МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ. МАТЕМАТИКА. ФІЗИКА

MATHEMATICAL MODELING. MATHEMATICS. PHYSICS

УДК 519.876.5

М. Дивак, докт. техн. наук; В. Манжула

Тернопільський національний економічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ФОНОВИХ РІВНІВ ШКІДЛИВИХ ВИКИДІВ В АТМОСФЕРУ МЕТОДАМИ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Розглянуто підхід до розв'язування задач структурної ідентифікації за умов інтервальних даних. Наведено метод та алгоритм структурної ідентифікації таких моделей, а також приклад його застосування для задач моделювання в екології.

M. Dyvak, V. Manzhula

MODELING OF BACKGROUND LEVELS OF THE AIR POLLUTIONS BY THE METHODS OF INTERVAL DATA ANALYSIS

Approach is considered to solving of tasks of structural identification subject to the condition interval data. A method and algorithm of structural identification of such models, and also example of his application, is resulted for the tasks of modeling in ecology.

І. Вступ

Серед математичних моделей особливе місце займають моделі „вхід-вихід", які описують залежність між вхідними та вихідними змінними. Для побудови вказаного класу моделей переважно використовують стохастичні методи, припускаючи, що похибки в даних, на яких будуються моделі, є випадковими. Останнім часом для побудови моделей „вхід-вихід" часто використовують інтервальний аналіз. Зокрема, у випадках, коли статистичні характеристики похибок в даних невідомі, а відомі тільки їх межові значення, коли для побудови моделей використовуються експертні дані чи дані імітаційного моделювання із похибками заокруглень. При цьому доводиться розв'язувати два типи задач: задачу структурної ідентифікації моделі та більш простішу параметричну задачу. В межах стохастичного підходу для розв'язування задач структурної ідентифікації найсуттєвіші результати отримані у випадку використання методу групового урахування аргументів та різноманітних алгоритмів його реалізації [1]. Однак ці методи є непридатними, коли дані представлені у вигляді множин їх значень або числових інтервалів – інтервальних даних.

ІІ. Особливості застосування інтервального аналізу до побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем

Розглянемо основні припущення, на яких базуються методи аналізу інтервальних даних у випадку побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем.

Н1. Статична система (об'єкт) описується лінійно-параметричним рівнянням

$$y_o = \beta_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}) + ... + \beta_m \cdot \varphi_m(\vec{x}), \qquad (1)$$

де y_o – істинне невідоме значення виходу системи; $\vec{x} \in R^n$ – вектор вхідних змінних; $\vec{\beta} = (\beta_1,...,\beta_m)^T$ – вектор невідомих параметрів; $\vec{\varphi}^T(\vec{x}) = (\varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x}))^T$ – вектор відомих базисних функцій.

Н2. Результати експерименту представлені у вигляді матриці X значень вхідних змінних і відповідних інтервальних значень вихідної змінної y:

$$X = \{x_{i1},...,x_{in,}\}, Y = [y_i^-; y_i^+], i = 1,...,N\,. \qquad (2)$$

Припускають, що в довільному i-у спостереженні істинне значення виходу $y_{oi} = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\beta}$ належить інтервалу $[y_i^-, y_i^+]$, тобто $y_i^- \le y_{oi} \le y_i^+$.

Завданням аналізу інтервальних даних є оцінювання невідомого вектора $\vec{\beta}$ так, щоб значення функції $y = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}$ в точках експерименту належали відповідним інтервалам виходу. Згідно із сформульованими гіпотезами, шуканий вектор $\vec{b}$ повинен задовольняти таку систему N нерівностей з m невідомими

$$\begin{cases} y_1^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_1) \le y_1^+ \\ \vdots \\ y_i^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_i) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_i) \le y_i^+ \\ \vdots \\ y_N^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_N) \le y_N^+ \end{cases} . \qquad (3)$$

Система (3) є системою N лінійних нерівностей відносно m невідомих $b_1,\ldots,b_m$. Нехай система (3) є сумісною. Позначимо через Ω множину її розв'язків, тобто

$$\Omega = \left\{ \vec{b} \in R^m \middle| \; \vec{Y}^- \le F \cdot \vec{b} \le \vec{Y}^+ \right\}, \qquad (4)$$

де $\vec{Y}^- = \left\{y_i^-, i = 1,\ldots,N\right\}, \vec{Y}^+ = \left\{y_i^+, i = 1,\ldots,N\right\}$ – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, відповідно; $F = \left\{\hat{o}_{ij}, i = \overline{1,N}, j = \overline{1,m}\right\}$ – відома матриця значень базисних функцій.

Множина розв'язків Ω породжує множину рівнозначних (з точки зору наявної інтервальної невизначеності) інтервальних моделей $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$, кожна з яких задовольняє умовам задачі. При цьому, всі інтервальні моделі знаходяться у коридорі:

$$[\hat{y}(x)] = [\hat{y}^-(x); \hat{y}^+(x)], \qquad (5)$$

де $\hat{y}^-(\vec{x}) = \min\limits_{\vec{b} \in \Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\right)$ та $\hat{y}^+(\vec{x}) = \max\limits_{\vec{b} \in \Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\right)$ – нижня та верхня межі функціонального коридору.

III. Характеристики точності, адекватності, складності та повноти інтервальних моделей

Точність інтервальної моделі є однією із основних її характеристик. Оцінювання точності вимагає певних обчислювальних витрат. Розглянемо точність прогнозування моделі в точці, тобто для фіксованого набору входів $\vec{x}$.

Під прогнозуванням інтервальної моделі будемо розуміти розрахунок виходу системи $\hat{y}(\vec{x})$ для заданого набору входів $\vec{x}$, поза експериментальними точками, на основі яких будувалась модель, але в межах області експерименту χ. Основною характеристикою точності інтервальної моделі є похибка прогнозування, яка задається різницею меж коридору (5):

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max\limits_{\vec{b} \in \Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\right) - \min\limits_{\vec{b} \in \Omega}\left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}\right). \qquad (6)$$

Із виразу (6) видно, що значення похибки прогнозування залежить від розмірів множини Ω. Зокрема, значення $\Delta_{y(\vec{x})}$ в заданій точці $\vec{x}$ тим менше, чим менша відстань між вершинами множини Ω. Якщо $\vec{b}_P = \vec{b}_s$ для всіх $p \neq s$, тобто множина Ω стискується до точки, то значення похибки $\Delta_{y(\vec{x})}$ для всіх точок $\vec{x}$ дорівнює нулю. Виходячи із цих міркувань, точність інтервальної моделі можна оцінити із оцінки розмірів множини Ω.

В інтервальному аналізі наближену оцінку множини Ω отримують у вигляді прямокутного паралелепіпеда, грані якого паралельні осям координат. У цьому випадку одержані оцінки записуються так: $[b_j^-, b_j^+]$, $j = 1,...,m$, де b_j^-, b_j^+ – нижня та верхня гарантовані межі можливих значень параметрів.

Тому для оцінки точності моделей-претендентів в задачі структурної ідентифікації доцільно використовувати об'єм локалізаційного гіперпаралелепіпеда, який описаний навколо множини параметрів Ω.

Адекватність побудованих моделей в інтервальному аналізі забезпечується сумісністю інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР) (3). Важливими характеристиками є складність моделі, яка вимагає кількісної інтерпретації в задачах структурної ідентифікації.

Існуюча система критеріїв оптимальності структури інтервальних моделей наведена в таблиці 1.

Таблиця 1 – Існуюча система критеріїв оптимальності інтервальних моделей статичних систем

Критерії складності:	
мінімізація кількості вхідних змінних	$n \to \min$
мінімізація кількості параметрів моделі	$m \to \min$
мінімізація ступеня полінома	$p \to \min$
Критерій адекватності:	
сумісність ІСЛАР	$\Omega \neq \varnothing$
Критерій точності:	
мінімізація об'єму Π^+	$V(\Pi^+) \to \min$

Доповненням цієї системи є наведений у праці критерій повноти.

Вибір найважливіших управляючих факторів системи для відображення їх в повну множину вхідних змінних інтервальної моделі здійснюється на основі критерію повноти.

Позначимо множину управляючих факторів системи, з яких сформовані набори $\vec{o}_з = (x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{ni})$ у вигляді $\chi_y = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, а підмножини їх відображення у вхідні змінні моделей-претендентів у вигляді $\{\chi_1, \chi_2, ..., \chi_l, ..., \chi_n\}$, $\chi_1 \subset \chi_2 \subset ... \subset \chi_l \subset ... \chi_n \subseteq \chi_y$, де χ_l - підмножина потужністю l. Наприклад, $\chi_1 = \{x_3\}, \chi_2 = \{x_1, x_2\}$. Відповідно, під-вектор, сформований із набору $\vec{x}_i$ для підмножини вхідних змінних χ_l моделей-претендентів, позначимо за $\vec{x}_{li}, \vec{x}_{li} \subset \vec{x}_i$.

Принцип побудови критеріїв повноти базується на властивості зменшення варіації інтервалів повторних спостережень, у випадку забезпечення повноти моделі, тобто урахування в структурі моделі додаткових вхідних змінних, які відповідають найважливішим реальним управляючим факторам системи.

У випадку пасивного експерименту, набори $\vec{x}_i, i = 1,..., N$ слід вважати повними, оскільки за даних умов не існує можливості зміни множини χ_y управляючих факторів і, відповідно, відгуку системи на них. При цьому, модель відображатиме властивості системи, які проявляються в результатах пасивного експерименту. Тому її повноту слід розглядати з точки зору відтворення властивостей системи за фіксованими наборами даних.

Множину управляючих факторів χ_y формують структурні елементи, які утворюються на основі вхідних факторів та їх взаємодії за такою схемою: $x_i^k \cdot x_j^k, i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$, де p – ступінь складності (для поліноміальних моделей – ступінь полінома). Підмножини відображення цих управляючих факторів (структурних елементів) у множини структурних елементів моделей-претендентів набудуть такого вигляду: $\{\chi_1, \chi_2,..., \chi_m,..., \chi_t\}$, $\chi_1 \subset \chi_2 \subset ... \subset \chi_m \subset ...\chi_t \subseteq \chi_y$, $t = 1,...n \cdot p + \frac{(n \cdot p)!}{2 \cdot (n \cdot p - 2)!}$.

Наприклад, $\chi_2 = \{x_2, x_2 \cdot x_3\}$, $\chi_3 = \{x_1, x_2 \cdot x_3, x_2^2\}$.

В даному випадку неповнота моделі буде проявлятися у варіації прогнозованого моделлю інтервалу $[\hat{y}_i^-, \hat{y}_i^+]$, отриманого для підмножини структурних елементів $\chi_m \subset \chi_y$ по відношенню до експериментального інтервалу відгуку системи $[y_i^-, y_i^+]$.

Таким чином, модифікація критерію повноти повинна проводитися в напрямку забезпечення мінімізації варіації прогнозованих інтервалів, отриманих на основі моделі, та експериментальних інтервальних даних. При цьому, моделі-претенденти, згенеровані на основі підмножини вхідних змінних $\chi_l \subset \chi_y$ або підмножини структурних елементів $\chi_m \subset \chi_y$, повинні бути адекватними. Останнього можна досягнути шляхом підвищення складності моделі (для поліноміальної моделі підвищення ступеня полінома p).

На основі вище зазначеного характеристику повноти можна представити у такому вигляді:

$$R_P(n, m, \chi_n, \Delta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\min\{y_i^+, \hat{y}_i^+(\vec{x}_{li})\} - \max\{y_i^-, \hat{y}_i^-(\vec{x}_{li})\}}{\Delta_{(\vec{x}_{li})}}, \tag{7}$$

де – $\hat{y}_i^-(\vec{x}_{li}) = \min\limits_{\vec{b}_l \in \Omega_l} \left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{li}) \cdot \vec{b}_l\right)$; $\hat{y}^+(\vec{x}) = \max\limits_{\vec{b}_l \in \Omega_l} \left(\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{li}) \cdot \vec{b}_l\right)$ - нижнє та верхнє значення прогнозованого інтервалу вихідної змінної на основі адекватної моделі-претендента з множиною вхідних змінних χ_l ; Ω_l - область параметрів, знайдена із розв'язку системи інтервальних рівнянь (3).

Показник повноти дає змогу визначити ступінь наближеності моделі-претендента до оптимальної. Крім того, вказана характеристика дозволяє визначити ступінь впливу окремих факторів або окремого структурного елемента на вихідну змінну, користуючись інтервальними даними експерименту. Кількісно ступінь впливу факторів та структурних елементів можна визначити за їх рангами.

Для структурних елементів дана процедура полягає у перевірці значення показника повноти для інтервальних моделей з елементарною структурою вигляду:

$$[\hat{y}^-\left(x_i^k \cdot x_j^k\right); \hat{y}^+\left(x_i^k \cdot x_j^k\right)] = [\min\limits_{\vec{b}_{l=1} \in \Omega_{l=1}} \left(b_0 + b_1 \cdot x_i^k \cdot x_j^k\right); \max\limits_{\vec{b}_{l=1} \in \Omega_{l=1}} \left(b_0 + b_1 \cdot x_i^k \cdot x_j^k\right)],$$

$$i, j = 1,...,n, k = 1,..., p$$

де область $\Omega_{l=1}$ отримана на основі моделі структурою $y\left(x_i^k \cdot x_j^k\right) = b_0 + b_1 \cdot x_i^k \cdot x_j^k$ та експериментальних даних

$$x_{si}^k \cdot x_{sj}^k \to [\frac{(y_s^- + y_s^+)}{2} - \Delta_s; \frac{(y_s^- + y_s^+)}{2} + \Delta_s], s = 1,..., N;$$

Δ_s вибирається за умов сумісності системи

$$\frac{(y_s^- + y_s^+)}{2} - \Delta_s \le b_0 + b_1 \cdot x_{si}^k \cdot x_{sj}^k \le \frac{(y_s^- + y_s^+)}{2} + \Delta_s,\ s = 1,...,N .$$

Наведена характеристика повноти дає змогу розглядати задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем як задачу багатокритеріальної оптимізації на дискретній множині моделей-претендентів.

IV. Постановка задачі структурної ідентифікації для випадку інтервальних даних

Зафіксуємо клас моделей-претендентів поліноміальними моделями вигляду

$$y_0(\vec{x}) = \varphi^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta},$$

де $\varphi^T(\vec{x})$ - базові поліноміальні функції у такому вигляді: $x_i^k \cdot x_j^k$, $i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$.

Для ідентифікації інтервальних моделей-претендентів використовуються такі інтервальні дані:

$$X = \{x_{i1},...,x_{in,}\}, Y = [y_i^-; y_i^+], i = 1,..., N .$$

В результаті кожна модель-претендент характеризується множиною

$$\gamma_k : \{m, n, p, \chi_{nk}, R_k, V(\ddot{I}^{\ +}(\Omega_k))\},$$

де m – кількість параметрів моделі-претендента; n – кількість вхідних змінних (факторів); χ_n - множина вхідних змінних (факторів); p – максимальний ступінь полінома; R_k - показник повноти моделі-претендента; $V(\ddot{I}^{\ +}(\Omega_k))$ - об'єм локалізаційного гіперпаралелепіпеда, описаного навколо множини параметрів Ω моделі-претендента.

Слід зауважити, що якщо для моделі-претендента множина параметрів є пустою, тобто $\Omega_k = \varnothing$, то шукати характеристику V (об’єм локалізаційного гіперпаралелепіпеда) немає змісту. Цей випадок виникає за умови несумісності інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР), яка використовується в задачі структурної ідентифікації для знаходження області параметрів Ω. Тому в подальшому для $\Omega_k \ne \varnothing$ будемо використовувати запис $V(\ddot{I}^{\ +})$.

Виходячи із вище зазначеного, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі експериментальних даних запишемо у такому вигляді:

- для випадку активного експерименту

$$R_A \xrightarrow{\gamma_k} \max,\ m \xrightarrow{\gamma_k} \min,\ p \xrightarrow{\gamma_k} \min,\ V(\ddot{I}^{\ +}) \xrightarrow{\gamma_k} \min \qquad (8)$$

за умови сумісності системи (3);

- для випадку пасивного експерименту

$$R_P \xrightarrow{\gamma_k} \max, m \xrightarrow{\gamma_k} \min,\ p \xrightarrow{\gamma_k} \min,\ V(\ddot{I}^{\ +}) \xrightarrow{\gamma_k} \min \qquad (9)$$

за умови сумісності системи (3).

V. Метод ранжування структурних елементів

Аналізуючи алгоритми розв'язання задач структурної ідентифікації моделей статичних систем за умов пасивного експерименту, зокрема алгоритми методу групового урахування алгоритмів (МГУА), можна відзначити основний їх недолік – повний перебір моделей-претендентів.

У випадку структурної ідентифікації інтервальних моделей алгоритми перебору ускладнюються через багатокритеріальність задачі структурної ідентифікації (8),(9). Тому надзвичайно важливим є зменшення складності алгоритмів перебору моделей-претендентів шляхом зменшення кількості структурних елементів, необхідних для синтезу моделей, але при цьому забезпечення високої адекватності моделі, простоти та розв'язку, наближеного до однозначного.

В статті запропонована ідея дослідження повноти окремих структурних елементів і на основі її аналізу зменшення їх кількості для генерування моделей-претендентів. З цією метою проведемо обґрунтування гіпотези на основі дослідження критерію повноти.

Гіпотеза: Нехай задано ступінь складності поліноміальної моделі p та набір вхідних факторів χ_n, які можна використати для генерування структурних елементів у такому вигляді: $x_i^k \cdot x_j^k, i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$. Тоді моделі претендентів доцільно генерувати із множини структурних елементів, для яких часткові моделі вигляду $y(x_i^k \cdot x_j^k) = b_0 + b_1 \cdot x_i^k \cdot x_j^k, i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$ мають найвищі ранги за критерієм повноти.

Для підтвердження гіпотези проводилося комп'ютерне моделювання за наступною методикою:

Етап 1 – симуляція результатів експерименту за допомогою генератора випадкових чисел:

$$X \to \{x_{ij} = random(0,1), i = 1,..., N, j = 1,...,n\};$$

$$\vec{Y}_0 = F \cdot \vec{b}, [\vec{Y}] \to [\{y_i^- = y_{0i} - \Delta_i; y_i^+ = y_{0i} + \Delta_i\}], i = 1,..., N,$$

де F – матриця, сформована на основі структурних елементів вигляду $x_i^k \cdot x_j^k, i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$, що входять в модель; $\vec{b}$ - вектор параметрів моделі, сформований випадковим чином; Δ_i - інтервальна похибка, яка дорівнює 10 %.

Етап 2 – визначення рангів структурних елементів, згенерованих для максимального ступеня полінома $p_{\max} = 2$, на основі показника повноти.

Етап 3 – визначення ймовірності P врахування структурних елементів у адекватних моделях, отриманих на основі експериментальних даних, в залежності від їх рангів. Ймовірність визначимо наступним чином:

$$P_j = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} r_{ji} \cdot 100\%, \; j = 1,...,k, i = 1,...,t,$$

де $$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \textit{якщо структурний елемент з } j-\textit{им рангом} \\ & \textit{входить в модель } i-\textit{го дослідження;} \\ 0, & \textit{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

k – кількість структурних елементів; t – кількість досліджень.

На рисунку 1 наведено результати комп'ютерного моделювання у вигляді гістограми розподілу ймовірності, яка демонструє залежність входження структурних елементів в адекватні моделі від їх рангу.

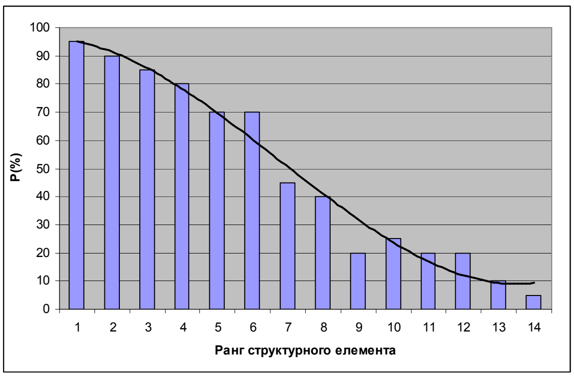

Рисунок 1 – Гістограма розподілу ймовірності врахування структурних елементів у моделі в залежності від їх рангів

VI. Генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей "вхід-вихід" статичних систем

Задача структурної ідентифікації інтервальних моделей є багатокритеріальною задачею вибору на дискретній множині моделей-претендентів.

Такого класу задачі, як правило, мають множину розв'язків, залежно від способу агрегування критеріїв чи послідовності їх урахування. При цьому класичні методи розв'язання оптимізаційних задач, наприклад, математичного і, зокрема, дискретного програмування, для даного випадку є непридатними [2].

З іншого боку, в задачах структурної ідентифікації стохастичних моделей хоча і використовують інші критерії оптимальності структури, однак мають достатньо схожу схему постановки і форму розв'язку. В обох випадках структура моделі шукається у вигляді рівняння (1), яке в найбільшій мірі задовольняє встановлені критерії. Як відомо, для розв'язання задач структурної ідентифікації стохастичних моделей статичних систем найприйнятнішим є використання еволютивних алгоритмів [1]. Таким чином, можна зробити висновок, що для багатокритеріальної задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей можна також застосовувати генетичні алгоритми, побудовані на відомих принципах з врахуванням критеріїв оптимальності структури інтервальних моделей.

Сформулюємо основні принципи, за якими можна реалізувати нейромережеву структуру генетичних алгоритмів ідентифікації інтервальних моделей.

1. Ранжування за показником повноти структурних елементів виду $b_1 \cdot x_i^p \cdot x_j^p, i, j = 1,...,n$ для заданого рівня складності p на основі формули (7). Ранги є основою для визначення підмножини найважливіших структурних елементів, що буде впливати на кількість згенерованих моделей-претендентів.

2. Формування початкової множини індивідів, на основі яких будуть генеруватися моделі-претенденти. Вибір індивідів здійснюється за допомогою порогової селекції структурних елементів на основі їх ранжування за показником повноти.

3. Генерування та селекція за критерієм повноти моделей-претендентів. В даному випадку рангам моделей-претендентів відповідатимуть значення показника повноти для відповідних моделей.

4. Оцінка складності та точності адекватних моделей-претендентів, що пройшли селекцію за показником повноти.

Реалізація вказаних принципів у генетичних алгоритмах можлива за умов використання ітераційної процедури селекції.

На рисунку 2 запропоновано нейромережеву структуру генетичного алгоритму ідентифікації структури інтервальних моделей статичних систем, де використовуються такі позначення: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - вхідні змінні, G – генерування та селекція адекватних моделей-претендентів за показником повноти (адекватність моделі-претендента встановлюється за допомогою параметричної ідентифікації, структура блоку наведена на рисунку 3); M – мутація на основі заміни (доповнення) структурних елементів моделі-претендента елементами, що не пройшли селекцію за повнотою; V – верифікація моделі за складністю та точністю; P – управління складністю моделі.

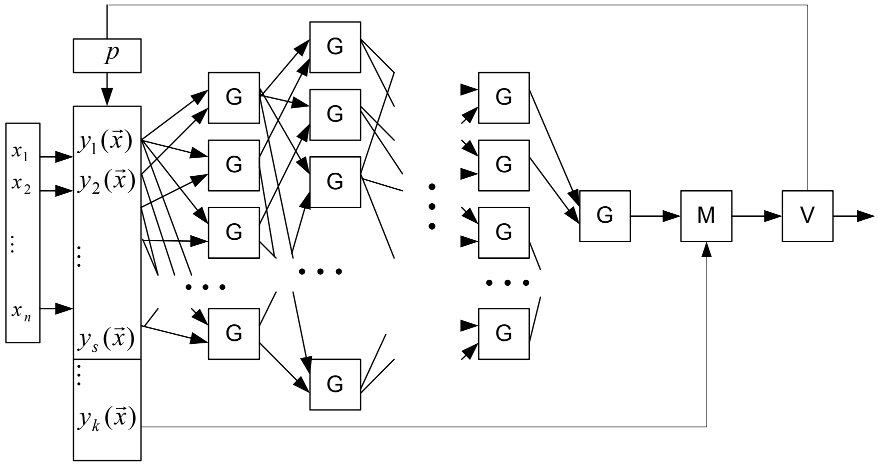

Рисунок 2 – Нейромережева структура генетичного алгоритму з ітераційною селекцією

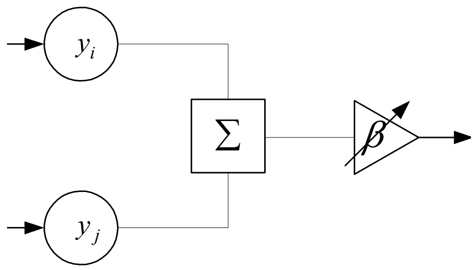

Рисунок 3 – Структура блоку генерування моделі-претендента

VII. Ідентифікації моделі статичного поля концентрацій шкідливих викидів окислів азоту

Завдання, пов'язані із екологічним моніторингом середовища, покладені на санітарно-епідеміологічні станції (СЕС) міст, які мають в своєму розпорядженні вимірювальну апаратуру та спеціально обладнані лабораторії. Одною із основних задач цих лабораторій є контроль перевищень допустимих норм забруднень атмосфери як транспортом, так і промисловими підприємствами.

Методика контролю рівня шкідливих викидів в атмосферу регламентується низкою нормативних документів, зокрема, ними визначено граничнодопустимі концентрації (ГДК) речовин із певними класами небезпеки. Контроль шкідливих викидів лабораторіями СЕС проводиться у вибраних районах шляхом періодичного вимірювання концентрацій шкідливих речовин і порівняння виміряної величини із ГДК для даної речовини. Так, наприклад, в місті Тернополі в зв'язку з суттєвим зростанням транспортних потоків практично у всіх районах міста наявними є забруднення „окислами вуглецю" (четвертий найнижчий клас небезпеки), „окислами азоту" (другий клас небезпеки) та „завислими речовинами" (четвертий клас небезпеки). Для „окислів вуглецю" разова ГДК становить 5 мг/м^3; для „окислів азоту" ГДК – 0,085 мг/м^3; для „завислих речовин" – 0,5 мг/м^3.

За виявленими концентраціями шкідливих викидів в точках відбору повітря можна встановити картину забруднення даною речовиною в цілому місті. При цьому з точки зору правильної оцінки нанесених збитків довкіллю важливою задачею є встановлення так званих статичних полів концентрацій шкідливих викидів (статичними їх можна вважати оскільки вони є мало змінними протягом достатньо великого періоду), які формують загальну картину зростання захворюваності в місті внаслідок погіршення екологічної ситуації.

Для проведення структурної ідентифікації полів концентрації шкідливих викидів необхідно сформувати множину вхідних факторів, які впливають на процес вимірювання концентрацій шкідливих речовин та формування статичних полів концентрацій цих речовин.

В цьому сенсі вплив дати та часу відбору повітря є відносним, а температури навколишнього середовища, атмосферного тиску, вологості повітря, сили та напряму вітру – випадковим. Із врахуванням місця відбору повітря множина факторів впливу буде мати вигляд χ_y={точка відбору, температура повітря, вологість, атмосферний тиск, напрям вітру, сила вітру, погода}.

Деякі фактори мають якісний характер, тому необхідно звести їх до кількісних значень. Для цього можна застосувати метод шкал. Фактор сили вітру можна не враховувати, оскільки для проведення вимірювань апріорі вибирається помірний вітер.

Фактор "точка вимірювання" буде виражатись через координати точок на карті м. Тернопіль (рис. 4). Отже, множина вхідних змінних буде містити сім факторів $\chi_y = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, де: x_1, x_2 - координати точки відбору повітря для замірів концентрації шкідливих викидів; x_3 - температура зовнішнього середовища на момент проведення відбору повітря; x_4 - вологість повітря; x_5 - атмосферний тиск; x_6 - напрям вітру; x_7 - погода.

За даними досліджень, проведеними нами спільно із Тернопільською СЕС, вказані фактори вносять в результати вимірювань реальної концентрації шкідливих речовин при встановленні статичних (сезонних) полів концентрацій максимум 15% випадкової складової похибки. Систематична складова похибки вимірювання концентрації „окислів вуглецю” приладами „Аквілон 1-1” та „СФ-26” становить 15%, а концентрації „окислів азоту” приладами „Тайфун Р-20-2” та „СФ-26” – 10%.

Проведемо структурну ідентифікацію інтервальної моделі статичного поля концентрації „окислів азоту”. Інтервальну модель будемо шукати в класі поліноміальних функцій у такому вигляді:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot \varphi_1^T(\vec{x}) + ... + b_m \cdot \varphi_m^T(\vec{x}),$$

де $\varphi(\vec{x})$ - базові функції вигляду $x_i^k \cdot x_j^k,\ i, j = 1,...,n, k = 0,..., p$.

Рисунок 4 – Фрагмент схеми м. Тернопіль

В результаті пасивного експерименту було сформовано вибірку експериментальних даних у вигляді $X \to [\vec{Y}]$, яка містить 44 спостереження (N=44). При цьому, інтервальні значення вихідної змінної були отримані за такою схемою: $[y_{0i}^- - \Delta_i; y_{0i}^+ + \Delta_i]$, $\Delta_i = \Delta_{1i}, i = 1,..., N$, де Δ_{1i} - систематична складова похибки вимірювання концентрації „окислів азоту" приладами „Тайфун Р-20-2" та „СФ-26", випадкова складова похибки виключена, оскільки врахованими є всі фактори впливу.

Вхідні змінні були пронормовані на проміжку $0 \le x_i \le 1, i = 1,...,n$.

Задавши максимальний ступінь полінома $p_{\max} = 2$, на основі множини вхідних факторів χ_7 сформували початкову популяцію структурних елементів:

$$\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_1^2, x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_1 \cdot x_4, x_1 \cdot x_5, x_1 \cdot x_6, x_1 \cdot x_7, x_2^2,$$
$$x_2 \cdot x_3, x_2 \cdot x_4, x_2 \cdot x_5, x_2 \cdot x_6, x_2 \cdot x_7, x_3^2, x_3 \cdot x_4, x_3 \cdot x_5, x_3 \cdot x_6, x_3 \cdot x_7, x_4^2,$$
$$x_4 \cdot x_5, x_4 \cdot x_6, x_4 \cdot x_7, x_5^2, x_5 \cdot x_6, x_5 \cdot x_7, x_6^2, x_6 \cdot x_7, x_7^2\}.$$

Провівши ранжування структурних елементів, сформовано популяцію структурних елементів для генерування моделей-претендентів, яка складається з дев'ятнадцяти елементів відповідно до рангів:

$$\{x_1, x_1 \cdot x_4, x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_1 \cdot x_6, x_4, x_2, x_3^2, x_6, x_4^2, x_5^2,$$
$$x_2 \cdot x_5, x_1 \cdot x_7, x_3, x_5, x_5 \cdot x_6, x_2^2, x_2 \cdot x_4, x_1 \cdot x_5\}.$$

Структурні елементи, що не пройшли селекцію згідно за рангами, формують множину для проведення мутації:

$$\{x_4 \cdot x_6, x_6^2, x_2 \cdot x_6, x_2 \cdot x_3, x_3 \cdot x_4, x_3 \cdot x_6, x_2 \cdot x_7, x_6 \cdot x_7,$$
$$x_3 \cdot x_7, x_7, x_4 \cdot x_7, x_5 \cdot x_7, x_7^2, x_3 \cdot x_5, x_1^2, x_4 \cdot x_5\}.$$

На четвертому етапі генеруваня моделей-претендентів отримано множину адекватних моделей-претендентів і, провівши селекцію за критерієм повноти, здійснено вибір оптимальної структури такого вигляду:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_4 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_3 + b_5 \cdot x_1 \cdot x_6 + b_6 \cdot x_4 + b_7 \cdot x_6 +$$
$$+ b_8 \cdot x_5^2 + b_9 \cdot x_2 \cdot x_5 + b_{10} \cdot x_1 \cdot x_7 + b_{11} \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_5 + b_{13} \cdot x_5 \cdot x_6 + b_{14} \cdot x_2^2,$$

де вектор інтервальних оцінок параметрів моделі $\vec{b}$ =([0,2312 0,2403]; [0,5133 0,5358]; [-0,4958 -0,4722]; [-1,2191 -1,1895]; [-0,1518 -0,1378]; [0,6539 0,6857]; [0,1036 0,1217]; [-0,3016 -0,2895]; [-0,3119 -0,3027]; [0,5373 0,5532]; [0,1589 0,1685], [-0,0369 -0,0263]; [0,1007 0,1136]; [-0,6497 -0,6277]; [0,3120 0,3270]).

Прогнозований інтервальний коридор на основі отриманої моделі в порівнянні з експериментальним коридором наведений на рисунку 5.

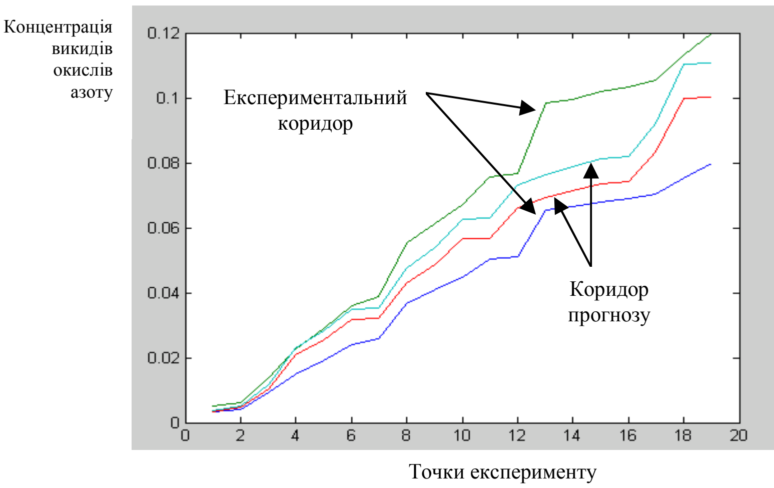

Рисунок 5 – Коридор прогнозу за 2006 р. в порівнянні з експериментальним

VIII. Висновки

У роботі представлено результати побудови інтервальної моделі статичного поля концентрацій окислів азоту, яка використовується у задачі екологічного моніторингу для прогнозування. Отримана модель дає можливість дослідження впливу факторів навколишнього середовища на поле концентрації викидів окислів азоту.

Література

1. Ивахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. – К.: Техника, 1985.
2. Дивак М.П, Манжула В. І. Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем //Міжнародний науково-технічний журнал "Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія", Вінниця - 2005. - №2 - С. 37-44.

Одержано 16.06.2007 р.

УДК 519.9

О. Ковальчук, канд. фіз.–мат. наук

Тернопільський державний медичний університет імені Івана Горбачевського

РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В АЕРОДИНАМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ З ДОПОМОГОЮ ТЕПЛІЦЕВИХ МАТРИЦЬ

У роботі запропоновано розв'язок аеродинамічних задач шляхом зведення до знаходження розв'язку системи алгебраїчних рівнянь з тепліцевою λ-матрицею. Визначено частоти змінних коливань консольного крила сталого перерізу. Досліджено збіжність обчислених власних значень інтегрального рівняння, що описує власні коливання консольно закріпленого крила з розподіленим вздовж нього вантажем. Розглянуто гідродинамічні задачі, при знаходженні розв'язку яких виникають матриці типу Тепліца.

O. Kovalchuk

SOLVING INTEGRAL EQUATIONS IN AERODYNAMIC PROBLEMS BY TOEPLITZ MATRICES

Solving aerodynamic problems by means of algebraic equation system with Toeplitz λ-matrices has been analyzed in the article. The certain frequency of the variable fluctuations of the constant section console wing has been determined. The convergence of calculated proper meanings of the integral equations describing proper fluctuations of the console fixed wing with cargo distributed along has been investigated. The hydrodynamic problems with Toeplitz matrices at solving have been studied.

Розв'язання аеродинамічних задач часто зводиться до проблеми знаходження частотного спектру інтегрального рівняння Фредгольма другого роду з параметром. При розв'язанні інтегральних рівнянь виникають, як правило, щільні матриці, ядра яких часто мають специфічний вигляд [1]. Крім того, в аеродинамічних задачах побудова матриць досить істотно залежить як від вигляду області інтегрування, так і від редукції до алгебраїчної задачі.

Якщо розглядати власні коливання консольно закріпленого крила з розподіленим вздовж нього навантаженням $q(x)$, то статичний прогин крила в точці x можна записати [2]

$$f(x) = \int_0^l G(x,s)q(s)ds\,, \tag{1}$$

де $G(x,s)$ – функція Гріна (функція впливу), яка визначає прогин в точці з абсцисою x під дією одиничної сили, прикладеної в точці з абсцисою s .