

О. Шкодзінський, канд. техн. наук; Г. Козбур

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПРОЦЕСУ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ПЛОСКОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

В роботі запропоновано методика дослідження стійкості процесу пластичного деформування металевих ізотропних пластин, що піддаються довівісному розтягу із різними співвідношеннями головних напружень. Умови втрати стійкості процесу пластичного деформування (моменту утворення шийки) отримано в аналітичній формі. Факт найменшого рівня граничних залишкових деформацій при співвідношенні головних напружень 2:1 доведено розрахунками.

O. Shkodzinsky, G. Kozbur

INVESTIGATION METHOD OF THE PLASTIC DEFORMATION PROCESS STABILITY OF THE ISOTROPIC MATERIALS FOR THE PLANE STRESS STATE

New method of the stable process of the metal isotropic plates plastic deformation under beaxial tension with the variety of loading pathes is proposed. Conditions of stable process failor are obtained analytically. The effect of the smallest level of the limiting residual strains under stress ratio 2:1 is proved theoretically by calculations.

Умовні позначення

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – головні нормальні напруження;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – головні відносні лінійні деформації;

σ_{yz} – узагальнене напруження;

ε_{yz} – узагальнена деформація.

Вступ. Необхідність подальшого вдосконалення апарату механіки деформівного твердого тіла як основи методів розрахунку несучої здатності конструкцій зумовлюється постійним зростанням вимог до якісних та кількісних характеристик конструкційних елементів. Разом з тим, залишається актуальною проблема складності організації та проведення дослідів з відтворення складного напруженого стану, в умовах якого реально працюють більшість конструкційних елементів. Тому з метою оцінки опірності матеріалів в реальних експлуатаційних умовах на основі результатів найпростіших дослідів використовують критерії текучості, що ґрунтуються на певних гіпотезах і припущеннях. Достатньо повний виклад розрахункових рівнянь різних критеріїв текучості зроблено в [1, 2].

В теорії пластичності для визначення умов переходу матеріалу з пружного стану в пластичний найчастіше використовують два “класичні” критерії – Треска і Мізеса, що добре підтверджуються експериментально для ідеалізованих ізотропних матеріалів: Мізеса – для більш пластичних матеріалів, Треска – для менш пластичних. В просторі головних напружень (для випадку плоского напруженого стану) вони описуються, відповідно, еліпсом та вписаним у нього шестикутником. Проте криві текучості, побудовані для реальних конструкційних матеріалів, як правило, займають проміжне положення між класичними еліпсом та шестикутником. З метою аналітичного опису цих кривих узагальнимо обидва “класичні” критерії аналогічно Хосфорду В.Ф. [3], ввівши еквівалентне напруження у вигляді:

$$\sigma_{yz} = \frac{p}{2} \left[\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|^p + |\sigma_2 - \sigma_3|^p + |\sigma_1 - \sigma_3|^p}{2} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (1)$$

Умова пластичності (1) при $p = 1$ зводиться до умови пластичності Треска, при $p = 2$ – до умови Мізеса.

В системі координат $\sigma_{yz} \sim \varepsilon_{yz}$, де узагальнені деформації визначаються із співвідношення

$$\varepsilon_{yz} = \frac{p}{2(p+1)} \left[\frac{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|^p + |\varepsilon_2 - \varepsilon_3|^p + |\varepsilon_1 - \varepsilon_3|^p}{1/2} \right]^{\frac{1}{p}}, \quad (2)$$

отримується узагальнена крива деформування матеріалу. Безрозмірний параметр p являє собою узагальнену характеристику матеріалу і визначається для певного матеріалу шляхом оптимізації. Алгоритм знаходження константи p та її оптимальні значення для деяких конструкційних матеріалів наведено в [4].

Беручи до уваги запропоновані співвідношення, розглянемо умову текучості пластини у випадку двовісного розтягу, застосовавши постановку задачі [5] для пластичних матеріалів.

Розглянемо двовісний розтяг пластини ($\sigma_1, \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$) силами P_1 і P_2 . При досягненні однією із сил максимального значення виконається одна із умов

$$dP_1 = 0 \quad \text{або} \quad dP_2 = 0 \quad (3)$$

і починається процес локалізації деформацій, тобто утворення шийки і, таким чином, порушується стійкість процесу пластичного деформування.

Враховуючи умову нестисливості середовища, отримаємо диференціальні рівняння:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1}, \quad \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} = \frac{d\varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2}. \quad (4)$$

Загальні інтеграли рівнянь (4) мають вигляд:

$$\sigma_1 = C_1(1 + \varepsilon_1), \quad \sigma_2 = C_2(1 + \varepsilon_2). \quad (5)$$

Очевидно, для випадку $\sigma_1 > \sigma_2$ визначальним буде перше із співвідношень (4), для випадку $\sigma_2 > \sigma_1$ - друге співвідношення. Вважаючи задачу симетричною через властивість ізотропності матеріалу, обмежимося розглядом першого випадку. В цьому разі постійну інтегрування C_1 визначимо із (5), розглянувши одновісний розтяг силою P_1 ($P_2 = 0$) до моменту втрати міцності, тобто, при $\sigma_1 = \sigma_1^b, \varepsilon_1 = \varepsilon_1^b$:

$$C_1 = \frac{\sigma_1^b}{1 + \varepsilon_1^b}. \quad (6)$$

Нехай, $\sigma_1 = k\sigma_2$, де k – співвідношення головних напружень. Тоді із (1) отримаємо:

$$\sigma_1 = \sigma_{yz} k \frac{2}{p} \left[\frac{2}{|k|^p + |k-1|^p + 1} \right]^{\frac{1}{p}}, \quad \sigma_2 = \sigma_{yz} \frac{2}{p} \left[\frac{2}{|k|^p + |k-1|^p + 1} \right]^{\frac{1}{p}}. \quad (7)$$

Покладемо $\varepsilon_1 = n\varepsilon_2$, де n – співвідношення головних деформацій. З умови нестисливості середовища отримаємо $\varepsilon_3 = -\varepsilon_2(n+1)$, причому в умовах двовісного розтягу $\varepsilon_3 \leq 0$. Зв'язок між величинами n і k можна встановити, використовуючи узагальнений закон Гука і поклавши там $\mu = 0,5$, що для великих пластичних деформацій підтверджується експериментально:

$$n = \frac{2k-1}{2-k}. \quad (8)$$

Зауважимо, що для $0 < k < 1/2$ отримуємо $n < 0$ (тоді $\varepsilon_1 < 0$, $\varepsilon_2 > 0$); при $1/2 < k < 2$ $n > 0$ і головні деформації додатні; при $k > 2$ знову $n < 0$ (у цьому випадку $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 < 0$). При $k = 1/2$ і $k = 2$ одна із головних деформацій буде рівна нулеві (рис.1):

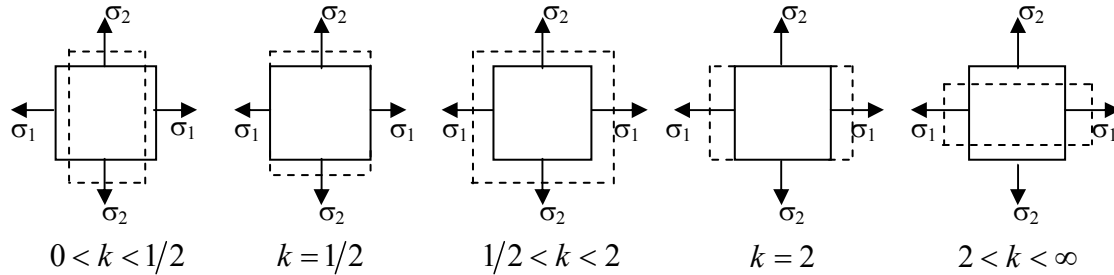


Рисунок 1 – Якісна картина деформування плоскої пластинки в умовах двовісного розтягу при різних співвідношеннях головних напружень

Враховуючи ці зауваження, із (2) отримуємо:

$$\varepsilon_1 = \frac{2k-1}{|2k-1|} \varepsilon_{y_3} |n| \frac{2(p+1)}{p \left[2(|n-1|^p + |n+2|^p + |2n+1|^p) \right]^{1/p}}, \quad (9a)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2-k}{|2-k|} \varepsilon_{y_3} \frac{2(p+1)}{p \left[2(|n-1|^p + |n+2|^p + |2n+1|^p) \right]^{1/p}}. \quad (9b)$$

Тоді загальні інтеграли (5) диференціальних рівнянь (4) можна представити через узагальнені величини σ_{y_3} , ε_{y_3} . Так, наприклад, визначальне співвідношення для випадку $\sigma_1 > \sigma_2$ буде мати вигляд:

$$\sigma_{y_3} k \frac{2}{p} \left[\frac{2}{|k|^p + |k-1|^p + 1} \right]^{1/p} = C_1 \left\{ 1 + \frac{2k-1}{|2k-1|} \varepsilon_{y_3} |n| \frac{2(p+1)}{p \left[2(|n-1|^p + |n+2|^p + |2n+1|^p) \right]^{1/p}} \right\}. \quad (10)$$

Підставивши (6) в (10) та ввівши для постійної матеріалу позначення $C_1 = \eta^b$, а також з врахуванням (8), отримуємо узагальнену умову втрати стійкості процесу пластичного деформування для випадку $\sigma_1 > \sigma_2$ ($k > 1$):

$$\sigma_{y_3} k \frac{2}{p} \left[\frac{2}{k^p + (k-1)^p + 1} \right]^{1/p} = \eta^b \left\{ 1 + \varepsilon_{y_3} \frac{2(2k-1)(p+1)}{3p \left[2((k-1)^p + k^p + 1) \right]^{1/p}} \right\}. \quad (11)$$

Графічно рівняння (11) є сукупністю прямих ліній в координатах $\sigma_{y_3} \sim \varepsilon_{y_3}$, що відповідають умові втрати стійкості процесу пластичного деформування при різних видах напруженого стану. При перетині прямих із діаграмою деформування, представленою в узагальнених координатах згідно з формулами (1) і (2), будуть отримуватись точки, визначальні щодо характеристик міцності матеріалу при відповідних видах напруженого стану.

Результати досліджень. Опрацьовано дослідні дані з двовісного розтягу пластинчастих зразків деяких конструкційних матеріалів, наведені в [5] та [6], та побудовано експериментальні точки в координатах $\sigma_{y_3} \sim \varepsilon_{y_3}$. На основі алгоритму,

запропонованого в [4], розраховано оптимальні значення єдиної узагальненої константи p для кожного з матеріалів. Отримано поліномні апроксимації експериментальних залежностей у системі координат $\sigma_{yz} \sim \varepsilon_{yz}$ та побудовано узагальнені криві деформування. В цій же системі координат побудовано прямі лінії (11), що відповідають умові втрати стійкості процесу пластичного деформування при різних видах напруженого стану (для $k = 1 \dots \infty$). Криві деформування в координатах $\sigma_{yz} \sim \varepsilon_{yz}$ та граничні прямі, отримані для деяких значень k , для матеріалів: Сталь (0,37%С) із значенням $p_{opt} = 1,53$ (дані взято із [6], табл.39, хім.склад та термообробка – там же) та Сталь 45 із отриманим $p_{opt} = 1,58$ (дані взято із [5], табл.5.1, хім.склад та термообробка – там же) показано на рис.2 .

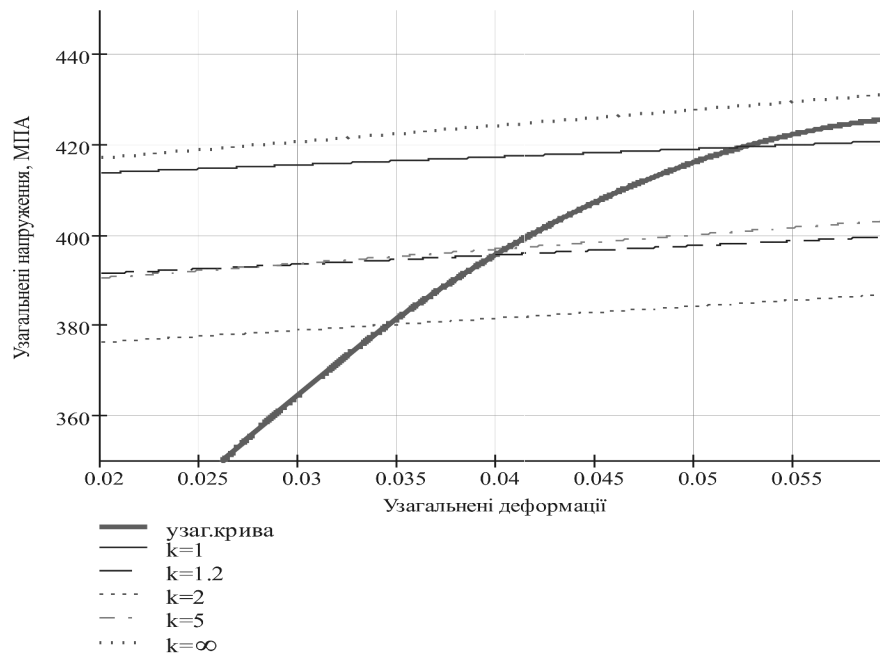
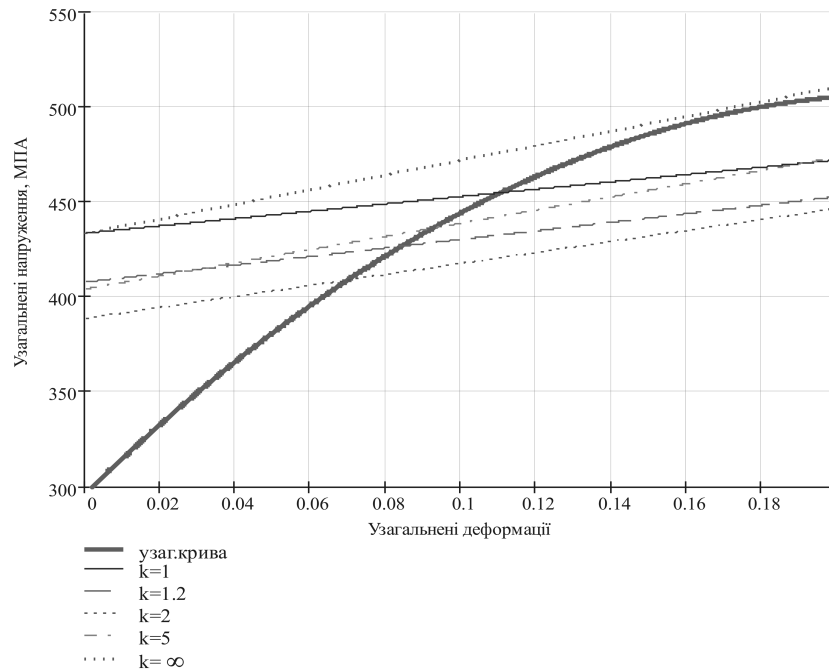


Рисунок 2 – Узагальнені криві деформування (апроксимація експериментальних точок поліномом другого степеня, широкі лінії); графічне представлення умов (11) втрати стійкості пластичного деформування (тонкі лінії) для конструкційних матеріалів: а) Сталь (0,37%С); б) Сталь 45 при різних співвідношеннях головних напружень

Граничний стан пластичного деформування за умови $\sigma_1/\sigma_2 = 2$ настає при найменшому рівні узагальнених деформацій, тобто такий вид двовісного розтягу є найнесприятливішим з точки зору стійкості процесу пластичного деформування. Одновісний розтяг ($k = \infty$) і двовісний розтяг рівними силами ($k = 1$) є такими видами СНС, що допускають найбільший ступінь пластичного деформування матеріалу до моменту утворення шийки. Аналогічні результати отримано в результаті багаточисельних експериментів при однократному лінійному навантаженні пластинчастих зразків у [7, 8].

Знайдені для різних значень співвідношень головних напружень k граничні залишкові деформації ε_{yz}^b з врахуванням ізотропії матеріалів представлені у вигляді діаграм на рис.3.

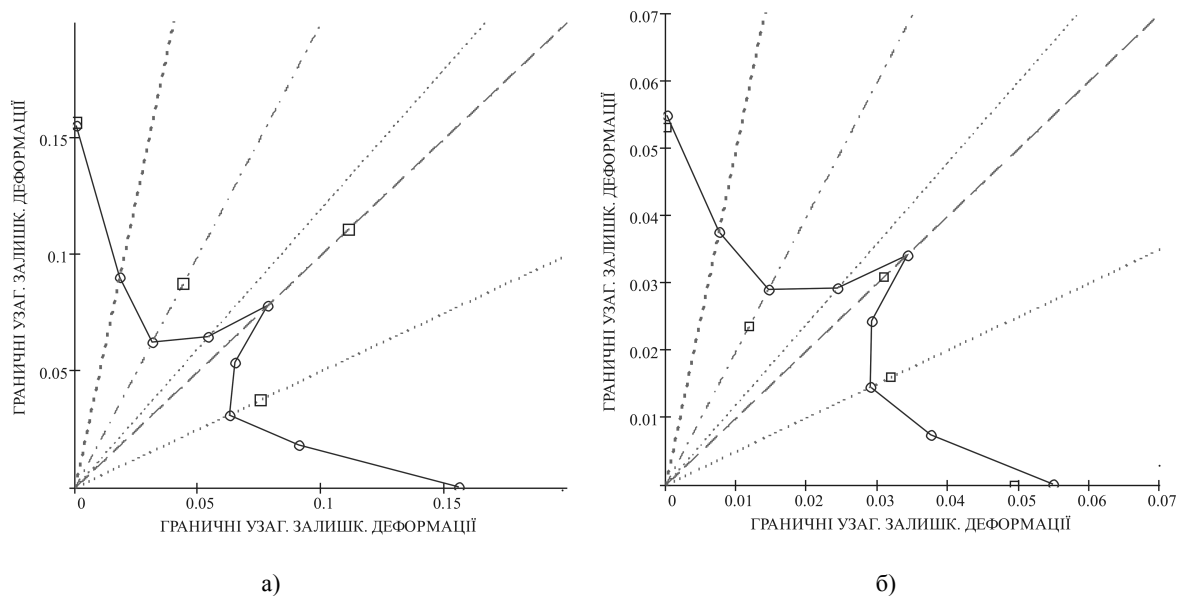


Рисунок 3 – Діаграми розрахункових значень узагальненої граничної пластичності при різних видах плоского напруженого стану для матеріалів: а) Сталь (0,37%С); б) Сталь 45(—○—) та експериментальні точки (□)

Висновки. Розроблена методика дає можливість за результатами експериментів з одновісного розтягу зразків металічних ізотропних матеріалів прогнозувати поведінку пластинчастих зразків в умовах двовісного розтягу. Факт найменшого рівня граничних залишкових деформацій при співвідношенні головних напружень 2:1, що має експериментальне підтвердження, доведено аналітично.

Застосування запропонованої методики до зразків різних типів форм, а також врахування в подальшому властивостей анізотропії матеріалів дозволить узагальнити запропоновану методику і застосовувати її до широкого класу конструкційних елементів, що працюють при різних видах складнонапруженого стану.

Література

1. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. Думка, 1976. – 416с.
2. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Отв.ред. Писаренко Г.С. –2-е изд. - Киев: Наук. Думка, 1988. – 736с.
3. Хосфорд В. Ф. Обобщенный критерий текучести для изотропного материала // А SME. Серия E, 1972. – 2. – С.290-294.
4. Шкодзінський О., Козбур Г., Костишин С. Методика узагальнення діаграми деформування ізотропних матеріалів для складного напруженого стану// Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2005. –Т.10, №1. –С.25–30.
5. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения /Каминский А.А., Бастун В.Н.-Киев: Наук.думка, 1985. – С.16-17.

6. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: Под ред. А. А. Лебедева /К.: Изд. Дом «Ин Юре», 2003. – 540с.
7. Yoshida K., Kuwabara T. Effect of strain hardening behaviour on forming limit stresses of steel tube subjected to nonproportional loading paths, Int. J. Plasticity (2007), doi: 10.1016/j.ijplas. 2006.11.008.
8. Kuwabara T. Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. International journal of Plasticity (2007) №23. – P.385 – 419.

Одержано 16.10.2007 р.