УДК 517.9

Сергієва Д.[1] – ст. гр. МБ-11, Сівіцька О.[2] – уч. гр. №33
[1]*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*
[2]*Тернопільське вище професійне училище сфери послуг та туризму*

РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ЗАСОБАМИ MATHCAD

Serhiieva O.[1], Sivitska O.[2]
[1]*Ternopil Ivan Puluj National Technical University*
[2]*Ternopil Higher Vocational School of Service Industries and Tourism*

SOLUTION OF THE HEAT CONDUCTION PROBLEM BY MEANS OF MATHCAD

Supervisor: Habrusieva I. Yu.

Ключові слова: теплопровідність, диференціальні рівняння, частинні похідні.
Keywords: heat conduction, differential equations, partial derivative.

Розв’язання задач теплопровідності зводиться в математичному плані до диференціальних рівнянь в частинних похідних параболічного типу. Точне їх розв’язання є досить складною задачею, проте для вирішення більшості інженерних завдань достатньо побудувати їх наближені розв’язки. Для цього можна скористатись середовищем Mathcad.

Розглянемо задачу відшукання температури стержня довжиною L, вважаючи, що його бокова поверхня теплоізольована, початкова температура стержня описується функцією $f(x)$, а на кінцях стержня відбувається конвективний теплообмін за законом Ньютона із зовнішнім середовищем температурою T_0.

Виберемо координатну вісь Ox так, щоб початок координат співпадав з одним із кінців стержня, а її напрям – із віссю стержня. Введемо функцію $u(x,t)$, що визначає температуру будь-якої точки стержня у довільний момент часу. Розв’язок поставленої задачі зводиться до розв’язання диференціального рівняння параболічного типу відносно функції $u(x,t)$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ 0 \le x \le L,\ t > 0,$$

із початковою умовою $u(x,0) = f(x)$,

та граничними умовами $u_x(0,t) = \frac{\alpha}{\lambda}\left(u(0,t) - T_0\right)$, $u_x(L,t) = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(u(L,t) - T_0\right)$,

де α – коефіцієнт теплообміну між стержнем та навколишнім середовищем, a^2 – коефіцієнт температуропровідності, λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стержня.

Для розв’язання диференціальних рівнянь в частинних похідних існує багато методів, як аналітичних так і чисельних. Також для зручності проведення інженерних розрахунків розроблено ряд програмних комплексів. Одним із них є система автоматизованого проектування *Mathcad*.

Для розв’язання диференціальних рівнянь та їх систем у середовищі *Mathcad* передбачено декілька засобів. Один із них – обчислювальний блок *Given/Pdesolve*. На рис. 1. продемонстровано його використання для розв’язання поставленої задачі при конкретних значення фізичних сталих.

Задаємо значення фізичних констант

$a := 0.4 \qquad \lambda := 1 \qquad \alpha := 1 \qquad T_0 := 1$

$L := 1$ довжина стержня

$T := 10$ максимальне значення часу

Задаємо функцію початкового розподілу температури в стержні

$f(x) := 3 + (x)^2$

Розв'язуємо параболічне рівняння

Given

$u_t(x,t) = a^2 \cdot u_{xx}(x,t)$

початкова умова

$u(x,0) = f(x)$

граничні умови на кінцях стержня

$u_x(0,t) = \frac{\alpha}{\lambda}\cdot\left(u(0,t) - T_0\right) \qquad u_x(L,t) = \frac{-\alpha}{\lambda}\cdot\left(u(L,t) - T_0\right)$

$u := \mathrm{Pdesolve}\left[u, x, \begin{pmatrix} 0 \\ L \end{pmatrix}, t, \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}\right]$

Рис.1. Лістинг програми в середовищі *Mathcad*

Результат виконання програми, наведеної на рис.1 продемонстровано на рис.2. Крива 1 відповідає початковому моменту часу $t = 0$, крива 2 – $t = 3$, крива 3 – $t = 10$.

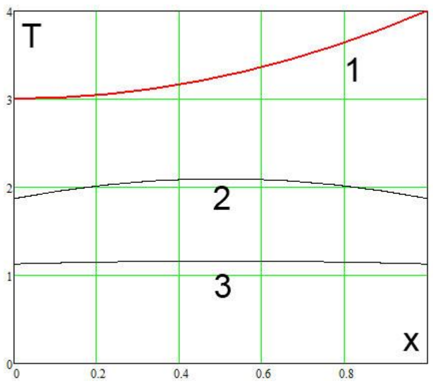

Рис.2. Розподіл температури в стержні у різні моменти часу

Література

1. Марущак П. Моделювання експлуатаційного термоциклування ролика МБЛЗ на малогабаритному автоматизованому стенді / Марущак П., Габрусєв Г., Баран Д., Біщак Р., Готович Ю. // Вісник ТНТУ. — 2011. — Том 17. — № 2. — С.24-29.