УДК 621.8

Роман Рогатинський, д.т.н., проф., Олена Дмитрів, к.т.н., доц., Дмитро Дмитрів, к.т.н., доц., Юрій Никеруй

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ПОЗИЦІЮВАННЯ СКЛАДНИХ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Представлена модифікована математична модель керування маніпулятором чи транспортно-технологічною системою з використанням методу Денавіта-Хартенберга, яка дозволяє поліпшити позиціонування рухомих об'єктів. Модель призначена для використання в високоточних і швидкодіючих системах автоматичного керування для маніпуляторів і транспортно-технологічних систем.

Ключові слова: позиціонування, маніпулятор, транспортно-технологічна система, управління, перетворення Денавіта-Хартенберга.

Roman Rogatynskyi, Olena Dmytriv, Dmytro Dmytriv, Yuriy Nykerui

POSITIONING OF COMPLICATED OBJECTS IN THE MOVING

A modified mathematical model of manipulator control or transport-technological system using the Denavit-Hartenberg method is presented. Its use allows improving the positioning of objects when moving. The model is intended for use in high-precision and high-speed automatic control systems for manipulators and transport-technological systems.

Keywords: positioning, manipulator, transport-technological system, control,. Denavit-Hartenberg method.

Переміщення об'єктів в автоматизованих транспортних системах пов'язане з постійним контролем його позиціонування як в місці завантаження (захоплення) та вивантаження (встановлення), так і в процесі його переміщення транспортними засобами. Особливо це важливо для складних об'єктів при виконанні різних технологічних операцій, при яких елементи (поверхні) об'єктів, які переміщуються, мають позиціонуватись відносно базових поверхонь схватів, транспортних систем чи інших об'єктів. При цьому об'єкти на етапі схоплення маніпулятором чи подачі на транспортно-технологічну систему, а також при вивантажені можуть вільно переміщатись, тобто мати складові лінійних та кутових швидкостей.

Для відслідковування позиціонування об'єктів використовується низка методів, наприклад, метод однорідних перетворень Денавіта-Хартенберга, з використанням матриць поворотів [1]. Для дослідження характеристик точності маніпуляторів та транспортно-технологічних систем відомі дещо розширені матриці за рахунок введення додаткових змінних параметрів, що відтворюють випадковість виникнення похибок і т.д. Проте використання відомих методів є ефективним, коли позиціонування деталей забезпечується керованим переміщенням ланок маніпулятора чи транспортно-технологічної системи. При необхідності узгодження руху захвату маніпулятора із об'єктом, що рухається з багатьма ступенями вільності, виникають похибки відносного позиціонування об'єкту із схватом маніпулятора та приймальними робочими поверхнями транспортно-технологічної системи. Це пов'язано з тим, що, при використанні методу однорідних перетворень Денавіта-Хартенберга, в залежності від черговості надання кутових переміщень об'єкту в його вільному русі відносно систем координат, ми отримаємо похибку кутового позиціонування.

Метою дослідження є модифікація методу Денавіта-Хартенберга з побудовою матриць однорідних перетворень, які інваріантні відносно вибору черговості переміщень за координатними осями.

У загальному випадку об'єкт A разом із власною системою $O^\wedge x^\wedge y^\wedge z^\wedge$ координат у базовій інерційній системі $Oxyz$, утворює складний рух. Осі $O^\wedge x^\wedge$, $O^\wedge y^\wedge$, $O^\wedge z^\wedge$ направляємо по осях головних осей інерції, а центр системи $O^\wedge$ поміщаємо в центр ваги об'єкту A. В інерційній базові системі координат центр системи $O^\wedge$ має біжучі координати $x_0(t) = v_x t$, $y_0(t) = v_y t$, $z_0(t) = v_z t$. Крім цього об'єкт у власній системі координат має вільне обертання навколо певної осі обертання з кутовою швидкістю $\overline{\omega}^\wedge = \omega_x^\wedge \cdot \bar{i}^\wedge + \omega_y^\wedge \cdot \bar{j}^\wedge + \omega_z^\wedge \cdot \bar{k}^\wedge$. Приріст кутових переміщень відповідно кожної з осей координат буде $\Delta\varphi_i^\wedge(t) = \omega_i^\wedge t$. Для погодження взаємозв'язку кутових переміщень об'єкта в базовій та власній системі координат додатково введено проміжну систему координат об'єкту $O_A x_A y_A z_A$ осі якої розміщені паралельно осям інерційної системи координат, а центр якої розміщається в центрі ваги об'єкту ($O_A \equiv O^\wedge$).

Перехід від системи координат $Oxyz$ до $O_A x_A y_A z_A$ та $O^\wedge x^\wedge y^\wedge z^\wedge$ та навпаки проводиться у однорідних системах координат: інерційній $\zeta_x\zeta_y\zeta_z\zeta$ та власній $\zeta_x^\wedge\zeta_y^\wedge\zeta_z^\wedge\zeta^\wedge$, де $\zeta=\zeta^\wedge$ - масштабний множник. Для об'єктів незмінного об'єму $\zeta= \zeta^\wedge =1$; Тут ζ_i та $\zeta_i^\wedge$- координати однорідних систем, що відповідають таким координатам:.

$x= \zeta_x/\zeta$; $y= \zeta_y/\zeta$; $z= \zeta_z/\zeta$; $x^\wedge= \zeta_x^\wedge/\zeta^\wedge$; $y^\wedge= \zeta_y^\wedge/\zeta^\wedge$; $z^\wedge= \zeta_z^\wedge/\zeta^\wedge$.

Відповідно, при $\zeta^\wedge= \zeta = 1$ зв'язок між інерційними та власними координатними системи має вигляд:

$$\begin{aligned}
\zeta_x &= x\zeta = \alpha_{11}\zeta_x^\wedge+\alpha_{12}\zeta_y^\wedge+\alpha_{13}\zeta_z^\wedge+x_0(t)\zeta^\wedge;\\
\zeta_y &= y\zeta = \alpha_{21}\zeta_x^\wedge+\alpha_{22}\zeta_y^\wedge+\alpha_{23}\zeta_z^\wedge+y_0(t)\zeta^\wedge;\\
\zeta_z &= z\zeta = \alpha_{31}\zeta_x^\wedge+\alpha_{32}\zeta_y^\wedge+\alpha_{33}\zeta_z^\wedge+z_0(t)\zeta^\wedge.
\end{aligned} \tag{1}$$

де α_{ij} — направляючі косинуси між осями базової і власної систем координат.

Матричний запис перетворення матиме вигляд:

$$M(R) = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & x_0(t) \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & y_0(t) \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & z_0(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} M(R^\wedge) = \Pi(\alpha)M(R^\wedge) = \Pi_v \Pi_w M(R^\wedge), \tag{2}$$

де $M(R)=|x\ y\ z\ 1|^T$ - матриця, що задає координати довільної точки об'єкта в загальній системі координат $Oxyz$ і відповідає вектору $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i}+y(t)\mathbf{j}+z(t)\mathbf{k}$; $M(R^\wedge)=|x^\wedge\ y^\wedge\ z^\wedge\ 1|^T$ - матриця, що відповідає вектору $\mathbf{r}^\wedge(t)=x^\wedge(t)\mathbf{i}+y^\wedge(t)\mathbf{j}+z^\wedge(t)\mathbf{k}$ і задає координати цієї ж точки у власній системі координат об'єкту$O^\wedge x^\wedge y^\wedge z^\wedge$; $\mathbf{r}_0(t)= x_0(t)\mathbf{i}+y_0(t)\mathbf{j}+z_0(t)\mathbf{k}$ – радіус-вектор, який з'єднує початок загальної системи координат із початком власної системи координат; Π_v та Π_w- матриці, відповідно, паралельних переміщень та поворотів власної системи координат $O^\wedge x^\wedge y^\wedge z^\wedge$ в загальній $Oxyz$.

Аналогічним чином, за відомими переміщеннями базової системи $M(R^\wedge)$, значення векторів точок $M(R)$ визначається зворотнім до (2) перетворенням

$$M(R^\wedge) = [\Pi(\alpha)]^{-1} M(R^\wedge).$$

Залежність (2) аналітично записують у вигляді послідовних перетворень, а саме лінійних переміщень та поворотів відносно кожної із осей системи

Залежно від черговості вибору відповідних осей кінцева матриця поворотів має різні складові, а отже кінцевий результат при кінцевих приростах залежить від порядку розрахунку, що знижує точність позиціонування об'єкта. У результаті проведених досліджень запропоновано уніфіковані матриці кутових перетворень систем координат, відповідно Π_{1w} та, більш точніша Π_w, які дозволяють отримувати параметри кінцевих поворотів $\Delta\varphi_x^\wedge = \alpha$, $\Delta\varphi_y^\wedge = \beta$, $\Delta\varphi_z^\wedge = \gamma$ незалежно від порядку вибору осей повороту.

$$\Pi_{1w} = \begin{vmatrix} 1 & -\gamma & \beta & 0 \\ \gamma & 1 & \alpha & 0 \\ -\beta & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \Pi_w = \begin{vmatrix} \cos\beta\cos\gamma & -\sin\gamma & \sin\beta & 0 \\ \sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha & 0 \\ -\sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Об'єкт до захоплення схватом може переміщатись під дією таких сил: зовнішні потенціальні (сили земного тяжіння G_i); зовнішні від взаємодії з іншим j-им об'єктом які моделюються силами P_{ij} та F_{ij}; сили інерції - $m_i a_i$, направлені протилежно вектору прискорення, а також відповідні моменти від вказаних сил M_P та M_F , і моменти інерцій. У векторній формі рівняння руху чи рівняння Лагранжа 1 роду мають вигляд:

$$\sum_{i=1}^{k} P_{ij}\left[grad(f_i) - \frac{\mu\Delta\bar{v}_{eij}}{|\Delta\bar{v}_{eij}|}\right] - m_i\bar{a}_i + \bar{G}_i = 0; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_{ij}^{\wedge}\left\{(\bar{r}_{ij}^{\wedge} + \bar{\delta}_{ij}^{\wedge}) \times \left[grad(f_i{}^{\wedge}) - \frac{\mu\Delta\bar{v}_{eij}^{\wedge}}{|\Delta\bar{v}_{eij}^{\wedge}|}\right]\right\} - \bar{L}_{0i}^{(e)} = 0, \quad (5)$$

де $\bar{P}_{ij}$ та $\bar{P}_{ij}^{\wedge}$ - вектори нормальних сил взаємодії з іншими об'єктами, задані, відповідно, в загальній та власній системах координат; $\bar{F}_{ij}$ та $\bar{F}_{ij}^{\wedge}$ - відповідні вектори тангенціальних сил; $\bar{r}_{ij}$ та $\bar{r}_{ij}^{\wedge}$ - відповідні радіуси-вектори ij-ої зони прикладення зовнішніх сил; m_i, $\bar{a}_i$ та $\bar{G}_i$ - відповідно маса, прискорення та сила тяжіння i- го об'єкту; $\bar{\delta}_{ij}^{\wedge} = \bar{F}_{ij}\nu_i/(4a_{ij}G_i)$ - тангенціальне зміщення площадки контакту від сили $\bar{F}_{ij}^{\wedge}$; $\bar{L}_{oi}^{(e)}$ - векторна сума моментів сил.

Тут рівняння системи (4) записано в інерційній системі координат, а (5) - у власній системі координат об'єкту [2]. У рухомій системі координат [$\bar{L}_{0i}^{(e)} = d\bar{K}_{0i}^{\wedge}/dt + \left(\left[\bar{\omega}_0^{\wedge} \times \bar{K}_{0i}^{\wedge}\right]\right)$, де $\bar{K}_{0i}^{\wedge}$ - кінетичний момент об'єкту.

Прийнявши величину інтервалу для проведення процедури числового диференціювання Δt, при відомій швидкості $v_{ci}(t)$ в момент часу t, складові вектора швидкостей в наступний момент часу $t = t + \Delta t$ визначали методом Ейлера як:

$$\dot{x}_{cit}(t+\Delta t) = \dot{x}_{cit}(t) + a_x\Delta t; \; \dot{y}_{cit}(t+\Delta t) = \dot{y}_{cit}(t) + a_y\Delta t; \quad \dot{z}_{cit}(t+\Delta t) = \dot{z}_{cit}(t) + a_z\Delta t,$$

де $\bar{a}_i = [\bar{v}_{ci}(t+\Delta t) - \bar{v}_{ci}t]/\Delta t$.

Відповідним чином визначаються і значення кутових швидкостей $\bar{\omega}(t+\Delta t) = \bar{\omega}(t) + \Delta\bar{\omega}(t)$, де проекції приростів $\Delta\bar{\omega}(t)$ визначаються із динамічного рівняння Ейлера (5).

Залежності (4), (5) дозволяють встановити кінематику та динаміку переміщення об'єкту, а за допомогою перетворень (3) визначаються параметри переміщень маніпулятора чи системи завантаження для його узгодженого руху і фіксування та подальшого переміщення.

Література.

1. Denavit J., Hartenberg R. (1955). A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. J. Appl. Mech. Vol. 77. 215–221.

2. Рогатинська О. Р.Обгрунтування навантаження і конструкцій гвинтових конвеєрів : Дис... канд. техн. наук: 05.05.05 / Рогатинська О. Р.;ТДТУ. - Т., 2006. - 189с.