність розрахункових рівнянь цих теорій добре підтверджується експериментально для ідеалізованих ізотропних матеріалів: теорії Губера–Мізеса – для пластичних, теорії Кулона–Треска – для крихких. Проте реальні матеріали не є ні ідеально пластичними, ні ідеально крихкими, тому простежується певна неузгодженість «класичних» теоретичних кривих із експериментом: реальні криві текучості розміщуються в просторі між лініями 1 і 2 (рис.1). Разом з цим, поява нових полімерних та композиційних матеріалів, суттєвий вплив новітніх технологій обробки тощо, сприяли пошукові і розробці нових теорій і критеріїв текучості для ізотропних та анізотропних матеріалів (Ішлінського, Ліпатова, Зенделя, Бельтрамі, Маріна–Ху, Ягна–Бужинського, Дощинського, Гольденблата–Копнова, Писаренка–Лебедєва та ін.). Достатньо повний виклад розрахункових рівнянь різних критеріїв текучості зроблено в [1,2]. Новітні теорії базуються на виборі такої форми граничної поверхні, при якій можна найповніше врахувати особливості опору певного класу матеріалів в умовах СНС.

Розбіжності в результатах експериментів, що отримувались для одного й того ж матеріалу за різних умов проведення дослідів, примусили звернутись до фізико-хімічної природи деформування матеріалів та прослідкувати характер впливу на пластичність матеріалу таких факторів, як тип кристалічної структури, хімічний склад, структурний стан і т. ін. Як відомо, в реальному матеріалі спостерігаються численні відхилення (дефекти) від ідеалізованої атомної будови, характер і кількість яких значною мірою визначають фізико-хімічні властивості металу та його здатність до пластичного деформування.

Так, відомим є факт, що основна частина пластичної деформації здійснюється завдяки утворенню і рухові по кристалах дислокацій, в результаті чого відбувається зсув. Деформація зсуву пов’язана з певними площинами та напрямками в кристалічних решітках, причому чим більше в них можливих площин і напрямків ковзання, тим вища здатність матеріалу до пластичної деформації. Тому, наприклад, метали з об’ємноцентрованою кубічною решіткою більш пластичні (кількість систем ковзання – 48), ніж метали з гексагональною щільноупакованою (г.щ.у.) структурою (кількість систем ковзання дорівнює 3). З цих причин для матеріалів з кубічною решіткою спостерігається краща кореляція поверхонь текучості з поверхнею Мізеса, а г.щ.у.-матеріалів – із поверхнею Кулона-Треска. Перелік робіт, в яких вивчається вплив мікроструктури матеріалу на властивості пластичності та міцності, подано в [3].

У роботі було проаналізовано результати експериментів з двовісного розтягу зразків металічних конструкційних матеріалів, що проводились при кімнатній температурі та атмосферному тиску. На основі узагальнених діаграм деформування, наведених в [4], було побудовано криві поверхонь текучості, що відповідають допускам (0,5...4)% на залишкову деформацію (рис. 2).

Отримувались криві різної форми, від кореляції з еліпсом Мізеса (сталь 45 та сплав У7) до явно вираженої форми шестикутника Кулона (сплав Д16Т), причому для сталі 45 спостерігається явна ізотропність механічних властивостей.

Порівняльний аналіз побудованих кривих показав, що для них зберігаються центр, орієнтація та форма, тобто вони є концентричними в просторі головних напружень. Таке спостереження дало підстави підтвердити висунуту раніше гіпотезу існування узагальненої, незалежної від виду напруженого стану кривої деформування і запропонувати методику пошуку останньої та її аналітичного опису, виходячи з концентричності розміщення граничних поверхонь текучості, що відповідають різним допускам на залишкову пластичність.

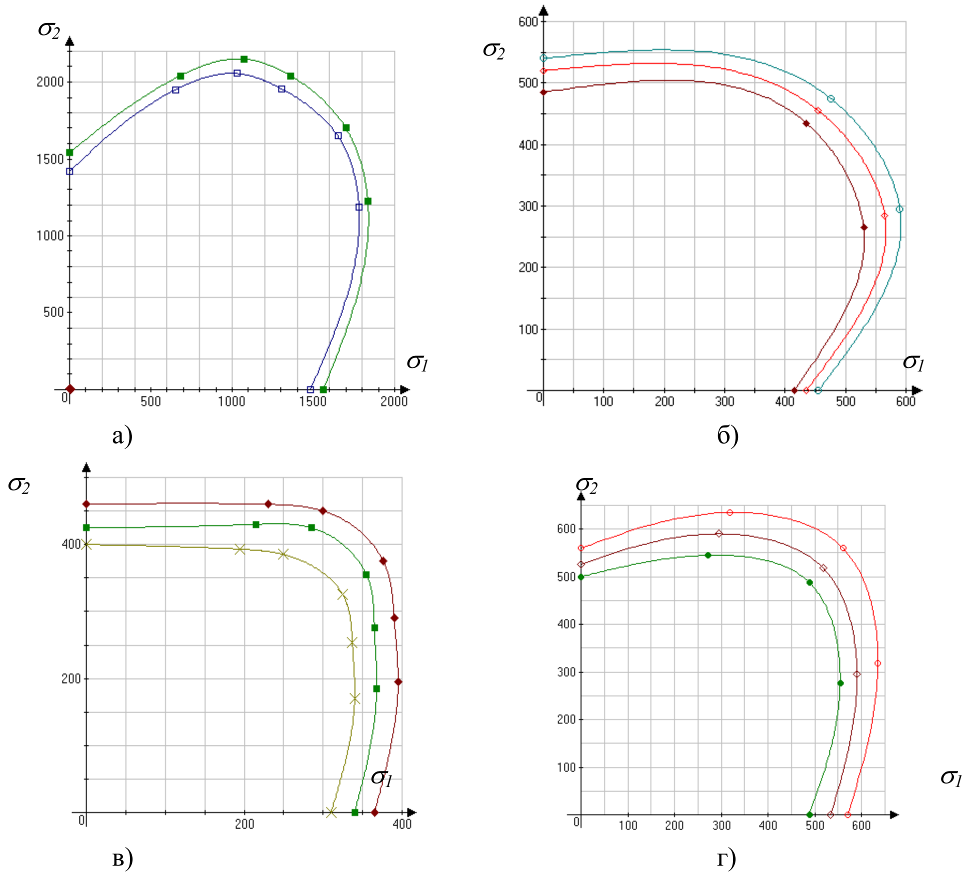

Рис. 2. Криві текучості, що відповідають різним рівням залишкової деформації (ε_{ii} ,%: × - 0,5; □ – 0,75; ■ – 1; ◆ – 2; ● – 2,4; ◇ – 3; ○ – 4) в умовах двовісного розтягу при температурі $20^{o}C$, для сплавів: а – У7, б – ЦМ6, в – Д16Т, г – Сталь 45

Ставилося завдання розробити нову методику пошуку єдиної кривої деформування ізотропних матеріалів, яка б враховувала відхилення експериментальних даних від теоретичних кривих 1 і 2 (рис.1), але і не суперечила умовам (1) і (2). Класичні критерії, як відомо, добре підтверджуються для ідеалізованих матеріалів з чітко вираженими пластичністю або крихкістю. Проте стійкі стани матеріалу розташовані між абсолютно крихким та абсолютно пластичним, тобто мають двоїсту природу [5]. Введення у вигляді вагового коефіцієнта характеристики стану твердого тіла, яка б враховувала властивості крихкості та текучості, було запропоновано в роботі [6].

Враховуючи спробу Хосфорда В. Ф. узагальнити критерії (1) і (2) [7], автори запропонували описувати узагальнену криву деформування в координатах $\sigma_{уз} - \varepsilon_{уз}$:

$$\sigma_{уз} = \frac{p}{2}\left[\frac{|\sigma_1-\sigma_2|^p+|\sigma_2-\sigma_3|^p+|\sigma_1-\sigma_3|^p}{2}\right]^{\frac{1}{p}}, \tag{3}$$

$$\varepsilon_{уз} = \frac{p}{2(p+1)}\left[\frac{|\varepsilon_1-\varepsilon_2|^p+|\varepsilon_2-\varepsilon_3|^p+|\varepsilon_1-\varepsilon_3|^p}{1/2}\right]^{\frac{1}{p}}, \tag{4}$$

де p – безрозмірний параметр, що характеризує міру відхилення властивостей реального конструкційного матеріалу від ідеалізованого.

При $p=1$ в системі координат $\sigma_{уз} - \varepsilon_{уз}$ отримується узагальнена діаграма деформування в найбільших дотичних напруженнях, що відповідає критерію міцності Кулона–Треска; при $p=2$ – діаграма в інтенсивностях напружень і деформацій, що

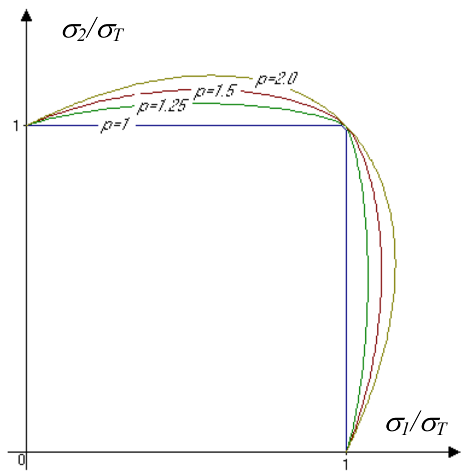

Рис. 3. Криві текучості, що відповідають рівнянню (3) при різних значеннях p ($1 \le p \le 2$)

відповідає критерію Губера–Мізеса. При $1 < p < 2$ отримується низка кривих, що займають проміжне положення між еліпсом Губера–Мізеса та шестикутником Кулона–Треска (рис. 3).

Параметр p як єдина узагальнена константа матеріалу може бути визначений розрахунковим шляхом на основі оптимізації. З цією метою нами було розглянуто великі деформації пластичних матеріалів за результатами експериментів з двовісного розтягу, наведених в [4]. Дослідні дані, отримані для певного матеріалу і наведені у вигляді діаграм деформування в координатах $\sigma_{ін} - \varepsilon_{ін}$ (для різних значень співвідношення головних напружень $k = \sigma_1/\sigma_2$), були оброблені, і за допомогою формул (3) і (4) було отримано відповідні точки в координатах $\sigma_{уз} - \varepsilon_{уз}$ при різних значеннях параметра p. Критерієм оптимальності служив рівень кореляції даних в системі узагальнених координат, причому оптимальним значенням параметра p вважалося те, при якому досягалося максимальне значення коефіцієнта кореляції між узагальненими напруженнями та узагальненими деформаціями.

Блок-схему алгоритму знаходження параметра p наведено на рис. 4.

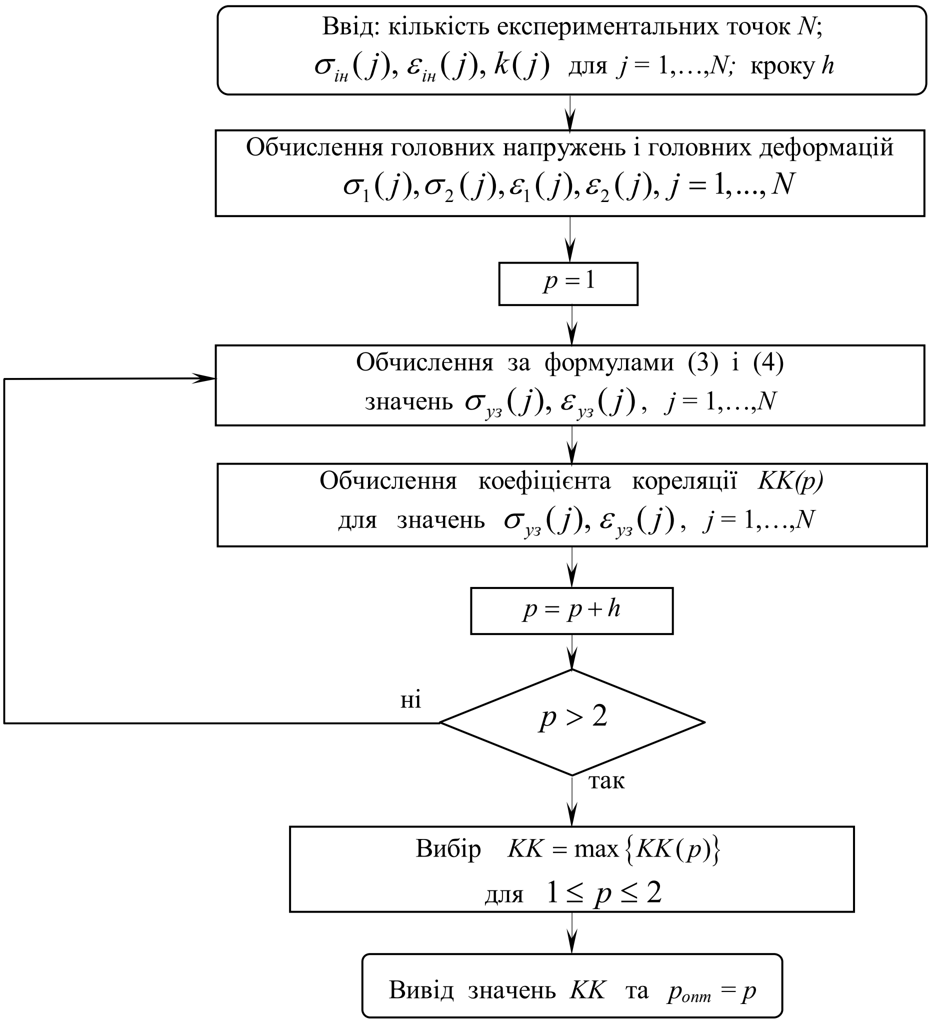

Рис. 4. Блок-схема алгоритму знаходження константи матеріалу p

Реалізацію алгоритму на ЕОМ здійснено з допомогою пакету Mathcad 2001 Professional.

Оптимальні значення параметрів p та відповідні коефіцієнти кореляції для деяких пластичних конструкційних матеріалів наведені в табл.1.

Таблиця 1

Оптимальні значення параметра p та відповідні коефіцієнти кореляції для деяких конструкційних матеріалів

Марка матеріалу	Значення $p_{опт}$	Коефіцієнт кореляції
15Х2НМФА	1,7	0,84
30ХН3А	1,5	0,97
Сталь (0,37% С)	1,5	0,99
Сталь 45	1,6	0,97

На рис. 5 показані поля розсіювання результатів розрахунків, отриманих для сталі 45 при різних значеннях параметра p. При p=1 область розсіювання розрахункових даних співпадає з областю, що покриває діаграми деформування матеріалу (для різних значень k) в координатах $\tau_{max} - \gamma_{max}$, і відповідає критерію Кулона–Треска. При p=2 отримується область діаграм деформування в координатах $\sigma_{ін} - \varepsilon_{ін}$, що відповідає критерію Мізеса. Зона розсіювання розрахункових даних при оптимальному значенні параметра p ($p_{опт}$=1,6) є значно вужчою, що свідчить про певну нейтралізацію впливу виду напруженого стану (коефіцієнта k) на вигляд діаграм деформування.

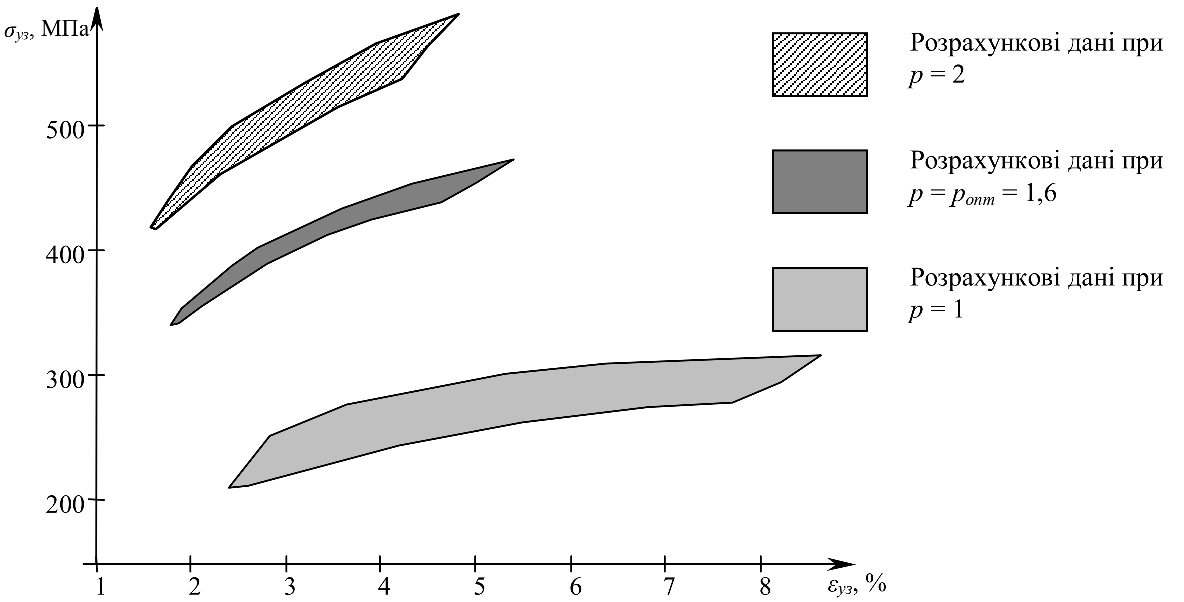

Рис. 5. Поля розсіювання розрахункових даних для сталі 45, отриманих при різних значеннях параметра p

Таким чином, розроблена методика узагальнення діаграми деформування дає можливість прогнозувати поведінку ізотропних сплавів при великих пластичних деформаціях в умовах СНС за результатами експериментів на одновісний розтяг або чистий зсув, що дуже важливо.

Для інших досліджених матеріалів кореляція була виражена меншою мірою, що можна пояснити впливом анізотропії, котра не враховувалась у запропонованій моделі.

Тому подальша розробка методів врахування анізотропії при узагальненні механічних характеристик конструкційних матеріалів дозволить удосконалити запропоновану методику і узагальнити її на ширший клас матеріалів.

The new technique of working out the generalized stress-strain curve of isotropic plastic material deformation is proposed. The analytical parametric account of a curve is obtained. The algorithm of defining the parameter p as a generalized material constant is suggested.

Література

1. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 416 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Отв.ред. Писаренко Г. С. – 2-е изд. - Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
3. Бастун В. Н., Нижник С. Б. Исследование закономерностей упругопластического деформирования упрочняющихся металлов с учетом их структуры при статическом нагружении в условиях сложного напряженного состояния// Прикладная механика. – 2001. – №10. – С. 24 – 52.
4. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: Под ред. А. А. Лебедева /К.: Изд. Дом «Ин Юре», 2003. – 540 с.
5. Кузьменко В. А. Двойственная модель твердого деформируемого тела. – Проблемы прочности, 1970, №10.
6. Кузьменко В. А. Новые схемы деформирования твердых тел. – Киев: Наук. думка, 1973.
7. Хосфорд В. Ф. Обобщенный критерий текучести для изотропного материала // ASME. Серия Е, 1972. – №2. – С. 290-294.

Одержано 30.09.2004 р.