

1. Степанов Г., Бабуцкий А. Влияние локального осесимметричного нагрева трубы на уровень зашлифованных напряжений // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2004. – Т.9. – №4. – С.32-36.
2. Попов О.В., Власенков С.В. и др. Электроимпульсное упрочнение околошовной зоны сварных швов // Сб. тезисов докл. III школы-семинара «Физика и технология электромагнитных воздействий на структуру и механические свойства кристаллов». – Воронеж: РИО Воронежского областного управления НТО машиностроителей, 1992.
3. Спицин В.И., Троицкий О.А. Электропластическая деформация металлов. – М.: Наука, 1985. – 160 с.
4. Степанов Г.В., Бабуцкий А.И., Мамеев И.А. Нестационарное напряженно-деформированное состояние в длинном стержне, вызванное импульсом электрического тока высокой плотности // Пробл. прочности. – 2004. – №4. – С. 60-67.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
6. Сахаров А.С., Альтенбах И. Метод конечных элементов в механике твердых тел. – Киев: Вища школа, 1982. – 478 с.

Одержано 15.09.2006 р.

УДК 539.3

Л.Роп'як¹, канд. техн. наук; І.Шуляр¹; І.Шацький², канд. фіз.–мат. наук

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

²Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України

ПРО ЗГИН ПЛАСТИНКИ НА НЕОДНОРІДНІЙ ВІНКЛЕРІВСЬКІЙ ОСНОВІ

Розглядається задача згину пластинки на неоднорідній вглиб вінклерівській основі. Досліджено вплив армування основи на несучу здатність оксидного покриття під локальним навантаженням.

L.Ropiak, I.Shuliar, I.Shatsky

ABOUT BENDING OF PLATE ON INHOMOGENEOUS VINKLER FOUNDATION

The problem of the local bending of a plate on inhomogeneous deep into foundation is considered. The influence of the substrate sheathing on a carrying capacity of a covering in the local loading has been investigated.

Умовні позначення

x, y, z – декартові координати;
 w – прогин пластинки;
 σ – контактне напруження;
 D, E_{II}, ν_{II} – циліндрична жорсткість та пружні сталі покриття;
 k – коефіцієнт жорсткості основи;
 σ_{\max} – максимальне напруження в покритті;
 h, H – товщина покриття та підкладки;
 H_c – товщина композитного шару;
 E_m, E_f – жорсткості матриці та арматури;
 χ – концентрація арматури.

Сучасний стан розвитку техніки вимагає використання матеріалів з високими фізико-механічними властивостями. Традиційні конструкційні матеріали не можуть в повній мірі задовольнити таким вимогам, тому все ширше застосування знаходять

композиційні матеріали і покриття. Перспективними є композиційні електрохімічні оксидні покриття, сформовані на алюмінії та його сплавах в режимі іскрових, мікродугових або дугових розрядів при підвищених напругах у електроліті [1, 2]. Завдяки високій мікротвердості оксидні покриття є стійкими проти спрацювання, але наявність великого перепаду твердості у системі покриття (оксид алюмінію) – основа (алюміній) не дозволяє раціонально використовувати несучу здатність покриття при локальному навантаженні. Практика показала, що більш ефективним є армування основи, яке може бути здійснено, наприклад, в процесі відцентрового литва [3], з наступним оксидуванням її верхнього шару. На сьогодні потребують розвитку інженерні методи розрахунку міцності таких композицій. Тому заслуговує на увагу теоретична оцінка несучої здатності системи "оксидне покриття – основа із алюмінію, армована оксидом алюмінію". У цій статті пропонується математична модель для оцінки локальних напружень у оксидному покритті неоднорідно армованої основи. Окремі результати роботи прозвучали в доповіді [4].

Розглянемо пластинку завтовшки h , яка покриває неоднорідний вглиб шар

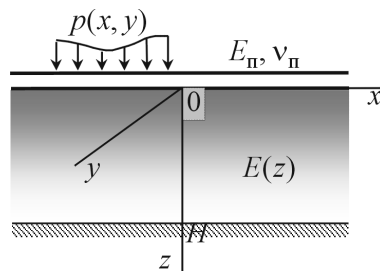


Рисунок 1 – Покриття на неоднорідній основі

завтовшки H і навантажена поверхневими силами з інтенсивністю $p(x, y)$ (рис. 1). Нехтуючи дотичною взаємодією, побудуємо модель неоднорідної основи типу Вінклера, яка дозволить дослідити напруження в пластинці під час її локального згину. У вибраній декартовій системі координат запишемо рівняння класичної теорії згину пластин [5]

$$D\Delta\Delta w = p(x, y) + \sigma, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2, \quad (1)$$

де w – прогин пластинки; $D = E_{\text{п}} h^3 / (12(1 - \nu_{\text{п}}^2))$ – циліндрична жорсткість; $E_{\text{п}}$ і $\nu_{\text{п}}$ – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу; σ – контактне напруження; $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ – оператор Лапласа. Для описання властивостей пружної основи використовуємо модель Вінклера: основу розглядаємо як набір вертикально розташованих пружин, які деформуються незалежно, не взаємодіючи між собою (подібно до клавіш). Тоді

$$\sigma = -ku_z(0, x, y), \quad (2)$$

де k – коефіцієнт постелі; $u_z(0, x, y)$ – переміщення поверхні контакту.

Знайдемо k для неоднорідної вглиб основи. Нехай модуль пружності шару – додатна функція від координати $z \in (0, H)$; $E = E(z)$.

Запишемо закон Гука для шару:

$$\varepsilon_z \equiv \frac{du_z}{dz} = \frac{\sigma}{E(z)}.$$

Зінтегрувавши його по товщині, дістанемо

$$u_z(H) - u_z(0) = \int_0^H \frac{\sigma}{E(z)} dz = \sigma \int_0^H \frac{dz}{E(z)}.$$

Враховуючи, що $u_z(H) = 0$, $u_z(0) = w$, маємо

$$w = -\sigma \int_0^H \frac{dz}{E(z)}.$$

Порівнявши одержаний вираз із співвідношенням (2), знаходимо коефіцієнт постелі

$$k = \left(\int_0^H \frac{dz}{E(z)} \right)^{-1}, \quad (3)$$

як інтегральну характеристику жорсткості неоднорідної основи.

Рівняння (1) тепер набудуть вигляду

$$D\Delta\Delta w + kw = p(x, y), \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

Дослідимо вплив неоднорідності основи на міцність пластини, яка перебуває під дією локального навантаження силами, зосередженими на лінії $x = 0$, за умов плоскої задачі: $w(x, y) = w(x)$.

Нехай $p(x, y) = P\delta(x)$, P – інтенсивність розподіленого навантаження (Н/м), $\delta(x)$ – функція Дірака.

Фундаментальний розв’язок рівняння

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + kw = P\delta(x), \quad x \in \mathbf{R},$$

має вигляд [6]:

$$w(x) = \frac{P}{8D\alpha^3} e^{-\alpha|x|} (\cos \alpha x + \sin \alpha|x|), \quad \alpha = \sqrt[4]{k/(4D)}.$$

Тоді для згинного моменту дістанемо

$$M(x) = -D \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{P}{4\alpha} e^{-\alpha|x|} (\cos \alpha x + \sin \alpha|x|).$$

Найбільші значення прогину та моменту досягаються в початку координат

$$w_{\max} = w(0) = \frac{P}{8D\alpha^3}, \quad M_{\max} = M(0) = \frac{P}{4\alpha}.$$

Для обчислення найбільших напружень у покритті ($\sigma_{\max} = 6M_{\max}/h^2$) одержуємо остаточну формулу

$$\sigma_{\max} = 1,5 \frac{P}{h^2 \alpha} = 1,5 \frac{P}{h} \sqrt[4]{\frac{4D}{h^4 k}}. \quad (4)$$

Розглянемо два випадки.

1. Основа є однорідною $E(z) = E_m = \text{const}$. Тоді за формулою (3)

$$k = E_m / H. \quad (5)$$

2. Основа складається з двох шарів: нижній однорідний $E(z) = E_m$, та верхній, армований частинками з жорсткістю E_f (рис. 2а). Реологічна модель такої композиції зображена на рис. 2б. Нехай χ – концентрація арматури в матриці, тоді $1 - \chi$ – об’ємна доля матриці. Нехай іще H_c – товщина поверхневого композитного шару, тоді $H - H_c$ – товщина однорідної підкладки.

Скориставшись правилом сумішей для композиту, маємо

$$E_c = \chi E_f + (1 - \chi) E_m.$$

Тоді

$$E(z) = \begin{cases} \chi E_f + (1 - \chi) E_m, & 0 < z < H_c; \\ E_m, & H_c < z < H. \end{cases}$$

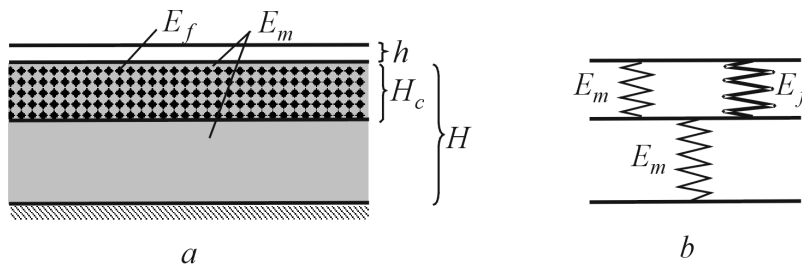


Рисунок 2 – Композиційна основа (а) та її реологічна модель (б)

За формулою (3) знаходимо коефіцієнт композитної постелі:

$$k = \left(\frac{H_c}{\chi E_f + (1 - \chi) E_m} + \frac{H - H_c}{E_m} \right)^{-1}.$$

У частковому випадку $\chi = 0$ або $H_c = 0$ приходимо очевидно до виразу (5).

За формулою (4) для однорідної основи

$$\sigma_{\max}^{(1)} = 1,5 \frac{P}{h} \sqrt[4]{\frac{4DH}{h^4 E_m}},$$

а для армованої основи

$$\sigma_{\max}^{(2)} = 1,5 \frac{P}{h} \sqrt[4]{\frac{4D}{h^4} \left(\frac{H_c}{\chi E_f + (1 - \chi) E_m} + \frac{H - H_c}{E_m} \right)}.$$

Порівняємо ці величини

$$\frac{\sigma_{\max}^{(2)}}{\sigma_{\max}^{(1)}} = \left(\frac{d}{\chi \frac{E_f}{E_m} + 1 - \chi} + 1 - d \right)^{1/4},$$

де $d = H_c / H$ – відносна глибина шару, армованого з концентрацією χ .

Для допустимих навантажень будемо мати обернене співвідношення:

$$\frac{P_*^{(2)}}{P_*^{(1)}} = \frac{\sigma_{\max}^{(1)}}{\sigma_{\max}^{(2)}} = \left(\frac{d}{\chi \frac{E_f}{E_m} + 1 - d} + 1 - d \right)^{-1/4}, \quad (6)$$

яке характеризує вплив армування основи на міцність пластинки (покриття) при локальному навантаженні.

На рис. 3 зображена залежність (6), побудована при $E_f / E_m = 5$ (оксид алюмінію в алюмінієвій матриці). Із графіка видно, що ріст концентрації армуючих частинок при сталій товщині армованого шару дає більше зміцнення, аніж нарощування товщини армованого шару при сталій концентрації вкраплень оксиду алюмінію.

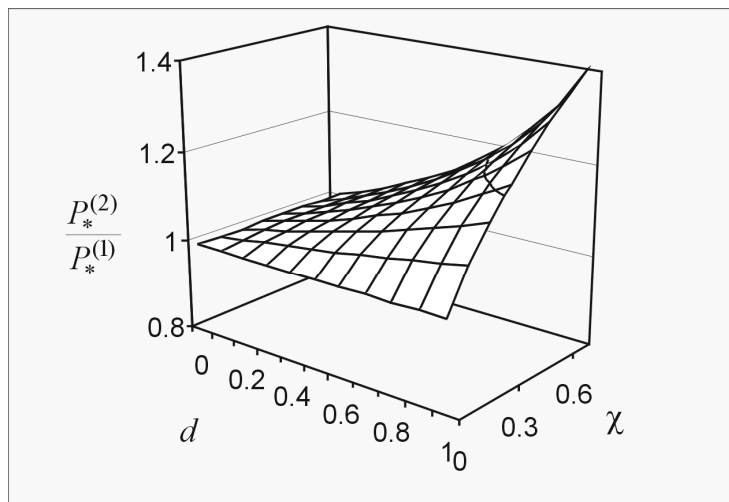


Рисунок 3 – Вплив армування основи на міцність покриття при локальному навантаженні

Таким чином, на підставі запропонованої методики здійснено оцінку напружено-деформованого стану оксидного покриття на неоднорідній вглиб композиційній основі. Встановлено, що поверхневим армуванням основи можна досягти 10–15%-го підвищення стійкості покриття щодо дії локального навантаження.

Література

1. Применение поверхностного упрочнения алюминиевых сплавов и покрытий для повышения коррозионно-механической стойкости деталей нефтегазопромыслового оборудования / Л.С.Саакян, А.П.Ефремов, Л.Я.Ропяк и др. – М.: ВНИИОЭНГ, 1986. – 61 с.
2. Теория и технология анодных процессов при высоких напряжениях / В.И.Черненко, Л.А.Снежко, И.И.Папанова, К.И.Литовченко. – К.: Наук. думка, 1995. – 198 с.
3. Бугай Ю.Н., Воробьев И.В. Центробежно-армированный породоразрушающий буровой инструмент. – Львов: Высш. школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1989. – 208 с.
4. Роп'як Л.Я., Шацький І.П. Вплив неоднорідності основи на міцність оксидного покриття // Анотації. Міжнар. наук.-техн. конф. "Ресурсозберігаючі технології в нафтогазовій енергетиці" "ІФНТУНГ-40" (Івано-Франківськ, 16-20 квіт. 2007 р.). – С. 284.
5. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
6. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Т.2. – М.: Наука, 1978. – 618 с.

Одержано 26.06.2007 р.