УДК 536.2

Б. Окрепкий, канд. фіз.–мат. наук; М. Шелестовська, канд. техн. наук

Тернопільський державний економічний університет

ТИСК ЦИЛІНДРИЧНОГО КРУГОВОГО ШТАМПА НА ПРУЖНИЙ ПІВПРОСТІР З ВРАХУВАННЯМ НЕІДЕАЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО КОНТАКТУ

Побудовано розв'язок осесиметричної контактної задачі термопружності про тиск гарячого циліндричного кругового штампа на пружний ізотропний півпростір з врахуванням неідеального теплового контакту між штампом і півпростором. Одержано формули для визначення температурного поля і нормального напруження в зоні контакту. Досліджено вплив контактної провідності на розподіл температури і нормального напруження.

B. Okrepky; M. Shelestovska

CYLINDER CIRCULAR PUNCH STRESS ON THE ELASTIC SEMI-SPACE TAKING INTO ACCOUNT NON-IDEAL HEAT CONTACT

Solution of the axis-symmetric contact task of thermo-elasticity of the hot cylinder circular punch stress on the elastic isotropic semi-space taking into account non-ideal heat contact between punch and semi-space is built. Formulae for determination of the temperature field and normal stress in the contact area are obtained. The effect of the contact elasticity on the temperature and normal stress distribution is investigated.

Вступ. Проблема визначення контактних деформацій і напружень з урахуванням температурних полів є важливою для дослідження міцності деталей машин і елементів конструкцій у місцях їхньої взаємодії, при розрахунку конструкцій на пружній основі з метою раціонального використання матеріалу конструкції і несучої здатності основи. В багатьох процесах досліджується вплив температурних факторів на характер контактної взаємодії тіл [1-4]. Проте недостатньо вивченим є вплив умов неідеального теплового контакту тіл на величину і характер розподілу температури і полів напружень та деформацій, що зумовлені температурним полем.

Постановка задачі. Нехай жорсткий круговий циліндричний штамп радіусом R і довжиною L з плоскою основою втискується силою P в ізотропний пружний півпростір. Поверхня півпростору зовні площадки контакту вільна від зовнішніх зусиль. На площадці контакту дотичні напруження $\tau_{rz} = 0$. На вільному торці циліндра задана постійна температура T_0. Тепловий контакт між тілами припускається неідеальним. Вільні поверхні циліндра і півпростору підтримуються при нульовій температурі або теплоізольовані. При заданих припущеннях необхідно визначити температурні поля і контактні напруження в зоні контакту.

Введемо циліндричну систему координат $r,\ \theta,\ z$, центр якої лежить на поверхні півпростору, а вісь Oz спрямована вздовж осі циліндра. Всі величини, які позначені індексом "1", відносяться до півпростору, без індексів – до циліндра.

Граничні умови для температури, напружень і переміщень мають вигляд:

$$T = T_0 \qquad \left(0 \le r < R,\ z = L\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \qquad \left(r = R,\ 0 \le z \le L\right), \tag{2}$$

$$\lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z} = \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}, \quad \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = h_0\left(T - T^1\right) \qquad \left(0 \le r \le R,\ z = 0\right), \tag{3}$$

$$T^1 = 0 \qquad (z = 0,\ R \le r < \infty), \tag{4}$$

$$u_z^1 = -\varepsilon \qquad (z = 0,\ 0 \le r \le R), \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^1 &= 0 \qquad (z = 0,\ R \le r < \infty), \\ \tau_{rz}^1 &= 0 \qquad (z = 0,\ 0 \le r < \infty). \end{aligned} \tag{6}$$

Тут λ_z, λ_z^1 – коефіцієнти теплопровідності; ε – величина вертикального переміщення штампу; h_0 – контактна провідність.

Розв'язування крайових задач для рівнянь теплопровідності і термопружності. Відомо [3], що в осесиметричному випадку термопружний потенціал і температурне поле для ізотропного тіла визначаються із рівнянь:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\alpha_T (1+\sigma) T}{1-\sigma}, \quad \nabla^2 T = 0, \tag{7}$$

а температурні напруження і переміщення зображаються за формулами:

$$u_z^{(T)} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \sigma_z^{(T)} = -2\mu \left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right), \quad \tau_{rz}^{(T)} = 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \, \partial z}, \tag{8}$$

де α_T – коефіцієнт лінійного температурного розширення; μ, σ – модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона.

Для визначення температурного поля в півпросторі введемо трансформанту Ганкеля функції $T^1(r, z)$ нульового порядку

$$\overline{T^1}(\xi, z) = \int_0^\infty r\, T^1(r, z) J_0(\xi r)\, dr. \tag{9}$$

Застосувавши до (7) інтегральне перетворення Ганкеля та використовуючи його властивості, зобразимо $T^1(r, z)$ через довільну функцію $\varphi_1(\xi)$:

$$T^1(r, z) = \int_0^\infty \varphi_1(\xi) e^{\eta \zeta} J_0(\xi r) d\xi, \tag{10}$$

де $J_0(\xi r)$ – функція Бесселя першого роду дійсного аргументу.

За допомогою методу Фур'є загальний розв'язок рівняння (7) для циліндра має вигляд:

$$\begin{aligned} T(r, z) = A_0 z + B_0 + D_0 (r^2 - 2z^2) + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\beta_k r)(A_k sh\beta_k z + B_k ch\beta_k z) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(\gamma_k r)(C_k \sin \gamma_k z + D_k \cos \gamma_k z), \end{aligned} \tag{11}$$

$$\beta_k = \frac{\mu_k}{R}, \qquad \gamma_k = \frac{k\pi}{R},$$

де A_k, B_k, C_k, D_k – довільні постійні; $I_0(\gamma_k r)$ – функції Бесселя І-го роду уявного аргументу; β_k, γ_k – власні числа, які визначаються із граничних умов; μ_k – корені рівняння $J_1(\mu) = 0$.

Перейдемо до безрозмірних координат $\rho = \frac{r}{R}$, $\zeta = \frac{z}{R}$, $\eta = \xi R$.

Термопружний потенціал φ визначається з першого рівняння (7) у вигляді

$$\varphi(\rho,\zeta)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\alpha_{T^1}\zeta\int_0^\infty\frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)e^{\eta\zeta}J_0(\eta\rho)d\eta. \tag{12}$$

Компоненти температурних напружень і переміщень обчислюються за формулами (8). Маючи формули для температурних напружень і переміщень, можна розв'язати задачу при механічних граничних умовах. Для цього необхідно до величин, обчислених згідно з формулами (8), додати компоненти напружень і переміщень від бігармонічного потенціалу [1].

Таким чином, для визначення переміщень і напружень в ізотропному півпросторі маємо наступні співвідношення:

$$u_z^1=-\int_0^\infty\frac{1}{\eta}\left[\frac{1}{b_1^1R}\eta\Phi_1(\eta)+\left(-2+\frac{1}{b_1^1R}\eta\zeta\right)\Phi_2(\eta)\right]e^{\eta\zeta}J_0(\eta\rho)d\eta+$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\alpha_{T^1}R\int_0^\infty\frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)(1+\eta\zeta)J_0(\eta\rho)d\eta,$$

$$\sigma_z^1=\frac{2b_3^1}{R}\int_0^\infty\left[-\frac{\eta}{R}\Phi_1(\eta)+\left(b_1^1-\eta\zeta\right)\Phi_2(\eta)\right]e^{\eta\zeta}J_0(\eta\rho)d\eta+ \tag{13}$$

$$+\mu^1\frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\alpha_{T^1}\zeta\int_0^\infty\eta\varphi_1(\eta)\,e^{\eta\zeta}\,J_0(\eta\rho)d\eta,$$

$$\tau_{rz}^1=2b_3^1\int_0^\infty\left[\frac{2}{R}\Phi_1(\eta)+\left(b_2^1+\eta\zeta\right)\Phi_2(\eta)\right]e^{\eta\zeta}J_1(\eta\rho)d\eta-$$

$$-\mu^1\frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\alpha_{T^1}\int_0^\infty\varphi_1(\eta)\,(1+\eta\zeta)e^{\eta\zeta}\,J_1(\eta\rho)d\eta.$$

Тут u_z^1, σ_z^1, τ_{rz}^1 – компоненти вектора переміщень і тензора напружень в пружному півпросторі; $\Phi_i\ (i=1,2)$ – довільні функції; λ^1, μ^1 – коефіцієнти Ламе.

Для задоволення граничної умови (2) у формулі (11) необхідно покласти $D_0=0$, $D_k=0$, $C_k=0\ \left(k=\overline{1,\infty}\right)$. Гранична умова (1), з врахуванням ортогональності функцій Бесселя, приводить до наступних співвідношень між постійними B_0, B_k і A_0, A_k $\left(k=\overline{1,\infty}\right)$:

$$B_0=T_0-A_0lR,\qquad B_n=-th\mu_nl\cdot A_n,\qquad l=\frac{L}{R}. \tag{14}$$

Задовольнивши граничні умови (3), (4), з врахуванням (14), одержимо систему інтегральних співвідношень, які зв'язують функцію $\varphi_1(\eta)$ з коефіцієнтами A_k $\left(k=\overline{0,\infty}\right)$:

$$\int_0^\infty\varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta=T_0-A_0Rl-\sum_{k=1}^\infty A_kJ_0(\mu_k\rho)th\mu_kl-\frac{\lambda_z}{h_0}\left(A_0+\frac{1}{R}\sum_{k=1}^\infty A_k\mu_kJ_0(\mu_k\rho)\right),$$

$$(\rho<1); \tag{15}$$

$$\frac{\lambda_z^1}{R}\int_0^\infty \eta\,\varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta = \frac{\lambda_z}{R}\left(A_0R + \sum_{k=1}^{\infty} A_k\mu_k J_0(\mu_k\rho)\right),\quad (\rho<1); \tag{16}$$

$$\int_0^\infty \varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta = 0,\quad (\rho>1). \tag{17}$$

Задовольнивши граничні умови (6), для напруження $\sigma_z^1(\rho,0)$ і переміщення $u_z^1(\rho,0)$ на поверхні півпростору маємо формули:

$$u_z^1(\rho,0) = \frac{1+b_1^1}{b_1^1}R\int_0^\infty \Phi(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta + \frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\frac{R}{2}\left(1+b_1^1\right)\alpha_{T^1}\int_0^\infty \eta^{-1}\varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta,$$

$$\sigma_z^1(\rho,0) = \frac{2b_3^1}{R}\int_0^\infty \eta\,\Phi(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta,\qquad R\eta\Phi(\eta) = -\frac{\eta}{R}\Phi_1(\eta) + b_1^1\Phi_2(\eta). \tag{18}$$

Вимагаючи виконання граничних умов (5), прийдемо до системи інтегральних рівнянь відносно функцій $\Phi(\eta)$ і $\varphi_1(\eta)$:

$$\frac{1+b_1^1}{b_1^1}\int_0^\infty \Phi(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta = -\frac{\varepsilon}{R} - \frac{1}{2}\alpha_{T^1}\delta\int_0^\infty \frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta,\quad (\rho<1); \tag{19}$$

$$\int_0^\infty \eta\,\Phi(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta = 0,\quad (\rho>1);\qquad \delta = \frac{1+\sigma^1}{1-\sigma^1}\left(1+b_1^1\right). \tag{20}$$

Якщо ввести функцію $f(t)$ співвідношенням

$$\Phi(\eta) = \frac{b_1^1}{1+b_1^1}\int_0^1 f(t)\cos\eta t\,dt, \tag{21}$$

то рівняння (20) задовільняється тотожньо, а рівняння (19) зводиться до інтегрального рівняння Абеля

$$\int_0^\rho \frac{f(t)dt}{\sqrt{\rho^2-t^2}} = g(\rho), \tag{22}$$

розв'язок якого відповідно до [5] визначається формулою

$$f(t) = \frac{2}{\pi}\frac{d}{dt}\int_0^t \frac{\rho\,g(\rho)}{\sqrt{t^2-\rho^2}}d\rho, \tag{23}$$

$$g(\rho) = -\frac{\varepsilon}{R} - \frac{1}{2}\alpha_{T^1}\delta\int_0^\infty \frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta\ . \tag{24}$$

Підставивши вираз (24) у формулу (23), враховуючи при цьому (21), одержимо функцію $f(t)$:

$$f(t) = -\frac{2}{\pi}\frac{\varepsilon}{R} - \frac{\delta}{\pi}\alpha_{T^1}\int_0^\infty \frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)\cos\eta t\,d\eta,\qquad (0\le t\le 1). \tag{25}$$

Контактні напруження під штампом $\sigma_z^1(\rho, 0)$, з використанням (21), визначаються за формулою

$$\sigma_z^1(\rho, 0) = æ_0\left[\frac{f(1)}{\sqrt{1-\rho^2}} - \int_\rho^1 \frac{f'(t)dt}{\sqrt{t^2-\rho^2}}\right], \qquad æ_0 = \frac{2b_1^1 b_3^1}{1+b_1^1}. \tag{26}$$

Використовуючи умову рівноваги штампа

$$\rho = -2\pi R^2 \int_0^1 \rho\,\sigma_z^1(\rho)d\rho$$

і формулу (26), функція $f(t)$ (25) приводиться до вигляду

$$f(t) + \frac{\delta}{\pi}\alpha_{T^1}\int_0^\infty \frac{1}{\eta}\varphi_1(\eta)\left(cos\,\eta t - \frac{sin\,\eta}{\eta}\right)d\eta = -\frac{\rho}{2\pi R^2 æ_0}. \tag{27}$$

Побудуємо функцію $\varphi_1(\eta)$ такою:

$$\varphi_1(\eta) = \frac{2}{\pi}T_0\frac{1}{\eta}\left(\frac{sin\,\eta}{\eta} - cos\,\eta\right)\widetilde{a}_0 + \frac{2T_0}{\pi}\sum_{k=1}^\infty \widetilde{a}_k\mu_k\int_0^1 sin\,\mu_k y\,sin\,\eta y\,dy. \tag{28}$$

Рівняння (17) задовольняється тотожньо, а рівняння (15), (16) і (27) зводяться до вигляду:

$$\frac{2}{\pi}\widetilde{a}_0\int_0^\infty\frac{1}{\eta}\left(\frac{sin\,\eta}{\eta} - cos\,\eta\right)J_0(\eta\rho)d\eta + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^\infty\widetilde{a}_k\mu_k\int_0^1 sin\,\mu_k y\,dy\int_0^\infty J_0(\eta\rho)sin\,\eta\,y\,d\eta =$$

$$= 1 - \frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}lC_0 - \frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}\sum_{k=1}^\infty C_k th\,\mu_k l J_0(\mu_k\rho) - \frac{\lambda_z^1}{h_0 R}C_0 - \frac{\lambda_z^1}{h_0 R}\sum_{k=1}^\infty \mu_k J_0(\mu_k\rho)C_k,\ (\rho<1); \tag{29}$$

$$\widetilde{a}_0 + \sum_{k=1}^\infty \mu_k J_0(\mu_k\rho)\widetilde{a}_k = C_0 + \sum_{k=1}^\infty \mu_k J_0(\mu_k\rho)C_k,\ \ (\rho<1); \tag{30}$$

$$f(t) + \frac{2}{\pi^2}\alpha_{T^1}T_0\delta\left\{\widetilde{a}_0\int_0^\infty\frac{1}{\eta^2}\left(cos\,\eta t - \frac{sin\,\eta}{\eta}\right)\left(\frac{sin\,\eta}{\eta} - cos\,\eta\right)d\eta +\right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^\infty \widetilde{a}_k\mu_k\int_0^\infty\frac{1}{\eta}\left(cos\,\eta t - \frac{sin\,\eta}{\eta}\right)d\eta\int_0^1 sin\,\mu_k y\,sin\,\eta\,y\,dy\right\} = -\frac{\rho}{2\pi R^2 æ_0},\ (0\le t\le 1), \tag{31}$$

де $\widetilde{a}_0$, $\widetilde{a}_1$,..., $\widetilde{a}_k$, $\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}A_0 R = C_0 T_0$, $\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}A_k = C_k T_0$ – постійні, які необхідно визначити.

Помноживши обидві частини рівнянь (29) і (30) на ρ, $\rho J_0(\mu_k\rho)$ і проінтегрувавши по ρ в межах від 0 до 1, отримаємо нескінченну систему рівнянь відносно постійних C_0, C_k $(k=\overline{1,\ \infty})$:

$$A_{0,0}C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{0,k}C_k = 1;$$

$$A_{n,0}C_0 + A_{n,n}C_n + \sum_{k=1}^{\infty} A_{n,k}C_k = 0,\ \widetilde{a}_0 = C_0,\ \widetilde{a}_k = C_k, \tag{32}$$

де

$$A_{0,0} = \frac{2}{3\pi} + \frac{1}{2}\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} l + \frac{1}{2}\frac{\lambda_z^1}{h_0 R},$$

$$A_{0,k} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\sin\mu_k}{\mu_k} - \cos\mu_k\right), \qquad A_{n,0} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\sin\mu_n}{\mu_n} - \cos\mu_n\right),$$

$$A_{n,k} = \frac{2}{\pi}\frac{\mu_k \cos\mu_k \sin\mu_n - \mu_n \sin\mu_k \cos\mu_n}{\mu_n^2 - \mu_k^2}, \tag{33}$$

$$A_{n,n} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} + \frac{\lambda_z^1}{h_0 R}\right)\mu_n J_0^2(\mu_n).$$

Представимо функцію $f(t)$ у вигляді:

$$f(t) = -\frac{P}{2\pi R^2 æ_0}\sum_{k=0}^{N} P_k\left(1-2t^2\right)x_k + \alpha_{T^1} T_0 \sum_{k=1}^{N} P_k\left(1-2t^2\right)y_k, \tag{34}$$

де x_k, y_k $\left(k = \overline{0,\ N}\right)$ – невідомі коефіцієнти; $P_k\left(1-2t^2\right)$ – функції Лежандра. Тоді рівняння (31), з урахуванням ортогональності функцій Лежандра $P_k\left(1-2t^2\right)$ на інтервалі $(0,\ 1)$, зводиться до знаходження постійних x_n, y_n $\left(n = \overline{0,\ N}\right)$:

$$x_0 = 1, \quad x_n = 0, \quad y_n = \frac{4}{\pi^2}\delta\left[i_{n,0}C_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\mu_k\, i_{n,k}C_k\right], \quad \left(n = \overline{0,\ N}\right), \tag{35}$$

де

$$i_{n,0} = -\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta^2}\tau_n(\eta)\left(\frac{\sin\eta}{\eta} - \cos\eta\right)d\eta, \qquad \left(n = \overline{0,\ N}\right),$$

$$i_{n,k} = -\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta}\tau_n(\eta)d\eta\int_0^{1}\sin\mu_k y \sin\eta y\, dy, \qquad \left(k = \overline{1,\ \infty},\quad n = \overline{0,\ N}\right);$$

$$\tau_0(\eta) = \frac{1}{\eta}\left(\frac{\cos\eta}{\eta} - \frac{1}{\eta} + \frac{1}{2}\sin\eta\right),$$

$$\tau_n(\eta) = \frac{1}{4}\eta\gamma_n\left(\frac{\eta}{2}\right)\left[\gamma_{n-1}\left(\frac{\eta}{2}\right) - \gamma_{n+1}\left(\frac{\eta}{2}\right)\right] - \frac{(-1)^n}{2\Gamma(1+n)\Gamma(1-n)}\frac{\sin\eta}{\eta}, \quad \left(n = \overline{1,\ N}\right); \tag{36}$$

γ_n – сферичні функції.

Температура в зоні контакту обчислюється за формулою:

$$T(\rho) = T_0\left\{1 - \frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} l C_0 - \frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}\sum_{k=1}^{\infty} th\mu_k l\, J_0(\mu_k\rho)C_k\right\}, \quad (\rho < 1). \tag{37}$$

Для визначення контактних напружень під штампом, з урахуванням (26), (34), отримаємо наступний вираз:

$$\sigma_z^1(\rho, 0) = \sigma_z^{(P)}(\rho, 0) + \sigma_z^{(T)}(\rho, 0);$$

$$\sigma_z^{(P)}(\rho, 0) = -\frac{P}{2\pi R^2}\frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}}; \qquad (38)$$

$$\sigma_z^{(T)}(\rho, 0) = \alpha_T T_0 \frac{æ_0}{\sqrt{1-\rho^2}}\left[Y_0 + \frac{1}{\rho}\sum_{k=1}^{N}(-1)^k(2k+1)T_{2k+1}(\rho)Y_k \right], \quad (\rho < 1),$$

де $T_{2k+1}(\rho)$ – функція Чебишева; $\sigma_z^{(P)}(\rho, 0)$ – силова складова напружень; $\sigma_z^{(T)}(\rho, 0)$ – температурна складова напружень.

Аналіз розв'язку. Розв'язування температурної задачі зводиться до визначення постійних C_k $\left(k = \overline{1, \infty}\right)$ із нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь, через які знаходяться температурні поля і градієнти в будь-якій точці циліндра і півпростору. Дана система рівнянь є квазірегулярною при будь-яких співвідношеннях теплофізичних характеристик тіл. Враховуючи це, розв'язок її знаходимо методом редукції із урізаних систем. Для числових розрахунків розв'язувались системи 25-30 порядку, що забезпечувало точність до 5%.

На рисунках 1 і 2 показано розподіл безрозмірної температури $\alpha_1 = \frac{T}{T_0}$ і напруження $\alpha_2 = \frac{\sigma_z^T(\rho, 0)}{\alpha_{T^1} \cdot T_0}$ при $\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} = 0{,}1$.

Для одержання сумарного значення $\sigma_z^1(\rho, 0)$ достатньо просумувати складову контактних напружень, що зумовлені температурою $\sigma_z^{(T)}(\rho, 0)$ із силовою складовою $\sigma_z^{(P)}(\rho, 0)$.

Висновок. Числові розрахунки і аналіз розв'язку показують, що контактна провідність h_0^1 між циліндром і пружним півпростором значно впливає на характер розподілу напружень і температурних полів.

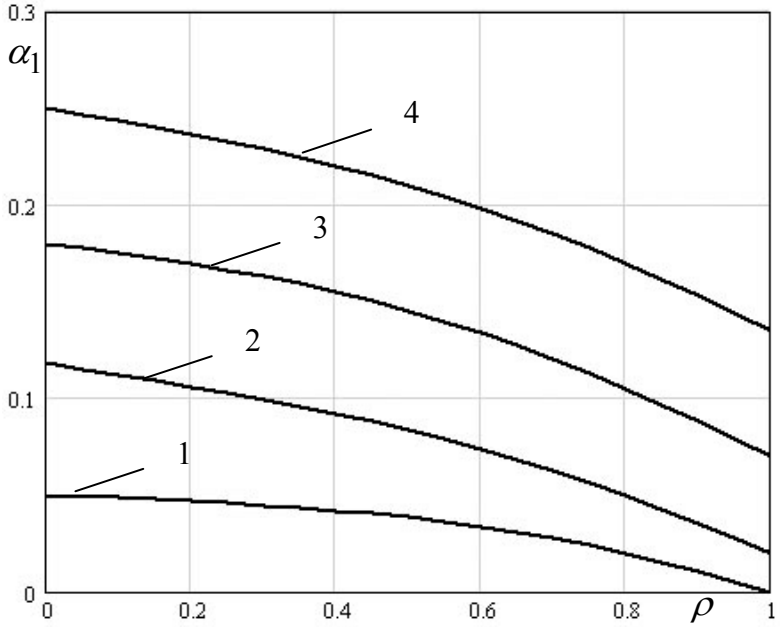

Рисунок 1 – Розподіл температури для різних значень контактної провідності; крива 1 – $h_0^1 = 0.1$; 2 – $h_0^1 = 1$; 3 – $h_0^1 = 10$; 4 – $h_0^1 = \infty$.

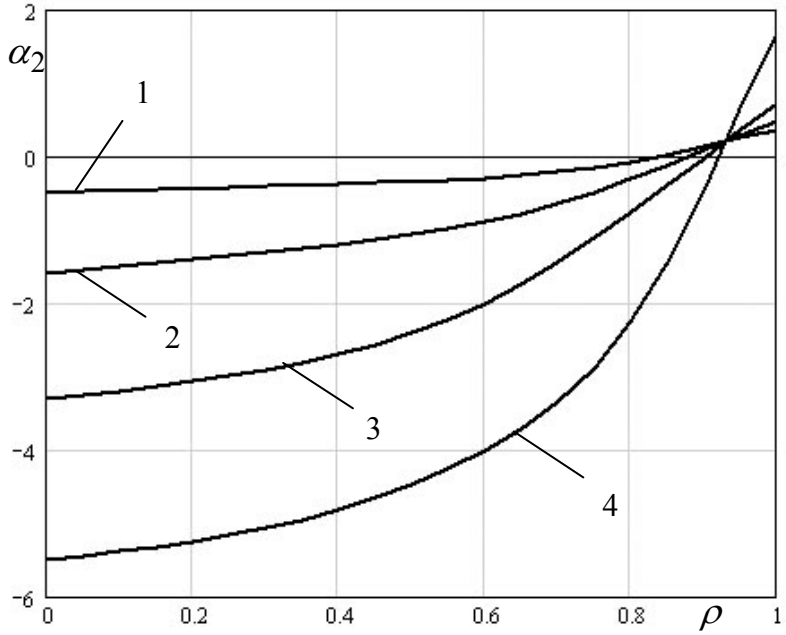

Рисунок 2 – Розподіл температурної частини контактних напру-жень для різних значень контактної провідності; крива 1 – $h_0^1 = 0.1$; 2 – $h_0^1 = 1$; 3 – $h_0^1 = 10$; 4 – $h_0^1 = \infty$.

Література

1. Грилицкий Д.В., Кизыма Я.М. Осесимметричные контактные задачи упругости и термоупругости. – Львов: Выща школа, 1981. – 136с.
2. Гриліцький Д.В. Термопружні контактні задачі в трибології. – К.: ІЗМА, 1996. – 204 с.
3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – К.: Наук. думка, 1970. – 304 с.
4. Окрепкий Б., Шелестовська М. Осесиметрична температурна задача для системи тіл циліндр-півпростір при неідеальному тепловому контакті // Вісник ТДТУ. – 2005. – Т.10, №3. – С. 23-27.
5. Уиттекер Э.Т., Ватсон Г.М. Курс современного анализа. – М.: Физматгиз, 1963. – 343 с.

Одержано 16.03.2006 р.