МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя
Технічний коледж ТНТУ ім. І. Пулюя

Відділення транспорту та

інженерної механіки

Кафедра фізики

КОНСПЕКТ З ФІЗИКИ
для студентів скороченої форми навчання.
Основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка

Тернопіль, 2018

Конспект з фізики для студентів скороченої форми навчання / О.Крамар.- Тернопіль: Центр оперативної поліграфії, 2018.- 128 с.

Посібник містить довідкові матеріали конспективного характеру з фізики, які будуть корисними для студентів технічних спеціальностей при підготовці до лекційних, практичних та лабораторних занять. Призначений для студентів технічних коледжів напряму 274 "Автомобільний транспорт", що здобувають освітній рівень "бакалавр" за скороченою формою навчання.

Укладач – **Крамар О.І., к.ф.-м.н., доц. каф. фізики ТНТУ ім. І.Пулюя**

Рецензент – **Скоренький Ю.Л., к.ф.-м.н., зав. каф. фізики ТНТУ ім. І.Пулюя**

Комп'ютерне оформлення тексту – **Крамар О.І.**

Рекомендовано до друку кафедрою фізики ТНТУ ім. І.Пулюя, протокол № ___ від _______________.

Схвалено методичною комісією факультету комп'ютерних систем та програмної інженерії ТНТУ ім. І.Пулюя, протокол № __ від _______________

ЗМІСТ

ВСТУП

Метою даного посібника є надання допомоги студентам технічних коледжів напрямку підготовки напряму 274 "Автомобільний транспорт" (далі - АТ), що здобувають освітній рівень "бакалавр" за скороченою формою навчання, стосовно належної організації самостійної роботи над теоретичним матеріалом лекційного курсу, над методичними підходами до розв’язування фізичних задач та правильної підготовки до виконання лабораторних навчальних експериментів.

Графік самостійної роботи студентів складається на основі робочої навчальної програми курсу фізики та повідомляється на початку семестру. Систематична перевірка завдань здійснюється на лабораторних та практичних заняттях, під час модульних контролів.

Вивчення фізики є необхідним етапом для подальшої успішної діяльності інженера будь-якої спеціалізації, оскільки допомагає сформувати наукове мислення та світогляд, дозволяє правильно зрозуміти межі застосовності різних фізичних законів та теорій, формує вміння оцінювати достовірність тих чи інших експериментальних результатів, а також результатів математичного моделювання процесів та явищ. Загалом фізика вивчає властивості й структуру речовин та полів, їхню взаємодію та властиві їм форми руху. Тобто, можна стверджувати, що **фізика** – це наука, яка вивчає найпростіші і разом з тим найзагальніші закономірності явищ природи, властивості і будову матерії та закономірності її руху.

Загальною метою викладання курсу фізики є:

- Вивчення студентами основних фізичних явищ; оволодіння фундаментальними поняттями, законами і теоріями класичної і сучасної фізики, а також методами фізичного дослідження.
- Оволодіння студентами засобами і методами розв’язування конкретних задач з курсу фізики. Вироблення вміння застосовувати фізичні явища і закони при вирішенні інженерних задач.
- Ознайомлення студентів з сучасною науковою апаратурою, формування навиків виконання фізичного експерименту, вміння виділити конкретний фізичний зміст в прикладних задачах майбутньої спеціальності.
- Формування наукового світогляду.

У першому семестрі студенти АТ вивчають розділи "Механіка", "Молекулярна фізика", "Термодинаміка" курсу фізики. Закони механіки, закономірності молекулярної будови речовини та закони термодинаміки є основою сучасної фізики, фундаментом для різних галузей науки і техніки. Їх вивчення під час теоретичних і практичних занять є базою для багатьох інших важливих курсів, зокрема, технічного профілю. Тому основна мета даного курсу — дати пояснення суті фізичних законів та підготувати студентів до їхнього практичного застосування.

Попередні умови: перед вивченням курсу "Основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка" передбачається певний рівень підготовки зі спорідненого курсу "Вища математика".

В результаті вивчення курсу студент повинен

ЗНАТИ:

- фундаментальні фізичні поняття з основ механіки, теорії коливань, молекулярної фізики і термодинаміки;
- основні фізичні явища і закони класичної механіки, молекулярної фізики, термодинаміки;
- систему одиниць фізичних величин SI;
- методи фізичних досліджень.

ВМІТИ:

- розв’язувати фізичні задачі з механіки, молекулярної фізики та термодинаміки в межах курсу загальної фізики;

- працювати з найпростішими вимірювальними приладами (масштабною лінійкою, штангенциркулем, мікрометром, індикатором, секундоміром), фізичним обладнанням, проводити прості експерименти з механіки, молекулярної фізики та термодинаміки;
- опрацьовувати результати фізичних вимірювань;
- застосовувати фізичні закони та методи фізичних досліджень до інженерних задач;
- в умовах виробничої діяльності виконувати розрахунки параметрів технічного об'єкта, застосовуючи основні поняття, закони і моделі механіки, молекулярної фізики та термодинаміки.

1 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО РОБОТИ З КУРСОМ

Курс "Основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка" містить три складові частини:

- теоретичний матеріал, розбитий на модулі;
- лабораторні роботи;
- семестрове завдання по розв'язуванню задач.

При роботі з курсом корисно дотримуватися наступних рекомендацій:

- опрацювання теоретичного матеріалу передбачає засвоєння базових означень та основних формул, поданих у відповідних темах;
- студенти, які прагнуть отримати високі бали, повинні вміти виводити основні формули та застосувати їх для пояснення конкретних механічних, молекулярних та термодинамічних явищ;
- при розв'язуванні задач дотримуватися вимог скороченого запису умови задачі, подавати фізичні величини в одиницях SI, проводити числовий розрахунок шуканих величин;
- перед виконанням лабораторних робіт отримати в інструктора курсу перелік робіт, пройти інструктаж по техніці безпеки в лабораторії механіки та молекулярної фізики (корпус 2, ауд. 17).

2 СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ "ФІЗИКА" ЗА МОДУЛЬНОЮ СИСТЕМОЮ

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td colspan="2">денна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість кредитів – 8</td><td>Галузь знань
0701 Транспорт та транспортна інфраструктура
(шифр і назва)</td><td rowspan="2" colspan="2">Нормативна</td></tr>
<tr><td>Напрям підготовки
274 Автомобільний транспорт
(шифр і назва)</td></tr>
<tr><td>Модулів – 4</td><td rowspan="5">Спеціальність (професійне спрямування):
<u>Технологія ремонту та сервісного обслуговування автомобілів</u></td><td colspan="2">Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 18</td><td colspan="2">1-й</td></tr>
<tr><td>Індивідуальне науково-дослідне завдання - немає
(назва)</td><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Загальна кількість годин - 240</td><td>1-й</td><td>2-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Тижневих годин для денної форми навчання:
у 1 семестрі
аудиторних – 3
самостійної роботи студента – 3,67
у 2 семестрі
аудиторних – 3
самостійної роботи студента – 3,67</td><td rowspan="12">Освітньо-кваліфікаційний рівень:
<u>бакалавр</u></td><td>36 год.</td><td>36 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>8 год.</td><td>10 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>10 год.</td><td>8 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>66 год.</td><td>66 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Індивідуальні завдання:</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вид контролю:</td></tr>
<tr><td>З</td><td>Е</td></tr>
</table>

Примітка: методичні вказівки до лабораторних та практичних виконано в електронному вигляді та розміщено у електронному курсі на сервері дистанційного навчання ТНТУ ім. І. Пулюя ("Фізика для бакалаврів технічного коледжу ТНТУ, АТ" (ID курсу - 381)).

Модульна структура першого семестру "Основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка" навчальної дисципліни "Фізика"

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. КІНЕМАТИКА ТА ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ						
Тема 1. Предмет фізики	5	1	-	2	-	2
Тема 2. Кінематика	7	2	1	-	-	4
Тема 3. Закони Ньютона	8	3	1	-	-	4
Разом за змістовим модулем 1	20	6	2	2	-	10
Змістовий модуль 2. РОБОТА ТА ЕНЕРГІЯ. СИЛИ В МЕХАНІЦІ						
Тема 4. Пружні деформації. Сили тертя.	10	2	-	2	-	6
Тема 5. Робота та енергія	9	2	1	-	-	6
Разом за змістовим модулем 2	19	4	1	2	-	12
Змістовий модуль 3. ОБЕРТОВИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА						
Тема 6. Динаміка обертового руху твердого тіла	11	4	1	2	-	4
Разом за змістовим модулем 3	11	4	1	2	-	4
Змістовий модуль 4. РУХ В НСВ. ЕЛЕМЕНТИ СТВ.						
Тема 7. Рух в НСВ. Сили інерції	5	1	-	-	-	4
Тема 8. Елементи СТВ.	5	1	-	-	-	4
Разом за змістовим модулем 4	10	2	-	-	-	8
Усього годин	60	16	4	6	-	34
	2	3	4	5	6	7
Модуль 2						
Змістовий модуль 5. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ.						
Тема 9. Механічні коливання	9	2	1	2	-	4
Тема 10. Механічні хвилі	7	2	1	-	-	4
Разом за змістовим модулем 5	16	4	2	2	-	8
Змістовий модуль 6. МКТ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ.						
Тема 11. Молекулярно-кінетична теорія	9	4	1	-	-	4
Разом за змістовим модулем 6	9	4	1	-	-	4
Змістовий модуль 7. ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ						
Тема 12. Перший закон термодинаміки	7	2	1	-	-	4
Тема 13. Цикли. Другий закон термодинаміки	6	2	-	-	-	4
Разом за змістовим модулем 7	13	4	1	-	-	8
Змістовий модуль 8. КОНДЕНСОВАНИЙ СТАН РЕЧОВИНИ						
Тема 14. Реальні гази	6	2	-	-	-	4
Тема 15. Рідини. Будова кристалів.	8	2	-	2	-	4
Тема 16. Фазові переходи	8	4	-	-	-	4
Разом за змістовим модулем 8	22	8	-	2	-	12
Усього годин	60	20	4	4	-	32

Програмні тематичні питання курсу першого семестру скороченої підготовки "Основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка" навчальної дисципліни "Фізика"

Модуль 1.

Змістовий модуль 1. Кінематика та динаміка матеріальної точки

Тема 1. Предмет фізики

Предмет фізики. Методи фізичних досліджень. Комп'ютерні технології в сучасній фізиці. Роль фізики у формуванні інженера.

Тема 2. Кінематика

Механічний рух як найпростіша форма руху матерії. Простір і час. Елементи кінематики матеріальної точки.

Тема 3. Закони Ньютона

Закони Ньютона і їх фізичний зміст. Центр мас механічної системи і закон його руху. Закон збереження імпульсу. Рух тіла змінної маси.

Змістовий модуль 2. Робота та енергія. Сили в механіці

Тема 4. Пружні деформації. Сили тертя

Зв'язок сили з потенціальною енергією. Енергетична умова стійкості механічної системи. Поле центральних сил. Пружні деформації. Закон Гука. Енергія пружно здеформованого тіла. Сили тертя. Дисипація механічної енергії.

Тема 5. Робота та енергія

Енергія як міра кількості руху і взаємодії. Робота сили. Потужність. Кінетична енергія тіла. Поле як форма матерії, що передає взаємодію. Потенціальна енергія тіла в силовому полі. Консервативні і дисипативні сили. Закон збереження механічної енергії. Рівняння Бернуллі.

Змістовий модуль 3. Обертовий рух твердого тіла

Тема 6. Динаміка обертового руху твердого тіла

Закон динаміки обертового руху твердого тіла відносно нерухомої осі. Кінетична енергія і робота при обертовому русі. Закон збереження моменту імпульсу. Гіроскопічний ефект і його прояви в техніці.

Змістовий модуль 4. Рух в НСВ. Елементи СТВ

Тема 7. Рух в НСВ. Сили інерції.

Рух в неінерціальних системах відліку. Сили інерції, їх прояви в техніці.

Тема 8. Елементи СТВ.

Перетворення Галілея. Постулати Ейнштейна і перетворення Лоренца. Елементи релятивістської динаміки. Взаємозв'язок маси і енергії.

Модуль 2

Змістовий модуль 5. Механічні коливання та хвилі

Тема 9. Механічні коливання

Вільні гармонічні коливання. Пружинний, математичний і фізичний маятники. Енергія гармонічних коливань. Додавання гармонічних коливань. Згасаючі коливання. Логарифмічний декремент. Вимушені коливання. Резонанс і його роль в техніці. Поняття про автоколивання.

Тема 10. Механічні хвилі

Поперечні і поздовжні хвилі в пружному середовищі. Рівняння біжучої хвилі. Хвильове рівняння. Енергія хвилі. Принцип суперпозиції для хвиль. Хвильовий пакет. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Звук і його сприйняття людиною

Змістовий модуль 6. МКТ ідеального газу

Тема 11. Молекулярно-кінетична теорія

Статистичний і термодинамічний методи досліджень. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії. МКТ теплоємності ідеального газу і її обмеженість. Закон Максвела для розподілу молекул за швидкостями. Барометрична формула. Закон Больцмана для розподілу частинок в зовнішньому потенціальному полі. Середня довжина вільного пробігу молекул. Закони дифузії, теплопровідності, внутрішнього тертя.

Змістовий модуль 7. Закони термодинаміки

Тема 12. Перший закон термодинаміки

Перший принцип термодинаміки. Застосування першого принципу термодинаміки до ізопроцесів. Адіабатичний процес. Робота при ізопроцесах.

Тема 13. Цикли. Другий закон термодинаміки.

Оборотні і необоротні процеси. Цикли. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД. Другий принцип термодинаміки. Вільна енергія і ентропія. Закон зростання ентропії.

Змістовий модуль 8. Конденсований стан речовини

Тема 14. Реальні гази

Відхилення від законів ідеального газу. Моделі міжмолекулярної взаємодії. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Критичний стан. Ефект Джоуля-Томсона. Зрідження газів.

Тема 15. Рідини. Будова кристалів

Основні характеристики рідин. В'язкість і надплинність. Рідкі кристали. Структура і теплові властивості твердих тіл. Дефекти в кристалах. Фізичні основи міцності кристалів.

Тема 16. Фазові переходи

Умова рівноваги фаз. Найпростіша фазова діаграма. Поняття про фазові переходи 1-го та 2-го роду. Рівняння Клапейрона-Клаузіуса. Речовина в екстремальних умовах.

Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	Методика розв'язування задач. Кінематика матеріальної точки.	1
2	Динаміка поступального руху твердого тіла.	2
3	Обертовий рух твердого тіла.	1
4	Механічні коливання і хвилі.	2
5	МКТ ідеального газу. Термодинаміка.	2
	Разом за 1 семестр	**8**

Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
1	ТБ в лабораторії механіки та молекулярної фізики. Методика фізичних вимірювань.	2
2	Вивчення обертального руху твердого тіла на прикладі маятника Обербека.	2
3	Визначення модуля Юнга методом прогину стержня.	2
4	Визначення логарифічного декремента та коефіцієнта згасання коливань.	2
5	Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом порівняння крапель.	2
	Разом за 1 семестр	**10**

3 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

ОСНОВНА

1. Дідух Л.Д. Основи механіки.- Тернопіль: ТДТУ, 2005.
2. Трофимова Т.И. Курс физики.- М.: ВШ, 1985.
3. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики:Навчальний посібник. У 2-х кн. Кн.1: Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм.- 2-ге видання.- К.: Либідь, 2001.
4. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: Навчальний посібник. У 2-х кн. Кн.2: Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка.- К.: Либідь, 2001.
5. Курс фізики /за ред. І.Є. Лопатинського.– Львів: Бескид Біт, 2002.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: Навчальний посібник. У 3 трьох томах. Т.1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / за ред. І.М. Кучерука.- 2-ге вид., випр.- К.: Техніка, 2006.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: ВШ, 1989.
8. Механіка та молекулярна фізика. Лабораторний практикум / Укладачі: Дідух Л.Д., Скоренький Ю.Л., Крамар О.І., Довгоп’ятий Ю.М., Ганкевич В.В.- Тернопіль: ТНТУ, 2009.
9. Загальна фізика: Лабораторний практикум / за ред. І.Т. Горбачука.- К.: ВШ, 1992.
10. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1979.
11. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.- М.: ВШ, 1981.
12. Загальний курс фізики: Збірник задач. Навчальний посібник для студентів вузів / Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П. та ін.; За ред. І.П. Гаркуші.- 2-ге вид., стереотип.- К.: Техніка, 2004.

ДОДАТКОВА

Д1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие (в 3-х т.).- Т.1: Механика. Молекулярная физика.- 3-е изд., испр.- М.: Наука, 1986.

Д2. Пундик А. Курс фізики: Опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка).- 2-ге вид., доп.- Тернопіль: ТДТУ, 2003.

Д3. Нікіфоров Ю.М. Фізика: Конспект вибраних лекцій для студ. заочної форми навчання.- Тернопіль: ТДТУ, 2008.

Д4. Сивухин Д.В. Общий курс физики.- М.: Наука, 1977-1987.- Т. 1-5.

Д5. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике.- М.: Наука, 1982.

Д6. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе.- М.: ВШ, 1981.

Д7. Беликов Б.С. Решение задач по физике: Общие методы.- М.: ВШ, 1986.

Д8. Фізичний практикум / за ред. В.П. Дущенка.- К.: ВШ, 1981.- Ч.1, 2.

4 ЗМІСТ КУРСУ

4.1 ***Вибрані лекції***

Базовим джерелом для вивчення курсу фізики є конспект лекцій. Основним завданням конспектування є впорядкування сприйняття навчального матеріалу, виділення основних питань. Досвід навчальної діяльності показує, що при конспектуванні студент краще розуміє навчальний матеріал. Подальше опрацювання конспекту лекцій дозволяє значно скоротити засвоєння курсу в цілому.

Вкажемо на основні моменти для адекватного відображення навчального матеріалу у лекційному зошиті. При конспектуванні варто пам’ятати, що лектор стилем викладу, інтонацією виділяє найважливіші місця у темі. Однак не варто намагатися записати всю лекцію дослівно, оскільки при цьому студент не замислюється над матеріалом. Варто фіксувати лише хід думок, основні положення, закони та формули, важливі рисунки. Допускається використання скорочень, при умові, що студент володіє необхідними навиками стенографії. Варто також залишати місце для додаткових записів після лекції при роботі з навчальними посібниками.

Необхідно слідкувати за формою подачі матеріалу лектором, оскільки коли він диктує визначення, то, як правило, уповільнює темп викладання, промовляє голосніше найбільш важливі моменти, повторює деякі твердження – тобто намагається сконцентрувати увагу студента на тому, що є найважливішим у лекції.

Важливим моментом є контакт аудиторії з лектором через запитання. Запитання варто задавати після того, як лектор висловив певну закінчену думку. Досить часто викладач сам звертається до аудиторії з проханням про запитання. Студент не повинен соромитися ставити запитання, оскільки лектор завжди доброзичливо ставиться до такої форми спілкування і заохочує активних слухачів, йому приємний інтерес до навчального матеріалу.

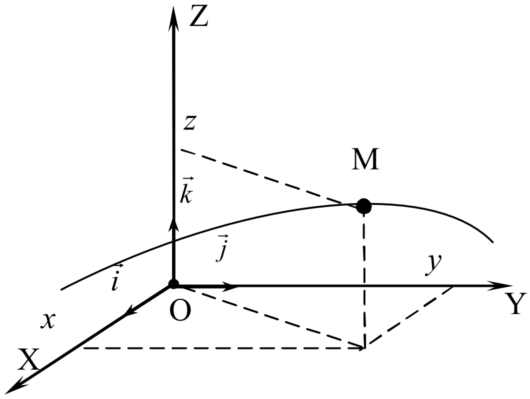
Важливим чинником успішного вивчення лекційного курсу є поєднання конспектування та самостійної роботи студента з навчальною літературою. Конспект лекції бажано переглянути перед наступним заняттям, можливо, записати питання, які виникли після прочитання, щоб з’ясувати їх у лектора на черговій лекції або під час консультації. Основні моменти лекції студент повинен вміти відтворити самостійно, дотримуючись логіки викладу.

4.1.1 Основи кінематики матеріальної точки

Базові питання теми: *Способи опису руху матеріальної точки. Швидкість. Прискорення. Основні рівняння, що описують рівнозмінний рух матеріальної точки.*

1) *Способи опису руху матеріальної точки.*

Оскільки рух тіла має відносний характер, то потрібно обрати систему відліку, відносно якої буде проводитися опис руху. Розміщення тіла можна визначити за допомогою будь-якої системи координат. При описі руху матеріальних точок важливо задати **закон руху** – тобто задати положення матеріальної точки в будь-який момент часу.



<u>Способи задання закону руху:</u>

1. Координатний

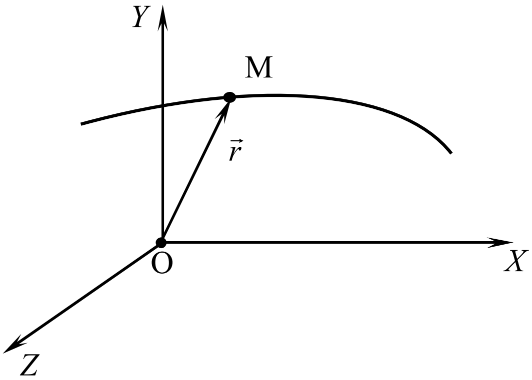
Закон руху задається рівняннями

$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$

Якщо із цих рівнянь виключити час, то отримується рівняння траєкторії:

$f(x, y, z) = 0$.

2. Векторний



Радіус-вектор проводять з початку координат до положення матеріальної точки на траєкторії.

Закон руху задається виразом $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

де x, y, z – проекції радіуса-вектора $\vec{r}$ на відповідні координатні осі, $\vec{i}$, $\vec{j}$ та $\vec{k}$ – одиничні вектори (орти), спрямовані вздовж відповідних координатних осей ($|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$):

$$\boxed{|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Нехай матеріальна точка в момент часу t_1 знаходиться в т. M_1, положення якої описується радіус-вектором $\vec{r}_1$, а в наступний момент часу $t_2 > t_1$ – в т. M_2, $\vec{r}_2$.

Вектор, що характеризує зміну положення матеріальної точки і має напрям від її початкового положення до кінцевого, називається *<u>переміщенням</u>*.

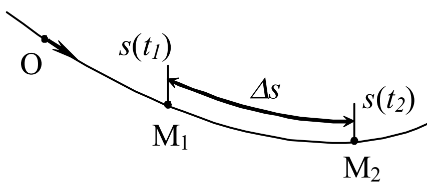
$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1}.$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}.$$

Переміщення $\Delta\vec{r}$ і пройдений тілом вздовж траєкторії шлях Δs не є тотожними: Δs – скаляр, $\Delta\vec{r}$ – вектор, причому в загальному випадку $\Delta s \neq |\Delta\vec{r}|$.

Деколи для позначення переміщення використовується $\vec{s}$.

3. Траєкторний спосіб



Лінія, вздовж якої рухається матеріальна точка, називається траєкторією. **Шлях – це довжина траєкторії матеріальної точки.**

Шлях, який пройшло тіло за час $\Delta t = t_2 - t_1$:

$\Delta s = s(t_2) - s(t_1) = s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)$.

2) *Швидкість.*

<u>Середня швидкість</u> – це відношення переміщення до часу, протягом якого воно було здійснене.

$$\boxed{\vec{\upsilon}_c = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}}$$

Одиницею вимірювання швидкості є $1\,\frac{м}{с}$.

<u>Миттєва швидкість</u> (швидкість тіла в даній точці) визначається виразом:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

де $\Delta\vec{r}$ – переміщення тіла за час Δt. **Швидкість – величина векторна.**

Це означення еквівалентне виразу:

$$\boxed{\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}},$$

де $d\vec{r}$ – нескінченно мале переміщення тіла за час dt.

<u>Миттєва швидкість</u> дорівнює першій похідній від радіус-вектора за часом і напрямлена по дотичній до траєкторії в бік руху.

Очевидно, що оскільки

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

то здійснючи диференціювання по часу *t*, маємо

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k},$$

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x\vec{i} + \upsilon_y\vec{j} + \upsilon_z\vec{k}.$$

де $\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z$ – проекції вектора швидкості $\vec{\vartheta}$ на координатні осі:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt},$$

причому *x*, *y*, *z* є функціями часу та задаються рівняннями руху.

Модуль швидкості визначається виразом

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

Оскільки при $\Delta t \to 0$ переміщення збігається з довжиною шляху, тобто $|d\vec{r}| = ds$. Таким чином, величина швидкості:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}.$$

3) *Прискорення.*

Якщо швидкість тіла з часом змінюється, то вводять величину, що називається **<u>прискоренням</u>**.

<u>Середнє прискорення</u> **дорівнює відношенню зміни швидкості до часу, протягом якого ця зміна відбулася.**

$$\boxed{\vec{a}_c = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}}.$$

Оскільки середнє прискорення не повністю описує характер руху матеріальної точки, вводять поняття **<u>миттєвого прискорення</u>**:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}}.$$

Оскільки $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

<u>Миттєве прискорення</u> – перша похідна від швидкості за часом (друга похідна від радіус-вектора за часом).
Запишемо вирази для радіуса-вектора та швидкості:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \ \vec{\upsilon} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k},$$

за означенням миттєвого прискорення:

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k},$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \ ,$$

причому

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2},$$

$$a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2},$$

$$a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

є проекціями прискорення $\vec{a}$ на відповідні осі.
Величина повного прискорення (модуль) задається виразом

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \ .$$

Прискорення описує швидкість зміни швидкості. Прискорення характеризує зміну швидкості в часі як за величиною, так і за напрямом.
Якщо $a = const$ – рух **рівнозмінний**, a>0 – **рівноприскорений**, a<0 – **рівносповільнений**.

Одиницею вимірювання прискорення є $1\frac{м}{с^2}$**.**

4) *Основні рівняння, що описують рівнозмінний рух матеріальної точки.*
Рух називається <u>рівнозмінним</u>, якщо прискорення стале за величиною і за напрямом.
Оскільки $d\vec{\upsilon} = \vec{a}dt$, то

$$\int_{\vec{\upsilon}_0}^{\vec{\upsilon}} d\vec{\upsilon} = \int_0^t \vec{a}dt \quad \Rightarrow \quad \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 = \vec{a}t.$$ (оскільки $\vec{a} = const$)

Отже, швидкість $\vec{\upsilon}$ в довільний момент часу

$$\boxed{\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t},$$

де $\vec{\upsilon}_0$ – початкова швидкість.

У випадку прямолінійного руху з постійним прискоренням

$\boxed{\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t}$ **<u>закон зміни швидкості при рівнозмінному русі</u>**.

Здійснюючи інтегрування, отримуємо координату x в довільний момент часу:

$\boxed{x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}}$ **<u>закон зміни координати при рівнозмінному русі,</u>**

де x_0 – визначає положення точки в момент часу t=0. υ_{0x} – проекція початкової швидкості, a_x – проекція прискорення.
Оскільки $s_x = x - x_0$, то отримуємо

$$\boxed{s_x = \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}}.$$

Можна показати, що:

$$\boxed{2a_x s = \upsilon_x^2 - \upsilon_{0x}^2}$$

4.1.2 Основи динаміки поступального руху

Базові питання теми: *Основні поняття динаміки: маса, сила, імпульс. Закони Ньютона. Закон збереження імпульсу.*

1) *Основні поняття динаміки: маса, сила, імпульс.*

Маса тіла – це міра інертності тіла. Одиницею вимірювання маси є 1 кілограм ([m] = 1кг). Маса – величина адитивна (сумарна маса системи тіл рівна сумі мас всіх тіл). Маса також є мірою кількості матерії у даному тілі та проявляє себе у гравітаційній взаємодії (сила гравітаційної взаємодії тіл прямо пропорційна до їх мас). На сучасному етапі розвитку фізики з великою точністю доведено еквівалентність інертної та гравітаційної мас.

Густина ρ однорідної речовини, маса якої m, а об'єм V, визначається за формулою $\rho = \dfrac{m}{V}$.

Густина є фізичною величиною, яка чисельно рівна масі одиниці об'єму однорідної речовини. Якщо для неоднорідної речовини відома залежність густини від координат *x, y, z* точок тіла, то $m = \int \rho(x, y, z)\, dV$, де інтегрування ведеться по всьому об'єму тіла. В Міжнародній Системі одиниць (SI) одиницею вимірювання густини є кілограм, поділений на кубічний метр ($[\rho] = 1\dfrac{кг}{м^3}$).

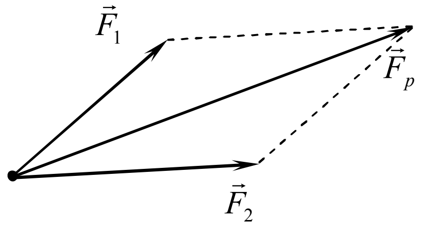
Сила є мірою інтенсивності взаємодії між тілами. **Сила – це фізична величина, що характеризує взаємодію двох тіл, внаслідок якої змінюється стан їхнього руху.**

Дія сили проявляється або у зміні швидкості тіла (виникненні прискорення – **динамічний прояв**) або у зміні розмірів (форми) тіла – **статичний прояв**.

Сила є векторною величиною та характеризується точкою прикладання, напрямом дії та числовим значенням. Пряма, вздовж якої діє сила, називається лінією дії сили.

У випадку, якщо на тіло діє декілька сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$, то результуюча рівнодійна сила знаходиться за правилом векторного додавання:

$$\vec{F}_p = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n .$$



При одночасній дії кількох сил вони проявляються незалежно.

Сила вимірюється в ньютонах ([F] = 1Н).

Імпульс тіла – це векторна фізична величина, що визначається добутком маси на швидкість:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\upsilon}},$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}},$$

m_0 – маса нерухомого тіла, υ – швидкість тіла, c – швидкість світла у вакуумі.

В класичній механіці $\upsilon \ll c$, тому:

$$\vec{p} = m_0\vec{\upsilon} .$$

$$[p] = 1\ \frac{кг \cdot м}{с}.$$

2) *Закони Ньютона.*

Перший закон Ньютона

Існують системи відліку (інерціальні системи відліку), в яких тіло знаходиться у стані спокою або рухається рівномірно і прямолінійно, якщо на нього не діють інші тіла або дія цих тіл скомпенсована (рівнодійна сила дорівнює нулю).

Цей закон стверджує наявність особливих систем відліку - **інерціальних**. Система відліку, що рухається відносно інерціальної рівномірно і прямолінійно, також є інерціальною.

Системи відліку називаються **неінерціальними**, якщо в яких не виконується перший закон Ньютона**.**

Математичне формулювання першого закону Ньютона (закону інерції) має вигляд:

$$\vec{p} = const \ \text{, якщо } \vec{F}_p = 0 .$$

Другий закон Ньютона.

Якщо результуюча сила $\vec{F}_p \neq 0$, то змінюється імпульс тіла:

$$\vec{F}_p = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

$$\vec{F}_p = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Якщо маса $m = const$:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i ,$$

$m\vec{a} = \vec{F}_p$, тобто

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_p}{m}}$$

Прискорення тіла прямо пропорційне діючій силі та обернено пропорційне до маси тіла.

$$[\,\vec{F}\,] = 1 \text{ Н} = 1\,\frac{кг \cdot м}{с^2} .$$

При розв’язуванні задач, в загальному випадку, другий закон Ньютона доцільно подавати у вигляді трьох скалярних рівнянь (у проекціях):

$$\begin{cases} ma_x = \sum_i (F_i)_x \\ ma_y = \sum_i (F_i)_y \\ ma_z = \sum_i (F_i)_z \end{cases} .$$

Можливі інші форми закону Ньютона при розв’язуванні задач:

- При криволінійному русі зручно проектувати сили на дотичну (тангенціаль) та нормаль.

$$F_\tau = ma_\tau \;\Leftrightarrow\; F_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt},$$

$$F_n = ma_n \;\Leftrightarrow\; F_n = m\frac{\upsilon^2}{r} .$$

- Імпульсна форма (при умові, що сила є сталою):

$$\boxed{\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t},$$

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ – зміна імпульсу тіла, $\vec{F}\Delta t$ - імпульс сили.

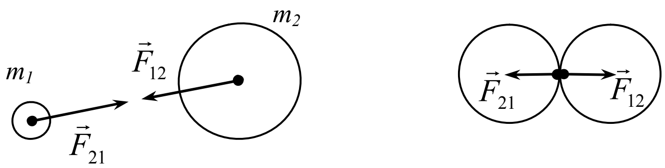
<u>Третій закон Ньютона.</u>

Два тіла взаємодіють між собою із силами, рівними за модулем, протилежними за напрямом та спрямованими вздовж однієї прямої:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Вкажемо, що сили $\vec{F}_{12}$ та $\vec{F}_{21}$ прикладені до різних тіл.

Пр. а) гравітаційне притягання тіл з певною масою; б) взаємодія тіл при ударі.



а) **б)**

3) *Закон збереження імпульсу.*

Імпульсом механічної системи називається сума імпульсів усіх тіл системи:

$$\boxed{\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ...\vec{p}_n = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + ... + m_n\vec{\upsilon}_n}.$$

Варто відзначити, що зміна з часом імпульсу механічної системи дорівнює сумі всіх зовнішніх сил, що діють на цю систему. Система називається ***замкнутою***, якщо сума діючих зовнішніх сил дорівнює нулю.

У цьому випадку:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P} = const$$ **<u>закон збереження імпульсу</u>**.

Імпульс замкнутої системи залишається сталою величиною. Для замкнутої системи імпульс до взаємодії дорівнює імпульсу після взаємодії.

4.1.3 Сили в механіці

Базові питання теми: *Гравітаційна взаємодія. Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння. Вага тіла. Невагомість. Сили пружності. Закон Гука. Зовнішнє тертя. В'язке тертя.*

1) *Гравітаційна взаємодія. Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння.*

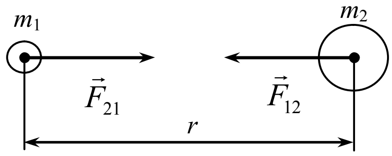
Властивість матеріальних тіл певної маси взаємно притягуватися називається **гравітацією**.

<u>Закон всесвітнього тяжіння</u>

Між двома тілами діє сила взаємного притягання, прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

$$\boxed{F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}},$$

$\gamma = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\frac{H \cdot м^2}{кг^2}$ **- гравітаційна стала**.



Таким чином маса є мірою гравітаційної взаємодії тіл. Ця взаємодія здійснюється через гравітаційне поле, яке проявляється при поміщенні в нього тіла з певною масою.

<u>Сила тяжіння</u> – це сила, з якою Земля притягує тіло в результаті гравітаційної взаємодії.

$$\begin{cases} F_{тяж} = mg_{тяж}, \\ F = \gamma \dfrac{M_з m}{(R_з + h)^2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{g_{тяж} = \gamma \dfrac{M_з}{(R_з + h)^2}}$$ **- прискорення сили тяжіння.**

Прискорення сили тяжіння спрямоване до центра Землі.

Прискорення вільного падіння g залежить від географічної широти; ця залежність пов'язана як з врахуванням відцентрової сили інерції (обумовленої обертанням), так і з тим, що Земля не має повністю кулястої форми.

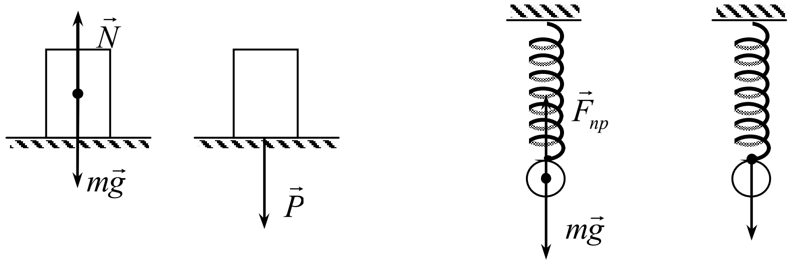
$\vec{g} = \vec{g}_{тяж} + \vec{a}$, $\quad |\vec{g}| = |\vec{g}_{тяж}| - |\vec{a}|$

$a = \omega^2 \cdot r$, r – радіус кола, по якому обертається тіло (наприклад, $a = \omega^2 (R_з + h)$ - на екваторі).

Прискорення вільного падіння змінюється від значення 9,78 м/с^2 на екваторі до значення 9,83 м/с^2 на полюсі. Для нашої місцевості вважається, що g=9,81 м/с^2.

2) *Вага тіла. Невагомість.*

<u>Вага</u> - це сила, з якою тіло внаслідок притягання до Землі діє на опору або підвіс.



$P = |\vec{N}|$ $\qquad\qquad$ $P = |\vec{F}_{пр}|$

Будь-яке тіло, що рухається лише під дією сили тяжіння, перебуває у невагомості.

Якщо тіло рухається з прискоренням, то вага може бути більша або менша за силу тяжіння.

<u>Пр.</u>

Розглянемо ліфт, який рухається вгору з прискоренням a.

$|P| = |N|$

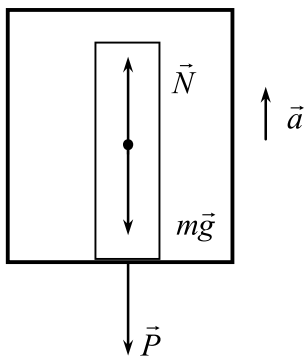
$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$

$ma = N - mg \Rightarrow N = m(a + g)$

$P = m(a + g)$ – *перевантаження*

Якщо ліфт рухається вниз з прискоренням a, то:

$P = N = m(g - a)$ - *часткова невагомість*



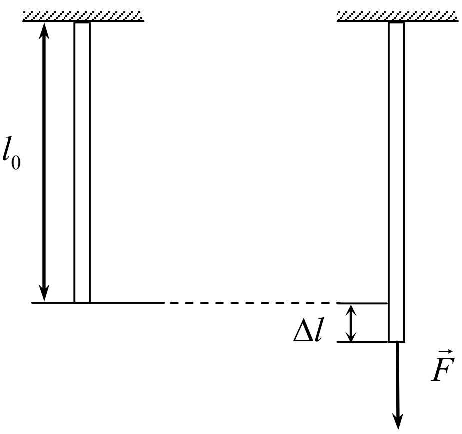
3) *Сили пружності. Закон Гука.*

Під дією зовнішніх сил змінюється розміри та форма тіла, тобто воно **<u>деформується</u>**. Деформація супроводжується виникненням сил спротиву. Величина цієї сили залежить від величини деформації.

Деформація називається **<u>пружною</u>**, якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло набуває попередніх форми і розміру. Деформація, яка зберігається після припинення дії сили, називається **<u>пластичною</u>**.

Розрізняють деформації розтягу, стиску, зсуву, кручення, згину. Довільну деформацію (якщо вона невелика) можна звести до двох – деформації розтягу (стиску) та деформації зсуву.

- <u>Деформація розтягу (стиску).</u> Розглянемо стержень з початковою довжиною l_0, який закріплений одним кінцем, а до другого його кінця нормально до поперечного перерізу прикладена сила $\vec{F}$. Під дією прикладеної сили стержень буде видовжуватися (відзначимо також, що деформація розтягу також супроводжується зміною поперечних розмірів стержня). Для випадку деформації стиску під дією поздовжньої сили стержень скорочуватиметься, однак будуть справедливі такі ж вирази, як і для розтягу.



Зокрема, у випадку деформації розтягу (стиску) <u>**закон Гука**</u> для сили пружності має вигляд:

$$\boxed{\vec{F}_{пр} = -k\Delta l\vec{i}},$$

тут k – коефіцієнт пружності, величина $\Delta l = l - l_0$ називається <u>**абсолютним видовженням**</u>, $\vec{i}$ - одиничний вектор.

Сила, що виникає при пружній деформації, прямо пропорційна величині деформації і напрямлена в бік її зменшення

Введемо позначення:

$$\sigma = \frac{F}{S}, \; \frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$$

де S – площа поперечного перерізу стержня, величина σ називається <u>**механічним напруженням**</u>, ε - <u>**відносне видовження**</u>.

За законом Гука

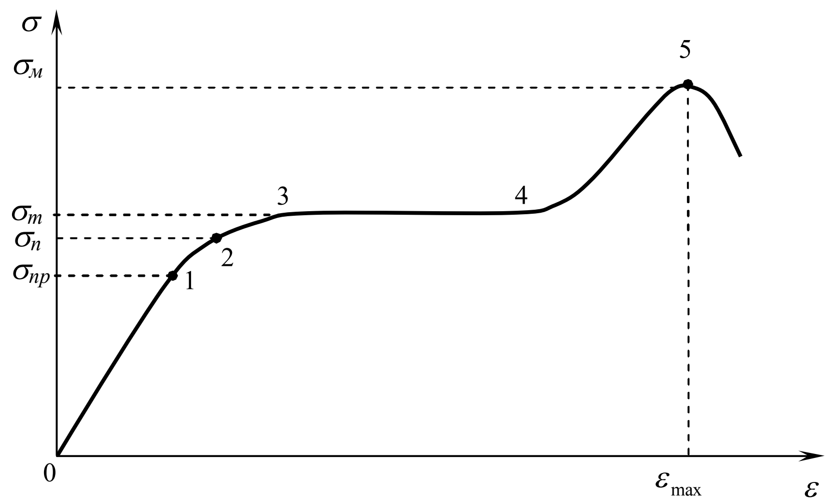
$$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon},$$

де E – модуль Юнга – величина, яка характеризує пружні властивості середовища (знаходиться за таблицями). Із закону Гука видно, що

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}},$$

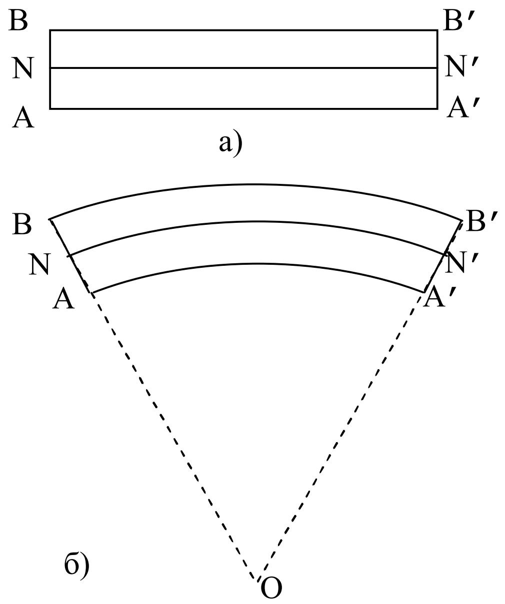
тобто **модуль Юнга – це фізична величина, яка чисельно рівна такому механічному напруженню, при якому відносне видовження дорівнює одиниці**, $[E]$=1 Н/м^2.

За результатами виміряних деформацій, які відповідають певним навантаженням, будується графік залежності між напруженням σ та відносним видовженням ε.

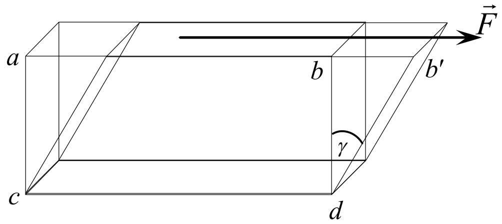


На ділянці 0-1 спостерігається лінійна залежність між механічним напруженням σ та деформацією ε, іншими словами виконується закон Гука. **Межа пропорційності** $\sigma_{пр}$ - це граничне значення механічного напруження, при якому ще виконується закон Гука. На ділянці 1-2 ще зберігається пружний характер деформації, а якщо напруження більше від $\sigma_{п}$, то виникають залишкові деформації, котрі залишаються навіть після зняття навантаження. Ділянці 3-4 відповідає особливе значення механічного напруження $\sigma_{т}$ – **межа текучості**, при якому деформація зразка зростає без збільшення навантаження. Нарешті, **межею міцності** $\sigma_{м}$ називається максимальне напруження, яке може виникнути в тілі. Якщо під дією зовнішньої сили деформація стає ще більшою, тіло розривається.

- Деформація згину. Розглянемо деформацію згину на прикладі однорідної прямокутної балки, поперечний переріз якої є однаковим по всій її довжині. Уявно виділимо в балці нескінченно малий елемент AA′B′B (рис. а)), вісь NN′ якого і грані AA′ та BB′ є паралельними до осі балки. Оскільки ми вибрали елемент нескінченно малим, то можна вважати, що в результаті згину прямі AA′, BB′, NN′ та всі прямі, паралельні до них, перейдуть в кола з центрами, що лежать на осі O, перпендикулярній до площини рисунка (рис. б)). Вісь O називається віссю згину. В результаті згину довжина відрізка NN′ не змінюється, довжина всіх відрізків, що лежать вище від NN′ (наприклад, BB′) – збільшується, довжина всіх відрізків, що лежать нижче від NN′ (наприклад, AA′) – зменшується. Таким чином, елемент BB′N′N зазнає розтягу, елемент AA′N′N – стиску.



- Деформацією зсуву називається така деформація, при якій всі плоскі шари, паралельні до площини, вздовж якої діє прикладена до тіла сила, зсунуті один відносно одного. Зсув ілюструє: прямокутний паралелепіпед, нижня грань якого закріплена, а до верхньої прикладена сила $\vec{F}$ (яка лежить у площині цієї грані) перетворюється у косокутний.



Переміщення bb' називають абсолютним зсувом грані ab відносно грані cd. Кут γ називають кутом зсуву, а $tg\gamma$ - відносним зсувом. Для малого зсуву $tg\gamma \approx \gamma$ (γ вимірюється в радіанах). При зсуві всередині тіла виникають пружні сили $\vec{F}_{пр}$, які протидіють зміні форми тіла, причому

$$\vec{F}_{пр} = -\vec{F}.$$

Величина

$$\tau = \frac{F}{S},$$

де S – площа шару, що зсувається, називається тангенціальним (дотичним) напруженням.

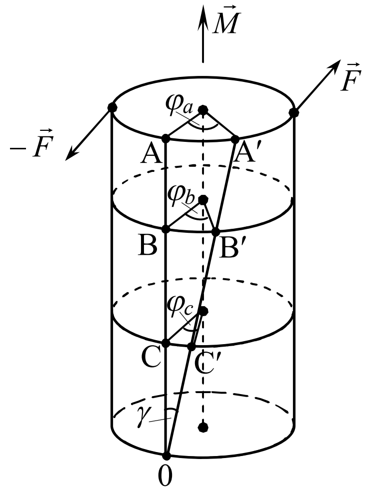
У межах пружних деформацій відносний зсув γ ізотропного матеріалу пов'язаний із напруженням τ законом Гука (для зсуву):

$$\boxed{\tau = G\gamma},$$

де G – модуль зсуву для даного матеріалу.

- Кручення – це деформація, яка виникає в стержні, якщо закріпити один його кінець і закручувати інший (нижній кінець стержня закріплено).

При деформації кручення перерізи стержня, що лежать вище нижнього (закріпленого) перерізу, повертаються довкола осі стержня, причому чим вище лежить переріз, тим більший його кут повороту ($\varphi_a > \varphi_b > \varphi_c \dots$); твірні циліндричної поверхні при цьому зсуваються на кут γ. Іншими словами, деформацію кручення можна представити як суму деформації зсуву. Отже, при закручуванні стержень зазнає деформації зсуву.



Нехай верхній (незакріплений) переріз стержня повернувся на кут φ під дією обертального моменту зовнішніх сил $\vec{M}$ (докладніше щодо цього див. далі). Тоді, як встановлено на досліді, в межах пружних деформацій маємо:

$\boxed{M = k\varphi}$ – **закон Гука для деформації кручення,**

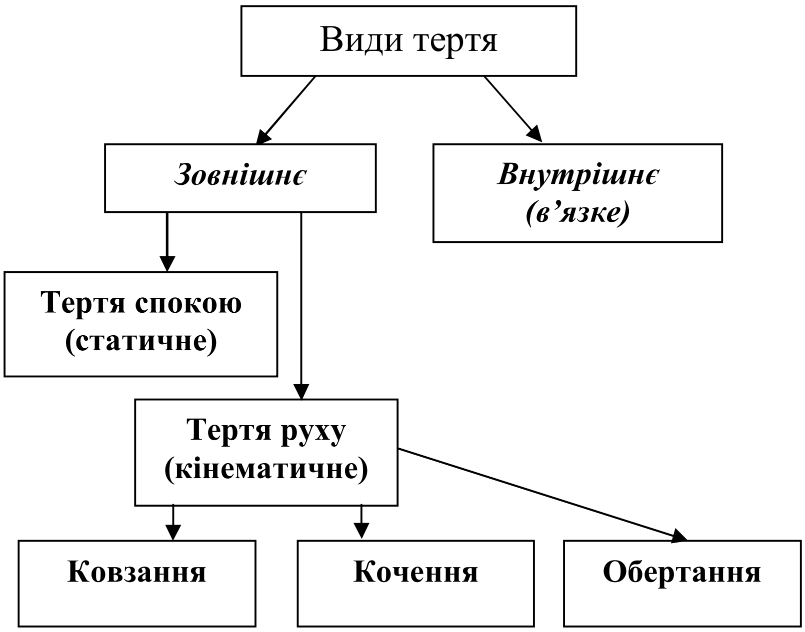
де k – модуль кручення стержня – величина, що залежить від розмірів і пружних властивостей стержня. Модуль кручення стержня чисельно дорівнює моменту сил пружності, що виникає при закручуванні стержня на одиничний кут. Оскільки кручення зводиться до деформації зсуву, то між модулем кручення стержня k і його модулем зсуву G існує зв'язок:

$$k = \frac{\pi r^4 G}{2l},$$

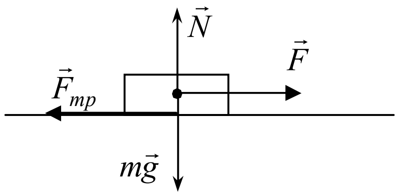
де r – радіус стержня, l – його довжина.

4) *Зовнішнє тертя.*

Сили тертя - це сили, що виникають у процесі руху одних тіл (або їхніх частин) по поверхні інших. Ці сили напрямлені по дотичній до тертьових поверхонь тіл і перешкоджають їх відносному переміщенню.



Тертя спокою проявляється у всіх випадках, коли намагаються викликати відносний рух тіл, які дотикаються.



$\boxed{F_0 = k\ F_{н.т.}}$ **закон Амонтона для тертя спокою**

тут k - коефіцієнт тертя спокою (залежить від властивостей тертьових поверхонь), $F_{н.т.}$ - сила нормального тиску ($\left|\vec{F}_{н.т.}\right| = \left|\vec{N}\right|$).

Якщо $F \rangle F_0$ сила тертя спокою переходить у силу тертя ковзання:

$\boxed{F_{тр} = \mu F_{н.т.}}$,

де μ - динамічний коефіцієнт тертя.

Сили тертя ковзання діють вздовж поверхні дотику двох тіл у відповідності із третім законом Ньютона. Сила тертя ковзання, яка діє на тіло, має напрям, протилежний до швидкості цього тіла відносно другого тіла. Коефіцієнт тертя μ залежить від матеріалу тіл, стану їх поверхні і від швидкості.

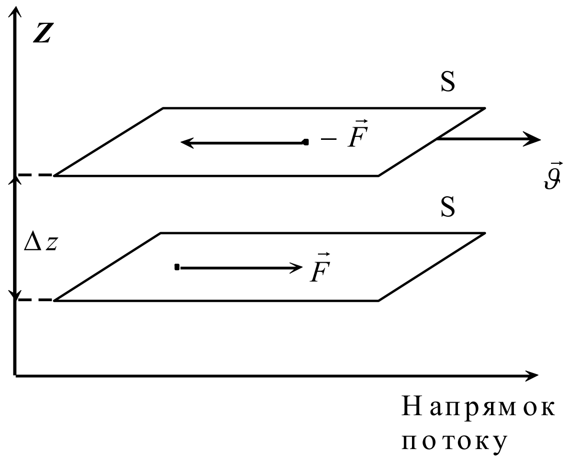
Сила тертя кочення (колеса, циліндра, кулі) визначається виразом:

$$F_к = \mu_к \frac{F_{н.т.}}{R},$$

де $\mu_к$ – коефіцієнт тертя кочення, R – радіус тіла; $\mu_к$ вимірюється в метрах. Коефіцієнт тертя кочення не залежить від радіуса тіла кочення і від швидкості кочення, однак залежить від матеріалів тіл та стану їх поверхні.

5) *Внутрішнє тертя.*

Уявно потік рідини (газу) можна поділити на нескінченну кількість шарів. При відносному переміщенні на кожен з шарів діють сили тертя. У реальних рідинах (газах) діють сили, які дотичні до площини контакту шарів. Ці сили називають силами в'язкого тертя (внутрішнього тертя) або **силами в'язкості**. **В'язкістю** називають властивість рідини або газу чинити опір при відносному переміщенні їхніх шарів.



У потоках реальних рідин поблизу змочуваних твердих тіл різні шари мають неоднакову швидкість. Швидкість шару, який безпосередньо торкається твердого тіла, дорівнює нулю; в міру віддалення від поверхні твердого тіла швидкість шарів збільшується.

Виділимо в потоці два паралельних шари рідини з рівними площами S і відстанню між ними Δz. На досліді встановлено, що на кожен шар діє дотична сила, причому на шар рідини, який рухається з меншою швидкістю, діє сила $\vec{F}$ у напрямку потоку, а на шар рідини, що рухається з більшою швидкістю - сила $-\vec{F}$. Величина цієї сили (сили в'язкості) визначається **законом Ньютона для в'язкого тертя:**

$$\boxed{F = \eta S \left|\frac{\Delta \upsilon}{\Delta z}\right|},$$

де η - коефіцієнт динамічної в'язкості або коефіцієнт внутрішнього тертя; S - площа поверхні шару рідини (газу); $\left|\frac{\Delta \upsilon}{\Delta z}\right|$ - величина, що характеризує, зміну швидкості течії на одиницю довжини у напрямі, перпендикулярному до напрямку руху рідини (аналог градієнту швидкості).

На основі закону Ньютона для в'язкого тертя:

$$\eta = \frac{F}{\left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta z}\right| S}.$$

<u>Коефіцієнт в'язкості</u> чисельно дорівнює силі тертя, що діє на одиницю поверхні шару газу (рідини), якщо зміна швидкості в перпендикулярному до руху напрямку рівна 1м/с на 1 м. В системі СІ одиницею вимірювання в'язкості є

$$[\eta] = 1\frac{Н \cdot с}{м^2} = 1Па \cdot с$$

(також для вимірювання в'язкості використовують допоміжну одиницю 1 пуаз=10^{-1} Па·с, на честь французького фізика Пуазейля).

В'язкість рідини сильно залежить від температури і зменшується з її підвищенням.

При вивченні руху рідин або газів спостерігається два види їхнього руху. Якщо шари рідини ковзають один відносно одного не змішуючись, то течія називається **<u>ламінарною</u>** (ламінарна течія є стаціонарною). При збільшенні швидкості потоку може початися перемішування шарів і відбутися перехід до **<u>турбулентної</u>** течії. В турбулентній течії швидкості частинок в даній точці простору не мають певного значення, можна говорити лише про середні значення швидкості. Внаслідок перемішування шарів рідини середня швидкість майже незмінна вздовж перерізу труби; градієнт швидкості дуже малий, за виключенням шару, що прилягає до труби. Характерною ознакою турбулентного руху є *вихори* – ділянки, на яких частинки рідини рухаються по замкнених траєкторіях. Утворення вихорів є проявом в'язкості на границях розділення рідини і твердого тіла.

Рейнольдс встановив, що характер течії в трубі – ламінарний чи турбулентний, залежить від значення безрозмірної величини – числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{\rho\upsilon D}{\eta}$, де ρ - густина рідини, υ- середня (у перерізі труби) швидкість потоку, D – діаметр труби, η - в'язкість рідини.

При малих значеннях Re протікання рідини є ламінарним, а при великих – турбулентним. Значення числа Рейнольдса, при якому відбувається перехід від ламінарної течії до турбулентної, називається критичним ($\mathrm{Re}_{кр.}$). На досліді встановлено, що для руху води по круглій трубі $\mathrm{Re}_{кр} = \frac{\rho\upsilon_{кр}D}{\eta} = 2300$; тут $\upsilon_{кр}$ – критична швидкість – швидкість, при якій відбувається перехід від ламінарної течії до турбулентної.

Розглянемо рух симетричного тіла у реальній рідині. Внаслідок в'язкості рідина не може вільно ковзати по поверхні тіла; тому досить тонкий шар рідини покриває поверхню тіла і рухається разом з ним. Виникає сила тертя в'язкості між шарами рідини, а не між твердим тілом і рідиною (ця сила не залежить від матеріалу, з якого зроблене тіло, а визначається лише формою тіла і властивостями рідини).

У випадку невеликих швидкостей рівномірного руху тіла сферичної форми (кульки) в досліджуваній рідині (коли потік ламінарний) за законом Стокса сила в'язкості рідини F пропорційна коефіцієнту в'язкості η, радіусу кульки r і швидкості її руху υ:

$$\boxed{F = 6\pi\eta r\upsilon}.$$

<u>Приклад.</u>

Розглянемо падіння кульки в нерухомій рідині. На кульку діють три сили: сила тяжіння $\vec{P}$, виштовхувальна (архімедова) сила $\vec{F}_A$ та сила в'язкості (внутрішнього тертя) $\vec{F}$, спрямована проти руху кульки. Спочатку тіло рухається рівноприскорено, однак зі збільшенням швидкості сила в'язкості збільшується, тому настає рівновага сил:

$$P = F + F_A.$$

Виштовхувальна сила визначається виразом:

$$F_A = m_p g = V\rho_p g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g\ ,$$

де m_p - маса рідини в об'ємі кульки; ρ_p - густина рідини; V - об'єм кульки; g - прискорення вільного падіння.

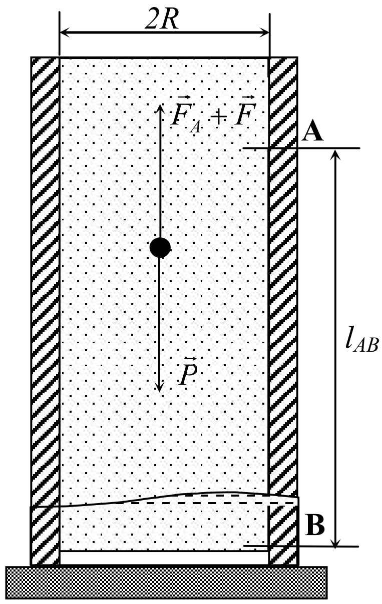
Вага кульки визначається виразом:

$$P = m_к g = V\rho_к g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_к g\ ,$$

де $\rho_к$ - густина кульки. У підсумку отримуємо:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_к g = 6\pi r\eta\upsilon + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g\ .$$

Формула Стокса та умова рівноваги справджуються для випадку, коли кулька рухається рівномірно, без обертання, при відсутності турбулентності, в однорідній рідині, що має необмежену протяжність у всіх напрямках.



4.1.4 Енергія та робота. Закон збереження енергії в механіці

Базові питання теми: *Енергія. Робота. Потужність. Кінетична енергія поступального руху тіла. Консервативні та дисипативні сили. Потенціальна енергія тіла. Закон збереження і перетворення механічної енергії. Дисипація енергії.*

1) *Енергія. Робота. Потужність.*

Енергія є загальною мірою руху та взаємодії тіл і характеризує здатність тіла виконувати роботу.

Поряд з енергією в механіці розглядають фізичну величину, яка відіграє основну роль при передаванні механічного руху від одного тіла до іншого – роботу.

Робота є мірою дії сили при переміщенні тіла в просторі та визначається скалярним добутком вектора сили на вектор переміщення:

$$\boxed{A = \vec{F}\cdot\vec{s}};$$

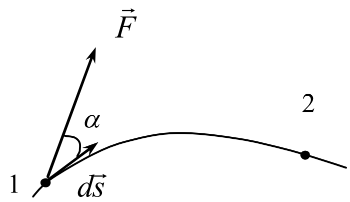
$$\boxed{A = Fs\cos\alpha},$$

де α - кут між напрямком сили та переміщення.

В загальному випадку

$$\delta A = \vec{F}d\vec{s}\ ,$$

$$\boxed{A = \int_1^2 \vec{F}d\vec{s} = \int_1^2 F\cos\alpha\, ds = \int_1^2 F_s ds}.$$



Робота – алгебраїчна величина, яка визначається знаком $\cos\alpha$. Вона додатна, якщо кут α гострий, і від'ємна, якщо кут α тупий.

Робота залежить від числової величини, напрямку сили. Якщо сила перпендикулярна до переміщення, то вона не виконує роботу.

Роботу здійснює лише складова сили, напрямлена по дотичній до траєкторії.

В системі СІ одиницею вимірювання енергії та роботи є 1 джоуль.

$$[W] = [A] = 1\ Дж = 1Н\cdot 1м\ .$$

Додаткові одиниці: $1\ ерг = 1\cdot 10^{-7}\ Дж$;

$$1\ ккал = 4{,}19\cdot 10^3\ Дж\ .$$

Фізична величина, що дорівнює роботі за одиницю часу називається потужністю.

$$\boxed{N=\frac{A}{t}}.$$

$$[N]=1\,Вт=1\frac{Дж}{с}.$$

Іноді використовують несистемну одиницю потужності – **кінську силу** (к.с.): 1 к.с.≈735 Вт.

Миттєва потужність: $N=\frac{dA}{dt}$,

$$\boxed{N=\frac{dA}{dt}=\frac{\vec{F}d\vec{s}}{dt}=\vec{F}\vec{\upsilon}}.$$

З цієї формули видно, що потужність можна підвищити як за рахунок прикладеної до тіла сили, так і за рахунок збільшення швидкості руху.

2) *Кінетична енергія поступального руху тіла.*

Знайдемо роботу, яку виконує сила при переміщенні точки масою m з положення 1 в положення 2.

$$A_{12}=\int_1^2\vec{F}d\vec{s}=\int_1^2 m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}d\vec{s}=\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2}m\vec{\upsilon}d\vec{\upsilon}=m\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2}\vec{\upsilon}d\vec{\upsilon}=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

$$\boxed{A_{12}=W_{к2}-W_{к1}},$$

де $\boxed{W_к=\frac{m\upsilon^2}{2}}$ - **кінетична енергія тіла.**

Зміна кінетичної енергії при деякому переміщенні тіла дорівнює роботі результуючої сили.

Кінетична енергія залежить від вибору системи відліку. Якщо робота $A_{12}>0$, то кінетична енергія зростає.

У випадку механічної системи:

$$\boxed{W_к=\sum_i(W_к)_i=\sum_i\frac{m_i\upsilon_i^2}{2}}.$$

Якщо під A_{12} розуміти сумарну роботу як внутрішніх, так і зовнішніх сил, то:

$$\boxed{W_{к2}-W_{к1}=\sum_i\left(A_i^{(in)}+A_i^{(ex)}\right)},$$

$A_i^{(in)}$ - ***робота внутрішніх сил***, $A_i^{(ex)}$ - ***робота зовнішніх сил***.

Теорема про зміну кінетичної енергії

Робота всіх сил, що діють на систему матеріальних точок, дорівнює зміні кінетичної енергії цієї системи.

3) *Консервативні та дисипативні сили. Потенціальна енергія тіла.*

Сили, які діють на тіла, можна поділити на консервативні (*потенціальні*) та неконсервативні (*дисипативні*).

Консервативні (потенціальні) – це сили, при дії яких робота не залежить від форми траєкторії, а визначається лише початковою і кінцевою точками переміщення (пр.: сили тяжіння, пружності, електростатичні сили).

Для неконсервативних сил робота залежить від форми траєкторії руху (пр.: сили тертя, опору).

Для системи, в якій діють лише консервативні сили, можна ввести поняття потенціальної енергії.

Потенціальною енергією називають фізичну величину, яка визначається роботою, яку виконують консервативні сили, переводячи систему взаємодіючих тіл зі стану з одним взаємним розташуванням у стан з іншим розташуванням.

Таким чином, **потенціальна енергія – це енергія взаємодіючих тіл, що не залежить від їхнього руху, а визначається їх взаємним розташуванням.**

- *Значення потенціальної енергії залежить від того, яке положення умовно взяте за початок відліку.*
- *При зміні початку відліку потенціальна енергія змінюється на сталу величину.*

Розглянемо перехід системи зі стану 1 з потенціальною енергією $W_{n1} + C$ в стан 2 з потенціальною енергією $W_{n2} + C$ (*C*- довільна стала), тоді:

$\boxed{A_{12} = W_{n1} - W_{n2}}$ **робота дорівнює зменшенню потенціальної енергії.**

$\boxed{A_{12} = -(W_{n2} - W_{n1}) = -\Delta W_n}$ **робота дорівнює зміні потенціальної енергії, взятій з протилежним знаком.**

- **<u>Потенціальна енергія тіла масою *m*, піднятого над Землею на висоту *h*</u>**:

$$\boxed{W_n = mgh}$$

(за нульовий рівень взято поверхню Землі).

Відзначимо, разом з тим, що загальний вираз для потенціальної енергії, *отриманий* ***<u>із врахуванням зміни сили тяжіння із висотою</u>***, задається формулою:

$$\boxed{W_n = -\gamma \frac{mM}{r}},$$

де $r=h+R_З$ (якщо в останній формулі вважати, що $h<<R_З$ і прийняти, що на поверхні Землі потенціальна енергія дорівнює нулю, то отримується попередня формула).

- **<u>Потенціальна енергія деформованої пружини.</u>**

При переході зі стану з деформацією x_1 у стан x_2 сили пружності виконують роботу:

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F_{np} dx = \int_{x_1}^{x_2} -kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2},$$

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2},$$

тобто **<u>потенціальна енергія пружини, розтягнутої на величину *x*</u>**,

$$\boxed{W_n = \frac{kx^2}{2}},$$

k - коефіцієнт пружності (жорсткості), x - зміщення (розтяг чи стиск).

$$\boxed{\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_n}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W_n}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W_n}{\partial z} \vec{k} \right) = -\overrightarrow{grad} W_n.}$$

Сила дорівнює градієнту потенціальної енергії, взятому зі знаком мінус (*градієнт – це вектор, координати якого беруться як частинні похідні*). **Сила спрямована у бік найкрутішого спаду потенціальної енергії**.

4) *Закон збереження і перетворення механічної енергії. Дисипація енергії.*

На прикладі вільного падіння тіла масою *m* поблизу Землі можемо записати, що робота сили тяжіння A_{12} виражається через зміну потенціальної та кінетичної енергії.

$$\begin{cases} A_{12} = W_{\kappa 2} - W_{\kappa 1}, \\ A_{12} = W_{n1} - W_{n2}. \end{cases}$$

$$W_{\kappa 2} - W_{\kappa 1} = W_{n1} - W_{n2},$$

$$\boxed{W_{\kappa 1} + W_{n1} = W_{\kappa 2} + W_{n2} = W = const},$$

W - **<u>повна механічна енергія системи</u>** (*сума кінетичної і потенціальної енергій системи*).

$\boxed{W = \sum_i \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} + \sum_{ij} (W_n)_{ij} = const}$. **<u>закон збереження механічної енергії</u>**

Для замкнутих механічних систем при відсутності неконсервативних (дисипативних) сил повна механічна енергія залишиться незмінною. Можуть відбуватися тільки перетворення потенціальної енергії в кінетичну і навпаки.

Розглянемо систему матеріальних точок з масами m_i . На будь-яку матеріальну точку будуть діяти такі сили:

$\vec{F}_i^{(k)}$ - консервативні;

$\vec{F}_i^{(nk)}$ - неконсервативні;

$\vec{F}_i^{(ex)}$ - зовнішні.

Запишемо II закон динаміки для *i*-тої матеріальної точки та домножимо праву і ліву частини скалярно на $d\vec{s}$, отримуємо:

$$\boxed{dW = \delta A^{(nk)} + \delta A^{(ex)}.}$$

Зміна повної механічної енергії дорівнює сумі роботи, яку виконують неконсервативні сили, та роботи зовнішніх сил.

Якщо система замкнута, то $\delta A^{(ex)} = 0$ (оскільки $\sum_i \vec{F}_i^{(ex)} = 0$). Тоді

$$\boxed{dW = \delta A^{(nk)}.}$$

Оскільки робота неконсервативних сил завжди менша нуля, то механічна енергія системи зменшується. *Цей процес називається* ***дисипацією енергії***.

Робота неконсервативних сил пов'язана з перетворенням механічного руху в інші форми руху матерії. Якщо $\delta A^{(nk)} = 0$, то $dW = 0$, тобто виконується закон збереження і перетворення механічної енергії.

На основі закону збереження енергії можна встановити загальні умови рівноваги тіл.

Тіло буде знаходитися в спокої (рівновазі) при умові мінімуму потенціальної енергії:

$$\boxed{\frac{dW_n}{dx} = 0}.$$

Мінімум функції потенціальної енергії задає точки рівноваги.

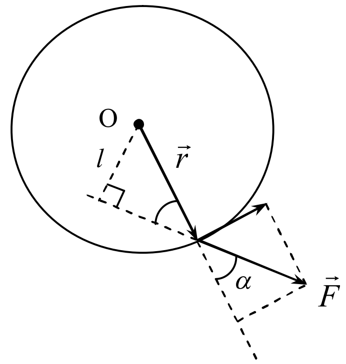
4.1.5 Динаміка обертального руху тіл.

Базові питання теми: *Момент сили. Момент інерції тіла. Теорема Штейнера. Основний закон динаміки обертального руху твердого тіла. Кінетична енергія твердого тіла при обертальному русі. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.*

1) *Момент сили.*

Момент сили залежить від величини, напрямку дії сили та відстані від точки прикладання сили до осі обертання.

- *Момент сили при обертальному русі відіграє таку ж роль, що і сила при поступальному русі.*
- *Розрізняють момент сили відносно точки і момент сили відносно осі.*



<u>Моментом сили</u> відносно точки О буде векторна величина $\vec{M}$, яка дорівнює векторному добутку радіуса-вектора $\vec{r}$, проведеного із точки О в точку прикладання сили, і вектора сили $\vec{F}$:

$$\boxed{\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]}.$$

Модуль моменту сили:

$$\boxed{\left|\vec{M}\right| = Fr\sin\alpha = Fl},$$

де $l = r\sin\alpha$ - **<u>плече сили</u>** (довжина перпендикуляра, опущеного від осі обертання на напрям дії сили), α - кут між радіус-вектором та напрямом дії сили.

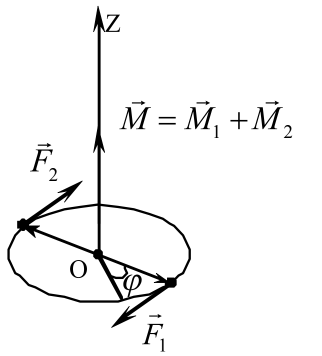
Одиницею вимірювання моменту сили є 1 Н·м.

<u>Момент сили відносно нерухомої осі</u> OZ є проекцією моменту сили $\vec{M}$ відносно точки O на вісь OZ:

$$M_Z = Fr\sin\alpha .$$

$$\vec{M} = M_Z \cdot \vec{k} ,$$

де $\vec{k}$ - одиничний вектор, який задає напрям осі OZ.



Якщо на тіло діє **<u>пара сил</u>** (дві однакові, паралельні та спрямовані у протилежні боки сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, які діють не вздовж однієї прямої), то моменти цих сил

$$\vec{M}_1 = \left[\vec{r}_1\vec{F}_1\right], \quad \vec{M}_2 = \left[\vec{r}_2\vec{F}_2\right],$$

де $\vec{r}_1$ і $\vec{r}_2$ – відповідні радіуси-вектори.

Результуючий момент пари сил $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$.

Проекція результуючого моменту на вісь обертання є

$$\boxed{M = rF_1 + rF_2 = lF},$$

де $F_1 = F_2 = F$, r – радіус тіла, $l = 2r$ – *<u>плече пари сил</u>*.

<u>Статика</u> – розділ механіки, в якому вивчають рівновагу тіл та механічних систем під дією сил.

Загальна ***<u>умова рівноваги тіла</u>:*** Для того, щоб тіло, до якого прикладені сили, перебувало у рівновазі, необхідно і достатньо, щоб:

- дорівнювала нулю векторна сума всіх діючих сил

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0},$$

- дорівнювала нулю алгебраїчна сума моментів всіх сил відносно довільної осі, яка проходить через тіло (або за тілом)

$$\boxed{M_1 + M_2 + \ldots + M_N = \sum_{i=1}^{N} M_i = 0}.$$

При цьому алгебраїчні величини моментів сил M_i **<u>додатні</u>**, якщо відповідні сили викликають обертання **<u>проти годинникової стрілки</u>**, і ***<u>від'ємні</u>***, якщо сили зумовлюють обертання ***<u>за годинниковою стрілкою</u>***.

2) *Момент інерції тіла. Теорема Штейнера.*

<u>Момент інерції</u> є мірою інертності твердого тіла при обертальному русі (*тобто відіграє при обертальному русі таку саму роль, що й маса при поступальному*).

Момент інерції тіла довільної геометричної форми відносно осі можна обчислити за формулою:

$$\boxed{I = \sum_i \Delta m_i r_i^2,}$$

тобто момент інерції твердого тіла рівний сумі добутків елементарних мас (матеріальних точок) на квадрат їх відстаней до осі обертання.

Сума зводиться до інтегралу:

$$\boxed{I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho \, dV},$$

де ρ - густина тіла, dV – елемент об'єму тіла, r – відстань від елемента dV до осі обертання, інтеграл береться по всьому об'єму тіла.

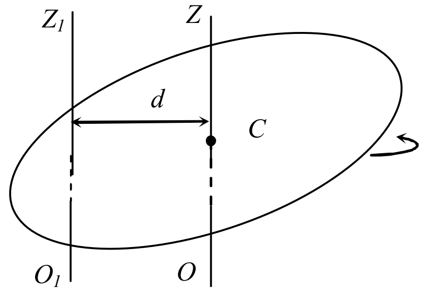
Одиницею вимірювання моменту інерції є 1кг·м^2.

Величина моменту інерції залежить від маси тіла, його розмірів, форми та від вибору положення осі обертання.

Інтегральна формула дозволяє легко розрахувати момент інерції симетричних тіл. Момент інерції – величина адитивна, тобто для системи, що складається із кількох тіл, повний момент інерції рівний сумі моментів інерції цих тіл.

Якщо вісь обертання не проходить через центр мас, то момент інерції I відносно цієї осі визначається за **<u>теоремою Штейнера</u>:**

$$\boxed{I = I_0 + md^2},$$



де

I – момент інерції відносно осі, яка не проходить через центр мас (O_1Z_1),

I_0 – момент інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас (OZ),

d – віддаль між цими осями,

m – маса тіла.

3) *Основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.*

Зв'язок між моментом сили, кутовим прискоренням та моментом інерції дає **<u>основний закон динаміки обертального руху</u>**:

$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_p}{I}},$$

кутове прискорення тіла, що обертається, прямо пропорційне результуючому моменту сил $\vec{M}_p$ та обернено пропорційне моменту інерції.

Після проектування на вісь обертання та запису у більш звичній формі маємо

$$M_p = I\varepsilon ,$$

де M_p – проекція результуючого моменту (алгебраїчної суми моментів) на вісь обертання – момент сили відносно осі обертання.

4) Кінетична енергія твердого тіла при обертальному русі.

Робота, яку виконує зовнішня сили при обертанні тіла.

$$\delta A = \vec{F}d\vec{l} = F_\tau dl .$$

Довжина дуги пов'язана з кутом повороту виразом $dl = rd\varphi$. Отже

$$\delta A = F_\tau r d\varphi = Fr\, sin\,\alpha\, d\varphi .$$

$$\delta A = Md\varphi .$$

Тоді повна робота при повороті тіла на певний кут:

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi .$$

Застосуємо тепер основний закон динаміки обертального руху:

$$M = I\varepsilon = I\frac{d\omega}{dt},$$

оскільки $d\varphi = \omega\, dt$, то(при умові, що $I = const$) маємо:

$$A_{12} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega\, d\omega = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} .$$

Таким чином **кінетична енергія твердого тіла при обертанні навколо нерухомої осі**:

$$\boxed{W_k = \frac{I\omega^2}{2}},$$

де I – момент інерції тіла, ω - кутова швидкість тіла.

5) Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.

При розгляді поступального руху другий закон Ньютона записувався в узагальненій імпульсній формі $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$.

Аналогом імпульсу $\vec{p}$ в обертовому русі є момент імпульсу $\vec{L}$.

Момент імпульсу матеріальної точки відносно точки визначається векторним добутком**:**

$$\boxed{\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]};$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що визначає положення матеріальної точки відносно точки. Вектор $\vec{L}$ перпендикулярний до площини, в якій лежать вектори $\vec{r}$ і $m\vec{\upsilon}$.

Модуль вектора $\vec{L}$

$$\boxed{L = |\vec{L}| = m\upsilon r \sin\alpha},$$

де α – кут між векторами $\vec{l}$ і $m\vec{\upsilon}$.

Момент імпульсу тіла відносно точки дорівнює векторній сума моментів імпульсів всіх елементарних областей (матеріальних точок):

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i .$$

Моментом імпульсу тіла відносно нерухомої осі називається скалярна величина L_Z, яка є проекцією на цю вісь вектора моменту імпульсу відносно будь-якої точки на осі Z. Якщо тіло є однорідним та має осьову симетрію, то:

$$\boxed{\vec{L} = I\vec{\omega}},$$

де $\vec{\omega}$ - вектор кутової швидкості тіла.

У більш загальній (імпульсній) формі **основний закон динаміки обертального руху** твердого набуває вигляду

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}},$$

де момент імпульсу тіла $\vec{L}$ та момент сили $\vec{M}$ розглядаються відносно тієї ж точки. Якщо момент інерції тіла незмінний, то приходимо до виразу $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$.

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі за умови відсутності дії зовнішніх сил або рівності нулю результуючого моменту, то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = 0,$$

тобто $\boxed{I\vec{\omega} = const}$ - **закон збереження моменту імпульсу тіла.**

Закон збереження моменту імпульсу для системи тіл

Для замкнутої системи тіл (або якщо система незамкнута, однак прикладені сили не викликають відносно вибраної осі моменту сили) результуючий момент імпульсу системи відносно цієї осі є сталим:

$$\boxed{L_Z = (L_1)_Z + (L_2)_Z + \cdots = const},$$

де $(L_i)_Z$ – моменти імпульсів окремих частин системи відносно вказаної осі обертання.

$$\boxed{\sum_i I_{iZ}\omega_{iZ} = const}$$

Якщо момент інерції тіла при обертанні буде змінюватися (наприклад, одні частини тіла можуть переміщатися відносно інших), то також буде відбуватися зміна кутової швидкості (*зміна швидкості обертання фігуристами, стрибунами у воду при зміні моменту інерції тіла, лава Жуковського тощо*).

4.1.6 Механічні коливання та хвилі

Базові питання теми: *Гармонічні коливання, їх основні характеристики. Пружинний маятник. Швидкість та прискорення при коливальному русі. Енергія гармонічних коливань. Математичний маятник. Фізичний маятник. Згасаючі коливання. Вимушені коливання. Механічні хвилі, їх види та основні характеристики. Рівняння біжучої механічної хвилі. Приклади хвильових явищ. Звук, його основні характеристики.*

1) *Гармонічні коливання, їх основні характеристики.*

Коливання – це процес, якому властивий той чи інший ступінь повторюваності.

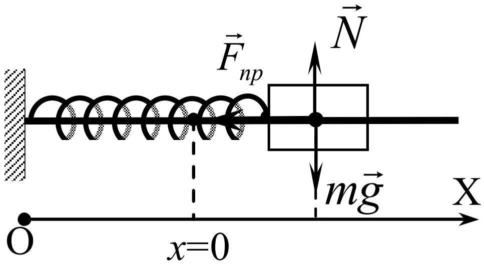
Коливання поділяються на:

- - вільні (власні);
- - згасаючі;
- - вимушені;
- - автоколивання.

Для прикладу, розглянемо рух тіла на пружині під дією сили пружності (тертям нехтуємо).

Запишемо другий закон Ньютона для руху тіла:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{пр} + \vec{N} + m\vec{g}$$



Рух тіла вздовж осі ОХ відбувається під дією пружної сили $F_{пр} = -kx$, де k – коефіцієнт пружності. Спроектуємо рівняння на вісь ОХ:

$$ma_x = F_x;$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Введемо позначення $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ (таке позначення другої похідної часто використовується в теорії коливань).

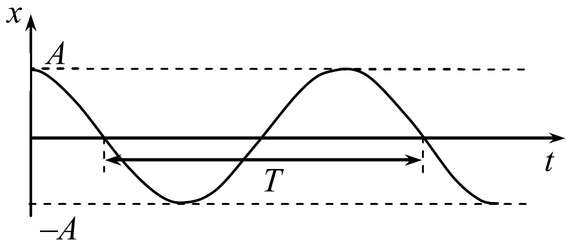
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0;$$

$$\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = 0}$$ - **рівняння гармонічних коливань.**

Записане вище рівняння є однорідним диференціальним рівнянням другого порядку з постійними коефіцієнтами; введене позначення: $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - **циклічна частота коливань**.

Розв'язком такого рівняння є гармонічна функція виду:

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$$ - **закон гармонічних коливань.**



Графік гармонічного коливання

Параметри A та φ_0 визначають з початкових умов:

$$\begin{cases} x_0 = x(0) \\ \upsilon_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} \end{cases}$$

Гармонічне коливання може також здійснюватися під дією пружної сили, яка за своїм походженням є непружною, однак математично записується таксамо: $F = -kx$. Для прикладу, **квазіпружною** є складова сили тяжіння у випадку математичного маятника при його незначних відхиленнях від положення рівноваги.

- **Величина максимального відхилення точки від положення рівноваги при коливанні називається амплітудою.**
- **Період** T **- це час одного повного коливання, тобто час між моментом проходження тілом будь-якої однієї і тієї ж точки в одному і тому ж напрямку.** Період вимірюється в секундах ($\left[T\right]=1\,c$).
- **Фізична величина, яка характеризує кількість коливань за одиницю часу, називається частотою.**

$$\boxed{\nu=\frac{1}{T}}$$

Одиницею вимірювання частоти є 1 герц (Гц), що відповідає 1 коливанню за 1 секунду.

- $(\omega t+\varphi_0)$ **- фаза коливань; фаза – це величина, що показує, яка частина періоду пройшла від початку коливання.** Фаза коливання дозволяє знайти зміщення в довільний момент часу *t*. Початкова фаза – це фаза в момент часу $t=0$.

Оскільки

$A\cos(\omega T+\varphi_0)=A\cos(0+\varphi_0+2\pi)$

$\omega T=2\pi$, то $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$.

$\boxed{\omega=2\pi\nu}$ **зв'язок циклічної та лінійної частоти.**

Для пружинного маятника $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$, отже:

$\boxed{T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ - **період коливання пружинного маятника**.

2) *Швидкість та прискорення при коливальному русі. Енергія гармонічних коливань.*

Скористаємося означеннями швидкості та прискорення:

$$\upsilon=\frac{dx}{dt}=-A\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)=A\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}),$$

$$a=\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\varphi_0)=A\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\pi).$$

Швидкість і прискорення гармонічно змінюються з часом з періодом *T*.

Застосуємо початкові умови: $x=x_0$ при $t=0$; $\upsilon=\upsilon_0$ при $t=0$. Тоді:

$$\begin{cases}x_0=A\cos\varphi_0\\ \upsilon_0=-A\omega_0\sin\varphi_0\end{cases};\ \begin{cases}x_0=A\cos\varphi_0\\ \dfrac{\upsilon_0}{\omega_0}=-A\sin\varphi_0\end{cases};\Rightarrow\ A^2=x_0^2+\left(\frac{\upsilon_0}{\omega_0}\right)^2;$$

$\boxed{A=\sqrt{x_0^2+\dfrac{\upsilon_0^2}{\omega_0^2}}}$ **- зв’язок амплітуди коливання з початковими умовами.**

Потенціальна енергія гармонічних коливань:

$$W_p=\frac{kx^2}{2}=\frac{kA^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)}{2}=\frac{m\omega_0^2A^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)}{2}.$$

Кінетична енергія гармонічних коливань:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}.$$

Повна механічна енергія є сумою кінетичної і потенціальної:

$$\boxed{W = W_k + W_p = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}}.$$

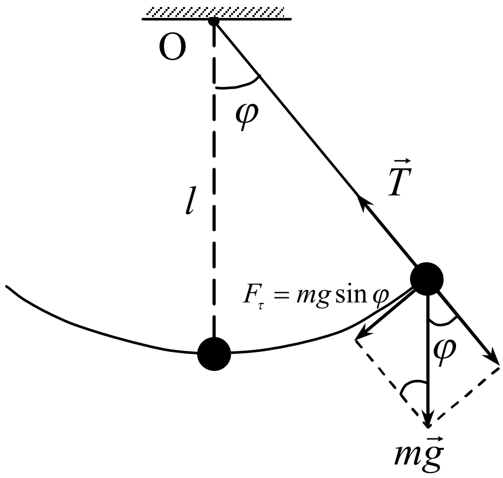
Механічна енергія вільного коливного тіла є постійною величиною. Виконується закон збереження енергії та відбувається перетворення: $W_k \Leftrightarrow W_p$**.**

3) *Математичний маятник.*

У випадку **математичного маятника** (матеріальної точки, закріпленої на тонкій, нерозтяжній і невагомій нитці, що здійснює коливання відносно положення рівноваги) період коливань

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Період власних коливань математичного маятника не залежить (при невеликих кутах відхилення) від маси підвішеного тіла та амплітуди коливань, а визначається довжиною нитки *l* та значенням прискорення вільного падіння *g*.



4) *Фізичний маятник.*

<u>Фізичний маятник</u> – це довільне тіло, яке підвішене в точці, що не співпадає з центром маси і здатне коливатися.

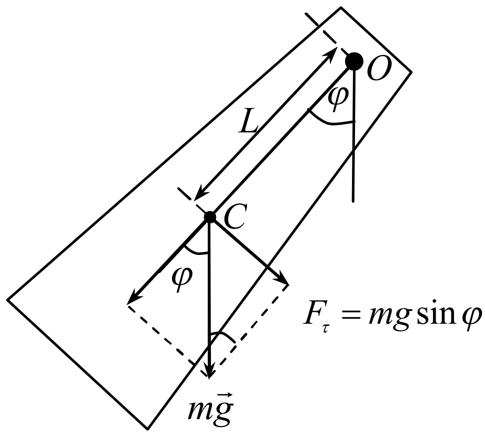
Відносно точки О відбувається обертання під дією моменту сили, створеного силою тяжіння, причому плече сили L - <u>*відстань від точки підвісу до центру мас С*</u>.

Нехай тіло має момент інерції I. Запишемо основний закон обертального руху для цього випадку:

$I\varepsilon = M$,

Момент сили має вигляд:

$M = F_\tau L = mg\sin\varphi L$,



$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{mgL}{I}\varphi,$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{I}\varphi = 0$$ **рівняння гармонічних коливань фізичного маятника.**

$$\omega^2 = \frac{mgL}{I} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}.$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}}$$ **період коливань фізичного маятника,**

тут I - момент інерції тіла відносно точки підвісу О, m – маса тіла.

Якщо математичний маятник матиме довжину $l_{зв}$, то його період співпадатиме з періодом фізичного маятника.

$$\boxed{l_{зв} = \frac{I}{mL}}$$ - *<u>зведена довжина фізичного маятника</u>*.

Гармонічні коливання будуть спостерігатися лише при невеликих відхиленнях (при великих відхиленнях коливання будуть ангармонічними).
Рівняння гармонічних коливань фізичного маятника має вигляд:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{I}\varphi = 0,$$

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0,$$

$$\omega^2 = \frac{mgL}{I} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$ - кутова (циклічна) частота,

m – маса фізичного маятника, g – прискорення вільного падіння, L - відстань від точки підвісу до центра мас, I – момент інерції маятника відносно точки підвісу.
Розв'язком такого рівняння є гармонічна функція виду:

$$\boxed{\varphi(t) = \varphi_{\max}\cos(\omega t + \alpha_0)}$$ - **<u>закон гармонічних коливань.</u>**

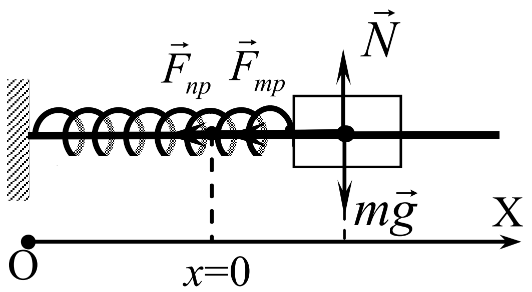
5) *Згасаючі коливання.*

Гармонічні коливання відбуваються за умови, що на тіло діє лише пружна або квазіпружна сила. В реальних системах діють сили тертя, внаслідок чого енергія коливної системи зменшується, відбувається дисипація механічної енергії – коливання згасають (затухають), якщо втрати енергії не поповнюються ззовні.

Коливання, амплітуда яких зменшується з часом, називаються <u>згасаючими</u>.

Розглянемо рух тіла на пружині під дією сили пружності враховуючи при цьому тертя.
Запишемо другий закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{пр} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}.$$



Спроектуємо на вісь OX:

$$ma = -kx - \mu\upsilon,$$

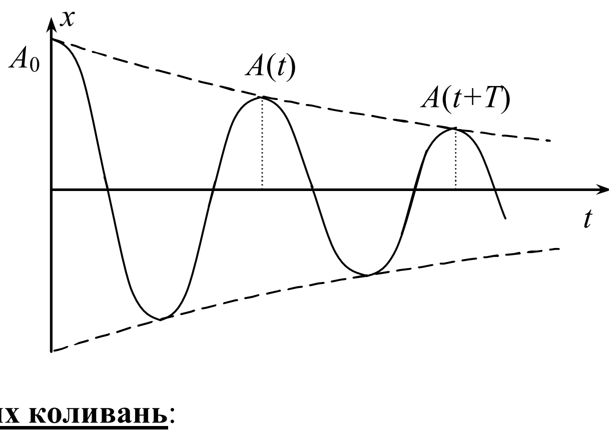
тут μ - коефіцієнт тертя, υ - швидкість тіла.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx + \mu\frac{dx}{dt} = 0,$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{2m}2\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0.$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0}$$ - **рівняння згасаючих коливань.**

$\beta = \frac{\mu}{2m}$ - *коефіцієнт згасання.*



Розв'язком такого рівняння буде вираз:

$$\boxed{x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)}$$ - **закон згасаючих коливань**

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} > 0$, при $\omega_0^2 = \frac{k}{m} > \beta^2$.

Закон згасаючих коливань можна подати і у вигляді

$$\boxed{x = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0)},$$

де A – **<u>залежна від часу амплітуда згасаючих коливань</u>**:

$$\boxed{A(t) = A_0 \exp(-\beta t)};$$

A_0 – амплітуда в момент часу t=0, $e \approx 2{,}718$ (основа натурального логарифма).

На основі виразу для амплітуди $A(t) = A_0 \exp(-\beta t)$ можна дати означення коефіцієнта згасання та логарифмічного декремента згасання коливань.

<u>Коефіцієнт згасання коливань</u> – це фізична величина, яка обернена до часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів ($[\beta] = 1\ c^{-1}$).

$$\boxed{\beta = \frac{1}{t}\ln\frac{A_1}{A_2}}.$$

<u>Логарифмічний декремент згасання коливань</u> - це фізична величина, яка обернена до числа коливань, протягом яких амплітуда зменшується в e разів.

$$\boxed{\delta = \frac{1}{n}\ln\frac{A_1}{A_2}}.$$

Логарифмічний декремент згасання коливань – безрозмірна величина.

Оскільки $\beta = \dfrac{1}{nT}\ln\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{1}{T}\delta$, то

$$\boxed{\delta = \beta T}.$$

6) *Вимушені коливання.*

Реальна система, яка виведена з положення рівноваги і залишена сама на себе, здійснює вільні згасаючі коливання. Для підтримки коливань необхідне поповнення енергії.

<u>Вимушеними</u> називаються коливання, які відбуваються під дією періодично змінної зовнішньої сили.

Розглянемо, наприклад, силу, яка змінюється за гармонічним законом $\vec{F} = \vec{F}_0 \cos(\omega t)$, причому частота зміни сили ω (частота вимушених коливань) не співпадає з власною частотою коливної системи $\omega \neq \omega_0$.

Запишемо другий закон Ньютона:

$m\vec{a} = \vec{F}_{пр} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{вим}$,

Після проектування на ОХ: $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + \mu\dfrac{dx}{dt} + kx = F_0\cos(\omega t)$.

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = f_0\cos(\omega t)},$$

<u>диференціальне рівняння вимушеного коливання</u>

де $\dfrac{k}{m} = \omega_0^2$; $f_0 = \dfrac{F_0}{m}$.

$$\boxed{\ddot{x} + 2\beta\,\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos(\omega t)}$$

Отримане рівняння є неоднорідним диференціальним рівняння другого порядку.

У теорії диференціальних рівнянь доведено, що загальний розв'язок такого рівняння складається з суми розв'язків відповідного однорідного рівняння та частинний розв'язок даного неоднорідного.

Можна показати, що:

$x_1 = A_0\exp(-\beta\,t)\cos(\omega_1 t + \varphi_0)$, де $\omega_1 = \left(\omega_0^2 - \beta^2\right)^{1/2}$

$x_2 = A\cos(\omega t)$.

Підстановка цього розв’язку в диференціальне рівняння вимушеного коливання дає:

$$\boxed{A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}}$$ - **<u>амплітуда вимушеного коливання</u>**.

Зсув фаз між зміщенням та вимушуючою силою:

$$\boxed{tg\varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}}.$$

Амплітуда результуючого коливання залежить від частоти, амплітуди вимушуючої сили, коефіцієнта тертя в системі (але не залежить від початкових умов).

<u>Резонанс</u> - явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань.

При наближенні частоти до резонансної $\omega \to \omega_{рез}$ амплітуда набуває максимального значення, тобто має місце екстремум функції.

На основі умови $\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 0$ можна розрахувати резонансну частоту.

$$2\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\left(-2\omega\right) + 4\beta^2(2\omega) = 0,$$

$$-\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + 2\beta^2 = 0,$$

$$\boxed{\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}.$$ **резонансна частота**.

- Явище резонансу лежить в основі відчуття слуху, прийому сигналів (радіо, телебачення тощо).
- У механізмах, конструкціях, спорудах, що перебувають в умовах періодичного навантаження, можливе руйнування під дією резонансу.

7) *Механічні хвилі, їх види та основні характеристики. Рівняння біжучої механічної хвилі.*

<u>Хвилі</u> – це збурення (зміни стану середовища), які поширюються в середовищі зі скінченною швидкістю і переносять енергію (без переносу речовини).

Частинки середовища, що беруть участь у процесі поширення хвилі, здійснюють коливання відносно своїх положень рівноваги.

Якщо коливання частинок відбувається в тому ж напрямку, що й поширення енергії хвилі, то хвиля називається <u>поздовжньою</u>, якщо ж коливання відбувається в перпендикулярному напрямку, вона називається <u>поперечною</u>.

Розрізняють **<u>плоскі</u>** та **<u>сферичні</u>** хвилі в залежності від форми фронту хвилі. **<u>Фронт хвилі</u> – це геометричне місце точок, яких досяг хвильовий процес у даний момент часу.**

У хвильовому процесі кожна наступна точка середовища, до якої доходить хвиля, <u>*відтворює*</u> (за умови відсутності згасання) <u>*рух попередніх точок середовища, але з певним запізненням*</u>.

Якщо закон коливання початкової точки (початку координат) задається виразом

$$y(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

де A – амплітуда коливань, ω- кутова (циклічна) частота, φ_0 - початкова фаза коливань, то закон коливання точки, розміщеної на віддалі x від початкової, є:

$$y(x,t) = A\cos(\omega(t - \tau) + \varphi_0),$$

де $\tau = \frac{x}{\upsilon}$ - час, необхідний для поширення хвилі на відстань x, υ – швидкість поширення хвилі.

Таикм чином, для довільної гармонічної плоскої хвилі зміщення від положення рівноваги точки x в момент часу t дається виразом:

$$y(x,t) = A\cos(\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0).$$

Користуючись виразами, які пов'язують кутову частоту ω з періодом коливань T і лінійною частотою ν ($\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$), останньому виразу можна надати вигляду:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\upsilon T} + \varphi_0)\ .$$

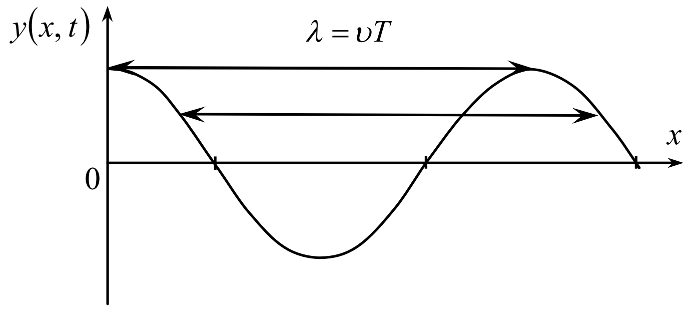
Віддаль, на яку поширюється хвиля за період *T*, називається <u>довжиною хвилі</u> λ (*відстань між сусідніми точками, які коливаються в одній фазі*).

$$\boxed{\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu}}.$$

Враховуючи це, маємо:

$$\boxed{y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$$ - **<u>рівняння біжучої плоскої хвилі</u>**

де величина $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ називається **<u>кутовим хвильовим числом</u>**.



Між довжиною хвилі λ (*м*), частотою ν (*Гц*) та швидкістю поширення хвилі υ (*м/с*) існує формула зв'язку:

$$\boxed{\lambda\nu = \upsilon}$$

Швидкість поширення поздовжньої хвилі у твердих тілах:

$$\upsilon_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга, ρ - густина середовища.

Швидкість поширення поперечної хвилі у твердих тілах:

$$\upsilon_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

де G – модуль зсуву.

Звукові хвилі в рідинах і газах є прикладом поздовжніх хвиль. Швидкість поширення хвилі у газі задається формулою:

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}}},$$

де $\gamma = C_p / C_V$ - показник адіабати, p – тиск.

На основі рівняння Клапейрона-Менделєєва $\rho = \frac{p\mu}{RT}$, тому

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}},$$

де R=8,31 *Дж*/(*моль·К*) – універсальна газова стала, T – абсолютна температура (вимірюється у кельвінах), μ - молярна маса. Для повітря (молярна маса μ=0,029 *кг/моль)* у випадку $t = 0°C$ (T=273 *К*) швидкість звуку υ=332 *м/с*.

8) *Приклади хвильових явищ.*

Поширення хвиль від різних джерел відбувається незалежно. **<u>Принцип суперпозиції</u>** для незалежних хвиль: ***зміщення частинок середовища внаслідок накладання хвиль від різних джерел дорівнює геометричній сума зміщень, викликаних окремими хвилями***.

<u>Когерентними</u> називаються хвилі, які:

- мають однакові частоти,
- викликають коливання частинок середовища вздовж однієї прямої,
- мають сталу в часі різницю фаз коливань у кожній точці середовища.

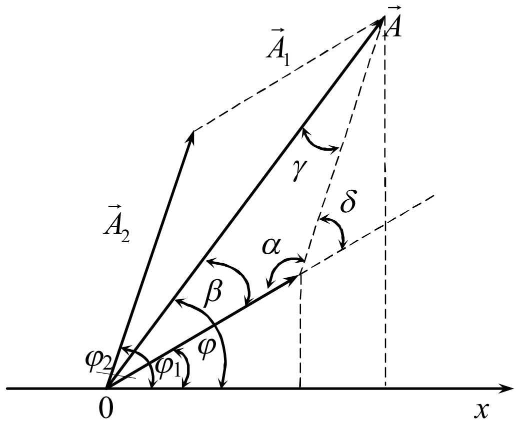
<u>Інтерференція</u> – це явище накладання когерентних хвиль, при якому відбувається підсилення коливань в одних точках середовища і послаблення в інших, в залежності від різниці фаз хвиль, які накладаються.

Прикладом інтерференції механічних хвиль є **<u>стоячі хвилі</u>**, які утворюються при накладанні двох біжучих хвиль з плоским фронтом, що мають однакові амплітуду та частоту і поширюються у протилежних напрямках.

Розглянемо накладання двох монохроматичних хвиль:

$x_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1),\ x_2 = A_2\cos\left(\omega t+\varphi_2\right),$

$x = x_1 + x_2$.



Скористаємося методом векторних діаграм (див. рисунок):

$$\boxed{\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2}$$

(застосовано правило паралелограма для векторів), причому для кутів справедливі співвідношення:

$\boxed{\alpha = \pi - \gamma - \beta}, \beta + \gamma = \varphi_2 - \varphi_1, \alpha = \pi + \varphi_1 - \varphi_2$.

Введемо позначення $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$ - **<u>різниця фаз коливань</u>.**

На основі теореми косинусів:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\alpha = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$

Амплітуда результуючого коливання залежить від різниці фаз коливань, що накладаються.

Початкова фаза нового коливання може бути знайдена на основі виразу:

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Оскільки ***інтенсивність коливання I пропорційна квадрату амплітуди***, то

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta}.$$

У випадку некогерентних хвиль $\delta = \delta(t)$ хаотично змінюється, тобто:

$$\boxed{\left\langle\cos\delta\right\rangle = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t}\cos\delta(t)dt = 0}.$$

У випадку ж когерентних хвиль $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$ не залежить від часу, тобто результат спостереження залежить від різниці фаз в кожній точці.

Нехай $I_1 = I_2 = I_0$, тоді при $\cos\delta = 1$ спостерігається максимум інтенсивності $I_{max} = 4I_0$, а при $\cos\delta = -1$ спостерігається мінімум інтенсивності $I_{min} = 0$.

Можна показати, що різниця фаз δ та різниця ходу хвиль Δ пов'язані співвідношенням:

$$\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta}.$$

Якщо $\cos\delta = 1$, то $I_{max} = 4I_0$:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \pm 2\pi\, m\,.$$

Максимум інтенсивності спостерігатиметься, якщо різниця ходу задовольняє умову

$$\boxed{\Delta = \pm m\lambda = \pm 2m\frac{\lambda}{2}}.$$

Якщо різниця ходу хвиль кратна парному числу довжин півхвиль, спостерігатиметься максимум інтенсивності; $m = 0,1,2,...$ - ціле число, *порядок інтерференційного максимуму.*

Якщо $\cos\delta = -1$, то $I_{\min} = 0$:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \pm(\pi + 2\pi\, m)\,.$$

Мінімум інтенсивності спостерігатиметься, якщо різниця ходу задовольняє умову

$$\boxed{\Delta = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}}.$$

Отже, якщо різниця ходу хвиль кратна непарному числу довжин півхвиль, спостерігатиметься мінімум інтенсивності; $m = 0,1,2,...$ - ціле число, *порядок інтерференційного мінімуму.*

9) *Звук, його основні характеристики.*

Звук – це механічні хвилі, які може сприймати слухова система людини. Людське вухо сприймає звукові хвилі з частотами від 16 *Гц* до 20000 *Гц*; поріг чутності по інтенсивності звуку ~10^{-12} *Вт/м*^{2}. **Інфразвук** – звукові хвилі з частотою, меншою за 16 *Гц*; **ультразвук** - звукові хвилі з частотою, більшою за 20 *кГц*.

Гучність звуку:

$$\boxed{L = lg\frac{I}{I_0}},$$

де I – інтенсивність даного звуку, I_0 – інтенсивність звуку, яка відповідає порогу чутності (приймається для всіх звуків рівним 10^{-12} *Вт/м*^{2}) для частоти 1000 *Гц*. Гучність звуку (цю величину також називають рівень гучності) вимірюється в белах. Частіше використовується на порядок менша одиниця – децибел (*дБ*), 1 *дБ* = 0,1 *Б*. У децибелах гучність визначається за формулою $L = 10\,lg\frac{I}{I_0}$.

4.1.7 Основи молекулярної фізики

Базові питання теми: *Методи дослідження фізичних властивостей макроскопічних систем. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини. Модель ідеального газу. Основне рівняння МКТ ідеального газу. Рівняння Клапейрона-Менделєєва. Ізопроцеси. Явища переносу в газах.*

1) *Методи дослідження фізичних властивостей макроскопічних систем.*

Основним завданням молекулярної фізики є вивчення фізичних властивостей речовини в залежності від її внутрішньої будови.

Системи, що складаються з великої кількості частинок (атомів, молекул), називаються **макроскопічними.**

При досліджені фізичних властивостей речовини використовують такі взаємодоповняльні **методи досліджень**:

- **<u>молекулярно</u>-<u>кінетичний (статистичний) метод</u>**, в якому розглядається молекулярна будова тіл та враховуються статистичні закономірності характеристик системи.
Властивості макроскопічної системи визначаються частинками системи, особливостями їх руху та усередненими значеннями динамічних характеристик цих частинок.
- **<u>термодинамічний метод</u>**, який є по своїй суті феноменологічним (описовим) та макроскопічним (тобто не розглядаються внутрішні механізми процесів, непотрібно знати внутрішню будову речовини).
<u>Термодинаміка</u> – це розділ фізики, в якому вивчаються теплові властивості макроскопічних систем без аналізу мікроскопічної будови тіл цих систем.
Застосування термодинамічного методу полягає в описі властивостей систем, які знаходяться у стані термодинамічної рівноваги, та можливих переходів між такими станами.
Ознаки, що характеризують макроскопічну систему та її ставлення до оточуючих тіл, називаються **<u>макроскопічними параметрами</u>** (наприклад: *об'єм, густина, концентрація, тиск, температура* тощо). Певний набір макроскопічних параметрів характеризуватиме **<u>стан системи</u>**. Величини, зміна яких при переході з одного стану в інший визначається лише параметрами початкового і кінцевого стану, тобто не залежить від шляху, називаються **<u>функціями стану</u>**. Стан є **<u>стаціонарним</u>**, якщо параметри системи незмінні. Якщо не змінюються параметри системи і немає стаціонарних потоків, то стан є **<u>рівноважним</u>**. Якщо має місце зміна параметрів, то стан називається **<u>нерівноважним</u>**. Нерівноважні стани виникають при різкій зміні зовнішніх умов. Різні частини об'єму системи при цьому мають різні параметри.

При відсутності силових полів стан однорідної термодинамічної системи однозначно визначається трьома параметрами: об'ємом V ($м^3$), тиском p (Па) і абсолютною температурою T (К).

2) *Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини. Модель ідеального газу. Основне рівняння МКТ ідеального газу.*

<u>Основні положення молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) будови речовини:</u>

- всі тіла складаються з молекул (атомів);
- молекули (атоми) перебувають у стані безперервного теплового руху;
- молекули (атоми) взаємодіють між собою.

<u>Моделювання</u> - це метод теорії пізнання, в якому передається основний тип та ознаки модельованого об'єкта. У молекулярній фізиці першим кроком при розв'язані задач молекулярно-кінетичної теорії є вибір моделі. Одним із агрегатних станів є газоподібний. Основні закономірності, які мають місце в реальному газі вивчають на його моделі - ідеальному газі.

<u>Основні положення моделі ідеального газу:</u>

- **молекули мають сферичну форму, певну масу, але розмірами їх можна знехтувати;**
- **молекули взаємодіють між собою та зі стінками посудини лише через пружні зіткнення;**
- **молекули рівномірно розподілені по об'єму;**
- **інтервали між часами зіткнень значно більші за час зіткнень; в проміжках між зіткненнями молекули рухаються рівномірно і прямолінійно;**
- **напрями швидкостей молекул газу в рівноважному стані розподілені хаотично, тобто всі напрями в газі рівноймовірні.**

Особливсті молекулярної будови речовини

Оскільки маси атомів малі, їх зручно порівнювати між собою, а не записувати значення безпосередньо. Вводять поняття **відносної молекулярної M_r (атомної A_r) маси**:

$$\boxed{M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_0\left({}^{12}_{6}C\right)}},$$

де m_0 - маса молекули (атома), $m_0\left({}^{12}_{6}C\right)$ - маса атома ізотопу вуглецю ${}^{12}_{6}C$.

Середні відносні атомні маси записані у періодичній системі хімічних елементів.

Відомо, що число N молекул (атомів) у речовині можна визначити наступним чином $N = \nu N_A$, де ν - **кількість речовини**, яка вимірюється у молях.

1 моль - це кількість речовини, що містить <u>число Авогадро</u> структурних елементів (молекул чи атомів)

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

$$\boxed{\nu = \frac{N}{N_A}}.$$

Маса одного моля речовини називається **молярною масою (μ)**.

$$\boxed{\mu = m_0 N_A},$$

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{m_0 N}{m_0 N_A} = \frac{N}{N_A}.$$

Отже,

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow \boxed{N = N_A \frac{m}{\mu}}.$$

Ідеальний газ може достатньо добре моделювати реальний газ лише далеко від точки конденсації (скраплення).

Хаотичний рух молекул зумовлює прагнення газу необмежено розширюватися. З цієї причини газ створює рівномірний тиск на всі стінки посудини.

Розглянемо кубічну посудину зі стінкою розміром l, на яку чинять тиск молекули.

При ударі молекули до стінки

$$f_x \Delta t = 2 m_0 \upsilon_x,$$

де $\Delta t = \frac{2l}{\upsilon_x}$ - проміжок часу між двома послідовними зіткненнями, m_0 - маса молекули. Тоді

$$f_x = \frac{m_0 \vartheta_x^2}{l}.$$

Повна сила, яка діятиме на стінку з боку усіх молекул**:**

$$F = \sum_{i=1}^{N} \left(f_x\right)_i = \frac{m_0}{l}\left(\upsilon_{x1}^2 + \upsilon_{x2}^2 + ...+ \upsilon_{xN}^2\right) = \frac{N m_0}{l} \cdot \frac{1}{N} \sum_i \left(\upsilon_x^2\right)_i = \frac{N m_0}{3l} \overline{\upsilon^2},$$

де $\overline{\vartheta^2}$ - середнє значення квадрата швидкості (вважаємо, що $\overline{\upsilon_x^2} = \overline{\upsilon_y^2} = \overline{\upsilon_z^2} = \frac{1}{3}\overline{\upsilon^2}$)

Таким чином тиск визначається виразом

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F}{l^2} = \frac{N}{3} \frac{m_0}{l^3} \overline{\upsilon^2}$$

або

$$\boxed{p = \frac{2}{3} n \overline{E_k} = \frac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon^2}}$$ **основне рівняння МКТ ідеального газу**

тут $n = \frac{N}{V}$ - **концентрація молекул в одиниці об'єму**,

$\overline{E_k} = \dfrac{m_0 \overline{\upsilon^2}}{2}$ - **<u>середня кінетична енергія молекули</u>**.

На основі цього можна стверджувати, що тиск суміші газів різного сорту:

$$\boxed{p = p_1 + p_2 + ... + p_n} \qquad \textbf{закон Дальтона,}$$

p_k - парціальний тиск молекул k-го сорту (тиск, який встановиться для k-ого газового компонента).

В результаті нагрівання газу змінюється середня кінетична енергія його молекул. Отже, **<u>температура є мірою середньої кінетичної енергії молекул</u>**.

Для вимірювання температури можна застосовувати енергетичні одиниці. Якщо вимірювати температуру в градусах, то необхідно ввести відповідний коефіцієнт:

$$\boxed{\theta = k_Б T}$$

$$k_Б = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \ \frac{Дж}{К} \ \textbf{- стала Больцмана.}$$

Одиницею вимірювання абсолютної температури є кельвін, $[T] = 1$К.

Найменше значення температури $T \to 0$, при цьому тиск і об'єм також прямують до мінімального значення; **<u>відповідний стан називається абсолютним нулем температури</u>**.

$$0^0 C = 273.15 K,$$

$$\boxed{T(K) = t({}^\circ C) + 273}.$$

Оскільки $\overline{E} \sim T$, то для ідеального одноатомного газу зручно прийняти:

$$\overline{E} = \frac{3}{2} k_Б T,$$

при цьому вважаємо, що на кожен поступальний ступінь вільності молекули припадає енергія $\frac{1}{2} k_Б T$.

Враховуючи останній вираз, **<u>основне рівняння МКТ</u>** можна подати у вигляді:

$$\boxed{p = n k_Б T}.$$

3) *Рівняння Клапейрона-Менделєєва.*

Оскільки концентрація молекул $n = \dfrac{N}{V}$, то

$$p = n k_B T = \frac{N_A}{V} \frac{m}{\mu} k_B T,$$

$$pV = \frac{m}{\mu} (N_A k_B) T,$$

$$\boxed{pV = \frac{m}{\mu} RT} \quad \textbf{\underline{рівняння Клапейрона-Менделєєва}}$$

де m – маса газу, μ - молярна маса; $R = N_A k_B = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – **<u>універсальна газова стала</u>**.

Рівняння, яке при фіксованій масі пов'язує між собою основні параметри (тиск p, об'єм V та абсолютну температуру), котрі описують стан газу, називають **рівнянням стану ідеального газу.**

Якщо маса газу не змінюється $m = const$, то

$$\frac{pV}{T} = const, \text{ тобто } \boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}}.$$

Важливо знати параметри газу при нормальних умовах: температура $t = 0^{\circ}C$ та тиск p_0=760 мм.рт.ст.=101325 Па≈101,3кПа (тиск на рівні моря). Додаткова одиниця тиску: [p]=1 мм рт.ст. ≈ 133 Па.

4) Ізопроцеси.

- При $T = const$ має місце **<u>ізотермічний</u>** процес. Якщо маса газу не змінюється, то $pV = const$, тобто

$$\boxed{p_1 V_1 = p_2 V_2} \qquad \textbf{закон Бойля-Маріотта.}$$

- При $p = const$ має місце **<u>ізобарний</u>** процес. Якщо маса газу не змінюється, то $\dfrac{V}{T} = const$, тобто

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}} \qquad \textbf{закон Гей-Люссака.}$$

Закон Гей-Люссака подають також у вигляді $V = V_0(1 + \alpha t)$,
де V_0 - об'єм газу при $0°C$; V - об'єм газу при $t\,°C$; α - термічний коефіцієнт об'ємного розширення газу. При досить низьких тисках величина α є однаковою для різних газів. Встановлено, що $\alpha = \dfrac{1}{V}\left(\dfrac{dV}{dT}\right)_p = \dfrac{1}{T} = 0{,}003661\,°C^{-1}$.

- При $V = const$ має місце **<u>ізохорний</u>** процес. Якщо маса газу не змінюється, то $\dfrac{p}{T} = const$, тобто

$$\boxed{\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}} \qquad \textbf{закон Шарля.}$$

Закон Шарля подають також у вигляді:

$$p = p_0(1 + \beta t),$$

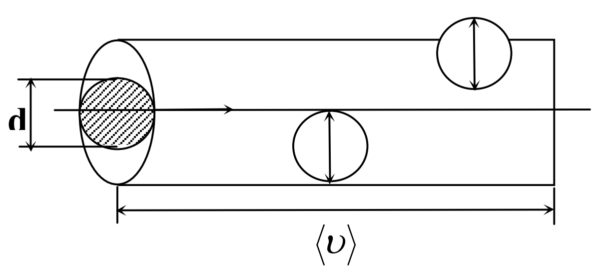
де p_0 - тиск газу при $0°C$; p - тиск газу при $t\,°C$; β - термічний коефіцієнт стиску газу.

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{dp}{dT}\right)_V = \frac{1}{T} = 0{,}003661°C^{-1}.$$

5) Явища переносу в газах.

В реальних умовах молекули газу, внаслідок численних зіткнень між собою, рухаються по складних траєкторіях. Природно говорити про
<u>середню довжину вільного пробігу молекул</u> – середню відстань, яку проходить молекула між двома послідовними зіткненнями.

Будемо вважати молекули твердими кулями з діаметром *d*. Молекули перебувають у стані хаотичного руху – постійні зіткнення: траєкторія – зигзаг. Для знаходження середньої довжини вільного пробігу молекул скористаємось припущенням, що всі молекули крім однієї, яка рухається прямолінійно, перебувають у стані спокою. Тоді дана молекула за 1 с пройде відстань, що чисельно дорівнює величині її середньої швидкості $\langle \upsilon \rangle$ і зіткнеться з усіма молекулами, які знаходяться в об'ємі циліндра з площею основи πd^2 та висотою $\langle \upsilon \rangle$ (див. рис.). Об'єм такого циліндра $V = \pi d^2 \langle \upsilon \rangle$. Середнє число зіткнень молекул



за одиницю часу $\langle z\rangle$ дорівнює числу молекул газу в об’ємі циліндра:

$$\langle z\rangle = Vn = \pi d^2 \langle \upsilon\rangle n,$$

де n – число молекул в одиниці об’єму.

При виведенні останньої формули вважалося, що всі молекули, крім тієї, що розглядається, перебувають у стані спокою; врахування їх руху призводить до поправки $\sqrt{2}$. Тоді:

$$\langle z\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon\rangle .$$

Для величини вільного пробігу $\langle l\rangle$ одержимо:

$$\boxed{\langle l\rangle = \frac{\langle \upsilon\rangle}{\langle z\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}}.$$

<u>Ефективним діаметром молекули</u> називають найменшу віддаль між центрами двох молекул при їх зіткненні. Ефективний діаметр молекули на основі розрахованої середньої довжини вільного пробігу молекул можна знайти з формули:

$$\boxed{d = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}\pi \langle l\rangle n}}}.$$

$\langle l\rangle$ обернено пропорційна до концентрації молекул, а отже і до тиску (при $T = const$, тиск прямо пропорційний концентрації молекул). Ефективний діаметр молекули залежить від температури $d = d_0\sqrt{1 + \frac{C}{T}}$, де C – стала Сазерленда. З підвищенням температури ефективний діаметр молекул зменшується, тобто $\langle l\rangle$ зростає.

Можна показати, що середня квадратична швидкість молекул ідеального газу:

$$\overline{\upsilon}_{кв} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

Середня швидкість молекул ідеального газу $\langle \upsilon\rangle$ в молекулярно-кінетичній теорії визначається виразом:

$$\langle \upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},$$

де R - універсальна газова стала; μ - молярна маса газу.

Густина газу (залежна від зовнішніх умов) визначається формулою (отриманою з рівняння Менделєєва-Клапейрона):

$$\rho = \frac{\mu p}{RT},$$

де p – зовнішній тиск; T – абсолютна температура.

Таким чином для середньої довжини вільного пробігу молекули отримуємо:

$$\boxed{\langle l\rangle = \frac{\eta}{p}\sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}}.$$

4.1.8 Основи термодинаміки

Базові питання теми: *Внутрішня енергія системи. Перший закон термодинаміки. Теплоємність, її види. Елементарна теорія теплоємності ідеального газу. Робота газу при ізопроцесах. Адіабатний процес. Оборотні та необоротні процеси. Теплові машини. Цикл Карно. Другий закон термодинаміки, його статистичний зміст.*

1) *Внутрішня енергія системи. Перший закон термодинаміки. Зв'язок теплоти, роботи та внутрішньої енергії.*

Внутрішньою енергією тіла (термодинамічної системи) називають сукупність всіх видів енергії, яку має система, крім видів енергії, яку ця система отримує внаслідок взаємодії з іншими системами (наприклад, *внутрішня енергія ідеального газу - це сума кінетичних енергій молекул*). Для ідеального газу:

$$\boxed{U = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}RT = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{i}{2}pV},$$

де i – **кількість ступенів вільності** (найменша кількість незалежних координат, за допомогою яких можна задати положення молекули; це число збігається з числом можливих переміщень). **Для газу одноатомних молекул** $i=3$**, двоатомних -** $i=5$**, триатомних (і більше)** $i=6$ (зазначимо, що не враховані можливі коливальні ступені вільності).

Перший закон термодинаміки

Кількість теплоти *Q*, надана системі, йде на приріст внутрішньої енергії ΔU і виконання системою роботи *A* над зовнішніми тілами.

$$\boxed{Q = \Delta U + A}$$

або

$$\boxed{\delta Q = dU + \delta A},$$

де δQ - елементарна кількість теплоти, dU - приріст внутрішньої енергії, δA - елементарна робота, яку здійснює система.

Q та A не є функціями стану, вони залежать від способу переходу з одного стану в інший.

Також цей закон можна подати у формі

$$\boxed{dU = \delta Q + \delta A'}.$$

Зміна внутрішньої енергії можлива за рахунок теплообміну та роботи над системою. Робота над системою: $\delta A' = -\delta A$.

Перший закон термодинаміки стверджує, що неможливо виконати роботу більшу, ніж підведена теплота або енергія (*неможливий вічний двигун першого роду!*).

2) *Елементарна теорія теплоємності ідеального газу.*

Розрізняють **питому та молярну теплоємності**.

$$\boxed{c = \frac{\delta Q}{mdT}}$$

питома теплоємність (теплоємність одиниці маси);

Одиницею вимірювання питомої теплоємності є **1 Дж/(кг·К).**

$$\boxed{C = \frac{\delta Q}{\nu\, dT}}$$

молярна теплоємність (теплоємність одиниці кількості речовини).

Одиницею вимірювання молярної теплоємності є **1 Дж/(моль·К).**

При ізохорному процесі вводиться величина C_V - молярна теплоємність за сталого об'єму

$$\boxed{C_V = \frac{\delta Q_V}{\nu\, dT}}.$$

<u>Молярна теплоємність за сталого об'єму</u> визначається кількістю теплоти, яку необхідно надати 1 молю речовини для нагрівання її за сталого об'єму на 1 К.

Подібно до цього при ізобарному процесі вводиться поняття молярної теплоємності за сталого тиску C_p:

$$\boxed{C_p = \frac{\delta Q_p}{\nu\, dT}}.$$

<u>Молярна теплоємність за сталого тиску</u> визначається кількістю теплоти, яку необхідно надати 1 молю речовини для нагрівання її за сталого тиску на 1 К.

Теплоємність є сталою лише у певному інтервалі температур. При високих і низьких температурах не діє рівномірний розподіл енергії молекул за ступенями вільності і для пояснення особливостей поведінки теплоємності треба застосовувати квантову статистику.

Теплоємність залежить від умов передачі тепла, тобто від термодинамічного процесу.

Можна показати, що $C_p > C_V$, **оскільки при нагріванні в умовах сталого тиску теплота йде не тільки на збільшення внутрішньої енергії газу, але й на виконання роботи.**

У випадку ідеального газу між C_V і C_p існує зв'язок

$$\boxed{C_p = C_V + R}$$ – **рівняння Майєра**.

Конкретизуємо цей вираз для C_p, скориставшись залежністю C_V від кількість ступенів вільності i. Якщо $V = const$, то газ не змінює свого об'єму і роботи не виконує, оскільки $\delta A = Fdl = pSdl = pdV$. Отже при $dV = 0, \delta A = 0$, тому

$$\boxed{C_V = \frac{dU_{\nu=1}}{dT} = \frac{i}{2}R}.$$

Вкажемо також, що

$$dU = \nu C_V dT.$$

Таким чином:

$$\boxed{C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R}.$$

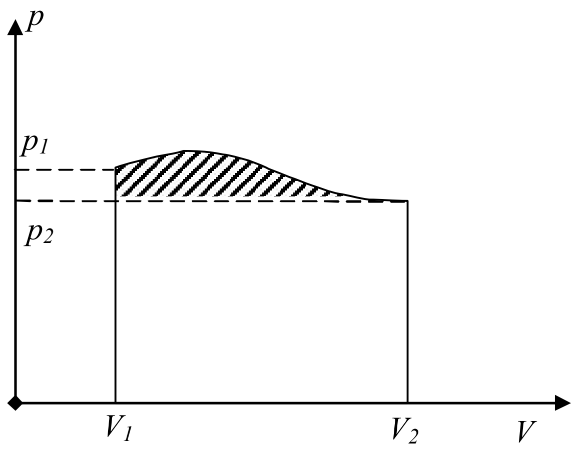
3) *Робота газу при ізопроцесах.*

Як уже зазначалося, **процес** передбачає зміну одного з термодинамічних параметрів, перехід газу з одного стану в інший.

В загальному випадку тиск є певною функцією об'єму $p = p(V)$. Тоді **<u>виконана газом робота</u>**

$$\boxed{A_{12} = \int_1^2 p(V)dV}.$$

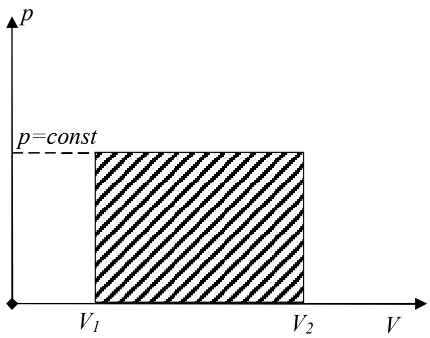
<u>Робота визначається площею криволінійної трапеції, обмеженої графіком підінтегральної кривої</u> *p*(*V*).

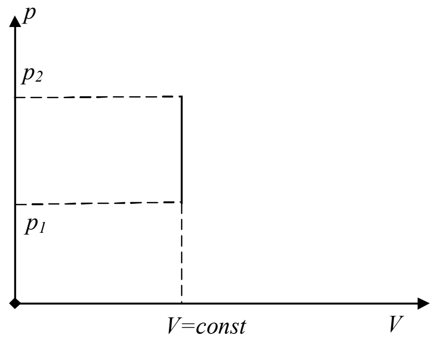


- **Ізобарний процес (*p*=*const*)**

$$\boxed{A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = p(V_2 - V_1)}.$$

- **Ізохорний процес (*V*=*const*)**





$$\boxed{A_{12}=\int_{V_1}^{V_2} p(V)dV=0}.$$

Оскільки $A=0$, то $Q=\Delta U$.

Виконується також рівність: $\Delta U=\nu C_V\Delta T$.

- **Ізотермічний процес (*T=const*)**

$$A_{12}=\int_{V_1}^{V_2} p(V)dV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{m}{\mu}\frac{RTdV}{V};$$

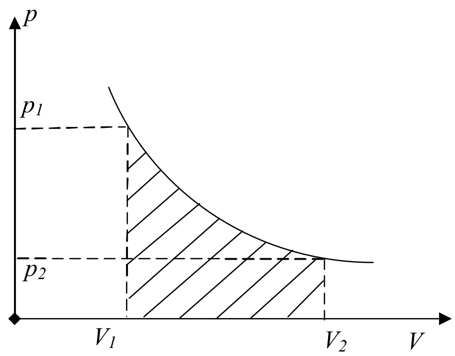
$$\boxed{A_{12}=\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

Оскільки $T=const$, то для даної маси газу $\frac{m}{\mu}RT=const$.

Отже:

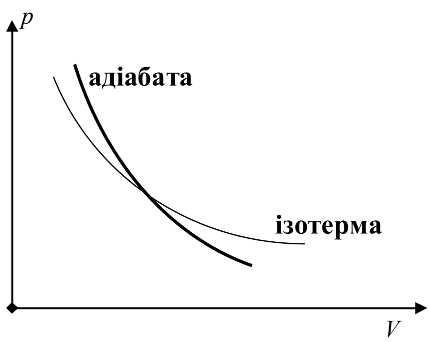
$$A_{12}=p_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_2V_2\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Якщо $T=const$, $\Delta U=0$, то $Q=A$.



При ізотермічному процесі вся теплота йде на виконання роботи.

4) *Адіабатний процес.*



<u>Адіабатний процес</u> – це процес зміни термодинамічних параметрів без теплообміну із зовнішнім середовищем

Розглянемо відношення, яке називають **показником адіабати**:

$$\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{\frac{i}{2}+1}{\frac{i}{2}}=\frac{i+2}{i}.$$

<u>Для адіабатного процесу</u> справедливий вираз:

$\boxed{TV^{\gamma-1}=const}$, **рівняння Пуассона,**

де $\gamma>1$.

Легко показати, що це рівняння можна представити у вигляді:

$$\boxed{pV^{\gamma} = const}$$

або $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, тобто

$$\boxed{pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = const}.$$

Графіком адіабати ($pV^{\gamma} = const$) в координатах (*p*-*V*) є гіпербола, яка йде трохи крутіше за ізотерму ($pV = const$).

Оскільки при адіабатному процесі $\delta Q = 0$, то

$$dU + \delta A = 0,$$

$$\delta A = -dU.$$

Робота при адіабатному процесі може виконуватися лише за рахунок внутрішньої енергії системи.

$$dU = -pdV$$

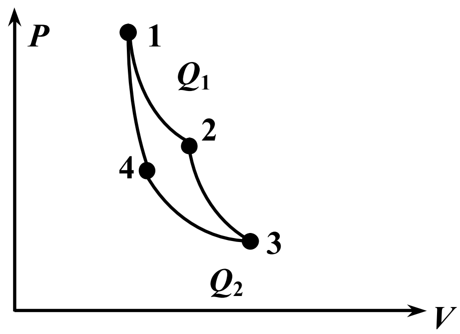
Оскільки $\delta A = -dU = -\nu\, C_V dT$,

$$A_{12} = -\int_1^2 \nu\, C_V dT = \nu\, C_V (T_1 - T_2).$$

Врахуємо, що $C_p = C_V \gamma \Rightarrow C_V = \dfrac{C_p}{\gamma}$, тоді **<u>робота при адіабатному процесі</u>**:

$$\boxed{A_{12} = \nu \frac{C_p}{\gamma}(T_1 - T_2) = \nu \frac{C_p \cdot T_1}{\gamma}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \nu \frac{R \cdot T_1}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}.$$

5) *Теплові машини. Цикл Карно. Другий закон термодинаміки, його статистичний зміст.*



Теплова машина (механізм, який здатний періодично виконувати роботу; складається з нагрівника, робочого тіла та охолоджувача), яка є ідеальною, працює за **циклом** (замкнутий процес, в результаті якого система повертається в початковий стан), що складається з двох ізотерм та двох адіабат.

Коефіцієнт корисної дії (ККД, $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$) ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно, залежить лише від температури нагрівника та охолоджувача і не залежить від природи робочого тіла.

$$\boxed{\eta_0 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$ **- ККД ідеальної теплової машини**

ККД реальної теплової машини менший за ККД ідеальної $\eta_{реал} < \eta_0$.

Існує декілька формулювань **<u>другого закону термодинаміки</u>**:

- **Неможливий процес передачі теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого, який відбувається в системі без змін в оточуючому середовищі.**
- **Неможлива теплова машина, що повністю перетворює всю теплоту в роботу** (*неможливий вічний двигун другого роду!*)**.**

- **Ентропія замкнутої системи не може зменшуватись, вона може тільки зростати, або, досягнувши максимального значення, не змінюватись.**

<u>Ентропія</u> S є мірою безладу в термодинамічні системі. Безлад в системі визначається кількістю частинок в системі і збільшується із зростанням хаотичності руху.

При розгляді системи мікрочастинок можна говорити про **макростан**, який характеризується певними макропараметрами. Разом з тим, цей ***макростан може реалізуватися на основі певної сукупності мікростанів***.

Розглянемо **<u>термодинамічну ймовірність</u>** W, яка визначає ту кількість способів, якими можна реалізувати даний мікростан. Больцман показав, що:

$$\boxed{S = k_Б \ln W},$$

$W = \dfrac{N!}{N_1!N_2!.....N_n!}$, де N - число частинок, n - число станів.

Якщо система перебуває у стані з меншою ймовірністю, то з часом вона перейде в більш ймовірний стан.

4.2 *Лабораторні роботи*

4.2.1 *Підготовка до лабораторної роботи, її виконання та форма звітності*

I Підготовка до лабораторної роботи

1. Прочитати інструкцію до лабораторної роботи.
2. Переписати в робочий зошит назву роботи, її мету, перелік приладів і матеріалів.
3. Коротко законспектувати теоретичні відомості й виведення розрахункових формул, основну увагу приділяючи формулюванню явищ і фізичних законів, на яких базується дана робота.
4. Зробити рисунок установки з поясненнями до нього.
5. Переписати розрахункові формули і порядок виконання роботи.
6. Підготувати таблиці для запису результатів дослідів.
7. Вивести формули для обчислення похибок.

II Що необхідно знати перед виконанням лабораторної роботи

1. Формулювання явищ і фізичних законів, на яких базується дана робота.
2. Назви, розмірності, спосіб визначення всіх величин, що входять у розрахункові формули.
3. Опис установки до лабораторної роботи за рисунком і коротке пояснення її принципу дії.
4. Порядок виконання роботи.
5. Відповіді на контрольні запитання.

III Виконання лабораторної роботи

1. Отримати допуск до роботи у викладача.
2. Пояснення до даної роботи отримати перед виконанням дослідів у інженера в лабораторії.
3. Виконуючи досліди, всі дані експериментів записувати у таблиці, всі проміжні розрахунки робити у зошиті, графіки виконувати на міліметровому папері.
4. Після виконання роботи на занятті дати зошит для перевірки і підпису викладачу (якщо робота виконується на відробці, то зошит перевіряється і підписується інженером у лабораторії).

IV Оформлення звіту про виконану лабораторну роботу

1. Звіт оформляти на подвійному аркуші із зошита або на листках формату А4 з одного боку.
2. На титульному листку зверху вказати міністерство, назву вузу, кафедри, лабораторії. В центрі листка вказати номер та назву виконаної лабораторної роботи. Нижче справа вказати прізвище та ініціали, шифр групи студента, який виконав роботу та викладача, який прийняв роботу. Внизу листка вказати місто і рік.
3. Звіт повинен містити:
   - мету роботи;
   - прилади та матеріали;
   - рисунок установки з поясненнями;
   - розрахункові формули з поясненнями;
   - формули для похибок;
   - таблиці з результатами дослідів;
   - графіки (якщо це вказано у роботі);
   - кінцеві результати;
   - відповіді на вибрані контрольні питання.

4.2.2 ***Зразок звіту***

Міністерство освіти і науки
Технічний коледж
Тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя

Кафедра фізики
Лабораторія механіки
та молекулярної фізики

ЗВІТ
про виконання лабораторної роботи №3
"Вивчення обертального руху твердого тіла на прикладі маятника Обербека"

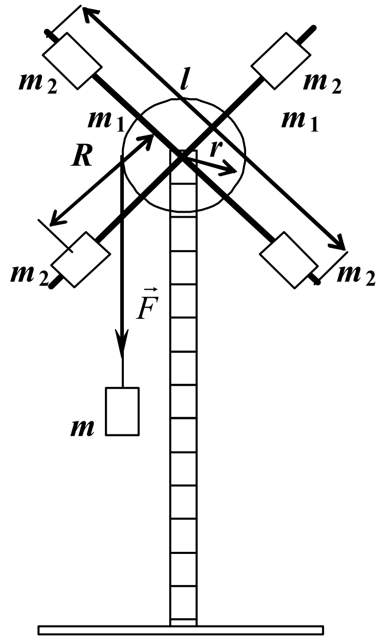
Виконав: студент групи АТ-505
Петренко І.
Прийняв: доцент кафедри фізики
Крамар О.І.

Тернопіль - 2018

МЕТА РОБОТИ: засвоїти основні поняття кінематики та динаміки обертального руху твердого тіла. Визначити момент інерції маятника Обербека.

ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ

1. Маятник Обербека.
2. Масштабна лінійка.
3. Секундомір.
4. Штангенциркуль.



ОПИС УСТАНОВКИ

Маятник Обербека – це хрестовина, яка складається з двох стержнів довжиною l, маса кожного з яких m_1. Вісь обертання маятника співпадає з її центром і центром шківа, на якому закріплені стержні. На стержнях знаходяться тягарці однакової маси m_2, які можуть закріплюватися на різних відстанях R від осі обертання. На шків намотується нитка, до кінця якої прикріплений тягарець масою m.

Під дією тягарця m нитка розмотується і маятник починає рівноприскорено обертатися. Положення тягарця фіксується вертикальною масштабною лінійкою

РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

1) $I_1 = \frac{1}{6} m_1 l^2 + 4 m_2 R^2$,

m_1 – маса стержня, l – довжина стержня, m_2 – маса тягарця на стержні, R – відстань від центра маси тягарця до осі обертання.

2) $I_2 = \frac{md^2}{4}\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)$,

де m – маса тягарця на нитці, d – діаметр шківа, g - прискорення вільного падіння, t – час опускання тягарця з висоти h.

ФОРМУЛИ ДЛЯ ПОХИБОК

1) $\varepsilon_1 = \left(\frac{\frac{1}{3} m_1 l \Delta l + \frac{1}{6} l^2 \Delta m_1 + 8 m_2 \Delta R + 4 R^2 \Delta m_2}{\frac{1}{6} m_1 l^2 + 4 m_2 R^2}\right) \cdot 100\%$; $\quad \Delta I_1 = \frac{I_1 \varepsilon_1}{100\%}$.

2) $\varepsilon_2 = \left(\frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{2gt\Delta t + 2\Delta h}{gt^2 - 2h} + \frac{\Delta h}{h}\right) \cdot 100\%$; $\quad \Delta I_2 = \frac{I_2 \varepsilon_2}{100\%}$

ТАБЛИЦІ З РЕЗУЛЬТАТАМИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

m_1, 10^{-3}кг	Δm_1, 10^{-3}кг	l, 10^{-3} м	Δl, 10^{-3} м	m_2, 10^{-3}кг	Δm_2, 10^{-3}кг	R, 10^{-3}м	ΔR, 10^{-3}м	I, 10^{-2} кг·м^2	ΔI, 10^{-2} кг·м^2	ε, %

№ п/п	m, 10^{-3} кг	Δm, 10^{-3} кг	d, 10^{-3} м	Δd, 10^{-3} м	t, с	Δt, с	h, 10^{-3} м	Δh, 10^{-3} м	I, 10^{-2} кг·м^2	ΔI, 10^{-2} кг·м^2	ε, %
1											
2											
3											
с.з.											

КІНЦЕВИЙ РЕЗУЛЬТАТ

$$I_1 = (5{,}60 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-2}\ кг \cdot м^2,\ \varepsilon_1 = 0{,}2\%;^*$$

$$I_2 = (5{,}55 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-2}\ кг \cdot м^2,\ \varepsilon_1 = 1{,}3\%.$$

***Примітка:** наведені значення є лише прикладом запису і можуть відрізнятися від реальних результатів даної роботи.

4.2.3 Інструкції до базових лабораторних робіт курсу **(відповідає змісту [8] Механіка та молекулярна фізика. Лабораторний практикум / Укладачі: Дідух Л.Д., Скоренький Ю.Л., Крамар О.І., Довгоп'ятий Ю.М., Ганкевич В.В.- Тернопіль: ТНТУ, 2017).**

Лабораторна робота № 1

ВИВЧЕННЯ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА НА ПРИКЛАДІ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Мета роботи: засвоїти основні поняття кінематики та динаміки обертального руху твердого тіла. Визначити момент інерції маятника Обербека.

1 ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ

1. Маятник Обербека.
2. Масштабна лінійка.
3. Секундомір.
4. Штангенциркуль.

2 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

2.1 Обертальним рухом твердого тіла навколо нерухомої осі називається такий рух, при якому всі точки тіла описують концентричні кола, центри яких знаходяться на одній прямій, що є віссю обертання. Кола, по яких рухаються точки тіла, лежать у площинах, перпендикулярних до осі обертання. Точки тіла, які лежать на осі обертання, - нерухомі. Рис. 2.1 ілюструє обертальний рух, який здійснюється хрестовиною із закріпленими на ній тягарцями під дією сили натягу нитки (один кінець якої закріплений на шківі радіуса *r*, а до другого прикріплений тягарець *m*); $\vec{F}$ - сила натягу нитки, $\vec{T}$ - сила, яка діє на тягарець m з боку нитки, $m\vec{g}$ - сила тяжіння.

При обертальному русі твердого тіла навколо нерухомої осі положення твердого тіла визначається кутом повороту φ (аналог шляху при поступальному русі). Рухомі точки твердого тіла мають одні і ті ж кутові швидкості та кутові прискорення.

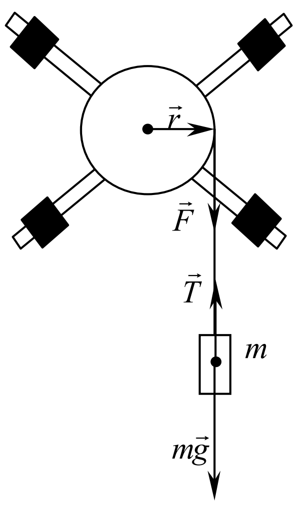


Рисунок 2.1

Вектор кутової швидкості $\vec{\omega}$ означимо так:

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}\vec{k}, \qquad (2.1)$$

де $d\varphi$ - кут повороту твердого тіла за час dt, $\vec{k}$ - одиничний вектор ($\left|\vec{k}\right| = 1$), спрямований в додатньому напрямку осі обертання OZ. Додатній напрям осі OZ обираємо за правилом свердлика: якщо ручка свердлика обертається в площині, перпендикулярній до осі обертання, в напрямку додатних відліків кута φ (приймемо, що $d\varphi > 0$ при обертанні тіла проти руху годинникової стрілки), то поступальний рух свердлика вказує додатній напрям осі OZ. Для випадку, зображеного на рис. 2.1, стержні, шків, тягарці, що знаходяться на стержнях, мають однакову кутову швидкість, яка спрямована вздовж осі обертання OZ за площину рисунка. Проекцією

$\vec{\omega}$ на вісь OZ є $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ (числове значення кутової швидкості). Одиницею вимірювання кутової швидкості є 1 рад/с.

За рахунок взаємодій системи із навколишніми тілами кутова швидкість тіла змінюється; ця зміна характеризується кутовим прискоренням, яке означимо як

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt}\vec{k} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{k} \tag{2.2}$$

Вектор $\vec{\varepsilon}$ має той напрямок, що і $\vec{\omega}$ у випадку прискореного руху ($d|\vec{\omega}|/dt > 0$) і протилежний напрямок до $\vec{\omega}$, якщо рух сповільнений ($d|\vec{\omega}|/dt < 0$). Для випадку, зображеного на рис. 2.1, напрямок кутового прискорення системи співпадає із напрямком кутової швидкості. Проекцією $\vec{\varepsilon}$ на вісь OZ є $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$ (числове значення кутового прискорення). Одиницею вимірювання кутового прискорення є 1 рад/с^2.

Лінійні кінематичні величини, що характеризують окрему точку тіла (шлях s, швидкість υ, тангенціальне прискорення a_τ), пов'язані з відповідними кутовими величинами – характеристиками тіла як цілого – співвідношеннями:

$$s = \varphi \cdot r, \quad \upsilon = \omega \cdot r, \quad a_\tau = \varepsilon \cdot r, \tag{2.3}$$

(r – радіус кола, по якому рухається дана точка тіла).

2.2 Основні поняття динаміки обертального руху твердого тіла – момент інерції та момент сили.

2.2.1 Момент інерції I при обертальному русі відіграє ту ж роль, що й маса при поступальному, тобто є мірою інертності твердого тіла при обертальному русі. Це можна бачити, зокрема, із порівняння виразу для кінетичної енергії обертального руху тіла навколо нерухомої осі ($I\omega^2/2$, де I – момент інерції, ω - кутова швидкість) з виразом для кінетичної енергії поступального руху тіла ($m\upsilon^2/2$).

Момент інерції тіла довільної геометричної форми відносно осі можна обчислити за формулою:

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2, \tag{2.4}$$

тобто момент інерції твердого тіла рівний сумі добутків елементарних мас (матеріальних точок) на квадрат їх віддалей до осі, що розглядається. Сума зводиться до інтегралу:

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV, \tag{2.5}$$

де ρ - густина, dV – елемент об'єму тіла, r – відстань від елемента dV до осі обертання, а інтеграл береться по всьому об'єму тіла. Одиниця вимірювання моменту інерції - 1 кг·м^2.

Можна бачити, що величина моменту інерції залежить від маси тіла, його розмірів, форми та від вибору осі обертання. Момент інерції – величина адитивна, тобто для системи, що складається із кількох тіл, повний момент інерції рівний сумі моментів інерції цих тіл.

Із (2.5) маємо, зокрема, що момент інерції матеріальної точки відносно будь-якої осі обертання є:

$$I = mr^2, \tag{2.6}$$

де m – маса матеріальної точки, r – відстань до осі обертання. За цією ж формулою можна обчислювати і момент інерції тіла за умови, що віддаль від осі обертання до центру мас набагато більша від характеристичних лінійних розмірів тіла.

Момент інерції суцільного однорідного циліндра (диска) відносно осі циліндра:

$$I = \frac{1}{2}mr^2, \tag{2.7}$$

де m – маса циліндра (диска), r – його радіус.

Момент інерції стержня відносно осі, яка проходить через середину стержня, перпендикулярно до нього:

$$I = \frac{1}{12} m l^2, \tag{2.8}$$

де m – маса стержня, l – довжина стержня.

Визначити момент інерції тіла можна і експериментально – з допомогою основного закону динаміки обертального руху твердого тіла.

2.2.2 Для випадку нерухомої осі тіло може обертатися навколо цієї осі за умови, що існує зовнішня сила (або її складова) $\vec{F}$ у площині, перпендикулярній до осі. Обертальний ефект сили $\vec{F}$ характеризується фізичною величиною, що називається моментом сили (обертальним моментом). Обертальний момент при обертальному русі відіграє таку ж роль, що і сила при поступальному русі. Розрізняють момент сили відносно точки і момент сили відносно осі.

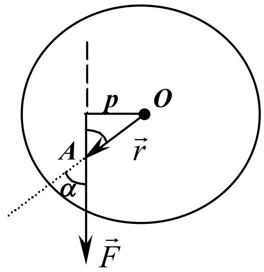


Рисунок 2.2

Виберемо на осі обертання OZ точку O в площині дії означеної вище сили $\vec{F}$ (див. рис. 2.2). Тоді моментом сили відносно точки O буде векторна величина $\vec{M}$, яка дорівнює векторному добутку радіуса-вектора $\vec{r}$, проведеного із точки O в точку A прикладання сили, і вектора сили $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]. \tag{2.9}$$

Модуль моменту сили:

$$\left|\vec{M}\right| = Fr \sin\alpha = Fp,$$

де α - кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$, а $p = r\sin\alpha$ - довжина перпендикуляра, опущеного з осі обертання на напрям дії сили, – плече сили.

Момент сили відносно нерухомої осі OZ є проекцією моменту сили $\vec{M}$ відносно точки O на вісь OZ:

$$M_Z = Fr \sin\alpha. \tag{2.10}$$

Момент сили відносно нерухомої осі OZ можна означити і як векторну величину

$$\vec{M} = M_Z \cdot \vec{k},$$

де $\vec{k}$ - одиничний вектор, спрямований уздовж осі OZ (індекс z може опускатися).

Якщо на тіло діє кілька сил, то результуючий момент сил відносно точки O дорівнює векторній сумі складових моментів. Результуючий момент відносно осі є алгебраїчною сумою проекцій складових моментів.

Вимірюється момент сили в ньютон-метрах (Н·м).

2.3 Зв’язок між моментом сили, кутовим прискоренням та моментом інерції дає основний закон динаміки обертального руху:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \tag{2.11}$$

де $\vec{M}$ - результуючий момент сил. Після проектування на вісь обертання маємо

$$M = I\varepsilon,$$

де M – проекція результуючого моменту (алгебраїчної суми моментів) на вісь обертання – момент сили відносно осі обертання. Видно ($\varepsilon = \frac{M}{I}$), що момент інерції- міра інертності тіла при обертальному русі.

Для прикладу, наведеного на рис. 2.1, якщо знехтувати силами тертя, величина моменту сили $M = F \cdot r$ і спрямований він у той же бік, що і кутова швидкість. Знаючи M і ε, за формулою (2.11) можна знайти момент інерції системи, що складається з хрестовини з тягарцями та шківа (рис. 2.1).

3 ОПИС УСТАНОВКИ

А. Маятник Обербека (рис. 3.1) – це хрестовина, яка складається з двох стержнів, маса кожного з яких m_1. Вісь обертання маятника співпадає з центром хрестовини і центром шківа, на якому закріплені стержні довжиною l. На стержнях знаходяться тягарці однакової маси m_2, які можна закріплювати на різних відстанях R від осі обертання. На шків намотується нитка, до кінця якої прикріплений тягарець масою m.

Перед початком досліду тягарець m піднімають у верхнє положення, намотуючи

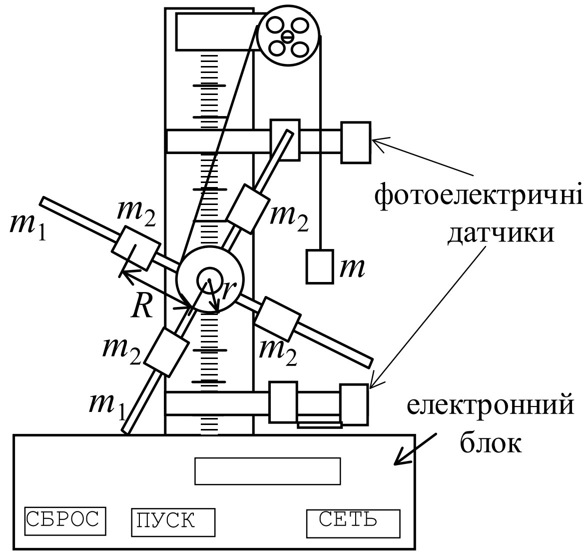


Рисунок 3.1

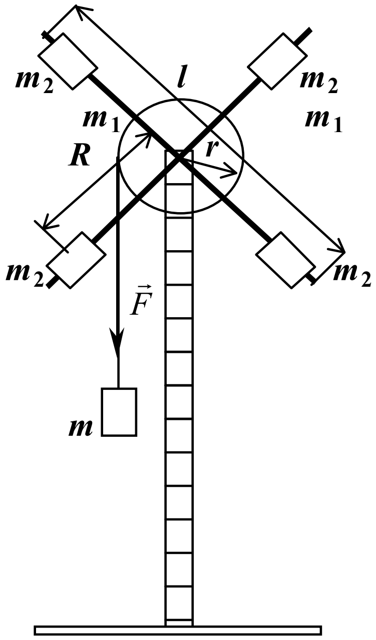


Рисунок 3.2

нитку на шків, і занулюють покази електронного блока, натиснувши на кнопку “СБРОС”. Щоб почати дослід, необхідно натиснути кнопку “ПУСК” на електронному блоці. Під дією тягарця m нитка розмотується і маятник починає рівноприскорено обертатися. Відлік часу починається, коли тягарець m проходить верхній фотоелектричний датчик, і закінчується, коли він проходить нижній. Відстань між датчиками (шлях, що пройшов тягарець за час, зафіксований електронним блоком) вимірюється за допомогою вертикальної масштабної лінійки.

Б. Маятник Обербека (рис. 3.2) – це хрестовина, яка складається з двох стержнів, маса кожного з яких m_1. Вісь обертання маятника співпадає з її центром і центром шківа, на якому закріплені стержні. На стержнях знаходяться тягарці однакової маси m_2, які можуть закріплюватися на різних відстанях від осі обертання. На шків намотується нитка, до кінця якої прикріплений тягарець масою m.

Під дією тягарця m нитка розмотується і маятник починає рівноприскорено обертатися. Положення тягарця фіксується вертикальною масштабною лінійкою.

4 ВИВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ФОРМУЛ

Момент інерції маятника Обербека можна знайти двома способами. Перший грунтується на застосуванні формули (2.4) до системи, що розглядається. Другий спосіб полягає у використанні основного закону динаміки обертального руху твердого тіла, де величини M і ε визначаються через величини, які вимірюються за допомогою дослідів.

Перший спосіб.

Момент інерції маятника Обербека рівний сумі моментів інерцій хрестовини, чотирьох тягарців, закріплених на хрестовині, та шківа. Момент інерції хрестовини (двох стержнів)

$$I_x = 2\frac{1}{12}m_1 l^2 = \frac{1}{6}m_1 l^2, \tag{4.1}$$

(використовуємо формулу (2.8)). Момент інерції чотирьох тягарців

$$I_в = 4m_2 R^2 \tag{4.2}$$

(використано формулу (2.6)). Підставою для використання формули (2.6) є виконання умови $R^2 >> a^2$ (R – відстань від осі обертання до центру мас тягарця, a – лінійний розмір тягарця); в цьому випадку тягарець може розглядатися як матеріальна точка.

Зважаючи далі на умови

$$m_1 + 4m_2 >> m_ш, \tag{4.3}$$

$$l >> r, \qquad R >> r \tag{4.4}$$

($m_ш$ – маса шківа), можна знехтувати моментом інерції шківа. Таким чином, шуканий момент інерції

$$I = \frac{1}{6}m_1 l^2 + 4m_2 R^2. \tag{4.5}$$

Другий спосіб.

Момент інерції маятника I можна визначити із основного закону динаміки обертального руху твердого тіла (2.11).

У даній лабораторній роботі обертаючою силою є сила натягу нитки, яка приводить в рух хрестовину. На основі другого закону Ньютона при опусканні тягарця ця сила

$$F = mg - ma = m(g-a), \tag{4.6}$$

де g - прискорення вільного падіння; a - прискорення, з яким опускається тягарець.

Плече сили F - радіус шківа r, тому обертаючий момент рівний

$$M = Fr = m(g-a)r. \tag{4.7}$$

Кутове прискорення ε можна визначити, знаючи відстань h, яку пройде тягарець m, і час руху. Відомо, що

$$h = at^2/2, \tag{4.8}$$

тому

$$a = 2h/t^2. \tag{4.9}$$

Отже, оскільки (на основі (2.3))

$$\varepsilon = a/r, \tag{4.10}$$

то

$$\varepsilon = 2h/(t^2 r). \tag{4.11}$$

Підставивши формули (4.7), (4.10), (4.11) в формулу (2.11) і після заміни $r=d/2$ (d – діаметр шківа), одержимо розрахункову формулу для визначення моменту інерції маятника Обербека:

$$I = \frac{md^2}{4}\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \tag{4.12}$$

5 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

5.1 Визначити маси тягарців m, m_1, m_2 та довжину стержня l.

5.2 Встановити тягарці m_2 на заданій викладачем відстані R від осі обертання.

Увага: При виконанні роботи слідкувати, щоб тягарці були добре закріплені.

5.3 Обчислити момент інерції маятника за формулою (4.5).

5.4 Штангенциркулем виміряти діаметр шківа в різних місцях і обчислити його середнє значення.

5.5 Відстань h, що проходить тягарець m при опусканні, задається викладачем.

5.6 Намотуючи нитку на шків, підняти тягарець m у верхнє положення.

5.7 Провести вимірювання часу опускання тягарця t.

5.8 Дослід повторити тричі і обчислити середнє значення t_c.

5.9 Визначити момент інерції за формулою (4.12).

5.10 Оцінити відносні та абсолютні похибки результатів.

5.11 Результати лабораторної роботи записати в таблиці 5.1 і 5.2.

Таблиця 5.1

m_1, 10^{-3}кг	Δm_1, 10^{-3}кг	l, 10^{-3} м	Δl, 10^{-3} м	m_2, 10^{-3}кг	Δm_2, 10^{-3}кг	R, 10^{-3}м	ΔR, 10^{-3}м	I, 10^{-2} кг·м^2	ΔI, 10^{-2} кг·м^2	ε, %

Таблиця 5.2

№ п/п	m, 10^{-3} кг	Δm, 10^{-3} кг	d, 10^{-3} м	Δd, 10^{-3} м	t, с	Δt, с	h, 10^{-3} м	Δh, 10^{-3} м	I, 10^{-2} кг·м^2	ΔI, 10^{-2} кг·м^2	ε, %
1											
2											
3											
с.з.											

5.12 Результат роботи подати у вигляді $I = I_c \pm \Delta I_c$ (для обох способів розрахунку), вказуючи також величини відносних похибок ε.

6 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

6.1 Дати означення моменту сили та вказати одиниці вимірювання.

6.2 Дати означення моменту інерції та вказати одиниці вимірювання.

6.3 Сформулювати основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.

6.4 Обґрунтувати положення: момент інерції є міра інертності твердого тіла при обертальному русі.

6.5 При яких положеннях тягарців момент інерції маятника Обербека буде максимальним? Мінімальним?

6.6 Вивести формули для розрахунку похибок.

7 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

7.1 Пояснити причини розбіжності результатів роботи, одержаних за формулами (4.5) і (4.12).

7.2 Як практично можна визначити силу тертя при русі маятника?

7.3 Які наближення зроблені при виведенні формули (4.5)? Уточніть цю формулу. Обґрунтуйте використаний вами метод обробки результатів вимірювань.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА МЕТОДОМ ПРОГИНУ СТЕРЖНЯ

Мета роботи: ознайомитися з видами деформації та визначити модуль Юнга методом прогину стержня.

1 ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ

1. Лабораторна установка.
2. Тягарці.
3. Штангенциркуль.
4. Мікрометр.

2 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Тіло під дією сили, прикладеної до нього, може деформуватися – змінювати форму і розміри; при цьому одні частинки тіла зміщуються відносно інших. Деформації, які зникають після припинення дії сили називаються пружними, деформації, які не зникають після припинення дії сили – пластичними. За способом зовнішньої дії на тіло розрізняють деформації розтягу (стиску), зсуву, кручення, згину. Довільну складну деформацію можна звести до двох: деформації розтягу (стиску) та деформації зсуву.

Пружні деформації описуються законом Гука, який для деформації розтягу стержня має вигляд:

$$\sigma = E\varepsilon , \qquad (2.1)$$

де $\varepsilon=\Delta l/l_0$ – відносне видовження стержня (відносна деформація), $\Delta l=l-l_0$ – абсолютне видовження стержня, l – довжина деформованого стержня, l_0 – довжина недеформованого стержня, $E=1/\alpha$ – модуль Юнга, α – коефіцієнт, який характеризує пружні властивості стержня; $\sigma=F_n/S$ – напруження (зусилля) – сила, яка діє на одиницю площі поперечного перерізу стержня перпендикулярно до нього.

Із (6.1) видно, що

$$E = \sigma/\varepsilon, \qquad (2.2)$$

тобто модуль Юнга рівний такому напруженню, при якому відносне видовження рівне одиниці, $[E]=1Н/м^2$.

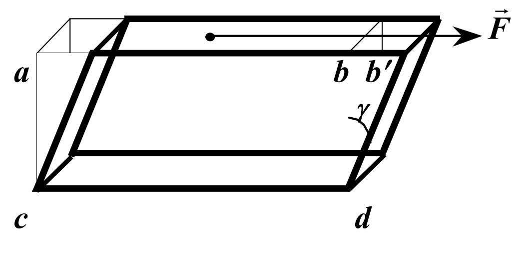


Рисунок 2.1

<u>Деформацією зсуву (зсувом)</u> називається така деформація, при якій всі плоскі шари, паралельні до площини, вздовж якої діє прикладена до тіла сила, зсунуті один відносно одного. Зсув ілюструє рис. 2.1: прямокутний паралелепіпед, нижня грань якого закріплена, а до верхньої прикладена сила $\vec{F}$ (яка лежить у площині цієї грані) перетворюється у косокутний.

Переміщення bb' називають абсолютним зсувом грані ab відносно грані cd. Кут γ називають кутом зсуву, а $tg\gamma$ - відносним зсувом. Для малого зсуву $tg\gamma \approx \gamma$ (γ вимірюється в радіанах). При зсуві всередині тіла виникають пружні сили $\vec{F}_{пр}$, які протидіють зміні форми тіла, причому

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -\vec{F}\ .$$

Величина

$$\tau = \frac{F}{S},$$

де S – площа шару, що зсувається, називається тангенціальним (дотичним) напруженням.

У межах пружних деформацій відносний зсув γ ізотропного матеріалу пов'язаний із напруженням τ законом Гука (для зсуву):

$$\tau = \gamma G\ , \qquad (2.3)$$

де G – модуль зсуву для даного матеріалу.

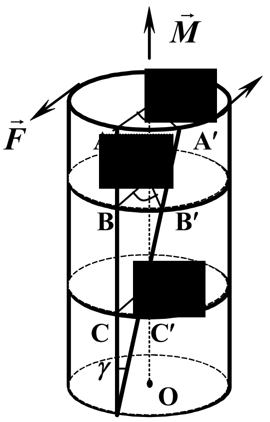


Рисунок 2.2

<u>Деформація кручення.</u> Кручення – деформація, яка виникає в стержні, якщо закріпити один його кінець і закручувати інший (рис. 2.2, нижній кінець стержня закріплено).

При деформації кручення перерізи стержня, що лежать вище нижнього (закріпленого) перерізу, повертаються навколо осі стержня, причому чим вище лежить переріз, тим більший його кут повороту ($\varphi_a > \varphi_b > \varphi_c \ldots$); твірні циліндричної поверхні при цьому зсуваються на кут γ (рис. 2.2). Іншими словами, деформацію кручення можна представити як суму деформацій зсуву. Отже, при закручуванні стержень зазнає деформації зсуву.

Нехай верхній (незакріплений) переріз стержня повернувся на кут φ під дією обертального моменту зовнішніх сил $\vec{M}$ (докладніше щодо цього див. далі). Тоді, як встановлено на досліді, в межах пружних деформацій

$$M = k\varphi\ , \qquad (2.4)$$

де k – модуль кручення стержня – величина, що залежить від розмірів і пружних властивостей стержня. Формула (2.4) – закон Гука для деформації кручення. Оскільки кручення зводиться до деформації зсуву, то між модулем кручення стержня k і його модулем зсуву G існує зв'язок:

$$k = \frac{\pi r^4 G}{2l}, \qquad (6.5)$$

де r – радіус стержня, l – його довжина.

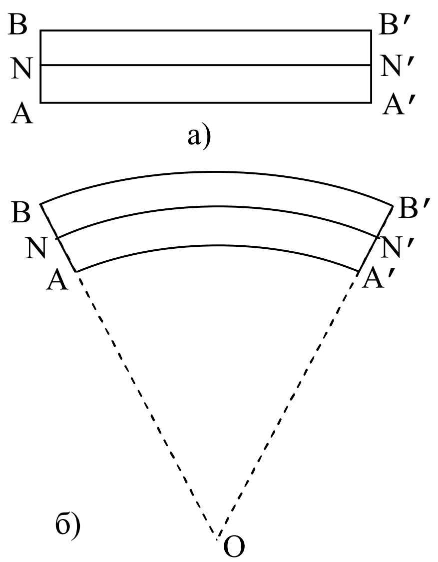


Рисунок 2.3

<u>Деформація згину</u>. Розглянемо деформацію згину на прикладі однорідної балки, поперечний переріз якої є однаковим по всій її довжині. Нехай до деформації балка мала прямокутну форму. Уявно виділимо в балці нескінченно малий елемент AA′B′B (рис. 2.3, а), вісь NN′ якого і грані AA′ та BB′ є паралельними до осі балки. Оскільки ми вибрали елемент нескінченно малим, то можна вважати, що в результаті згину прямі AA′, BB′, NN′ та всі прямі, паралельні до них, перейдуть в кола з центрами, що лежать на осі O, перпендикулярній до площини рисунка (рис. 2.3, б). Вісь O називається віссю згину. В результаті згину довжина відрізка NN′ не змінюється, довжина всіх відрізків, що лежать вище від NN′ (наприклад, BB′) – збільшується, довжина всіх відрізків, що лежать нижче від

NN′ (наприклад, AA′) – зменшується. Таким чином, елемент BB′N′N зазнає розтягу, елемент AA′N′N – стиску (див. пункт 2).

3 ОПИС УСТАНОВКИ

Прилад складається з дерев'яних стійок, на яких встановлені призми $П_1$ і $П_2$ (див. рис. 3.1). На призми покладена лінійка Л з гачком для підвішування вантажу В. Над лінійкою на штативі Ш закріплений мікрометр М, дотик мікрометра до лінійки викликає протікання струму в колі, внаслідок чого загоряється індикаторна лампочка ІЛ.

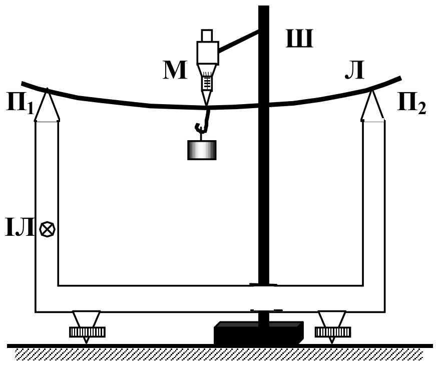


Рисунок 3.1

4 ВИВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ ФОРМУЛИ

В даній роботі для визначення модуля Юнга використовується деформація прогину. Прогин – вид деформації, що характеризується викривленням осі деформованого тіла (стержня, пластинки, плити, балки) під дією зовнішніх сил, прикладених перпендикулярно до його осі. Деформацію прогину проілюстровано на рис. 4.1. Тут зовнішня сила $\vec{F}$ прикладена до середини лінійки. Величина деформації характеризується стрілою прогину; стріла прогину – зміщення центра лінійки під дією прикладеної сили.

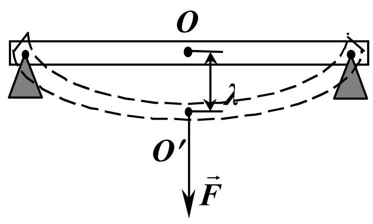


Рисунок 4.1

Якщо знехтувати вагою лінійки, то стріла прогину λ дається формулою:

$$\lambda = \frac{FL^3}{48EI_S}, \qquad (4.1)$$

де F – величина прикладеної сили, L – довжина лінійки, E – модуль Юнга, I_s – момент інерції поперечного перерізу тіла. Тут величина I_s вводиться подібно до моменту інерції тіла при обертовому русі навколо нерухомої осі з тією відмінністю, що замість маси стоїть площа поперечного перерізу (інтегрування ведеться по всьому поперечному перерізу тіла):

$$I_S = \int r^2 dS. \qquad (4.2)$$

Таким чином, величина I_s у формулі (4.1) має розмірність четвертого степеня довжини.

Якщо ми маємо лінійку довжиною L, шириною a, товщиною b, то момент інерції поперечного перерізу отримується шляхом заміни:

$$\frac{1}{12}mb^2 \to \frac{1}{12}abb^2 = \frac{1}{12}ab^3. \qquad (4.3)$$

Підставляючи (4.3) в (4.1), модуль Юнга визначається формулою:

$$E = \frac{FL^3}{4a\lambda b^3}. \qquad (4.4)$$

Вираз (4.4) є розрахунковою формулою.

5 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

5.1 Виміряти штангенциркулем ширину лінійки a і мікрометром товщину b.
5.2 Штангенциркулем виміряти відстань між вершинами призм $П_1$ і $П_2$; ця відстань рівна довжині робочої частини лінійки L. Лінійку помістити на призми.
5.3 Вістря мікрометра доторкнути до стержня (дотик фіксується загорянням індикаторної лампочки) і зняти початкові покази мікрометра n_0.
5.4 Навантажити лінійку (кількість тягарців задає викладач) і вістря мікрометра знову доторкнути до лінійки. При загорянні індикаторної лампочки зняти покази мікрометра n_1 і визначити стрілу прогину $\lambda = n_0 - n_1$.
5.5 Визначити масу тягарця і обчислити величину сили F.
5.6 Дослід повторити тричі.
5.7 Визначити модуль Юнга, підставляючи у формулу (6.9) середні значення λ, a, b.
5.8 Оцінити абсолютну та відносну похибки.
5.9 Результат роботи подати у вигляді $E = E_c \pm \Delta E_c$, вказуючи також величину відносної похибки ε.
5.10 Дані вимірювань та розрахунків записати в таблицю 5.1.

Таблиця 5.1

№	F, Н	ΔF, Н	L, 10^{-2} м	ΔL, 10^{-2} м	λ, 10^{-3} м	$\Delta\lambda$, 10^{-3} м	a, 10^{-3} м	Δa, 10^{-3} м	b, 10^{-3} м	Δb, 10^{-3} м	E, 10^{10} Н/м^2	ΔE, 10^{10} Н/м^2	ε, %
1.													
2.													
3.													
С.з.													

6 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

6.1 З'ясувати суть деформацій розтягу (стиску), згину.
6.2 Сформулювати закон Гука.
6.3 З'ясувати фізичний зміст модуля Юнга.
6.4 Вивести формули для розрахунку похибок.

7 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

7.1 Обчислити момент інерції перерізу круглого стержня за формулою (4.2).
7.2 Описати діаграму напружень (залежність напруження від величини деформації).

Лабораторна робота № 3

ВИЗНАЧЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНОГО ДЕКРЕМЕНТА ТА КОЕФІЦІЄНТА ЗГАСАННЯ КОЛИВАНЬ

Мета роботи: засвоїти основні поняття теорії згасаючих коливань. Визначити логарифмічний декремент та коефіцієнт згасання коливань.

1 ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ

1. Маятник зі шкалою.
2. Секундомір.

2 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

2.1 Гармонічне коливання – зміна фізичної величини α з часом за законом синуса або косинуса:

$$\alpha = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\,, \qquad (2.1)$$

де α – значення цієї величини в довільний момент часу *t*, *A* – амплітуда коливань (максимальне значення фізичної величини α), $(\omega_0 t + \varphi_0)$ - фаза коливань (визначає відхилення), φ_0 - початкова фаза (визначає відхилення в момент часу *t*=0), ω_0 – кутова частота.

Період гармонічних коливань *T* – час, за який здійснюється одне повне коливання:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{\nu} \qquad [T]=1\text{c}, \qquad (2.2)$$

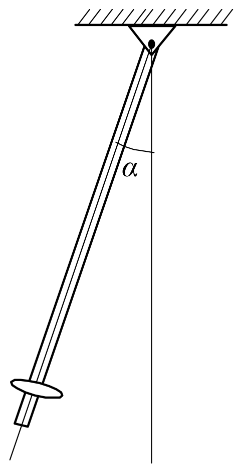


Рисунок 2.1

ν - частота коливань (кількість коливань за одну секунду). Одиниця вимірювання частоти – 1Гц (Герц).

Гармонічні коливання можуть відбуватися лише під дією пружної або квазіпружної сил (квазіпружною називається сила, яка за своєю природою є непружною, але математично описується так, як і пружна сила, тобто $F_{квп} = -k\alpha$, де α – відхилення, *k* – коефіцієнт пропорційності).

2.2 У роботі досліджуються згасаючі коливання на прикладі руху фізичного маятника (рис. 2.1). Фізичний маятник – тіло, що коливається під дією сили тяжіння навколо горизонтальної осі, що не проходить через центр мас.

Знайдемо закон руху фізичного маятника за умови згасання на основі закону збереження енергії.

В довільний момент часу сума кінетичної та потенціальної енергій маятника

$$E = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{k\alpha^2}{2}\,, \qquad (2.3)$$

де *I* – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу, ω - кутова швидкість маятника в даний момент часу, $k = mgd$, *m* – маса маятника, *g* – прискорення вільного падіння біля поверхні Землі, *d* - віддаль від осі обертання маятника до центру мас, α - кут відхилення маятника від положення рівноваги (див. вивід цієї формули у теоретичному вступі до ЛР № 7). Зменшення енергії системи dE при обертанні маятника на кут $d\alpha$ викликане втратами її на подолання сил тертя,

$$dE = dA,$$

де елементарна робота моменту сил тертя $M_т$

$$dA = -M_т d\alpha, \qquad (2.4)$$

знак "мінус" тому, що робота сили тертя призводить до зменшення енергії системи ($dE<0$).

Приймемо, що момент сили тертя пропорційний до кутової швидкості:

$$M_т = r\omega, \qquad (2.5)$$

де r – коефіцієнт, що характеризує тертя, ω - кутова швидкість ($\omega = \frac{d\alpha}{dt}$). Залежність (2.5) взята за аналогією із силами тертя, які враховуються при розгляді згасаючих коливань матеріальної точки (наприклад, математичного маятника).

Оскільки

$$dE = I\omega d\omega + k\alpha d\alpha, \qquad (2.6)$$

то

$$I\omega d\omega + k\alpha d\alpha = -r\omega d\alpha.$$

Так як $d\alpha = \omega dt$, то

$$I\frac{d\omega}{dt} + k\alpha + r\frac{d\alpha}{dt} = 0, \qquad (2.7)$$

або, враховуючи, що

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \quad \frac{d\alpha}{dt} = \omega,$$

маємо

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta\frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2\alpha = 0, \qquad (2.8)$$

де введено позначення $\beta = \frac{r}{2I}$ та $\omega_0^2 = \frac{k}{I}$. Величину β називають коефіцієнтом згасання коливань, ω_0 – власною кутовою частотою коливань.

Розв'язком диференціального рівняння (2.8) буде вираз:

$$\alpha = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (2.9)$$

який описує згасаючі коливання. Тут $A(t)$ – амплітуда згасаючих коливань

$$A(t) = A_0\exp(-\beta t), \qquad (2.10)$$

A_0 - амплітуда в момент часу t=0, ω - кутова частота згасаючих коливань

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2. \qquad (2.11)$$

Період згасаючих коливань дається формулою:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \qquad (2.12)$$

Залежності (2.9)-(2.12) мають місце лише за умови $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$, якщо ж $\beta^2 < \omega_0^2$ (випадок значних сил опору середовища), то коливань не існує.

3 ВИВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ ФОРМУЛИ

Нехай у момент часу t_1 амплітуда згасаючих коливань має значення:

$$A_1 = A_0 e^{-\beta t_1}, \qquad (3.1)$$

а в момент часу t_2:

$$A_2 = A_0 e^{-\beta t_2}. \qquad (3.2)$$

Поділимо (3.1) на (3.2) і отримаємо:

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\beta(t_1-t_2)} = e^{\beta(t_2-t_1)} = e^{\beta\Delta t} = e^{\beta n\mathrm{T}}, \tag{3.3}$$

де n – число повних коливань за час $\Delta t = t_2 - t_1$, $T = \dfrac{\Delta t}{n}$ - період цих коливань. Прологарифмувавши рівняння (3.3), отримаємо:

$$\ln\frac{A_1}{A_2} = \beta n T\,.$$

Звідси:

$$\beta = \frac{1}{nT}\ln\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{t}\ln\frac{A_1}{A_2}\,. \tag{3.4}$$

З формули (3.4) випливає, що коефіцієнт згасання – це величина, обернена до часу, протягом якого амплітуда зменшується e раз ($\ln(A_1/A_2)=\ln(e)=1$). $[\beta] = c^{-1}$.

Логарифмічним декрементом згасання називається величина:

$$\delta = \beta T = \frac{1}{n}\ln\frac{A_1}{A_2}\,. \tag{3.5}$$

З формули (3.5) випливає, що логарифмічний декремент згасання – це величина, обернена до числа коливань, за яке амплітуда зменшується в e раз.

Розрахункова формула для знаходження прискорення вільного падіння g (ця частина лабораторної роботи виконується лише за вказівкою викладача).

Формула (2.12) для періоду коливань фізичного маятника з урахуванням згасання може бути використана для знаходження прискорення вільного падіння g. Оскільки

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I} = \frac{mgd}{I},$$

то g входить у вираз для періоду коливань. Введемо позначення:

$$l_{зв} = \frac{I}{md}, \tag{3.6}$$

тоді

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l_{зв}}\,. \tag{3.7}$$

Величина $l_{зв}$ називається зведеною довжиною фізичного маятника. Якщо фізичним маятником є стержень довжиною l, що коливається відносно горизонтальної осі, що проходить через верхній кінець стержня, то:

$$I = \frac{1}{3}ml^2, \qquad d = \frac{l}{2}$$

і

$$l_{зв} = \frac{2}{3}l\,.$$

Знання періоду коливань T, зведеної довжини та коефіцієнта згасання коливань β дозволяє знайти g.

Із формули (2.12) маємо:

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2\,. \tag{3.8}$$

Враховуючи формулу (3.7), отримуємо:

$$\frac{g}{l_{зв}} = \frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2, \tag{3.9}$$

Звідси для прискорення вільного падіння отримуємо:

$$g = l_{зв}\left(\frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2\right), \tag{3.10}$$

де β знаходиться із формули (3.4).

4 ОПИС ДОСЛІДНОЇ УСТАНОВКИ

Дослідна установка (рис. 4.1) складається з фізичного маятника, що може коливатися відносно фіксованої осі, та електронного блока, призначеного для вимірювання кількості коливань та їх часу. Період коливань маятника можна змінювати, змінюючи положення вантажу на стержні. Щоб почати дослід, необхідно відхилити маятник від положення рівноваги (для вимірювання відхилення від положення рівноваги служить шкала, проградуйована в градусах), занулити покази електронного блока (натиснувши на кнопку "СБРОС") і відпустити маятник. Фотоелектричний індикатор фіксує кількість коливань N і час t, протягом якого відбувалися коливання. Використовуючи ці дані, можна знайти період коливань $T=t/N$. Щоб зупинити відлік через певну кількість коливань (наприклад, 10), необхідно натиснути кнопку "СТОП".

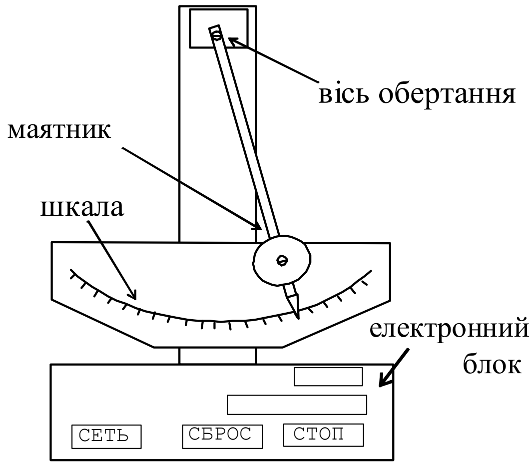


Рисунок 4.1

5 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

5.1 Відхилити маятник на кут A_1 (значення A_1 задає викладач).
5.2 Привести маятник в рух. Визначити час N коливань (N задає викладач) та кінцеву амплітуду A_2.
5.3 Визначити коефіцієнт згасання та логарифмічний декремент згасання за формулами (3.4) та (3.5), відповідно.
5.4 Повторити дослід ще два рази.
5.5 Обчислити середні значення β_c і δ_c.
5.6 Оцінити похибки вимірювань.
5.7 Результати роботи подати у вигляді $\beta = \beta_c \pm \Delta\beta_c$ та $\delta = \delta_c \pm \Delta\delta_c$, вказуючи також величини відносних похибок ε.
5.8 Результати роботи записати в таблицю 5.1.

Таблиця 5.1

№ п/п	n	t, с	Δt, с	A_1, ...°	ΔA_1, ...°	A_2, ...°	ΔA_2, ...°	β, с$^{-1}$	$\Delta\beta$, с$^{-1}$	ε_β %	δ	$\Delta\delta$	ε_λ %
1													
2													
3													
с.з.													

5.11 За формулою (2.10) знайти 5-6 додаткових значень амплітуди в інтервалі [A_1, A_2] через рівні проміжки часу. За цими точками побудувати графік залежності амплітуди від часу.

6 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

6.1 Що таке гармонічні коливання; які їх основні характеристики?
6.2 Які коливання називаються згасаючими?
6.3 Як амплітуда згасаючих коливань залежить від часу?
6.4 Що таке коефіцієнт згасання коливань?
6.5 Дати означення логарифмічного декремента згасання.
6.6 Вивести формули для розрахунку похибок.

7 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

7.1 Показати, що (2.9) є розв’язком диференціального рівняння (2.8).
7.2 Зобразити залежність амплітуди згасаючих коливань від часу.
7.3 Вивести формулу для прискорення вільного падіння з урахуванням моменту інерції тягарця, закріпленого на стержні.

Лабораторна робота № 4

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ МЕТОДОМ ПОРІВНЯННЯ КРАПЕЛЬ

Мета роботи: ознайомитися з явищем поверхневого натягу. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу досліджуваної рідини методом порівняння крапель.

1 ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ:

1. Бюретка з краном.
2. Досліджувана рідина.
3. Дистильована вода.
4. Мензурка для крапель.

2 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

2.1 Молекули рідини, розміщені в поверхневому шарі, перебувають у інших умовах порівняно з тими молекулами, що знаходяться в об'ємі рідини (рис. 2.1). Будь-яка молекула всередині рідини оточена іншими молекулами і зазнає симетричної дії притягання сусідніх молекул. Зважаючи на однорідність об'єму рідини, сили молекулярної взаємодії по всіх напрямках будуть зрівноважені. На молекулу, що знаходиться в поверхневому шарі, діятимуть сили притягання з боку молекул рідини $\vec{F}_1$ та молекул насиченої пари $\vec{F}_2$. Оскільки молекули насиченої пари знаходяться на значній віддалі одна від одної і від поверхневого шару, то $\vec{F}_1 >> \vec{F}_2$. Рівнодійна цих сил (пропорційна різниці сил молекулярного притягання $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$) спрямована всередину рідини, тому поверхневий шар тисне з певною силою на рідину, створюючи в ній додатковий тиск.

Насичена пара

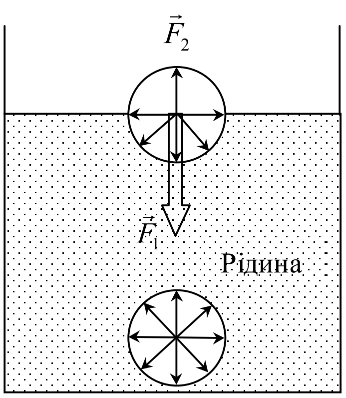


Рисунок 2.1

Енергія молекул поверхневого шару відмінна від енергії молекул в об'ємі рідини. Різницю між потенціальними енергіями молекул усередині рідини та молекул поверхневого шару називають <u>поверхневою енергією</u>.

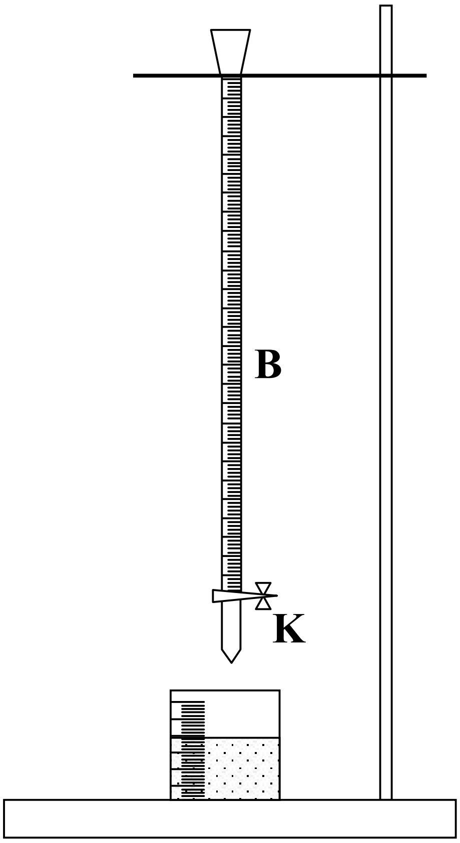
Оскільки число молекул на поверхні рідини пропорційне площі вільної поверхні, то будь-яке збільшення поверхні рідини *ΔS* веде до виконання роботи *ΔA* по переміщенню молекул зсередини рідини на поверхню:

$$\Delta A = \alpha \Delta S \,. \qquad (2.1)$$

Таким чином, мірою поверхневого натягу є <u>коефіцієнт поверхневого натягу</u>

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S} \,. \qquad (2.2)$$

Коефіцієнтом поверхневого натягу (поверхневим натягом) є величина, чисельно рівна роботі, яку потрібно виконати для збільшення площі вільної поверхні рідини на одиницю. На основі (2.2) розмірність [α]=1 Дж/м^2.



2.2 Поряд із запропонованим способом коефіцієнт поверхневого натягу можна означити на основі іншого підходу. Оскільки в стані стійкої рівноваги надлишкова поверхнева потенціальна енергія повинна бути мінімальною, то рідина, внаслідок її нестисливості, прагне набрати форму з мінімальною площею поверхні (при відсутності дії інших сил рідина набуде форми кулі). Таким чином виникають сили поверхневого натягу, котрі зумовлюють тенденцію рідини зменшувати свою поверхню.

Сила поверхневого натягу на певному контурі поверхневої плівки завжди перпендикулярна до лінії контура і дотична до поверхні рідини. Величина цієї сили пропорційна довжині контура:

$$\Delta F = \alpha \Delta l \,. \tag{2.3}$$

Тоді коефіцієнтом поверхневого натягу (поверхневим натягом) α називають величину, яка чисельно рівна відношенню сили ΔF, що діє на ділянку контура поверхні рідини, до довжини Δl цієї ділянки:

$$\alpha = \frac{\Delta F}{\Delta l} \,. \tag{2.4}$$

Поклавши в (2.4) ΔF=1 Н, Δl=1 м, одержимо одиницю вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу в системі SI: $[\alpha] = 1\frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Кожна рідина характеризується певним значенням коефіцієнта поверхневого натягу, що залежить від її хімічного складу. Коефіцієнт поверхневого натягу зменшується із збільшенням температури і при певному її критичному значенні стає рівним нулю. На величину α суттєво впливає наявність у рідині поверхнево-активних речовин (наприклад, мила, розчиненого у воді).

3 ВИВЕДЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ ФОРМУЛИ

Для визначення коефіцієнта поверхневого натягу в даній роботі використовується метод порівняння крапель. Нехай рідина повільно витікає з вертикальної бюретки В з краном К (рис. 3.1). Поверхневий натяг не дозволяє рідині відразу вилитись з трубки і вона витікає краплями. При витіканні рідини поверхнева плівка краплі утворює звуження або шийку (див. рис. 3.2), яка розривається, коли вага краплі стає рівною силі поверхневого натягу F:

$$mg = F \,. \tag{3.1}$$

Оскільки $F = \alpha L$, де L - довжина контура в шийці краплі, що приблизно дорівнює довжині кола обводу кінчика бюретки:

$$L = 2\pi R, \tag{3.2}$$

де R - радіус кінчика бюретки.

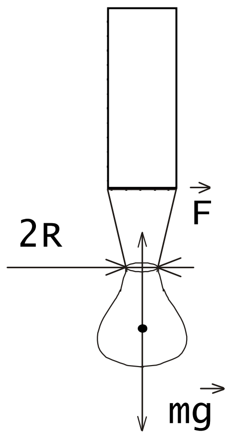


Рисунок 3.2

Тоді

$$F = 2\pi R \alpha \,. \tag{3.3}$$

Вага краплі визначається виразом:

$$mg = \rho V_x g \,, \tag{3.4}$$

де V_x - об’єм однієї краплі, ρ – густина рідини; прирівнюючи праві частини виразів (3.3) і (3.4), одержуємо:

$$2\pi R\alpha = \rho V_x g \,. \tag{3.5}$$

При витіканні дистильованої води можна записати:

$$2\pi R_1\alpha_1 = \rho_1 V_{x1} g \,. \tag{3.6}$$

Відповідно для досліджуваної рідини маємо:

$$2\pi R_2\alpha_2 = \rho_2 V_{x2} g \,. \tag{3.7}$$

Оскільки рідини витікають з однієї бюретки, R_1=R_2; поділимо рівняння (3.6) на рівняння (3.7):

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{V_{x1}\rho_1}{V_{x2}\rho_2} \,. \tag{3.8}$$

Оскільки в цій формулі маємо відношення об’ємів V_{x1}, V_{x2} крапель, його можна замінити відношенням об’ємів V_1, V_2 заданої кількості крапель двох рідин $V_{x1}/V_{x2} = V_1/V_2$.

У підсумку маємо:

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{V_2\rho_2}{V_1\rho_1} \,. \tag{3.9}$$

Остання формула є розрахунковою для даної лабораторної роботи.

4 ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

4.1 Визначити ціну поділки бюретки в м^3.
4.2 Налити в бюретку В дистильовану воду, з допомогою крана К домогтися витікання води краплями. Тричі провести вимірювання об’єму заданої викладачем кількості n крапель рідини V_1.
4.3 Промити бюретку досліджуваною рідиною. Виконуючи послідовність дій п.2, визначити об’єм n крапель досліджуваної рідини V_2.
4.4 Знаючи температуру в лабораторії, визначити за таблицями густину води ρ_1, густину досліджуваної рідини ρ_2, коефіцієнт поверхневого натягу води α_1.
4.5 Розрахувати значення коефіцієнта поверхневого натягу досліджуваної рідини α_2 за розрахунковою формулою (3.9).
4.6 Оцінити абсолютну та відносну похибки.
4.7 Результат роботи подати у вигляді $\alpha_2 = \alpha_{2c} \pm \Delta\alpha_{2c}$, вказавши також величину ε.
4.8 Дані лабораторної роботи записати в таблицю 4.1.

Таблиця 4.1

№ п/п	α_1, 10^{-3} Н/м	$\Delta\alpha_1$, 10^{-3} Н/м	V_1, 10^{-6} м^3	ΔV_1, 10^{-6} м^3	ρ_1, кг/м^3	$\Delta\rho_1$, кг/м^3	V_2, 10^{-6} м^3	ΔV_2, 10^{-6} м^3	ρ_2, кг/м^3	$\Delta\rho_2$, кг/м^3	α_2, 10^{-3} Н/м	$\Delta\alpha_2$, 10^{-3} Н/м	ε, %
1													
2													
3													
с.з.													

5 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

5.1 Пояснити причину виникнення сил поверхневого натягу. Що таке поверхнева енергія?
5.2 Дати означення коефіцієнта поверхневого натягу (на основі енергетичного та силового підходів), вказати його розмірність.
5.3 Як спрямована сила поверхневого натягу?
5.4 Чому при відсутності зовнішніх сил крапля рідини набуває сферичної форми?

5.5 Перерахувати явища, пов’язані з поверхневим натягом, і способи визначення коефіцієнта поверхневого натягу.
5.6 Вивести формули для розрахунку похибок.

6 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

6.1 Оцінити середній діаметр краплі та кількість молекул у цій краплі (на основі поняття числа Авогадро).
6.2 Якої форми набуде поверхня рідини між двома близько розташованими вертикальними пластинами; в тонкій трубці (капілярі)?
6.3 Пояснити механізм піднімання рідини в капілярі.

4.3 *Розв'язування задач. Загальні зауваження*

При підготовці відповідної теми семестрового завдання <u>студент повинен:</u>

- скласти короткий конспект основних законів та формул відповідної теми;
- записати повні умови задач;
- при записі скороченої умови задачі необхідно подавати всі фізичні величини в одиницях SI;
- при необхідності побудувати схематичний рисунок з відповідними позначеннями;
- розв'язок супроводжувати короткими коментарями;
- провести числовий розрахунок шуканих величин;
- виділити відповідь до задачі.

Зразки розв'язування задач подані у посібнику [10] на початку відповідних параграфів після необхідних теоретичних викладок. При розв'язуванні задач насамперед необхідно встановити, які фізичні закономірності відповідають даній проблемі. На основі формул, які описують відповідні процеси та явища задачі, необхідно знайти символьний (буквений) розв'язок, а лише потім підставляти числові результати (обов'язково в одній системі одиниць, як правило SI). Потрібні фізичні константи або довідкові дані необхідно брати з таблиць, наведених в кінці посібника. При числових розрахунках результат заокруглюється у відповідності із загальноприйнятими правилами, причому точність кінцевого результату не повинна перебільшувати точність вихідних величин.

4.3.1 *Семестрове завдання з курсу загальної фізики*

Модуль 1.

1) **Методика розв'язування задач. Кінематика матеріальної точки (1 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §1 [с. 7-11, задачі 1-4]
Самостійне розв'язування:	[10] §1 [1, 10, 13, 40, 49, 54, 57]

2) **Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла. Сили в механіці. Робота, потужність, енергія. Закони збереження (2 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §2 [с. 20-30, задачі 1-8] §4 [с. 59-64, задачі 1-6]
Самостійне розв'язування:	[10] §2 [2, 19, 38, 49, 63, 79] §4 [27, 38]

3) **Обертовий рух твердого тіла (1 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §3 [с. 41-50, задачі 1-8]
Самостійне розв'язування:	[10] §3 [4, 17, 22, 25, 35, 38, 52]

Модуль 2.

4) **Механічні коливання та хвилі (2 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §6 [с. 82-88, задачі 1-6] §7 [с. 98-102, задачі 1-4]
Самостійне розв'язування:	[10] §6 [8, 16, 35, 48, 58] §7 [6, 33]

5) **Закони ідеальних газів та елементи статистичної фізики (1 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §8 [с. 109-110, задачі 1-2] §9 [с. 114-116, задачі 1-2] §10 [с. 121-124, задачі 1-5]
Самостійне розв'язування:	[10] §8 [3, 9, 27] §9 [16, 19, 27] §10 [7, 26]

6) **Основи термодинаміки (1 год)**

Приклад розв'язування:	[10] §11 [с. 133-140, задачі 1-9]
Самостійне розв'язування:	[10] §11 [5, 17, 22, 35, 46, 57, 63]

Разом за 1 семестр 8 годин практичних робіт

4.3.2 ***Типові задачі на модульний контроль та приклади їх розв'язування.***

Модуль 1

Тема 1. Кінематика.

1.1 Човен рухається перпендикулярно до берега зі швидкістю 7,2 *км/год*. Течія зносить його на 150 *м* вниз по річці, ширина якої 0,5 *км*. Знайти: 1) швидкість течії річки, 2) час, витрачений на переправу через річку.

1.2 Тіло падає вертикально з висоти 19,6 *м* з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде: 1) перший 1 *м* свого шляху? 2) останній 1 *м* свого шляху? Опір повітря не враховувати.

1.3 Вагон рухається рівносповільнено з від'ємним прискоренням -0,5 $м/с^2$. Початкова швидкість вагона 54 *км/год*. Через який час і на якій відстані від початкової точки руху вагон зупиниться?

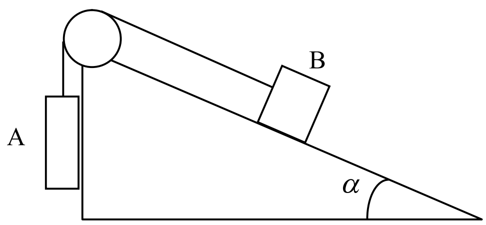
1.4 Залежність пройденого тілом шляху *s* від часу *t* задається рівнянням $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 0{,}14\ м/с^2$, $D = 0{,}01\ м/с^3$. 1) Через який час після початку руху прискорення тіла становитиме 1 $м/с^2$? 2) Чому дорівнює середнє прискорення тіла за цей проміжок часу?

1.5 Камінь, кинутий горизонтально, впав на землю через 0,5 *с* на відстані 5 *м* по горизонталі від місця кидання. 1) З якої висоти було кинуто камінь? 2) З якою початковою швидкістю його було кинуто? 3) З якою швидкістю він впав на землю? 4) Який кут утворює траєкторія каменя з горизонтом в точці його падіння на землю? Опір повітря не враховувати.

Тема 2. Динаміка (сили в природі, імпульс, робота, енергія).

2.1 Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $45°$. Залежність пройденої тілом відстані від часу задається виразом $s = Ct^2$, де $C = 1{,}73\ м/с^2$. Знайти коефіцієнт тертя тіла до площини.

2.2 Невагомий блок закріплений на вершині похилої площини, яка утворює з горизонтом кут $30°$. Тягарці А та В однакової маси 1 *кг* з'єднані ниткою та перекинуті через блок. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці, 2) силу натягу нитки. Коефіцієнт тертя тягарця В до похилої площини становить 0,1. Тертям в блоці знехтувати.



2.3 Штучний супутник Землі рухається по коловій орбіті в площині екватора із заходу на схід. На якій відстані від поверхні Землі повинен знаходитися цей супутник, щоб він був нерухомий відносно спостерігача, який знаходиться на Землі?

2.4 З вежі висотою 25 *м* горизонтально кинуто камінь зі швидкістю 15 *м/с*. Знайти кінетичну та потенціальну енергію каменя через 1 *с* після початку руху. Маса каменя 0,2 *кг*. Опором повітря знехтувати.

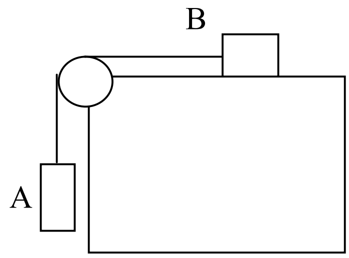
2.5 Автомобіль масою 2 *т* рухається під гору. Нахил гори становить 4 *м* на кожні 100 *м* шляху. Коефіцієнт тертя становить 0,08. Знайти: 1) роботу, яку виконує двигун автомобіля на шляху 3 *км*, 2) потужність, яку розвиває двигун, якщо відомо, що цей шлях було пройдено за 4 *хв*.

2.6 Ковзаняр масою 70 *кг*, стоячи на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою 3 *кг* зі швидкістю 8 *м/с*. Знайти, на яку відстань відкотиться при цьому ковзаняр, якщо відомо, що коефіцієнт тертя ковзанів до льоду дорівнює 0,02.

2.7 Куля, випущена з пістолета, летить горизонтально та застрягає у тілі сферичної форми, підвішеному на дуже легкому жорсткому стержні. Маса кулі в 1000 разів менша за масу тіла. Відстань від точки підвісу стержня до центра тіла сферичної форми становить 1 *м*. Знайти швидкість кулі, якщо відомо, що стержень з тілом відхилився від удару на $10°$.

2.8 Стріляючи з рогатки хлопчик натягнув гумовий шнур так, що його довжина стала більшою на 10 *см*. З якою швидкістю полетів камінь масою 20 *г*? Для натягування гумового шнура на 1 *см* потрібна сила 9,8 *Н*. Опором повітря при польоті каменя знехтувати.
2.9 Два тягарці масами 2 *кг* та 1 *кг* з'єднані ниткою, перекинутою через невагомий блок, підвішений до стелі. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці; 2) силу натягу нитки. Тертям в блоці знехтувати.

Тема 3. Обертовий рух твердого тіла.



3.1 До ободу колеса, яке має форму диска, прикладена дотична сила 98 *Н*. Радіус колеса 0,5 *м*, маса 50 *кг*. Знайти: 1) кутове прискорення колеса, 2) через який час після початку дії сили колесо буде мати швидкість, яка відповідає 100 *об*/*с*?
3.2 Блок масою 1 *кг* закріплений на кінці стола (див. рисунок). Вантажі А та В, що мають по 1 *кг*, з'єднані ниткою і перекинуті через блок. Коефіцієнт тертя вантажу В до стола 0,1. Блок вважати однорідним диском. Тертям в блоці знехтувати. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються вантажі; 2) сили натягу ниток.
3.3 Хлопчик котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю 7,2 *км*/*год*. На яку відстань обруч може викотитися на гірку за рахунок своєї кінетичної енергії? Нахил гірки становить 10 *м* на кожні 100 *м* шляху.
3.4 Мідна куля радіусом 10 *см* обертається зі швидкістю, яка відповідає частоті 2 *об*/*с*, навколо осі, яка проходить через її центр. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість обертання кулі вдвічі? Густина міді 8600 $кг/м^3$.
3.5 Колесо, обертаючись рівносповільнено при гальмуванні, зменшило за 1 *хв* швидкість обертання від 300 до 180 *об*/*хв*. Момент інерції колеса становить $2\ кг \cdot м^2$. Знайти: 1) кутове прискорення колеса, 2) гальмівний момент, 3) роботу гальмування, 4) число обертів, зроблених колесом за цю хвилину.
3.6 Горизонтальна платформа масою 80 *кг* та радіусом 1 *м* обертається з кутовою швидкістю 20 *об*/*хв*. В центрі платформи стоїть людина і тримає у розставлених руках гирі. Яке число обертів за хвилину буде робити платформа, якщо людина опустить руки та зменшить свій момент інерції від $2{,}94\ кг \cdot м^2$ до $0{,}98\ кг \cdot м^2$? Платформу вважати однорідним диском.

Модуль 2

Тема 4. Механічні коливання та хвилі.

4.1 Рівняння руху точки має вигляд $x = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right) см$. Знайти: 1) період коливань, 2) максимальну швидкість точки, 3) її максимальне прискорення.
4.2 Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливань 2 *с*, амплітуда 50 *мм*, початкова фаза дорівнює нулю. Знайти швидкість точки в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги становить 25 *мм*.
4.3 До пружини підвішений вантаж. Максимальна кінетична енергія коливань вантажу становить 1 *Дж*, амплітуда коливань 5 *см*. Знайти коефіцієнт деформації пружини.
4.4 Знайти амплітуду та початкову фазу гармонічного коливання, отриманого в результаті додавання однаково напрямлених коливань, які задаються рівняннями $x = 0{,}02\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ *м* та $x = 0{,}03\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) м$.
4.5 Чому дорівнює логарифмічний декремент згасання математичного маятника, якщо за 1 *хв* амплітуда коливань зменшилася у два рази? Довжина маятника 1 *м*.

4.6 Звукові коливання, що мають частоту 500 *Гц* та амплітуду 0,25 *мм*, поширюються у повітрі. Довжина хвилі становить 70 *см*. Знайти: 1) швидкість поширення коливань, 2) максимальну швидкість частинок повітря.

Тема 5. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу.

5.1 12 *г* газу займають об'єм 4 *л* при температурі $10°C$. Після нагрівання при сталому тиску його густина становила $6 \cdot 10^{-4}\ г/см^3$. До якої температури нагріли газ?

5.2 В посудині об'ємом 2 *л* знаходиться 10 *г* кисню під тиском 680 *мм рт. ст*. Знайти: 1) середню квадратичну швидкість молекул газу, 2) число молекул у посудині, 3) густину газу. Молярна маса кисню 0,032 *кг/моль*.

5.3 Чому дорівнюють питомі теплоємності при сталому об'ємі та при сталому тиску деякого двоатомного газу, якщо його густина при нормальних умовах (температура $0°C$, тиск 760 *мм рт. ст.*) становить $1{,}43\ кг/м^3$?

5.4 Гелій знаходиться у закритій посудині об'ємом 2 *л* при температурі $20°C$ та тиску 10^5 *Па* 1) Яку кількість теплоти треба надати гелію, щоб збільшити його температуру на $100°C$? 2) Якою буде середня квадратична швидкість його молекул при новій температурі? 3) Який встановиться тиск? 4) Якою буде густина гелію? 5) Якою буде енергія теплового руху його молекул? Молярна маса гелію 0,004 *кг/моль*.

5.5 Пасажирський літак здійснює польоти на висоті 8300 *м*. За допомогою компресора в салоні підтримується постійний тиск, який відповідає висоті 2700 *м*. У скільки разів густина повітря у салоні більша від густини повітря за бортом, якщо зовнішня температура $-20°C$, а температура у літаку $+20°C$?

Тема 6. Термодинаміка.

6.1 6,5 *г* водню при температурі $27°C$ розширюється вдвічі при сталому тиску за рахунок надходження тепла ззовні. Знайти: 1) роботу розширення, 2) зміну внутрішньої енергії газу, 3) кількість теплоти, наданої газу. Молярна маса водню 0,002 *кг/моль*.

6.2 В посудині під поршнем знаходиться 1 *г* азоту. 1) Яку кількість теплоти необхідно затратити, щоб нагріти азот на $10°C$? 2) Наскільки при цьому підніметься поршень? Маса поршня 1 *кг*, площа його поперечного перерізу 10 $см^2$. Тиск над поршнем становить 10^5 *Па*. Молярна маса азоту 0,028 *кг/моль*.

6.3 В посудині під поршнем знаходиться газ при нормальних умовах (температура $0°C$, тиск 760 *мм рт. ст.*). Відстань між дном посудини та дном поршня становить 25 *см*. Коли на поршень положили вантаж масою 20 *кг*, він опустився на 13,4 *см*. Вважаючи стиск адіабатним, знайти відношення $\dfrac{C_p}{C_V}$. Площа поперечного перерізу поршня 10 $см^2$; масою поршня знехтувати.

6.4 Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу $7{,}35 \cdot 10^4$ *Дж*. Температура нагрівника $100°C$, температура охолоджувача $0°C$. Знайти: 1) ККД (коефіцієнт корисної дії) машини, 2) кількість теплоти, яку отримує машина за один цикл від нагрівника, 3) кількість теплоти, яку віддає машина за один цикл охолоджувачу.

Приклади розв'язування типових тематичних задач.

Модуль 1

1.1 З одного і того ж місця почали рівноприскорено рухатися в одному напрямку дві точки, причому друга почала свій рух через 2 с після першої. Перша точка рухалася з початковою швидкістю 1 *м/с* та прискоренням 2 *м/с*^{2}, друга - з початковою швидкістю 10 *м/с* та прискоренням 1 *м/с*^{2}. Через який час і на якій відстані від вихідного положення перша точка дожене другу?

Дано:
$x_{01}=x_{02}=0$ *м*
$\upsilon_{01}=1$ *м/с*
$a_1=2$ *м/с*^{2}
$\upsilon_{02}=10$ *м/с*
$a_2=1$ *м/с*^{2}
$\Delta t=2$ *с*

1) t-?
2) s-?

У випадку рівноприскореного руху кінематичне рівняння зміни координати з часом має вигляд:

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (1)$$

Після підстановки у (1) відповідних значень початкової координати x_0, проекції початкової швидкості υ_{0x} та проекції прискорення маємо:

$$x_1 = t + t^2, \quad x_2 = 10(t-2) + \frac{(t-2)^2}{2}. \qquad (2)$$

В момент зустрічі координати точок співпадуть:

$$x_1 = x_2,$$

$$t + t^2 = 10(t-2) + \frac{(t-2)^2}{2},$$

$$2t + 2t^2 = 20(t-2) + (t-2)^2,$$

$$2t + 2t^2 = 20t - 40 + t^2 - 4t + 4,$$

$$t^2 - 14t + 36 = 0.$$

$$D = 196 - 144 = 52.$$

$$t_{1,2} = \frac{14 \mp \sqrt{52}}{2} = 7 \mp \sqrt{13}\ c.$$

В момент часу $t_1 \approx 7 - 3{,}6 = 3{,}4$ *с* друга точка доганяє першу, в момент часу $t_2 \approx 7 + 3{,}6 = 10{,}6$ *с* перша точка обганяє другу. Для знаходження відстаней підставимо у рівняння (2) (у перше або у друге) знайдені часи і отримаємо $s_1 \approx 15$ *м* та $s_2 \approx 123$ *м*.

1.2 Рух двох матеріальних точок задано рівняннями $x_1=A_1+B_1t+C_1t^2$ та $x_2=A_2+B_2t+C_2t^2$, де $A_1=20$ *м*; $A_2=2$ *м*; $B_1=B_2=2$ *м/с*; $C_1=-4$ *м/с*^{2}; $C_2=0{,}5$ *м/с*^{2}. В який момент часу швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості і прискорення точок в цей момент часу.

Дано:
$x_1=A_1+B_1t+C_1t^2$
$A_1=20$ *м*
$B_1=2$ *м/с*
$C_1=-4$ *м/с*^{2}
$x_2=A_2+B_2t+C_2t^2$
$A_2=2$ *м*
$B_2=2$ *м/с*
$C_2=0{,}5$ *м/с*^{2}

1) t-?
2) $\upsilon_1-?\ \upsilon_2-?$
3) $a_1-?\ a_2-?$

Миттєву швидкість кожної з точок знайдемо продиференціювавши координату x по часу:

$$\upsilon_1 = \frac{dx_1}{dt} = B_1 + 2C_1t; \quad \upsilon_2 = \frac{dx_2}{dt} = B_2 + 2C_2t. \qquad (1)$$

Миттєве прискорення кожної з точок знайдемо продиференціювавши швидкість υ по часу:

$$a_1 = \frac{d\upsilon_1}{dt} = \frac{d^2x_1}{dt^2} = 2C_1; \quad a_2 = \frac{d\upsilon_2}{dt} = \frac{d^2x_2}{dt^2} = 2C_2 \qquad (2)$$

Отже, прискорення точок від часу не залежить. Після підстановки у вирази (2) значень констант C_1 та C_2 маємо:
$a_1 = -8$ *м/с*^{2}, $a_2 = 1$ *м/с*^{2}.

Для знаходження часу t прирівняємо вирази (1) для υ_1 та υ_2:

$$B_1 + 2C_1t = B_2 + 2C_2t,$$

$$t = \frac{B_1 - B_2}{2(C_2 - C_1)}. \qquad (3)$$

Підставивши у формулу (3) значення відповідних констант матимемо $t=0$. Таким чином, $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 2$ *м/с* (після підстановки $t=0$ у формули (1)).

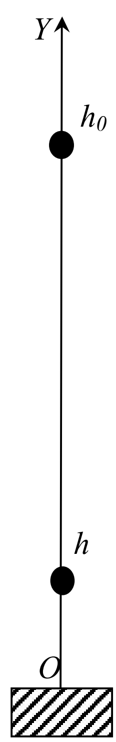
1.3 Камінь падає з висоти 1200 *м*. Який шлях пройде камінь за останню секунду свого руху?

Дано:
h_0=1200 *м*
t_1=1 *с*

s_1-?

Загальне кінематичне рівняння зміни висоти тіла з часом при вільному падінні має вигляд:

$$h = h_0 + \upsilon_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (1)$$



Виберемо додатній напрям осі OY вгору та пов'яжемо початок координат із землею (див. рисунок). Оскільки тіло падає без початкової швидкості, то $\upsilon_{0y} = 0$. Проекція прискорення вільного падіння $g_y = -g$. Таким чином, на основі (1) маємо:

$$h = h_0 - \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

В точці падіння h=0, тому розв'язуючи (2) маємо вираз для часу падіння:

$$t_n = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1200 м}{9{,}81 м/с^2}} \approx 15{,}64\ с.$$

Знайдемо тепер координату, яку матиме камінь у момент часу на одну секунду менший за час падіння, $t = t_n - t_1 = 14{,}64\ с$. Для цього підставимо у вираз (2) знайдений час t:

$$h = 1200 м - \frac{9{,}81 м/с^2 (14{,}64 с)^2}{2} \approx 150\ м.$$

Оскільки початок відліку зв'язаний із землею, то знайдена висота дорівнюватиме відстані, яку пролетів камінь за останню секунду руху $s = h = 150\ м$.

1.4 Точка рухається по кривій з постійним тангенціальним прискоренням 0,5 *м/с*^{2}. Визначити повне прискорення точки на ділянці кривої з радіусом кривизни 3 *м*, якщо точка рухається на цій ділянці з швидкістю 2 *м/с*. Який кут утворюють вектори тангенціального та повного прискорень?

Дано:
$a_\tau = 0{,}5\ м/с^2$
R=3 *м*
$\upsilon = 2\ м/с$

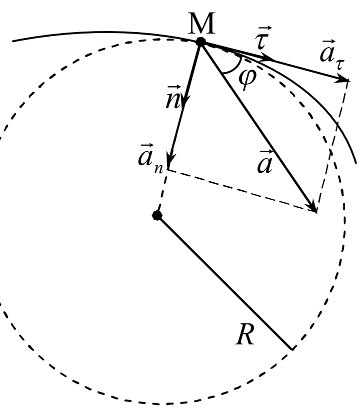
a-?
φ -?

Зв'язок між тангенціальним, нормальним та повним прискореннями:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \frac{\upsilon^4}{R^2}}. \qquad (1)$$

Підставимо числові дані у розрахункову формулу (1):

$$a = \sqrt{(0{,}5 м/с^2)^2 + \frac{(2 м/с)^4}{(3 м)^2}} \approx 1{,}42\ м/с^2$$



З рисунка видно, що: $\cos\varphi = \frac{a_\tau}{a} \Rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{a_\tau}{a}\right) = \arccos\left(\frac{0{,}5}{1{,}42}\right) \approx 69°$.

1.5 Тіло, кинуте з вежі в горизонтальному напрямі зі швидкістю 20 м/с, впало на відстані (від основи вежі), яка вдвічі більша від висоти вежі. Знайти висоту вежі.

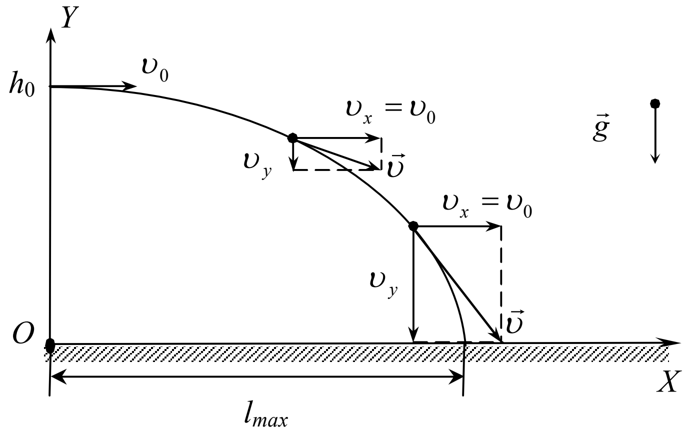
Дано:	
$\upsilon_0 = 20\,м/с$	У випадку тіла, кинутого горизонтально, рух тіла вздовж OX є рівномірним, а вздовж осі OY – рівноприскореним (вільне падіння). Відповідні рівняння зміни координати та швидкості матимуть вигляд (для випадку, зображеного на рисунку):
$l_{max}=2h_0$	
h_0-?	

$$x = l = \upsilon_{0x}t = \upsilon_0 t\,, \qquad (1)$$

$$\upsilon_x = \upsilon_0\,, \qquad (2)$$

$$y = h = h_0 + \frac{g_y t^2}{2} = h_0 - \frac{gt^2}{2}\,, \qquad (3)$$

$$\upsilon_y = g_y t = -gt\,. \qquad (4)$$



Швидкість тіла в довільній точці траєкторії

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}\,. \qquad (5)$$

Час падіння тіла визначається з виразу (3) за умови, що $h = 0$. Тому:

$$0 = h_0 - \frac{gt_n^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t_n = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,.$$

Відстань по горизонталі (див. (1)), яку пролетить тіло, визначається виразом:

$$l_{max} = \upsilon_0 \cdot t_n = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,.$$

$$\frac{l_{max}^2}{\upsilon_0^2} = \frac{2h_0}{g}\,.$$

Використаємо умову задачі:

$$\frac{4h_0^2}{\upsilon_0^2} = \frac{2h_0}{g} \Rightarrow h_0 = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{(20\,м/с)^2}{2 \cdot 9{,}81\,м/с^2} \approx 20{,}4\,м$$

1.6 Диск радіусом 20 см обертається за законом $\varphi = A + Bt + Ct^3$, де A=3 *рад*; B=-1 *рад/с*; C=0,1 *рад/с*^{3}. Визначити тангенціальне, нормальне та повне прискорення точок на ободі диска у момент часу 10 *с*.

Дано:	
R=20 *см*=0,2 *м*	Миттєву кутову швидкість точок диска знайдемо продиференціювавши кутову координату φ по часу:
$\varphi = A + Bt + Ct^3$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2$.
A=3 *рад*	
B=-1 *рад/с*	Використаємо час, заданий в умові задачі:
C=0,1 *рад/с*^{3}	$\omega = -1\,рад/с + 3 \cdot 0{,}1\,рад/с^3 \cdot (10\,с)^2 = 29\,рад/с$.
t=10 *с*	Між лінійною та кутовою швидкостями існує зв'язок у вигляді формули: $\boxed{\upsilon = \omega R}$.
1) a_τ-?	Тоді нормальне прискорення матиме вигляд:
2) a_n-?	$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = (29\,рад/с)^2 \cdot 0{,}2\,м = 168{,}2\,м/с^2$.
3) a-?	

Миттєву кутове прискорення кожної диска знайдемо продиференціювавши кутову швидкість ω по часу:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 6Ct\,.$$

Використаємо час, заданий в умові задачі:

$$\varepsilon = 6 \cdot 0{,}1\, рад/с^3 \cdot 10\,с = 6\, рад/с^2.$$

Між тангенціальним та кутовим прискореннями існує зв'язок у вигляді формули:

$$\boxed{a_\tau = \varepsilon R},$$

$$a_\tau = 6\, рад/с^2 \cdot 0{,}2\, м = 1{,}2\, м/с^2.$$

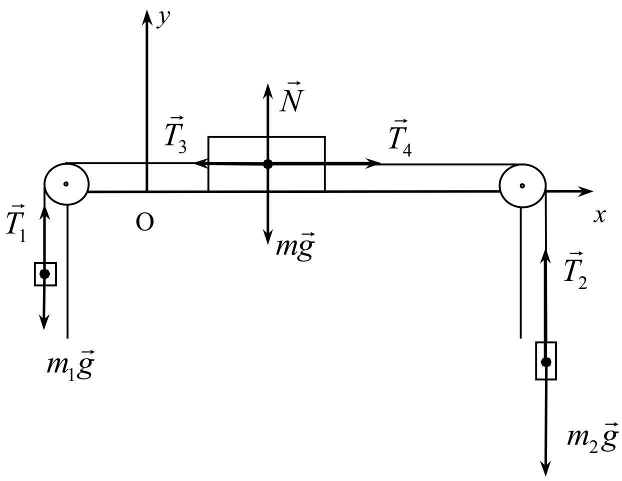
Зв'язок між тангенціальним, нормальним та повним прискореннями:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(168{,}2\, м/с^2\right)^2 + \left(1{,}2\, м/с^2\right)^2} \approx 168{,}204\, м/с^2$$

2.1 На гладкому столі лежить брусок масою 4 *кг*. До бруска прив'язані два шнура, перекинуті через нерухомі блоки, прикріплені до протилежних країв стола. До кінців шнурів підвішені гирі, маси яких 1 *кг* та 2 *кг*. Знайти прискорення, з яким рухається брусок та силу натягу кожного зі шнурів. Масою блоків та тертям знехтувати.

Дано:
m=4 *кг*
m_1=1 *кг*
m_2=2 *кг*

1) a-?
2) T_1-?
3) T_2-?



Всі зв'язані тіла системи будуть рухатися з однаковим прискоренням. Запишемо другий закон Ньютона для першого тіла:

$$m_1\vec{a} = \vec{T}_1 + m_1\vec{g}.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$m_1 a = T_1 - m_1 g.$$

Запишемо другий закон Ньютона для бруска на столі:

$$m\vec{a} = \vec{T}_3 + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{T}_4.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OX:

$$ma = T_4 - T_3.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$0 = N - mg.$$

Запишемо другий закон Ньютона для другого тіла:

$$m_2\vec{a} = \vec{T}_2 + m_2\vec{g}.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$-m_2 a = T_2 - m_2 g.$$

Оскільки блоки невагомі, то сили натягу $T_3 = T_1$ та $T_4 = T_2$.

У підсумку отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ ma = T_2 - T_1 \\ -m_2 a = T_2 - m_2 g \end{cases}; \begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ ma = T_2 - T_1 \\ m_2 a = -T_2 + m_2 g \end{cases} \qquad (1)$$

Для відшукання величини прискорення додамо всі рівняння (1) та отримаємо:

$$(m_1 + m + m_2)a = m_2 g - m_1 g\ .$$

Таким чином:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m + m_2} = \frac{(2\,кг - 1\,кг)\cdot 9{,}8\,м/с^2}{1\,кг + 4\,кг + 2\,кг} = 1{,}4\,м/с^2\ .$$

Сили натягу ниток (на основі виразів із системи (1)):

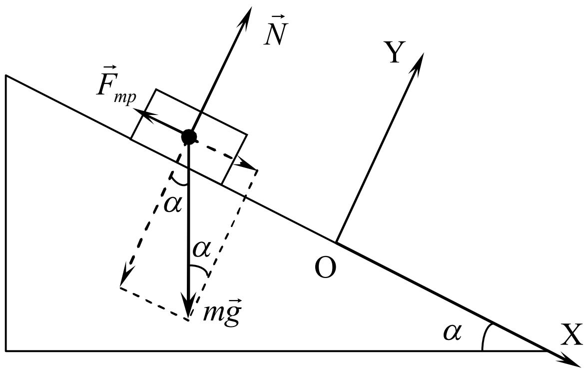
$$T_1 = m_1 a + m_1 g = m_1(g + a) = 1\,кг\cdot(9{,}8\,м/с^2 + 1{,}4\,м/с^2) = 11{,}2\,Н$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a = m_2(g - a) = 2\,кг\cdot(9{,}8\,м/с^2 - 1{,}4\,м/с^2) = 16{,}8\,Н$$

2.2 Похила площина, яка утворює кут $25°$ з площиною горизонту, має довжину 2 *м*. Тіло, яке рухається рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час 2 *с*. Знайти коефіцієнт тертя тіла до площини.

Дано:
$\alpha = 25°$
s=2 *м*
t=2 *с*

μ -?



Тіло рухається вздовж площини рівноприскорено. Таким чином:

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2\cdot 2\,м}{(2\,с)^2} = 1\,м/с^2$$

Запишемо другий закон Ньютона для тіла на похилій площині:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}\ . \qquad (1)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OX:

$$ma = mg\sin\alpha - F_{тр}\ . \qquad (2)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$0 = N - mg\cos\alpha\ . \qquad (3)$$

З рівняння (3) маємо $N = mg\cos\alpha$. Оскільки сила тертя пов'язана $F_{тр}$ з величиною сили нормальної реакції опори виразом $F_{тр} = \mu N$, то $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$. Таким чином на основі (2) маємо:

$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha\ ,$$

$$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha\ ,$$

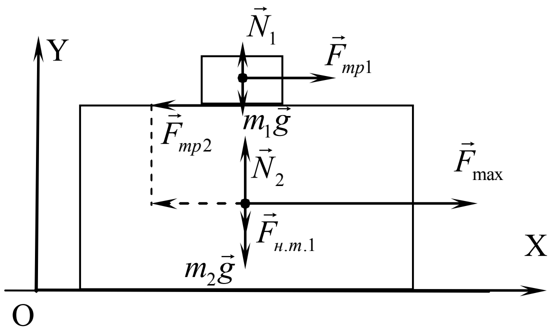
$$\mu g\cos\alpha = g\sin\alpha - a\ ,$$

$$\mu = \frac{g\sin\alpha - a}{g\cos\alpha} = \frac{9{,}8\,м/с^2\sin(25°) - 1\,м/с^2}{9{,}8\,м/с^2\cos(25°)} = 0{,}35\ .$$

2.3 Брусок масою 5 кг може вільно ковзати по горизонтальній поверхні без тертя. На ньому знаходиться інший брусок масою 1 кг. Коефіцієнт тертя між поверхнями брусків 0,3. Визначити максимальне значення сили, прикладеної до нижнього бруска, при якій почне зісковзувати верхній брусок.

Дано:
$m_1 = 1$ *кг*
$m_2 = 5$ *кг*
$\mu = 0{,}3$

$F_{\max}$ -?



Знайдемо таке значення сили $F_{\max}$, при якому верхній брусок ще не починає рух. Тоді прискорення обох брусків будуть однакові і дорівнюватимуть a (і напрямлені у бік прикладеної сили $\vec{F}_{\max}$). Розглянемо сили, які діють на верхній брусок: оскільки він рухається з прискоренням, то, крім сили тяжіння $m_1\vec{g}$ та сили нормальної реакції опори $\vec{N}_1$, має бути сила, яка надає цього прискорення – сила тертя спокою $\vec{F}_{тр1}$ (бруски не ковзають один відносно одного).

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} \qquad (1)$$

Розглянемо сили, які діють на нижній брусок: сила тяжіння $m_2\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_2$, сила тяги $\vec{F}_{\max}$. Також в результаті взаємодії брусків виникають ще дві сили (які, на основі третього закону Ньютона, рівні по величині та протилежні по напрямку відповідним силам, які діють на верхній брусок): сила тертя спокою $\vec{F}_{тр2}$, причому $F_{тр2} = F_{тр1}$, та сила нормального тиску $\vec{F}_{н.т.1}$, з якою верхній брусок давить на нижній, причому $F_{н.т.1} = N_1$.

$$m_2\vec{a} = \vec{F}_{\max} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{н.т.1} + \vec{F}_{тр2} \qquad (2)$$

Запишемо проекції сил (1) та (2) для кожного бруска зокрема.

<u>Верхній брусок:</u>

OX: $m_1 a = F_{тр1}$,

OY: $0 = N_1 - m_1 g$.

Таким чином, $N_1 = m_1 g$, $F_{тр1} = \mu N_1 = \mu m_1 g$, тобто $m_1 a = \mu m_1 g$ або $a = \mu g$

<u>Нижній брусок:</u>

OX: $m_2 a = F_{\max} - F_{тр2} = F_{\max} - \mu m_1 g$,

OY: $0 = N_2 - m_2 g - F_{н.т.1} = N_2 - m_2 g - m_1 g$.

Таким чином, $N_2 = m_1 g + m_2 g$, $m_2 a = F_{\max} - \mu m_1 g = F_{\max} - m_1 a$.

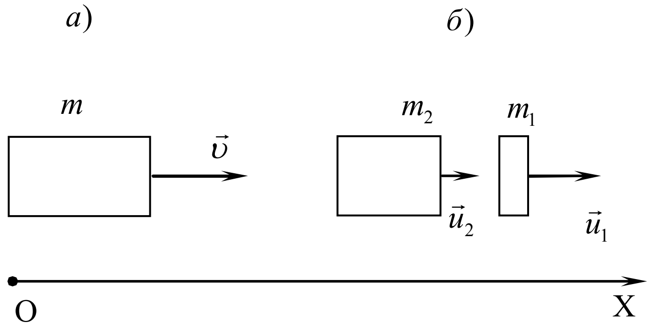
У підсумку для шуканої сили тяги маємо:

$$F_{\max} = \mu m_1 g + \mu m_2 g = \mu(m_1 + m_2)g = 0{,}3 \cdot (1кг + 5кг) \cdot 9{,}8\,м/с^2 = 17{,}64\,Н.$$

2.4 Снаряд масою 10 *кг* мав швидкість 200 *м/с* у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша частина масою 3 *кг* отримала швидкість 400 *м/с* у тому ж напрямку. Знайти швидкість другої, більшої частини після розриву.

Дано:
$m=10$ *кг*
$m_1=3$ *кг*
$\upsilon = 200\, м/с$
$m_1=7$ *кг*
$u_1 = 400\, м/с$

u_2-?



Застосуємо закон збереження імпульсу: імпульс системи до взаємодії (розриву) $m\vec{\upsilon}$, після розриву $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$. Для замкнутої механічної системи імпульс зберігається.

$$m\vec{\upsilon} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 .$$

Спроектуємо вектори на вибраний напрям осі OX (див. рисунок):

$$m\upsilon = m_1 u_1 + m_2 u_2 .$$

Таким чином:

$$u_2 = \frac{m\upsilon - m_1 u_1}{m_2} = \frac{10\,кг \cdot 200\, м/с - 3\,кг \cdot 400\, м/с}{7\,кг} = 114\, м/с$$

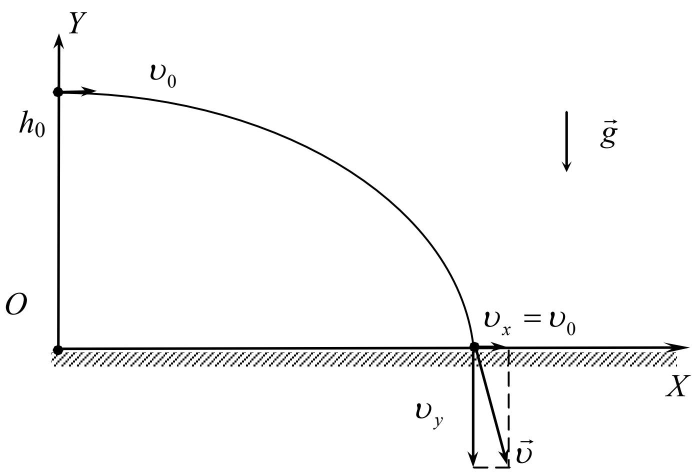
2.5 Тіло масою 1 кг, кинуте з вишки в горизонтальному напрямі з швидкістю 20 м/с, через 3 с впало на землю. Знайти кінетичну енергію, яку мало тіло в момент удару в землю. Опором повітря знехтувати.

Дано:
$m=1$ *кг*
$\upsilon_0 = 20\, м/с$
$t_п=3$ *с*

$W_к$-?

У випадку тіла, кинутого горизонтально, рух тіла вздовж OX є рівномірним, а вздовж осі OY – рівноприскореним (вільне падіння). Швидкість, вектор якої має напрям по дотичній до траєкторії руху, можна розкласти на відповідні проекції.

Відповідні рівняння зміни швидкості матимуть вигляд (для випадку, зображеного на рисунку): $\upsilon_x = \upsilon_0$, $\upsilon_y = g_y t = -gt$



Швидкість тіла в довільній точці траєкторії $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}$.

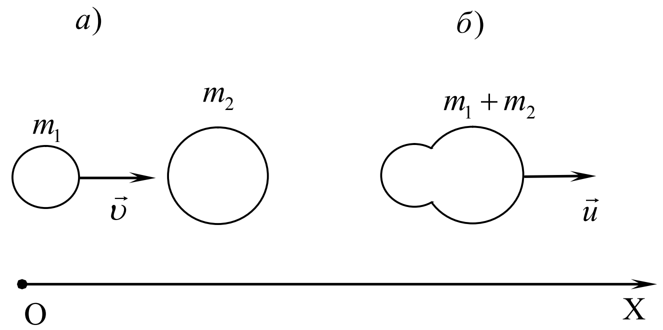
Кінетична енергія тіла в момент падіння:

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m(\upsilon_0^2 + g^2 t_п^2)}{2} = \frac{1\,кг \cdot ((20\, м/с)^2 + (9{,}8\, м/с \cdot 3с)^2)}{2} \approx 632\, Дж$$

2.6 Куля масою m_1, яка летить з швидкістю 5 *м/с*, вдаряється у нерухому кулю масою m_2. Удар прямий, непружний. Знайти швидкість куль після удару, а також частину кінетичної енергії першої кулі, яка пішла на збільшення внутрішньої енергії цих куль. Розглянути два випадки: 1) m_1= 2 *кг*, m_2= 8 *кг*; 2) m_1= 8 *кг*, m_2= 2 *кг*.

Дано:
1) m_1= 2 *кг*
m_2= 8 *кг*
2) m_1= 8 *кг*
m_2= 2 *кг*
$\upsilon = 5\,м/с$

u -?
$\dfrac{Q}{W_{k1}} - ?$



Застосуємо закон збереження імпульсу: імпульс системи до взаємодії $m_1\vec{\upsilon}$, після непружного удару $(m_1 + m_2)\vec{u}$. Для замкнутої механічної системи імпульс зберігається.

$$m_1\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\vec{u}\ .$$

Спроектуємо вектори на вибраний напрям осі ОХ (див. рисунок):

$$m_1\upsilon = (m_1 + m_2)u\ .$$

Таким чином:

$$u = \frac{m_1\upsilon}{m_1 + m_2}\ .$$

Закон збереження енергії для випадку непружного зіткнення матиме вигляд:

$$W_{к1} = W_к + Q,$$

тут $W_{к1}$ - кінетична енергія першої кулі до зіткнення, $W_к$ - сумарна кінетична енергія куль після зіткнення, Q – кількість тепла, яка виділилася при непружному ударі та пішла на збільшення внутрішньої енергії куль.

$$\frac{m_1\upsilon^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + Q,$$

$$Q = \frac{m_1\upsilon^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}\ .$$

Таким чином:

$$\frac{Q}{W_{k1}} = \frac{\dfrac{m_1\upsilon^2}{2} - \dfrac{(m_1 + m_2)u^2}{2}}{\dfrac{m_1\upsilon^2}{2}} = 1 - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{m_1\upsilon^2} = 1 - \frac{(m_1 + m_2)\left(\dfrac{m_1\upsilon}{m_1 + m_2}\right)^2}{m_1\upsilon^2} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\ .$$

Підставимо числові дані з умови задачі:

1) $u = \dfrac{m_1\upsilon}{m_1 + m_2} = \dfrac{2\,кг \cdot 5\,м/с}{2\,кг + 8\,кг} = 1\,м/с$; $\dfrac{Q}{W_{k1}} = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{8\,кг}{2\,кг + 8\,кг} = 0{,}8$.

2) $u = \dfrac{8\,кг \cdot 5\,м/с}{8\,кг + 2\,кг} = 4\,м/с$; $\dfrac{Q}{W_{k1}} = \dfrac{2\,кг}{8\,кг + 2\,кг} = 0{,}2$.

2.7 Якою буде швидкість ракети на висоті, яка дорівнює радіусу Землі, якщо ракета запушена з поверхні Землі з початковою швидкістю 10 *км/с*. Радіус Землі 6370 *км*, прискорення вільного падіння на її поверхні 9,8 *м/с*^{2}.

Дано:
$\upsilon_0 = 10\,км/с = 10^4\,м/с$
$R_З = 6370\,км = 6{,}37\cdot 10^6\,м$
$h = R_З$

υ-?

Потенціал гравітаційного поля Землі на висоті h визначається виразом:

$$\varphi = -G\frac{M_З}{r} = -G\frac{M_З}{R_З + h}, \qquad (1)$$

тут G – гравітаційна стала.

Таким чином потенціальна енергія ракети на поверхні Землі:

$$W_{п1} = m\varphi_1 = -G\frac{mM_З}{R_З}.$$

Потенціальна енергія ракети на висоті h=$R_З$:

$$W_{п1} = m\varphi_2 = -G\frac{mM_З}{R_З + h} = -G\frac{mM_З}{2R_З}.$$

За законом збереження повної механічної енергії сума кінетичної та потенціальної енергії ракети залишається незмінною:

$$W_{к1} + W_{п1} = W_{к2} + W_{п2};$$

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} - G\frac{mM_З}{R_З} = \frac{m\upsilon^2}{2} - G\frac{mM_З}{2R_З}; \qquad (2)$$

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \frac{m\upsilon^2}{2} = G\frac{mM_З}{R_З} - G\frac{mM_З}{2R_З};$$

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \frac{m\upsilon^2}{2} = G\frac{mM_З}{2R_З};$$

$$\upsilon_0^2 - \upsilon^2 = G\frac{M_З}{R_З}. \qquad (3)$$

Оскільки прискорення вільного падіння на поверхні Землі $g = G\frac{M_З}{R_З^2}$, то на основі (3) отримуємо:

$$\upsilon_0^2 - \upsilon^2 = gR_З.$$

У підсумку:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - gR_З} = \sqrt{(10^4\,м/с)^2 - 9{,}8\,м/с^2\cdot 6{,}37\cdot 10^6\,м} \approx 6{,}13\cdot 10^3\,м/с$$

2.8 Вантаж якої найбільшої ваги може витримати стальна дротина діаметром 1 *мм* не виходячи за межу пружності 294 *МПа*? Яку частину початкової довжини становитиме видовження дротини при такому вантажі?

Дано:
$d = 1\,мм = 1\cdot 10^{-3}\,м$
$\sigma = 294\,МПа = 294\cdot 10^6\,Па$
$E = 200\,ГПа = 2\cdot 10^{11}\,Па$

P-?
$\frac{\Delta l}{l_0}$-?

Скористаємося формулою для розрахунку механічного напруження у деформованій дротині:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

причому площа поперечного перерізу дротини $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$, а прикладена сила F=P, тому:

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2},$$

$$P = \frac{\pi d^2 \sigma}{4} = \frac{3{,}14 \cdot (1 \cdot 10^{-3}\, м)^2 \cdot 294 \cdot 10^6\, Па}{4} \approx 231 H.$$

Для знаходження відносної деформації $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ (тут $\Delta l = l - l_0$ - абсолютна деформація, l_0 - початкова довжина дротини) скористаємося законом Гука у формі:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

де E – модуль Юнга матеріалу, з якого зроблена дротина.

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\sigma}{E} = \frac{294 \cdot 10^6\, Па}{2 \cdot 10^{11}\, Па} = 1{,}47 \cdot 10^{-3}.$$

3.1 Дві маленькі кульки масою 10 *г* кожна скріплені невагомим стержнем довжиною 20 см. Визначити момент інерції системи відносно осі, яка перпендикулярна до стержня і проходить через центр мас.

Дано:
$m_1 = m_2 = m = 10$ *г* $= 10^{-2}$ *кг*
$l = 20$ *см* $= 0{,}2$ *м*
I-?

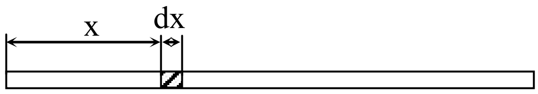
Оскільки момент інерції - величина адитивна, то для відшукання моменту інерції системи необхідно додати моменти інерції маленьких кульок (які вважаємо матеріальними точками), що знаходяться на відстані $\frac{l}{2}$ від осі, яка проходить через центр мас системи (моментом інерції стержня нехтуємо, оскільки стержень вважається невагомим):

$$I = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{4} + \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{2},$$

$$I = \frac{1 \cdot 10^{-2}\, кг \cdot (0{,}2\, м)^2}{2} = 2 \cdot 10^{-4}\, кг \cdot м^2.$$

3.2 Визначити момент інерції тонкого однорідного стержня довжиною 30 см і масою 100 г відносно осі, яка перпендикулярна до стержня і проходить через: 1) його кінець, 2) його середину, 3) точку, яка лежить на відстані третини довжини від його кінця.

Дано:
$m = 100$ *г* $= 0{,}1$ *кг*
$l = 30$ *см* $= 0{,}3$ *м*
I-?



1) На відстані x від кінця стержня ділянка dx матиме масу $dm = \rho S dx$, де ρ - густина матеріалу стержня, S – площа поперечного перерізу стержня.

Будемо розглядати стержень як сукупність матеріальних точок, причому момент інерції кожної з них визначається виразом $I = mr^2$. Таким чином:

$$dI = dm\, x^2 = \rho S x^2 dx.$$

Тоді загальний момент інерції визначатиметься інтегралом:

$$I = \int_0^l \rho S x^2 dx = \rho S \frac{x^3}{3}\Big|_0^l = \rho S \frac{l^3}{3}.$$

Оскільки маса всього стержня $m = \rho V = \rho S l$, то $\rho S = \frac{m}{l}$ і тому:

$$I = \frac{l^3}{3} \cdot \frac{m}{l} = \frac{1}{3} m l^2. \qquad (1)$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 10^{-1}\, кг \cdot (0{,}3\, м)^2 = 3 \cdot 10^{-3}\, кг \cdot м^2.$$

2) Для розрахунку моменту інерції стержня відносно осі, яка проходить через його середину, скористаємося теоремою Штейнера:

$$I = I_0 + md^2,$$

I – момент інерції відносно осі, яка не проходить через центр мас, I_0 – момент інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас, d – віддаль між цими осями, m – маса тіла.

Оскільки $d = \frac{l}{2}$, то:

$$\frac{1}{3}ml^2 = I_0 - m\left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow I_0 = \frac{ml^2}{3} - \frac{ml^2}{4} = \frac{1}{12}ml^2, \qquad (2)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 10^{-1}\,кг \cdot (0{,}3\,м)^2 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\,кг \cdot м^2.$$

3) Для розрахунку моменту інерції стержня відносно осі, що проходить через точку, яка лежить на відстані третини довжини від його кінця, знову скористаємося теоремою Штейнера та результатом попереднього пункту. Оскільки $d = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}$, то:

$$I = I_0 + md^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}ml^2 = \frac{1}{9}ml^2, \qquad (3)$$

$$I = \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot 10^{-1}\,кг \cdot (0{,}3\,м)^2 = 1 \cdot 10^{-3}\,кг \cdot м^2.$$

3.3 Вал масою 100 *кг* та радіусом 5 *см* обертався з частотою 8 $с^{-1}$. До циліндричної поверхні вала притиснули гальмівну колодку з силою 40 *Н*, під дією якої вал зупинився через 10 *с*. Визначити коефіцієнт тертя.

Дано:	
m=100 *кг*	
R=5 *см*=0,05 *м*	
$\nu = 8 с^{-1}$	
F=40 *Н*	
t=10 *с*	
$W_к$-?	

Використаємо основний закон динаміки обертального руху:

$$I\varepsilon = M,$$

$I = \frac{1}{2}mR^2$ - момент інерції вала відносно осі симетрії, $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{2\pi\nu}{t}$ - кутове прискорення, $M = F_{тр}R = \mu FR$ - момент гальмівної сили тертя.

$$\frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{2\pi\nu}{t} = \mu FR.$$

Таким чином, коефіцієнт тертя визначається виразом:

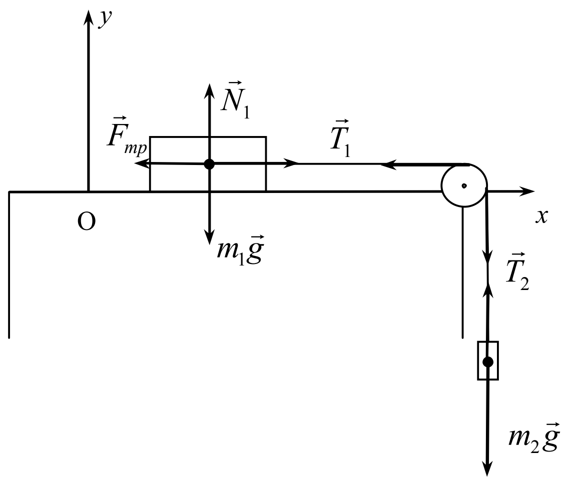
$$\mu = \frac{mR\pi\nu}{Ft},$$

$$\mu = \frac{100\,кг \cdot 0{,}05\,м \cdot 3{,}14 \cdot 8\,с^{-1}}{40\,Н \cdot 10\,с} = 0{,}314.$$

3.4 Два тіла масами 0,25 *кг* та 0,15 *кг* зв'язані тонкою ниткою, перекинутою через блок. Блок закріплений на краю горизонтального стола, по поверхні якого ковзає тіло з більшою масою. З яким прискоренням рухаються тіла і якими є сили натягу ниток T_1 та T_2 по обидва боки від блока? Коефіцієнт тертя тіла до поверхні стола становить 0,2. Маса блока дорівнює 0,1 *кг* і її можна вважати рівномірно розподіленою по ободу. Масою нитки і тертям в підшипниках осі блока знехтувати.

Дано:
m=0,1 *кг*
m_1=0,25 *кг*
m_2=0,15 *кг*
$\mu = 0{,}2$

1) a -?
2) T_1 -?
3) T_2 -?



Всі зв'язані тіла системи будуть рухатися з однаковим прискоренням.
Запишемо другий закон Ньютона для бруска на столі:

$$m_1\vec{a} = \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + m_1\vec{g} + \vec{F}_{тр}. \quad (1)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OX:

$$m_1 a = T_1 - F_{тр}.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$0 = N_1 - m_1 g.$$

Сила тертя може бути знайдена за формулою $F_{тр} = \mu N_1 = \mu m_1 g$.
Таким чином:

$$m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \quad (2)$$

Запишемо другий закон Ньютона для другого тіла:

$$m_2\vec{a} = \vec{T}_2 + m_2\vec{g}. \quad (3)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі OY:

$$-m_2 a = T_2 - m_2 g. \quad (4)$$

Оскільки блок має масу, то сили натягу T_1 та T_2 не будуть рівними. Маса блока рівномірно розподілена по ободу, тому можемо скористатися для блока формулою моменту інерції для кільця $I = mR^2$. Прискорене обертання блока обумовлене рівнодійним моментом сил, причому момент сили натягу нитки T_1 будемо вважати додатнім (сила викликає обертання блока проти годинникової стрілки), а сили натягу T_2 – від'ємним (сила викликає обертання блока за годинниковою стрілкою). Скористаємося основним законом динаміки обертального руху:

$$I\varepsilon_z = M_p = T_1 R - T_2 R = (T_1 - T_2)R. \quad (5)$$

Між кутовим прискоренням ε та тангенціальним прискоренням a точок на краю блока має місце зв'язок:

$$a = \varepsilon R \Rightarrow \varepsilon = \frac{a}{R}.$$

Таким чином отримуємо (обертання йде за годинниковою стрілкою, тому кутове прискорення від'ємне):

$$-mR^2\frac{a}{R} = (T_1 - T_2)R,$$

$$ma = T_2 - T_1 \quad (6)$$

У підсумку отримаємо систему рівнянь (2), (4) та (6):

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \\ -m_2 a = T_2 - m_2 g \\ ma = T_2 - T_1 \end{cases};\begin{cases} m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ ma = T_2 - T_1 \end{cases} \qquad (7)$$

Для відшукання величини прискорення додамо всі рівняння системи (7) та отримаємо:

$$(m_1 + m_2 + m)a = m_2 g - \mu m_1 g .$$

Таким чином:

$$a = \frac{(m_2 - \mu m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = \frac{(0{,}15\,кг - 0{,}2 \cdot 0{,}25\,кг)\cdot 9{,}8\,м/с^2}{0{,}15\,кг + 0{,}25\,кг + 0{,}1\,кг} = 1{,}96\,м/с^2 .$$

Сили натягу ниток (на основі виразів із системи (7)):

$$T_1 = m_1 a + \mu m_1 g = m_1(a + \mu g) = 0{,}25\,кг \cdot (1{,}96\,м/с^2 + 0{,}2 \cdot 9{,}8\,м/с^2) = 0{,}98\,Н$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a = m_2(g - a) = 0{,}15\,кг \cdot (9{,}8\,м/с^2 - 1{,}96\,м/с^2) = 1{,}18\,Н$$

3.5 На краю горизонтальної платформи, яка має форму диска радіусом 2 *м*, стоїть людина масою 80 *кг*. Маса платформи 240 *кг*. Платформа може обертатися навколо вертикальної осі, яка проходить через її центр. Нехтуючи тертям знайти кутову швидкість, з якою буде обертатися платформа, якщо людина буде йти вздовж її краю з швидкістю 2 *м/с* відносно платформи.

Дано:
R=2 *м*
$m_л$=80 *кг*
$m_{пл}$ =240 *кг*
$\upsilon' = 2\,м/с$

$\omega_{пл} - ?$

Якщо людина буде йти вздовж краю платформи з відносною швидкістю υ', то платформа буде обертатися у протилежний бік з певною швидкістю $\upsilon_{пл}$. Таким чином абсолютна лінійна швидкість людини відносно землі: $\upsilon = \upsilon' - \upsilon_{пл}$. Відповідна кутова швидкість:

$$\omega = \frac{\upsilon}{R} = \frac{\upsilon' - \upsilon_{пл}}{R} = \frac{\upsilon'}{R} - \omega_{пл} . \qquad (1)$$

Скористаємося законом збереження моменту імпульсу: початковий момент імпульсу системи був рівний нулю; хода людини зумовила обертання платформи у протилежний бік:

$$0 = I_л \omega - I_{пл}\omega_{пл} , \qquad (2)$$

тут $I_л = m_л R^2$ - момент інерції людини відносно осі обертання платформи, $I_{пл} = \frac{1}{2} m_{пл} R^2$ - момент інерції платформи (як диска). Підставимо вираз (1) у (2):

$$0 = m_л R^2\left(\frac{\upsilon'}{R} - \omega_{пл}\right) - \frac{1}{2} m_{пл} R^2 \omega_{пл} ,$$

$$m_л R^2 \cdot \frac{\upsilon'}{R} = \left(m_л + \frac{1}{2} m_{пл}\right) R^2 \omega_{пл} ,$$

$$m_л \frac{\upsilon'}{R} = \left(m_л + \frac{1}{2} m_{пл}\right)\omega_{пл} ,$$

$$\omega_{пл} = \frac{m_л \upsilon'}{R\left(m_л + \frac{1}{2} m_{пл}\right)} = \frac{2 m_л \upsilon'}{R(2m_л + m_{пл})} = \frac{2 \cdot 80\,кг \cdot 2\,м/с}{2\,м \cdot (2 \cdot 80\,кг + 240\,кг)} = 0{,}4 \frac{рад}{с} .$$

3.6 Кінетична енергія маховика, який обертається, становить 1 *кДж*. Під дією постійного гальмівного моменту маховик почав обертатися рівносповільнено і, зробивши 80 обертів, зупинився. Визначити момент сили гальмування.

Дано:
$W_{к1} = 1\,кДж = 1 \cdot 10^3\ Дж$
$W_{к2} = 0$
N=80
M-?

Зміна кінетичної енергії маховика дорівнює роботі гальмівної сили:

$$W_{к2} - W_{к1} = A.$$

$$A = \int_0^{\varphi} Md\varphi = M\varphi = M \cdot N \cdot 2\pi,$$

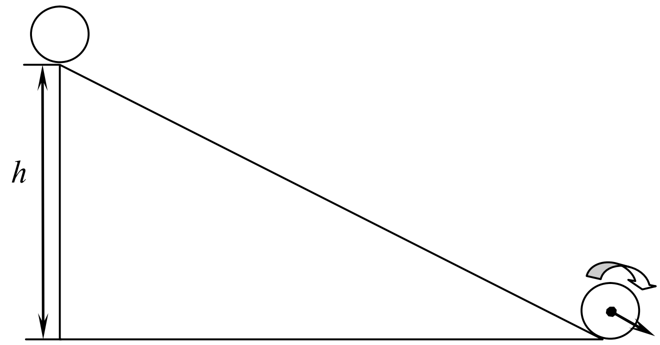
тут N – кількість обертів.

Таким чином:

$$0 - W_{к1} = M \cdot N \cdot 2\pi \Rightarrow M = -\frac{W_{к1}}{N \cdot 2\pi} = -\frac{1000\,Дж}{80 \cdot 2 \cdot 3{,}14} = -1{,}99\,Н \cdot м.$$

3.7 Визначити лінійну швидкість центра кулі, яка скотилася без проковзування з похилої площини висотою 1 *м*.

Дано:
h=1 *м*
$\upsilon - ?$



Застосуємо закон збереження енергії: у верхній точці похилої площини куля має потенціальну енергію, після скочування до основи похилої площини – кінетичні енергії поступального та обертального рухів:

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \qquad (1)$$

Між лінійною швидкістю υ та кутовою швидкістю ω існує зв'язок:

$$\upsilon = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{\upsilon}{R}. \qquad (2)$$

Момент інерції кулі відносно осі, яка проходить через центр симетрії:

$$I = \frac{2}{5}mR^2, \qquad (3)$$

тут m- маса кулі, R – радіус кулі.
Підставляючи (3) та (2) в (1) отримуємо:

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{\frac{2}{5}mR^2\left(\frac{\upsilon}{R}\right)^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{5} = \frac{7m\upsilon^2}{10},$$

$$gh = \frac{7\upsilon^2}{10},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9{,}8\,м/с^2}{7}} \approx 3{,}74\,м/с.$$

Модуль 2

4.1 Максимальна швидкість точки, яка здійснює гармонічні коливання, становить 10 *см/с*, максимальне прискорення становить 100 *см/с*^{2}. Визначити циклічну частоту коливань, їх період та амплітуду. Записати рівняння коливань, якщо початкова фаза дорівнює нулю.

Дано:

$\upsilon_{max} = 10\,см/с = 0{,}1\,м/с$

$a_{max} = 100\,см/с^2 = 1\,м/с^2$

$\varphi_0 = 0$

1) $\omega - ?$
2) $T - ?$
3) $A - ?$
4) $x(t) - ?$

Загальне рівняння коливань має вигляд:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Швидкість точки знайдемо шляхом диференціювання координати по часу:

$$\upsilon = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Прискорення точки знайдемо шляхом диференціювання швидкості по часу:

$$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0). \quad (2)$$

Таким чином $\upsilon_{max} = A\omega, a_{max} = A\omega^2$. Знайдемо відношення амплітуд прискорення (2) та швидкості (1):

$$\frac{a_{max}}{\upsilon_{max}} = \omega = \frac{1\,м/с^2}{0{,}1\,м/с} = 10\,\frac{рад}{с}.$$

Період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cdot 3{,}14}{10\,\frac{рад}{с}} = 0{,}628с.$$

Амплітуда коливань:

$$A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} = \frac{0{,}1\,м/с}{10\,\frac{рад}{с}} = 0{,}01\,м.$$

Рівняння коливань має вигляд: $x = 0{,}01\cos(10t)$.

4.2 Накладаються два гармонічні коливання одного напряму з однаковими періодами 1,5 с та однаковими амплітудами 2 см. Початкові фази коливань $\pi/2$ та $\pi/3$. Визначити амплітуду та початкову фазу результуючого коливання. Записати рівняння та побудувати векторну діаграму додавання амплітуд.

Дано:

$T_1 = T_2 = 1{,}5\,с$

$A_1 = A_2 = 2\,см = 0{,}02\,м$

$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$

$\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$

1) $A - ?$
2) φ
3) $x(t) - ?$

Розглянемо накладання двох коливань: $x = x_1 + x_2$.

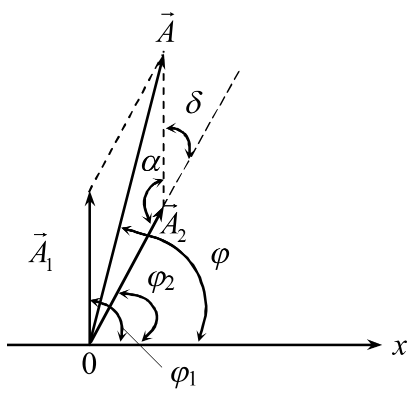
Скористаємося методом векторних діаграм (див. рисунок):

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

(застосовано правило паралелограма для векторів), причому для кутів справедливе співвідношення:

$$\alpha = \pi - \delta.$$

Тут введене позначення $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$ - різниця фаз коливань.



$$\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi - 2\pi}{6} = \frac{\pi}{6}.$$

На основі теореми косинусів:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\alpha = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$

Амплітуда результуючого коливання залежить від різниці фаз коливань, що накладаються.

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\delta}=\sqrt{\left(2\cdot10^{-2}\,м\right)^2+\left(2\cdot10^{-2}\,м\right)^2+2\cdot\left(2\cdot10^{-2}\,м\right)^2\cos\frac{\pi}{6}}=3{,}86\cdot10^{-2}\,м.$$

Початкова фаза нового коливання може бути знайдена на основі виразу:

$$tg\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}.$$

$$tg\varphi=\frac{2\cdot10^{-2}\,м\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+2\cdot10^{-2}\,м\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2\cdot10^{-2}\,м\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+2\cdot10^{-2}\,м\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{1+0{,}866}{0{,}5}=3{,}732,$$

$$\varphi=arctg(3{,}372)\approx75^\circ\approx0{,}417\pi.$$

Циклічна частота коливань:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1{,}5c}=\frac{4\pi}{3}\frac{рад}{c}.$$

Рівняння коливань має вигляд:

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)=3{,}86\cdot10^{-2}\cos\left(\frac{4\pi t}{3}\right)(м).$$

4.3 Знайти повертаючу силу в момент часу 1 с та повну енергію матеріальної точки, яка здійснює коливання за законом $x=A\cos(\omega t)$, де $A=20\,см,\omega=2\pi/3\,рад/c$. Маса матеріальної точки дорівнює 10 *г*.

Дано:	
t=1 *с*	За другим законом Ньютона $F=ma$. Знайдемо прискорення взявши другу похідну від координати по часу.
$A=20\,см=0{,}2\,м$	Швидкість матеріальної точки:
$\omega=2\pi/3\,рад/c$	$\upsilon=-A\omega\sin(\omega t)$.
m=10 *г*=0,01 *кг*	Прискорення матеріальної точки:
1) F-?	$a=-A\omega^2\cos(\omega t)$.
2) W-?	

Значення прискорення в момент часу t=1 *с*

$$a=-0{,}2\,м\left(\frac{2\pi}{3}\frac{рад}{c}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\frac{рад}{c}\cdot1c\right)\approx0{,}439\,\frac{м}{c^2}.$$

$$F=ma=0{,}01\,кг\cdot0{,}439\frac{м}{c^2}=4{,}39\,мН.$$

Повна енергія коливної системи:

$$W=\frac{m\omega^2A^2}{2}=\frac{0{,}01кг\cdot\left(0{,}2\,м\cdot\frac{2\pi}{3}\frac{рад}{c}\right)^2}{2}=8{,}76\cdot10^{-4}\,Дж=876\,мкДж.$$

4.4 Фізичний маятник у вигляді тонкого прямого стержня довжиною 120 *см* коливається відносно горизонтальної осі, яка проходить перпендикулярно до стержня через точку, віддалену на деяку відстань a від центра мас стержня. При якому значенні a період коливань матиме найменше значення.

Дано:	
l=1,2 *м*	Період коливань фізичного маятника задається виразом:
a-?	$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}},\qquad(1)$$

тут I - момент інерції тіла відносно точки підвісу О, m – маса тіла, a - відстань від точки підвісу до центру мас.

Знайдемо момент інерції на основі теореми Штейнера:

$$I = I_0 + md^2,$$

I – момент інерції відносно осі, яка не проходить через центр мас, I_0 – момент інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас, d – віддаль між цими осями, m – маса тіла. Момент інерції стержня відносно осі, яка проходить через центр мас $I_0 = \frac{1}{12}ml^2$.

Відносно осі, яка проходить через точку підвісу:

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + ma^2. \tag{2}$$

Таким чином, підставивши (2) в (1):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + ma^2}{mga}}. \tag{3}$$

Для знаходження екстремального значення T продиференціюємо вираз для періоду (3) по a (за правилами складної функції) та прирівняємо отриманий вираз до нуля:

$$\frac{1}{2\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + ma^2}{mga}}} \cdot \left(\frac{2ma \cdot mga - \left(\frac{1}{12}ml^2 + ma^2\right)mg}{(mga)^2} \right) = 0;$$

$$2ma \cdot mga - \left(\frac{1}{12}ml^2 + ma^2\right)mg = 0;$$

$$2a^2 = \frac{1}{12}l^2 + a^2;$$

$$a = \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{l}{2\sqrt{3}} = \frac{1{,}2\ м}{2\sqrt{3}} = 0{,}346\ м = 34{,}6\ см.$$

4.5 Гиря масою 500 *г* підвішена до спіральної пружини жорсткістю 20 *Н/м* та здійснює пружні коливання в деякому середовищі. Логрифмічний декремент коливань 0,004. Визначити число повних коливань, які має здійснити гиря, щоб амплітуда коливань зменшилася у два рази. З який час відбудеться це зменшення?

Дано:
m=0,5 *кг*
$k = 20\,\frac{Н}{м}$
$\delta = 0{,}004$
$\frac{A_1}{A_2} = 2$

1) N-?
2) t-?

Залежна від часу амплітуда згасаючих коливань:

$$A(t) = A_0 \exp(-\beta t);$$

A_0 – амплітуда в момент часу t=0, $e \approx 2{,}718$ (основа натурального логарифма).

$$A_2 = A_1 \exp(-\beta t);$$

$$\frac{A_1}{2} = A_1 \exp(-\beta t);$$

$$\frac{1}{2} = \exp(-\beta t);$$

$$2^{-1} = \exp(-\beta t);$$

$$\ln 2 = \beta t \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\beta}; \tag{1}$$

Логарифмічний декремент та коефіцієнт згасання коливань пов'язані співвідношенням:

$$\delta = \beta T. \tag{2}$$

Для пружинного маятника період визначається формулою:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\,. \qquad (3)$$

Підставимо вираз (3) в (2):

$$\delta = \beta\, 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \beta = \frac{\delta}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k}{m}}\,. \qquad (4)$$

Після підстановки (4) в (1) маємо:

$$t = \frac{\ln 2}{\delta}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{0{,}693}{0{,}004}\cdot 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}5\,кг}{20\,Н/м}} \approx 172\,с = 2\,хв\,52\,с\,.$$

Число коливань:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{t}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{172\,с}{2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}5\,кг}{20\,Н/м}}} \approx 173\,.$$

4.6 Хвиля з періодом 1,2 *с* та амплітудою 2 *см* поширюється з швидкістю 15 *м/с*. Яким є зміщення точки, яка знаходиться на відстані 45 *м* від джерела хвиль, в момент часу 4 *с*.

Дано:
T=1,2 *с*
A=0,02 *м*
$\upsilon = 15\,\frac{м}{с}$
x=45 *м*
t=4 *с*

y-?

Рівняння біжучої плоскої хвилі:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t - kx)\,,$$

де величина $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - кутове хвильове число.

Віддаль, на яку поширюється хвиля за період T - довжина хвилі λ.

$$\lambda = \upsilon T\,.$$

$$\lambda = 15\frac{м}{с}\cdot 1{,}2\,с = 18\,м\,.$$

Циклічна частота коливання:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14}{1{,}2\,с} \approx 5{,}23\,\frac{рад}{с}\,.$$

Таким чином зміщення точки від положення рівноваги:

$$y = 0{,}02\,м\cdot\sin(5{,}23\frac{рад}{с}\cdot 4\,с - \frac{2\cdot 3{,}14}{18\,м}\cdot 45\,м) \approx 0{,}0173\,м = 1{,}73\,см\,.$$

4.7 Вузький пучок ультразвукових хвиль з частотою 50 *кГц* направлений від нерухомого локатора на підводний човен, який наближається. Визначити швидкість підводного човна, якщо частота биття (різниця частот коливань джерела та відбитого сигналу) становить 250 *Гц*. Швидкість ультразвуку у морській воді вважати рівною 1,5 *км/с*.

Дано:
$\nu_0 = 50\,кГц = 5\cdot 10^4\,Гц$
$\Delta\nu = \nu_0 - \nu = 250\,Гц$
$\upsilon = 1500\,\frac{м}{с}$

u-?

На основі принципу Доплера частота звуку, яка сприймається підводним човном:

$$\nu_ч = \frac{\upsilon + u}{\upsilon}\nu_0\,. \qquad (1)$$

Частота звуку, яка сприймається локатором:

$$\nu = \frac{\upsilon}{\upsilon - u}\nu_ч = \frac{\upsilon}{\upsilon - u}\cdot\frac{\upsilon + u}{\upsilon}\nu_0 = \frac{\upsilon + u}{\upsilon - u}\nu_0\,; \qquad (2)$$

$$\Delta\nu = \nu_0 - \frac{\upsilon + u}{\upsilon - u}\nu_0 = \nu_0\left(1 - \frac{\upsilon + u}{\upsilon - u}\right) = \nu_0\left(\frac{\upsilon - u - \upsilon - u}{\upsilon - u}\right) = -\frac{2u\nu_0}{\upsilon - u} = \frac{2u\nu_0}{u - \upsilon}\,;$$

$$\Delta\nu\, u - \Delta\nu\,\upsilon = 2u\nu_0\,;$$

$$u(\Delta\nu - 2\nu_0) = \Delta\nu\,\upsilon\,;$$

$$u = \frac{\Delta\nu\,\upsilon}{\Delta\nu - 2\nu_0} = \frac{250\,Гц\cdot 1500\,\frac{м}{с}}{250\,Гц - 10^5\,Гц} = -3{,}75\frac{м}{с}$$

5.1 Манометр у вигляді скляної U-подібної трубки з внутрішнім діаметром 5 *мм* наповнений ртуттю так, що повітря у закритому коліні трубки займає при нормальному атмосферному тиску об'єм 10 *мм*^{3}. При цьому різниця рівнів в обох колінах трубки становить 10 *см*. При сполученні відкритого кінця трубки з великою посудиною різниця рівнів зменшилася до 1 *см*. Визначити тиск у посудині.

Дано:
d=5 *мм*=0,005 *м*
$V_1 = 10\,мм^3 = 1\cdot 10^{-8}\,м^3$
$\Delta h_1 = 10\,см = 0{,}1\,м$
$\Delta h_2 = 1\,см = 0{,}01\,м$
p_0=100 *кПа*=10^5 *Па*
$\rho = 13600\dfrac{кг}{м^3}$

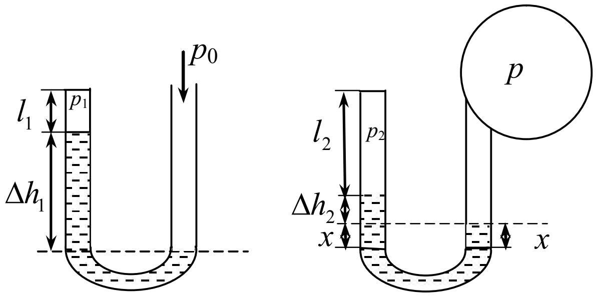
p-?

Газ у закритому коліні U-подібної трубки перебуває при сталій температурі *T*=*const*, отже можна застосувати рівняння Бойля-Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 . \qquad (1)$$

Сума тиску у закритому коліні p_1та гідростатичного тиску стовпчика ртуті висотою Δh_1 зрівноважує атмосферний тиск p_0:

$$p_1 + \rho g \Delta h_1 = p_0 \Rightarrow p_1 = p_0 - \rho g \Delta h_1 . \qquad (2)$$



При під'єднанні посудини тиск змінився:

$$p_2 + \rho g \Delta h_2 = p \Rightarrow p_2 = p - \rho g \Delta h_2 . \qquad (3)$$

Оскільки газ розширився, то нова висота стовпа повітря l_2 пов'язана зі старою l_1 наступним чином:

$$l_1 + \Delta h_1 = l_2 + \Delta h_2 + x , \qquad (4)$$

причому $x = \dfrac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2}$. Тоді:

$$l_2 = l_1 + \Delta h_1 - h_2 - x = l_1 + \Delta h_1 - \Delta h_2 - \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2} = l_1 + \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2} . \qquad (5)$$

З використанням (5) знайдемо об'єм V_2:

$$V_2 = l_2 S = \left(l_1 + \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2} \right) S = V_1 + \Delta V = V_1 + \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2} S = V_1 + (\Delta h_1 - \Delta h_2)\cdot \frac{\pi d^2}{8} . \qquad (6)$$

Таким чином, після підстановки виразів (2), (3) та (6) у (1), будемо мати:

$$(p_0 - \rho g \Delta h_1) V_1 = (p - \rho g \Delta h_2)\left(V_1 + (\Delta h_1 - \Delta h_2)\cdot \frac{\pi d^2}{8} \right),$$

$$p = \frac{(p_0 - \rho g \Delta h_1) V_1}{V_1 + (\Delta h_1 - \Delta h_2)\cdot \dfrac{\pi d^2}{8}} + \rho g \Delta h_2 ,$$

$$p = \frac{\left(101325\,Па - 13600\dfrac{кг}{м^3}\cdot 9{,}81\dfrac{м}{с^2}\cdot 0{,}1\,м \right)\cdot 1\cdot 10^{-8}\,м^3}{1\cdot 10^{-8}\,м^3 + (0{,}1\,м - 0{,}01\,м)\cdot \dfrac{\pi \left(5\cdot 10^{-3}\,м\right)^2}{8}} + 13600\frac{кг}{м^3}\cdot 9{,}81\frac{м}{с^2}\cdot 0{,}01\,м \approx 2300\,Па = 2{,}3\,кПа$$

.

5.2 Оболонка повітряної кулі об'ємом 800 $м^3$ повністю заповнена воднем при температурі 273 *К*. На скільки зміниться підйомна сила кулі при збільшенні температури до 293 *К*? Вважати об'єм оболонки незмінним та зовнішній тиск нормальним. В нижній частині оболонки є отвір, через який водень може виходити у навколишнє середовище.

Дано:
$V = 800\,м^3$
$T_1 = 273\,К$
$T_2 = 293\,К$
$p = 101325\ Па$
$\mu_в = 2\cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$
$\mu_п = 29\cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

$\Delta F - ?$

Підйомна сила кулі визначається різницею архімедової сили та сили тяжіння. Тоді для двох випадків маємо:

$$F_1 = F_{A1} - m_1 g = \rho_{п1} gV - (m_{об} + m_1)g = \rho_{п1} gV - (m_{об} + \rho_{в1} V)g = \\ = (\rho_{п1} - \rho_{в1})gV - m_{об} g, \qquad (1)$$

де $\rho_{п1}$ - густина повітря при температурі T_1, $\rho_{в1}$ - густина водню при температурі T_1, $m_{об}$ - маса оболонки.

$$F_2 = F_{A2} - m_2 g = \rho_{п2} gV - (m_{об} + m_2)g = \rho_{п2} gV - (m_{об} + \rho_{в2} V)g = \\ = (\rho_{п2} - \rho_{в2})gV - m_{об} g, \qquad (2)$$

де $\rho_{п2}$ - густина повітря при температурі T_2, $\rho_{в2}$ - густина водню при температурі T_2.

Оскільки густина повітря з ростом температури буде зменшуватися, то підйомна сила стане меншою, тому віднімемо від виразу (1) вираз (2):

$$\Delta F = ((\rho_{п1} - \rho_{п2}) - (\rho_{в1} - \rho_{в2}))gV\ . \qquad (3)$$

Густини повітря та водню при різних температурах знайдемо на основі рівняння Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \frac{\rho V}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}\ .$$

Таким чином маємо:

$$\rho_{п1} = \frac{p\mu_п}{RT_1},\ \rho_{п2} = \frac{p\mu_п}{RT_2},\ \rho_{в1} = \frac{p\mu_в}{RT_1},\ \rho_{в2} = \frac{p\mu_в}{RT_2}\ .$$

(4)

Підставимо вирази (4) в (3):

$$\Delta F = \left(\frac{p\mu_п}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) - \frac{p\mu_в}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right)gV = \frac{p(\mu_п - \mu_в)gV}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right), \qquad (5)$$

$$\Delta F = \frac{101325\,Па\cdot\left(29\cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль} - 2\cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}\right)\cdot 9{,}81\,\frac{м}{с^2}\cdot 800\,м^3}{8{,}31\,\frac{Дж}{моль\cdot К}}\left(\frac{1}{273\,К} - \frac{1}{293\,К}\right) \approx 646\,Н\ .$$

5.3 Газ при температурі 309 *К* та тиску 0,7 *МПа* має густину 12 $кг/м^3$. Визначити відносну молекулярну масу газу.

Дано:
$T = 309\,К$
$p = 0{,}7\ МПа = 0{,}7\cdot 10^6\ Па$
$\rho = 12\,\frac{кг}{м^3}$

$M_r - ?$

Відносна молекулярна маса може бути визначена на основі молярної маси речовини. Знайдемо молярну масу на основі рівняння Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \frac{\rho V}{\mu}RT \Rightarrow \mu = \frac{\rho RT}{p},$$

$$\mu = \frac{12\,\frac{кг}{м^3}\cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 309\,К}{0{,}7\cdot 10^6\ Па} = 44\cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}\ .$$

Таким чином відносна молярна маса газу $M_r = 44$.

5.4 Балон місткістю 5 *л* містить суміш гелію та водню при тиску 600 *кПа*. Маса суміші 4 *г*, масова частка гелію 0,6. Визначити температуру суміші.

Дано:

$V = 5\,л = 5\cdot 10^{-3}\,м^3$

$p = 600\,кПа = 6\cdot 10^5\,Па$

$m = 4\,г = 4\cdot 10^{-3}\,кг$

$\omega_1 = 0{,}6$

$\mu_1 = 4\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$

$\omega_2 = 1-\omega_1 = 0{,}4$

$\mu_2 = 2\cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$

$T - ?$

Кількість речовини суміші може бути знайдена на основі виразу:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 \Leftrightarrow \frac{m}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2};$$

$$\frac{m}{\mu} = \frac{\omega_1 m}{\mu_1} + \frac{\omega_2 m_2}{\mu_2};$$

Таким чином молярна маса суміші визначається формулою:

$$\mu = \frac{1}{\frac{\omega_1}{\mu_1} + \frac{\omega_2}{\mu_2}} = \frac{\mu_1\mu_2}{\omega_1\mu_2 + \omega_2\mu_1}.$$

(1)

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow T = \frac{pV\mu}{mR}, \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1):

$$T = \frac{pV}{mR}\cdot\frac{\mu_1\mu_2}{\omega_1\mu_2 + \omega_2\mu_1}.$$

$$T = \frac{6\cdot 10^5\,Па\cdot 5\cdot 10^{-3}\,м^3}{4\cdot 10^{-3}\,кг\cdot 8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot К}}\cdot\frac{4\cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}\cdot 2\cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}}{0{,}6\cdot 2\cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль} + 0{,}4\cdot 4\cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}} \approx 258\,К.$$

5.5 У колбі місткістю 240 $см^3$ знаходиться газ при температурі 290 *К* та тиску 50 *кПа*. Визначити кількість речовини та число молекул газу.

Дано:

$V = 240\,см^3 = 24\cdot 10^{-5}\,м^3$

$p = 50\,кПа = 5\cdot 10^4\,Па$

$T = 290\,К$

$\nu - ?$

$N - ?$

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT},$$

$$\nu = \frac{5\cdot 10^4\,Па\cdot 24\cdot 10^{-5}\,м^3}{8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 290\,К} \approx 4{,}97\cdot 10^{-3}\,моль.$$

За означенням кількість речовини:

$$\nu = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \nu N_A;$$

$$N = 4{,}97\cdot 10^{-3}\,моль\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\,моль^{-1} = 2{,}99\cdot 10^{21}.$$

5.6 Тиск газу становить 1 *мПа*, концентрація молекул дорівнює 10^{10} $см^{-3}$. Знайти: 1) температуру газу; 2) середню кінетичну енергію поступального руху молекул газу.

Дано:

$p = 1\,мПа = 1\cdot 10^{-3}\,Па$

$n = 10^{10}\,см^{-3} = 10^{1}\,м^{-3}$

$T - ?$

$\overline{E}_k - ?$

Використаємо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$p = n k_Б T \Rightarrow T = \frac{p}{n k_Б},$$

$$T = \frac{1\cdot 10^{-3}\,Па}{10^{16}\,м^{-3}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\frac{Дж}{К}} \approx 7246\,К.$$

Середня кінетична енергія одноатомного ідеального газу:

$$\overline{E}_k = \frac{3}{2}k_Б T = \frac{3}{2}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\frac{Дж}{К}\cdot 7246\,К = 1{,}5\cdot 10^{-19}\,Дж.$$

5.7 Колба місткістю 4 *л* містить деякий газ масою 0,6 *г* під тиском 200 *кПа*. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу.

Дано:	
$V = 4\,л = 4\cdot10^{-3}\,м^3$ $p = 200\,кПа = 2\cdot10^5\,Па$ $m = 0{,}6\,г = 6\cdot10^{-4}\,кг$ $\overline{\upsilon}_{кв} - ?$	Середня квадратична швидкість визначається виразом: $$\overline{\upsilon}_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \qquad (1)$$ Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва: $$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \frac{RT}{\mu} = \frac{pV}{m}. \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1):

$$\overline{\upsilon}_{кв} = \sqrt{\frac{3pV}{m}} = \sqrt{\frac{3\cdot2\cdot10^5\,Па\cdot4\cdot10^{-3}\,м^3}{6\cdot10^{-4}\,кг}} = 2000\frac{м}{с} = 2\frac{км}{с}.$$

5.8 На якій висоті над поверхнею Землі атмосферний тиск вдвічі менший, ніж на її поверхні. Вважати, що температура поверхні становить 290 К і не змінюється з висотою.

Дано:	
$p_0 = 101325\,Па$ $p = \frac{p_0}{2}$ $T = 290\,K$ $\mu = 29\cdot10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$ $h - ?$	Залежність тиску від висоти задається формулою: $$p = p_0\exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$ p – тиск на висоті h, p_0 – тиск на рівні моря. Тоді: $$\frac{p}{p_0} = \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$ $$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\mu gh}{RT},$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(2^{-1}\right) = -\ln 2 = -\frac{\mu gh}{RT},$$

$$\ln 2 = \frac{\mu gh}{RT},$$

$$h = \frac{RT\ln 2}{\mu g} = \frac{8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot K}\cdot290\,K\cdot\ln 2}{29\cdot10^{-3}\,\frac{кг}{моль}\cdot9{,}81\frac{м}{с^2}} \approx 5871\,м \approx 5{,}9\,км.$$

5.9 Знаючи функцію розподілу молекул за швидкостями визначити середню арифметичну швидкість молекул.

Дано:	
$f(\upsilon)$ $\overline{\upsilon} - ?$	Функція розподілу молекул за швидкостями: $$f(\upsilon) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_0}{2k_Б T}\right)^{\frac{3}{2}}\upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2k_Б T}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{\frac{3}{2}}\upsilon^2 e^{-\frac{\mu\upsilon^2}{2RT}}. \qquad (1)$$

Середня швидкість за означенням:

$$\overline{\upsilon} = \frac{1}{N}\sum_i \upsilon_i = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon\, dN = \int_0^\infty f(\upsilon)\upsilon d\upsilon \qquad (2)$$

Підставивши (1) в (2), отримуємо:

$$\overline{\upsilon} = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{\frac{3}{2}}\upsilon^3 e^{-\frac{\mu\upsilon^2}{2RT}}d\upsilon = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \upsilon^3 e^{-\frac{\mu\upsilon^2}{2RT}}d\upsilon.$$

Цей інтеграл можна звести до табличного:

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2} = \frac{a^{-2}}{2},$$

при умові, що $a = \dfrac{\mu}{2RT}$.

У підсумку отримуємо:

$$\overline{\upsilon} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{-2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{\mu}{2RT}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\,\mu}}.$$

6.1 Визначити питому теплоємність при сталому об'ємі суміші газів, яка містить 5 *л* водню та 3 *л* гелію. Гази знаходяться при однакових умовах.

Дано:
$V_1 = 5\,л = 5 \cdot 10^{-3}\,м^3$
$V_2 = 3\,л = 3 \cdot 10^{-3}\,м^3$
$\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль}$
$\mu_2 = 4 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль}$

$c_V - ?$

Кількість теплоти, яку необхідно затратити на нагрівання суміші, можна виразити двома способами:

$$Q = c_V m\Delta T = c_V(m_1 + m_2)\Delta T, \tag{1}$$

де c_V - питома теплоємність при сталому об'ємі суміші, m_1 - маса водню, m_2 - маса гелію;

$$Q = Q_1 + Q_2 = c_{V1} m_1 \Delta T + c_{V2} m_2 \Delta T = (c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2)\Delta T, \tag{2}$$

де c_{V1} - питома теплоємність водню при сталому об'ємі, c_{V2} - питома теплоємність водню при сталому об'ємі

Прирівняємо праві частини рівностей (1) та (2):

$$c_V(m_1 + m_2) = c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2. \tag{3}$$

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT}. \tag{4}$$

Оскільки умови, в яких знаходяться гази, однакові, то:

$$m_1 = \frac{pV_1\mu_1}{RT},\ m_2 = \frac{pV_2\mu_2}{RT}. \tag{5}$$

Питома теплоємність при сталому об'ємі c_V пов'язана з молярною теплоємністю при об'ємі сталому C_V співвідношенням:

$$c_V = \frac{1}{\mu} C_V = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Rightarrow c_{V1} = \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{i_1}{2} R,\ c_{V2} = \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{i_2}{2} R, \tag{6}$$

причому кількість ступенів вільності для двохатомного газу водню $i_1 = 5$ та одноатомного газу гелію $i_2 = 3$.

Підставимо (5) та (6) в (3):

$$c_V\left(\frac{pV_1\mu_1}{RT} + \frac{pV_2\mu_2}{RT}\right) = c_{V1}\frac{pV_1\mu_1}{RT} + c_{V2}\frac{pV_2\mu_2}{RT},$$

$$c_V\left(V_1\mu_1 + V_2\mu_2\right) = c_{V1}V_1\mu_1 + c_{V2}V_2\mu_2 = \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{i_1}{2} R \cdot V_1\mu_1 + \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{i_2}{2} R \cdot V_2\mu_2,$$

$$c_V\left(V_1\mu_1 + V_2\mu_2\right) = \frac{i_1}{2} RV_1 + \frac{i_2}{2} RV_2.$$

У підсумку отримуємо вираз для питомої теплоємності суміші у вигляді:

$$c_V = \frac{R}{2} \cdot \frac{i_1 V_1 + i_2 V_2}{V_1\mu_1 + V_2\mu_2},$$

$$c_V = \frac{\dfrac{8{,}31 \dfrac{Дж}{моль \cdot К}}{2}} {} \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\, м^3 + 3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\, м^3}{5 \cdot 10^{-3}\, м^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\, \dfrac{кг}{моль} + 3 \cdot 10^{-3}\, м^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}\, \dfrac{кг}{моль}} \approx 6421 \frac{Дж}{кг \cdot К}.$$

6.2 При ізохорному нагріванні кисню об'ємом 50 *л* тиск газу змінився на 0,5 *МПа*. Знайти кількість теплоти, наданої газу.

Дано:
$V = 50\, л = 5 \cdot 10^{-2}\, м^3$
$\Delta p = 0{,}5\, МПа = 5 \cdot 10^5\, Па$
i=5
$Q - ?$

При $V = const$ A=0, тому перший закон термодинаміки матиме вигляд:

$$Q = \Delta U. \tag{1}$$

Зміна внутрішньої енергії задається виразом:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \tag{2}$$

де i – кількість ступенів вільності молекул.

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва для двох станів $V = const$:

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} R T_1, \quad p_2 V = \frac{m}{\mu} R T_2,$$

та знайдемо їх різницю:

$$(p_2 - p_1) V = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1). \tag{3}$$

Підставимо (3) в (2):

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) V = \frac{i}{2} \Delta p V,$$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot 5 \cdot 10^5\, Па \cdot 5 \cdot 10^{-2}\, м^3 = 62{,}5 \cdot 10^3\, Дж = 62{,}5\, кДж.$$

6.3 Кисень при незмінному тиску 80 *кПа* нагрівається. Його об'єм збільшується від 1 $м^3$ до 3 $м^3$. Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії кисню; 2) виконану при розширенні роботу; 3) надану газу кількість теплоти.

Дано:
$p = 80\, кПа = 8 \cdot 10^4\, Па$
$V_1 = 1\, м^3$
$V_2 = 3\, м^3$
i=5
$Q - ?$

При $p = const$ перший закон термодинаміки матиме вигляд:

$$Q = A + \Delta U. \tag{1}$$

Виконана газом робота може бути знайдена на основі виразу:

$$A = p(V_2 - V_1) = 8 \cdot 10^4\, Па \cdot (3\, м^3 - 1\, м^3) = 160 \cdot 10^3\, Дж$$

(2)

Зміна внутрішньої енергії задається виразом:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \tag{3}$$

де i – кількість ступенів вільності молекул.

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделеєва для двох станів при $p = const$:

$$p V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1, \quad p V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2,$$

та знайдемо їх різницю:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1). \tag{4}$$

Підставимо (4) в (3):

$$\Delta U = \frac{i}{2} p (V_2 - V_1) = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} \cdot 160 \cdot 10^3\, Дж = 400 \cdot 10^3\, Дж. \tag{5}$$

Тоді на основі (1) отримуємо з урахуванням (2) та (5):

$$Q = 160 \cdot 10^3\ Дж + 400 \cdot 10^3\ Дж = 560 \cdot 10^3\ Дж = 560\ кДж\ .$$

6.4 Яка кількість теплоти виділиться, якщо азот масою 1 *г*, взятий при температурі 280 *К* та тиску 0,1 *МПа*, ізотермічно стиснути до тиску 1 *МПа*.

Дано:
$m = 1г = 1 \cdot 10^{-3}\ кг$
$T = 280\ K$
$p_1 = 0{,}1 МПа = 1 \cdot 10^5\ Па$
$p_2 = 1 МПа = 1 \cdot 10^6\ Па$
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$
$Q - ?$

При $T = const$ перший закон термодинаміки матиме вигляд:

$$Q = A\ . \quad (1)$$

Виконана газом робота може бути знайдена на основі виразу:

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\ . \quad (2)$$

Скористаємося рівнянням Бойля-Маріотта для ізотермічного процесу:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{V_2}\ . \quad (3)$$

Підставимо (3) в (2):

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right),$$

$$Q = \frac{1 \cdot 10^{-3} кг}{28 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}} \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K} \cdot 280\ K \cdot \ln\left(\frac{1 \cdot 10^5\ Па}{1 \cdot 10^6\ Па}\right) = -191\ Дж\ .$$

Оскільки $Q < 0$, то тепло виділятиметься.

6.5 Паливна суміш у дизельному двигуні загоряється при температурі 1100 К. Початкова температура суміші 350 К. У скільки разів треба зменшити об'єм суміші при стисканні, щоб вона загорілася? Стиск вважати адіабатичним. Показник адіабати вважати рівним 1,4.

Дано:
$T_1 = 350\ K$
$T_2 = 1100\ K$
$\gamma = 1{,}4$
$\frac{V_1}{V_2} - ?$

Рівняння Пуассона для адіабатичного процесу має вигляд:

$$pV^{\gamma} = const\ . \quad (1)$$

Тобто:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}\ . \quad (2)$$

Скористаємося рівнянням Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{V\mu}\ . \quad (3)$$

Таким чином (з урахуванням (3) у (2)):

$$\frac{mRT_1}{V_1\mu} V_1^{\gamma} = \frac{mRT_1}{V_2\mu} V_2^{\gamma} \Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}\ .$$

У підсумку маємо:

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{1100\ K}{350\ K}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}} = \left(\frac{110}{35}\right)^{\frac{1}{0{,}4}} = \left(\frac{110}{35}\right)^{\frac{5}{2}} = \sqrt{\left(\frac{110}{35}\right)^5} = 17{,}5\ .$$

6.6 Ідеальний двоатомний газ кількістю речовини 1 *моль* здійснює цикл, який складається з двох ізохор та двох ізобар. Найменший об'єм 10 *л*, найбільший становить 20 *л*, найменший тиск 246 *кПа*, а найбільший – 410 *кПа*. Побудувати графік циклу. Визначити температуру для характерних точок циклу та його термічний ККД.

Дано:

$\nu = 1\,моль$

$V_1 = V_2 = V_{\min} = 10\ л = 1\cdot 10^{-2}\ м^3$

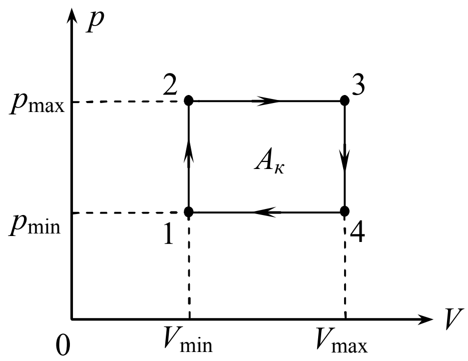
$V_3 = V_4 = V_{\max} = 20\,л = 2\cdot 10^{-2}\,м^3$

$p_1 = p_4 = p_{\min} = 246\,кПа = 246\cdot 10^3\,Па$

$p_2 = p_3 = p_{\max} = 410\,кПа = 410\cdot 10^3\,Па$

1) $T_i - ?$

2) $\eta - ?$



Для знаходження температури для характерних точок циклу скористаємося рівнянням Клапейрона-Менделеєва:

$$pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}. \qquad (1)$$

Підставимо в (1) відповідні параметри:

$$T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{p_{\min}V_{\min}}{\nu R} = \frac{246\cdot 10^3\,Па\cdot 1\cdot 10^{-2}\,м^3}{1\,моль\cdot 8{,}31\dfrac{Дж}{моль\cdot К}} = 296\,К,$$

$$T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_{\max}V_{\min}}{\nu R} = \frac{410\cdot 10^3\,Па\cdot 1\cdot 10^{-2}\,м^3}{1\,моль\cdot 8{,}31\dfrac{Дж}{моль\cdot К}} = 493{,}4\,К,$$

$$T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_{\max}V_{\max}}{\nu R} = \frac{410\cdot 10^3\,Па\cdot 2\cdot 10^{-2}\,м^3}{1\,моль\cdot 8{,}31\dfrac{Дж}{моль\cdot К}} = 986{,}8\,К,$$

$$T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{p_{\min}V_{\max}}{\nu R} = \frac{246\cdot 10^3\,Па\cdot 2\cdot 10^{-2}\,м^3}{1\,моль\cdot 8{,}31\dfrac{Дж}{моль\cdot К}} = 592{,}1\,К.$$

Коефіцієнт корисної дії знайдемо за відношенням корисної роботи $A_к$ до затраченої $A_з$:

$$\eta = \frac{A_к}{A_з}\cdot 100\%. \qquad (2)$$

Корисна робота визначається площею фігури, обмеженої графіком циклу:

$$A_к = (p_{\max} - p_{\min})(V_{\max} - V_{\min}). \qquad (3)$$

Ідеальний газ отримував тепло на ділянках циклу 1-2 та 2-3, тому $A_з = Q_{12} + Q_{23}$.

Ділянка 1-2 є ізохорним процесом, тому перший закон термодинаміки для даного випадку матиме вигляд:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}(p_2 - p_1)V_1 = \frac{5}{2}(p_{\max} - p_{\min})V_{\min}, \qquad (4)$$

Ділянка 2-3 є ізобарним процесом, тому перший закон термодинаміки для даного випадку матиме вигляд:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_3 - T_2) + p_2(V_3 - V_2) = \frac{i}{2}p_2(V_3 - V_2) + p_2(V_3 - V_2) = \frac{7}{2}p_{\max}(V_{\max} - V_{\min}). \qquad (5)$$

Таким чином:

$$A_з = \frac{5}{2}(p_{\max} - p_{\min})V_{\min} + \frac{7}{2}p_{\max}(V_{\max} - V_{\min}). \quad (6)$$

Підставляючи (6) та (3) в (2) для ККД остаточно отримуємо вираз:

$$\eta = \frac{(p_{\max} - p_{\min})(V_{\max} - V_{\min})}{\frac{5}{2}(p_{\max} - p_{\min})V_{\min} + \frac{7}{2}p_{\max}(V_{\max} - V_{\min})} \cdot 100\%,$$

$$\eta = \frac{\left(410 \cdot 10^3\,Па - 246 \cdot 10^3\,Па\right) \cdot (2 \cdot 10^{-2}\,м^3 - 1 \cdot 10^{-2}\,м^3)}{\frac{5}{2} \cdot \left(410 \cdot 10^3\,Па - 246 \cdot 10^3\,Па\right) \cdot 1 \cdot 10^{-2}\,м^3 + \frac{7}{2} \cdot 410 \cdot 10^3\,Па \cdot \left(2 \cdot 10^{-2}\,м^3 - 1 \cdot 10^{-2}\,м^3\right)} \cdot 100\% = 8{,}9\%.$$

6.7 Ідеальний газ, який здійснює цикл Карно, отримав від нагрівника кількість теплоти 4,2 *кДж* та виконав роботу 590 *Дж*. Знайти термічний ККД цього циклу. У скільки разів температура нагрівника більша за температуру охолоджувача?

Дано:
$Q_1 = 4200\,Дж$
$Q_2 = 590\,Дж$

1) $\eta - ?$
2) $\frac{T_1}{T_2} - ?$

ККД ідеальної теплової машини можна розрахувати за формулами:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) \cdot 100\%, \quad (1)$$

де Q_1 - кількість теплоти, отримана робочим тілом від нагрівника, Q_2 - кількість теплоти, передана робочим тілом охолоджувачу;

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \cdot 100\%, \quad (2)$$

де T_1 - абсолютна температура нагрівника, T_2 - абсолютна температура охолоджувача.

На основі (1) маємо:

$$\eta = \left(1 - \frac{590\,Дж}{4200\,Дж}\right) \cdot 100\% = 14\%.$$

На основі (2) маємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \frac{\eta}{100\%}} = \frac{100\%}{100\% - \eta} = \frac{100}{86} = 1{,}16.$$

5 МЕТОДИКА РОБОТИ З ЕЛЕКТРОННИМ ДИСТАНЦІЙНИМ КУРСОМ

Для роботи з електронним дистанційним курсом необхідно спочатку пройти процедуру реєстрації на сервері дистанційного навчання ТНТУ ім. І. Пулюя. На сайті університету http://www.tntu.edu.ua/ треба вибрати посилання "е-навчання" http://dl.tntu.edu.ua/, а потім посилання "Реєстрація".

У реєстраційній формі необхідно заповнити поля, позначені червоною зірочкою: ім’я для входу (бажано, прізвище латиницею), пароль (бажано відразу записати цей пароль та розмістити у надійному місці, недоступному для сторонніх осіб; пароль повинен бути не менше 8 символів), адреса електронної пошти, прізвище, ім’я, по батькові (кирилицею). Також необхідно вказати свою групу (інша інформація надається студентом за власним бажанням).

Після завершення процедури реєстрації перевірте свою електронну пошту та активуйте посилання, вислане на вашу електронну пошту з сервера дистанційного навчання. Кожного разу, коли ви будете користуватися інформацією з серверу дистанційного навчання, необхідно буде ввести ім’я для входу та пароль.

Після потрапляння на сторінку "Мої курси" необхідно вибрати вкладку "Усі курси" та відфільтрувати їх по ознаці "Факультет комп’ютерних систем та програмної інженерії (ФІС)" і "Каф. фізики (ФЗ)". З переліку запропонованих дистанційних курсів обрати "Фізика для бакалаврів технічного коледжу ТНТУ, АТ" (ID курсу - 381) та записатися на нього. Після цього запит на запис надходить до інструктора курсу (лектора), який відкриває доступ до матеріалів курсу.

Записаному на курс студенту надаються права користувача і він може знайомитися з інформацією, розміщеною у крайній правій частині сторінки. Зокрема доступні вкладки: "Мета і завдання курсу", "Теоретичний матеріал" (навчальні матеріали модулів у вигляді вкладених сторінок з окремими темами та питаннями), "Вибрані лекційні презентації", "Лабораторні роботи", "Практичні заняття", "Список літератури", "Перелік питань для самостійного опрацювання" тощо.

Студенту доступні інструменти керування своєю домашньою сторінкою (для детальною інформації радимо скористатися допомогою http://dl.tntu.edu.ua/help/index.php). Крім перегляду інформації студент має можливість брати участь у обговоренні питань через чат та форум, користуватися внутрішньою електронною поштою курсу, використовувати файлообмінник для надсилання та отримання потрібної інформації. Окремо хочемо наголосити на необхідність постійно відслідковувати оголошення в межах курсу, брати участь в опитуваннях, і, що найважливіше, проходити тестування (пробні та модульні).

У випадку проблем з використанням дистанційного курсу необхідно звернутися до свого інструктора або у службу підтримки сервера дистанційного навчання (http://dl.tntu.edu.ua/help/contact_support.php).

6 МОДУЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ ТА СЕМЕСТРОВИЙ КОНТРОЛЬ

ТЕРМІНИ ПРОВЕДЕННЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

Осінній семестр

Модульний контроль 1: 8-10 навчальні тижні.

Модульний контроль 2: 17-18 навчальні тижні.

Весняний семестр

Модульний контроль 1: 8-10 навчальні тижні.

Модульний контроль 2: 17-18 навчальні тижні.

РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТА

Модуль 1 (37 балів)

Лабораторні роботи (10 балів)
Розв'язування задач (8 балів)
Модульний контроль №1 (19 балів)

Модуль 2 (38 балів)

Лабораторні роботи (10 балів)
Розв'язування задач (8 балів)
Модульний контроль №2 (20 балів)

Семестровий контроль - залік (25 балів)

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЛР

- 0 балів – відсутність студента на занятті;
- 1-2 бали – формальна готовність до виконання роботи, наявність відповідних записів в зошиті;
- 3 бали – повна готовність до лабораторної роботи, отриманий допуск до її виконання у викладача;
- 4 бали – відроблена лабораторна робота за дозволом інженера (з попереднім записом на відробку на кафедрі);
- 5 балів – здійснені виміри за дозволом викладача (на занятті чи відробці), розрахунки завершені не повністю (підпис викладача);
- 6 балів – результати вимірів зняті і опрацьовані, кінцевий результат підписано викладачем;
- 7-10 балів – повністю виконана лабораторна робота, зданий звіт та теоретичний матеріал роботи.

Мінімальним результатом участі студента у занятті має бути наявність допуску викладача до виконання ЛР.

Студент зобов'язаний виконати всі лабораторні роботи за індивідуальним планом.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗАНЯТЬ З РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

- 0 балів – відсутність студента на занятті, відсутність задач у зошиті;
- 1-2 бали – присутність студента на занятті, наявність в зошиті частини розв'язаних задач;
- 3 бали – наявність в зошиті всіх задач, розв'язаних на занятті;
- 4-5 балів – наявність в зошиті всіх задач, розв'язаних на занятті; участь у розв'язуванні задач, володіння основними поняттями і законами відповідної теми;
- 6-8 балів – наявність в зошиті всіх задач, розв'язаних на занятті; активна участь у розв'язуванні задач, вміння самостійно розв'язувати задачі відповідної теми з семестрового завдання.

Мінімальним позитивним результатом участі студента у занятті має бути наявність в зошиті всіх задач, розв'язаних на занятті, володіння основними поняттями і законами відповідної теми.

Пропущені заняття студент зобов'язаний відробити.

Модульний тест містить прості тестові питання "закритого" типу (на вибір із запропонованих варіантів), прості задачі (з необхідністю розрахувати та пояснити той чи інший варіант відповіді), а також відкриті теоретичні питання (з переліку, наведеного у п. 6.1) та одну типову задачу вищого рівня складності (з переліку, наведеного у п. 4.3.2).

6.1 *Питання на модульний контроль*

Модуль 1

1. Кінематика матеріальної точки. Рух, його види та способи опису. Переміщення, швидкість, прискорення. Прямолінійний рівномірний рух.
2. Кінематичні рівняння для рівноприскореного руху.
3. *Кінематика руху тіла, кинутого горизонтально та під кутом до горизонту.
4. Кінематика обертального руху. Кутові швидкість і прискорення, їх зв'язок з лінійними величинами.
5. Сила та маса. Закони динаміки (три закони Ньютона).
6. Імпульс (кількість руху). Закон збереження імпульсу. *Реактивний рух.
7. Закон всесвітнього тяжіння Ньютона. Прискорення вільного падіння.
8. Види деформацій. Закон Гука для пружних деформацій. Пружні модулі.
9. Сили тертя.
10. Робота сили. Потужність.
11. Кінетична енергія рухомого тіла. Зв'язок роботи з кінетичною енергією.
12. Потенціальна енергія тіла в полі дії сил. Зв'язок роботи з потенціальною енергією.
13. Зв'язок сили з потенціальною енергією. Консервативні та дисипативні сили.
14. Закон збереження механічної енергії.
15. *Удар тіл.
16. Момент сили і момент інерції. Основний закон динаміки для обертального руху тіла відносно фіксованої осі.
17. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.
18. Робота та кінетична енергія при обертальному русі.
19. Гіроскопічний ефект та його прояви в техніці.
20. *Рух в неінерціальних системах відліку. Сили інерції.
21. Постулати Ейнштейна. Поняття про спеціальну теорію відносності (СТВ).
22. Перетворення Лоренца та наслідки з них (релятивістське скорочення розмірів тіла, ефект уповільненя часу). Релятивістський закон додавання швидкостей.
23. Другий закон Ньютона у релятивістській формі.
24. Формула Ейнштейна для енергії. Кінетична енергія в СТВ.

Примітка: символом * позначені питання для самостійного опрацювання (розглядаються студентами, які прагнуть отримати додаткові бали).

Модуль 2

1. Пружинний маятник. Гармонічні коливання. Амплітуда, період, частота, фаза.
2. Енергія гармонічних коливань.
3. Математичний та фізичний маятники. Формули для періоду. *Додавання коливань. Биття.
4. Згасання коливань. Коефіцієнт згасання та логарифмічний декремент згасання.
5. Вимушені коливання. Явище резонансу.
6. Хвилі в пружному середовищі. Довжина хвилі. Швидкість поширення хвилі.
7. Рівняння біжучої хвилі. Енергія біжучої хвилі.
8. *Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі.

9. Звук і його сприйняття людиною.Тиск в рідинах і газах. Закон Паскаля. Гідростатичний тиск. Вимірювання тиску.
10. Виштовхувальна сила. Закон Архімеда.
11. Основні поняття гідродинаміки. Рівняння неперервності.
12. Рівняння Бернуллі. Статичний, динамічний та гідравлічний тиски.
13. В’язкість. Закон Ньютона для в’язкого тертя.
14. *Протікання в’язкої рідини по циліндричній трубі. Формула Пуазейля.
15. Ламінарна та турбулентна течії. Число Рейнольдса. Сила лобового опору. Сила тертя і сила тиску.
16. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) ідеального газу. Фізичний зміст тиску і температури.
17. Агрегатні стани речовини. Параметри стану. Дослідне рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона).
18. Внутрішня енергія. МКТ теплоємності ідеального газу.
19. Розподіл молекул за швидкостями (розподіл Максвелла).
20. *Явища переносу в газах. Середня довжина вільного пробігу молекул.
21. Поняття термодинамічної системи. Кількість теплоти. Перший принцип термодинаміки.
22. Робота розширення газу в ізопроцесах. Адіабатний процес.
23. Колові процеси. Схема роботи теплової машини. Другий принцип термодинаміки.
24. Цикл Карно. ККД машини Карно.
25. Відхилення від законів ідеального газу. Рівняння Ван-дер-Ваальса.
26. Дослідні ізотерми реального газу. Критична точка.
27. Внутрішня енергія реального газу. Ефект Джоуля-Томсона.
28. Реальні рідини. Плинність і в’язкість. Поверхневий натяг рідини.
29. Тверді тіла. Теплове розширення. Теплоємність кристалів.
30. *Поняття фази речовини. Фазова рівновага і фазові переходи. Рівняння Клапейрона-Клаузіуса. Найпростіша фазова діаграма.

Примітка: символом * позначені питання для самостійного опрацювання (розглядаються студентами, які прагнуть отримати додаткові бали).

6.2 *Зразки модульних тестів*

Модуль 1.

Варіант 1.

1) **(1 бал)** При рівномірному русі пішохід проходить за 10 *с* шлях 15 *м*. Який шлях він пройде при русі з тією ж швидкістю за 2 *с*?

А	Б	В	Г
3 *м*	30 *м*	1,5 *м*	7,5 *м*

2) **(1 бал)** На повороті при швидкості 20 *м/с* автомобіль рухається з доцентровим прискоренням 5 *м/с*^{2}. Визначте радіус повороту.

А	Б	В	Г
4 *м*	40 *м*	50 *м*	80 *м*

3) **(1 бал)** Як буде рухатися тіло масою 2 *кг* під дією сили 4 *Н*?

А	Б	В	Г	Д
рівномірно, зі швидкістю 2 *м/с*	рівноприскорено, з прискоренням 2 *м/с*^{2}	рівноприскорено, з прискорення 0,5 *м/с*^{2}	рівномірно, зі швидкістю 0,5 *м/с*	рівноприскорено, з прискоренням 8 *м/с*^{2}

4) **(1 бал)** Основний закон динаміки обертального руху має вигляд:

А	Б	В	Г
$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	$F = kx$

5) **(1 бал)** Закон збереження механічної енергії стверджує, що…

А	Б	В	Г
повна потенціальна енергія системи рівна повній кінетичній енергії	повна механічна енергія замкнутої ізольованої системи не змінюється з часом	умовою стійкості механічної системи є мінімальність її потенціальної енергії	імпульс замкнутої системи з часом не змінюється

6) **(1 бал)** Літак масою 30 т летів протягом 2 *год* горизонтально зі сталою швидкістю 360 *км/год*. Сила тяги двигунів дорівнює 10 *кН*. Визначте роботу, здійснену за цих умов підіймальною силою. Уважайте, що g= 10 *м/с*^{2}.

А	Б	В	Г
0 *Дж*	3,6 *ГДж*	7,2 *ГДж*	72 *ГДж*

7) **(2 бали)** Матеріальна точка рухається в площині рівномірно і прямолінійно по закону $x = 4 + 3t$, $y = 3 - 4t$, де *x*, *y* – координати тіла, *м*; *t* – час, *с*. Яке значення швидкості тіла?

А	Б	В	Г	Д
1 *м/с*	3 *м/с*	5 *м/с*	7 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Внаслідок удару футбольний м'яч набув швидкості 30 *м/с*. У верхній точці траєкторії швидкість м'яча становила 20 *м/с*. Визначте найбільшу висоту м'яча над землею. Вважайте g=10 *м/с*^{2}, опір повітря не враховуйте.

А	Б	В	Г	Д
15 *м*	20 *м*	25 *м*	30 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 2.

1) **(1 бал)** Одиницею вимірювання швидкості поступального руху є...

А	Б	В	Г
метр поділений на секунду	метр поділений на секунду в квадраті	радіан поділений на секунду	радіан поділений на секунду в квадраті

2) **(1 бал)** Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 80 *м*. Скільки часу триватиме політ? Вважайте, що 10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г
1 *с*	2 *с*	4 *с*	8 *с*

3) **(1 бал)** Яка з характеристик обов'язково залишається незмінною під час переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої?

А	Б	В	Г
швидкість	прискорення	напрямок руху	переміщення

4) **(1 бал)** Модуль моменту сили визначається виразом:

А	Б	В	Г
$M = Fr\cos\alpha$	$M = Fr\sin\alpha$	$M = Fr\,\mathrm{tg}\alpha$	$M = Fr\mathrm{ctg}\alpha$

5) **(1 бал)** Людина зістрибує з візка, що спочатку був нерухомий, зі швидкістю 3 *м/с*. В якому напрямку і з якою швидкістю почне рухатися візок, якщо його маса вдвічі більша за масу людини?

А	Б	В	Г
у напрямку стрибка зі швидкістю 1,5 *м/с*	протилежно до напрямку стрибка зі швидкістю 6 *м/с*	у напрямку стрибка зі швидкістю 6 *м/с*	протилежно до напрямку стрибка зі швидкістю 1,5 *м/с*

6) **(1 бал)** Вираз $\frac{m\upsilon^2}{2}$ дозволяє розрахувати…

А	Б	В	Г
потенціальну енергію пружно здеформованого тіла	потенціальну енергію тіла в полі тяжіння	кінетичну енергію тіла при поступальному русі	повну енергію тіла

7) **(2 бали)** Тіло рухаючись прямолінійно і рівноприскорено, збільшило свою швидкість від 2 *м/с* до 6 *м/с* за 6 *с*. Який шлях воно пройшло за цей час?

А	Б	В	Г	Д
10 *м*	12 *м*	20 *м*	24 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Як зміниться запас потенціальної енергії пружно деформованого тіла при збільшенні його деформації в 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
зменшиться в 2 рази	збільшиться в 2 рази	збільшиться в 4 рази	не зміниться	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 3.

1) **(1 бал)** Одиницею вимірювання кутової швидкості є...

А	Б	В	Г
метр поділений на секунду	метр поділений на секунду в квадраті	радіан поділений на секунду	радіан поділений на секунду в квадраті

2) **(1 бал)** Встановіть відповідність між формулою залежності проекції швидкості від часу для тіла, що рухається прямолінійно, і характером руху тіла, якщо $\upsilon_x = 3{,}5 + 4t$.

А	Б	В	Г
рух тіла рівнозмінний зі зменшенням початкової швидкості	рух тіла рівнозмінний зі збільшенням початкової швидкості	рух тіла рівномірний	тіло рухається з постійним прискоренням зі стану спокою

3) **(1 бал)** Тягарець масою 6 *кг* висить на двох нитках, що утворюють з вертикаллю кути у 60°. Визначте силу натягу кожної з ниток. Вважайте, що g=10 *м/с*^{2}.

А	Б	В	Г	Д
30 *Н*	52 *Н*	60 *Н*	104 *Н*	200 *Н*

4) **(1 бал)** Момент інерції тіла можна обчислити за формулою:

А	Б	В	Г
$I = \int r\rho dV$	$I = \int r^2 \rho dV$	$I = \int r^3 \rho dV$	$I = \int r^4 \rho dV$

5) **(1 бал)** Вираз $\frac{kx^2}{2}$ дозволяє розрахувати…

А	Б	В	Г
потенціальну енергію пружно здеформованого тіла	потенціальну енергію тіла в полі тяжіння	кінетичну енергію тіла при поступальному русі	повну енергію тіла

6) **(1 бал)** Яка з названих сил не належить до консервативних сил?

А	Б	В	Г
сила тертя	сила пружності	сила гравітаційного притягання	сила електростатичної взаємодії

7) **(2 бали)** При вільному падінні (вважати g=10 *м/с*^{2}) тіла з нульовою початковою швидкістю за 2 *с* воно проходить відстань, яка дорівнює...

А	Б	В	Г	Д
5 *м*	10 *м*	15 *м*	20 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Як зміниться запас потенціальної енергії пружно деформованого тіла при зменшенні його деформації в 3 рази?

А	Б	В	Г	Д
не зміниться	зменшиться в $\sqrt{3}$ рази	зменшиться в 3 рази	зменшиться в 9 разів	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 4.

1) **<u>(1 бал)</u>** При рівномірному русі пішохід проходить за 6 *с* шлях 9 *м*. Який шлях він пройде при русі з тією ж швидкістю за 2 *с*?

А	Б	В	Г
18 *м*	3 *м*	12 *м*	4,5 *м*

2) **<u>(1 бал)</u>** Рух тіла описано рівнянням $x = -5 + 2t + 3t^2$, де всі величини виражено в одиницях SI. Визначте проекцію швидкості тіла на вісь *OX* через 3 секунди після початку руху.

А	Б	В	Г
6 *м/с*	20 *м/с*	27 *м/с*	40 *м/с*

3) **<u>(1 бал)</u>** Як зміниться гравітаційна сила взаємодії двох тіл однакової маси, якщо масу одного тіла втричі збільшити, а другого – втричі зменшити?

А	Б	В	Г
не зміниться	збільшиться в 3 рази	збільшиться в 9 разів	зменшиться у 9 разів

4) **<u>(1 бал)</u>** Теорема Штейнера дозволяє розрахувати...

А	Б	В	Г
момент інерції тіла відносно осі, яка не проходить через центр мас	момент інерції тіла відносно осі, яка проходить через центр мас	момент інерції лише стержня відносно осі, яка проходить через кінець стержня	початковий момент інерції будь-якого тіла

5) **<u>(1 бал)</u>** Літак масою 30 т летів протягом 2 *год* горизонтально зі сталою швидкістю 360 *км/год*. Сила тяги двигунів дорівнює 10 *кН*. Визначте роботу, здійснену за цих умов підіймальною силою. Уважайте, що *g*= 10 *м/с*^{2}.

А	Б	В	Г
0 *Дж*	3,6 *ГДж*	7,2 *ГДж*	72 *ГДж*

6) **<u>(1 бал)</u>** Вираз mgh дозволяє розрахувати…

А	Б	В	Г
потенціальну енергію пружно здеформованого тіла	потенціальну енергію тіла в полі тяжіння	кінетичну енергію тіла при поступальному русі	повну енергію тіла

7) **<u>(2 бали)</u>** Щоби камінь досяг висоти 5 *м*, його необхідно кинути вертикально вгору (вважати *g*=10 *м/с*^{2}) зі швидкістю...

А	Б	В	Г	Д
5 *м/с*	10 *м/с*	15 *м/с*	20 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Снаряд, який летить горизонтально зі швидкістю 200 *м/с*, розривається на два однакових уламки, один з яких летить назад зі швидкістю 200 *м/с*. З якою швидкістю летить другий уламок?

А	Б	В	Г	Д
200 *м/с*	400 *м/с*	600 *м/с*	800 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **<u>(3 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 5.

1) **<u>(1 бал)</u>** Хто може в розрахунках вважати Землю матеріальною точкою?

А	Б	В	Г
диспетчер, керуючи рухом літальних апаратів	парашутист, готуючись до посадки	вчений, здійснюючи розрахунок сили гравітаційного притягання між Землею та Сонцем	географ, описуючи рельєф поверхні Землі

2) **<u>(1 бал)</u>** Якою є кутова швидкість обертання колеса велосипеда, якщо лінійна швидкість точок обода колеса становить 10 *м/с*? Радіус колеса становить 50 *см*.

А	Б	В	Г
0,2 *рад/с*	5 *рад/с*	10 *рад/с*	20 *рад/с*

3) **<u>(1 бал)</u>** Як буде рухатися тіло масою 2 *кг* при початковій швидкості руху 2 *м/с*, якщо сила тяги 4 *Н* зрівноважена такою ж по величині силою тертя?

А	Б	В	Г	Д
рівномірно, зі швидкістю 2 *м/с*	рівноприскорено, з прискоренням 2 $м/с^2$	рівноприскорено, з прискорення 0,5 $м/с^2$	рівномірно, зі швидкістю 0,5 *м/с*	рівноприскорено, з прискоренням 8 $м/с^2$

4) **<u>(1 бал)</u>** Момент імпульсу тіла, яке обертається, визначається виразом:

А	Б	В	Г
$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$

5) **<u>(1 бал)</u>** Закон збереження імпульсу стверджує, що…

А	Б	В	Г
повна потенціальна енергія системи рівна повній кінетичній енергії	повна механічна енергія замкнутої ізольованої системи не змінюється з часом	умовою стійкості механічної системи є мінімальність її потенціальної енергії	імпульс замкнутої системи з часом не змінюється

6) **<u>(1 бал)</u>** Як змінюється енергія тіла, якщо брусок рівномірно зісковзує по похилій площині?

А	Б	В	Г
потенціальна енергія бруска зменшується	потенціальна енергія бруска збільшується	кінетична енергія бруска зменшується	потенціальна та кінетична енергії бруска не змінюються

7) **(2 бали)** Шайбі на льодовому майданчику надали швидкості 12 *м/с*. Поки шайба зупинилася, вона пройшла відстань, що дорівнює 36 *м*. Визначте коефіцієнт тертя між шайбою та льодом. Вважайте, що g=10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г	Д
0,1	0,2	0,36	0,4	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Унаслідок удару футбольний м'яч набув швидкості 26 *м/с*. Визначте швидкість м'яча на висоті 5 *м* над землею. Уважайте g=10 $м/с^2$, опір повітря не враховуйте.

А	Б	В	Г	Д
24 м/с	20 м/с	18 м/с	16 м/с	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **<u>(3 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 6.

1) **(1 бал)** При рівномірному русі пішохід проходить за 6 *с* шлях 12 *м*. Який шлях він пройде при русі з тією ж швидкістю за 3 *с*?

А	Б	В	Г
2 *м*	36 *м*	4 *м*	6 *м*

2) **(1 бал)** Залежність проекції швидкості від часу тіла, що рухається прямолінійно, задається виразом $\upsilon_x = 4 + 2t$ (всі величини в одиницях СІ). Якою є проекція прискорення тіла?

А	Б	В	Г
0,05 $м/с^2$	1 $м/с^2$	2 $м/с^2$	4 $м/с^2$

3) **(1 бал)** 1 $кг \cdot м/с^2$ в SI є одиницею вимірювання...

А	Б	В	Г
сили	імпульсу	роботи	тиску

4) **(1 бал)** Кінетична енергія тіла, яке обертається, визначається виразом:

А	Б	В	Г
mgh	$\frac{kx^2}{2}$	$\frac{m\upsilon^2}{2}$	$\frac{I\omega^2}{2}$

5) **(1 бал)** Вираз $F s \cos\alpha$ дозволяє розрахувати…

А	Б	В	Г
потенціальну енергію пружнодеформованого тіла	потенціальну енергію тіла в полі тяжіння	кінетичну енергію тіла при поступальному русі	Роботу, виконану над тілом

6) **(1 бал)** Куля вилітає з пружинного пістолета. Які перетворення енергії відбулися від пострілу до досягнення кулею максимальної висоти?

А	Б	В	Г
потенціальна енергія кулі перетворилася на кінетичну	потенціальна енергія кулі перетворилася на потенціальну енергію пружини	кінетична енергія кулі перетворилася на потенціальну енергію стиснутої пружини	потенціальна енергія пружини перетворилася на потенціальну енергію кулі

7) **(2 бали)** Тіло рухаючись прямолінійно і рівноприскорено, збільшило свою швидкість від 1 *м/с* до 5 *м/с* за 2 *с*. Який шлях воно пройшло за цей час?

А	Б	В	Г	Д
3*м*	6 *м*	20 *м*	24 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Визначте мінімальну швидкість, з якою хлопчик повинен зістрибнути з гойдалки у найнижчій точці, щоб гойдалка після стрибка зупинилася. Маса хлопчика 50 *кг*, маса гойдалки 30 *кг*, швидкість гойдалки у найнижчій точці становить 5 *м/с*.

А	Б	В	Г	Д
8 *м/с*	6 *м/с*	4 *м/с*	2 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 7.

1) **(1 бал)** Літак протягом 30 *хв* рухався з постійною швидкістю 200 *м*/с. Який шлях пролетів літак за цей час?

А	Б	В	Г
24 *км*	360 *км*	1440 *км*	2880 *км*

2) **(1 бал)** Вектор, що характеризує зміну положення матеріальної точки і має напрям від її початкового положення до кінцевого, називається...

А	Б	В	Г
переміщенням	шляхом	радіусом-вектором	швидкістю

3) **(1 бал)** Визначте модуль рівнодійної всіх сил, що діють на автомобіль масою 1000 *кг*, рівняння руху якого $x = -5 + 2t + 3t^2$.

А	Б	В	Г	Д
2000 *Н*	3000 *Н*	5000 *Н*	6000 *Н*	10000 *Н*

4) **(1 бал)** На ліве плече важеля діє сила 120 *Н*, а на праве – сила 80 *Н*. Важіль перебуває у рівновазі. Визначте його праве плече, якщо ліве дорівнює 90 *см*. Вагою важеля знехтуйте.

А	Б	В	Г
60 *см*	100 *см*	135 *см*	180 *см*

5) **(1 бал)** Тіло масою 200 *г* знаходиться на висоті 40 *м* над поверхнею землі. Обчисліть потенціальну енергію тіла відносно поверхні землі. Вважайте, що g=10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г
40 *Дж*	80 *Дж*	1600 *Дж*	80000 *Дж*

6) **(1 бал)** У якому випадку робота сили тертя додатна?

А	Б	В	Г
автомобіль гальмує перед перехрестям	автобус стоїть на стоянці	шайба ковзає по льоду	стрічка транспортера піднімає вантаж

7) **(2 бали)** Автомобіль проїхав перші 200 *км* за 4 *год*, а наступні 80 *км* — за 3 *год*. Визначте середню швидкість автомобіля за час всієї його поїздки.

А	Б	В	Г	Д
25 *км/год*	33 *км/год*	40 *км/год*	47 *км/год*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Яку роботу виконує людина повільно піднімаючи у воді на 60 *см* камінь масою 50 *кг* і об'ємом 0,02 $м^3$. Густина води 1000 $кг/м^3$.

А	Б	В	Г	Д
360 *Дж*	300 *Дж*	180 *Дж*	120 *Дж*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 8.

1) **<u>(1 бал)</u>** У якому із прикладів природний супутник планети можна вважати матеріальною точкою?

А	Б	В	Г
розрахунок тривалості сонячного затемнення	вибір місця посадки на супутник космічного корабля	вивчення рельєфу поверхні супутника	визначення гравітаційної сили, що діє між супутником і планетою

2) **<u>(1 бал)</u>** За 5 *хв* 20 *с* автомобіль, який рухався рівномірно, подолав шлях 4,8 *км*. З якою швидкістю рухався автомобіль?

А	Б	В	Г
10 *км/год*	15 *км/год*	54 *км/год*	72 *км/год*

3) **<u>(1 бал)</u>** Якою є вага тіла масою 5 *кг*, що знаходиться в ліфті? Ліфт рухається з прискоренням 4 $м/с^2$, яке спрямоване вертикально вниз. Вважайте, що g=10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г
20 *Н*	36 *Н*	50 *Н*	100 *Н*

4) **<u>(1 бал)</u>** Нерухомий блок …

А	Б	В	Г
дає програш у силі у 2 рази	дає програш у переміщенні у 2 рази	дає виграш у силі у 2 рази	не дає програшу ні у силі, ні у переміщенні

5) **<u>(1 бал)</u>** Літак масою 30 т летів протягом 2 *год* горизонтально зі сталою швидкістю 360 *км/год*. Сила тяги двигунів дорівнює 10 *кН*. Визначте роботу, здійснену за цих умов силою тяжіння. Уважайте, що g= 10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г
0 *Дж*	3,6 *ГДж*	7,2 *ГДж*	72 *ГДж*

6) **<u>(1 бал)</u>** Яка з названих сил не належить до дисипативних сил?

А	Б	В	Г
сила тертя	сила пружності	сила опору	сила в’язкості

7) **<u>(2 бали)</u>** Визначте, на якій відстані від поверхні Землі сила земного тяжіння в 4 рази менша, ніж біля поверхні Землі (R — радіус Землі).

А	Б	В	Г	Д
$2R$	$4R$	$8R$	$16R$	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Швидкість вантажного автомобіля в 2 рази більша швидкості легкового, а маса вантажного автомобіля в 4 рази більша маси легкового. Порівняйте значення кінетичної енергії легкового $(E_k)_Л$ і вантажного $(E_k)_В$ автомобілів.

А	Б	В	Г	Д
$(E_k)_В=2(E_k)_Л$	$(E_k)_В=4(E_k)_Л$	$(E_k)_В=8(E_k)_Л$	$(E_k)_В=16(E_k)_Л$	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **<u>(3 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 9.

1) **(1 бал)** При рівномірному русі пішохід проходить за 4 *с* шлях 6 *м*. Який шлях він пройде при русі з тією ж швидкістю за 3 *с*?

А	Б	В	Г
1,5 *м*	54 *м*	4,5 *м*	6 *м*

2) **(1 бал)** На змаганнях з авіамоделювання модель літака рухається з швидкістю 36 *км/год* по колу радіусом 5 *м* у вертикальній площині. Визначте доцентрове прискорення літака.

А	Б	В	Г
0,5 $м/с^2$	7,2 $м/с^2$	15 $м/с^2$	20 $м/с^2$

3) **(1 бал)** Як зміниться гравітаційна сила взаємодії двох тіл, якщо відстані між ними збільшиться вдвічі?

А	Б	В	Г
зменшиться в 2 рази	зменшиться у 4 рази	збільшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази

4) **(1 бал)** Кутова швидкість обертового тіла збільшилася в 3 рази. В скільки раз збільшилася кінетична енергія тіла?

А	Б	В	Г
в $\sqrt{3}$ разів	в 1,5 рази	в 3 рази	в 9 разів

5) **(1 бал)** Візок масою 6 *кг*, який рухався з швидкістю 2 *м/с*, зчіплюється з нерухомим візком масою 2 *кг*. Якою є швидкість візка після зчеплення?

А	Б	В	Г
4,5 *м/с*	1,5 *м/с*	1 *м/с*	0,5 *м/с*

6) **(1 бал)** Якщо автомобіль розганяється без проковзування шин по дорозі, то...

А	Б	В	Г
сила тяжіння виконує від'ємну роботу	сила пружності виконує додатну роботу	кінетична енергія перетворюється у потенціальну	сила тертя спокою виконує додатну роботу

7) **(2 бали)** Коефіцієнт тертя між колесами автобуса та дорогою становить 0,3. Визначте швидкість руху, за якої гальмівний шлях при аварійній зупинці дорівнюватиме 54 *м*.

А	Б	В	Г	Д
54 *м/с*	30 *м/с*	18 *м/с*	9 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Тіло кинули зі швидкістю 10 *м/с* з вікна на висоті 28,8 *м*. Визначте швидкість тіла перед падінням. Вважайте, що g=10 $м/с^2$, опір повітря не враховуйте.

А	Б	В	Г	Д
20 *м/с*	24 *м/с*	26 *м/с*	28,8 *м/с*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Варіант 10.

1) **(1 бал)** Вантажівка їде по дорозі із швидкістю 90 *км/год*. Її обганяє легковий автомобіль. На початку обгону автомобіль був в 80 *м* за вантажівкою, а після закінчення – на 100 *м* попереду. З якою швидкістю рухався легковий автомобіль, якщо обгін тривав 24 *с*?

А	Б	В	Г
100 *км/год*	107 *км/год*	113 *км/год*	117 *км/год*

2) **(1 бал)** Рух тіла описано рівнянням $s_x = 3t + 2t^2$, де всі величини виражено в одиницях SI. Визначте проекцію швидкості тіла на вісь *OX* через 2 секунди після початку руху.

А	Б	В	Г
5 *м/с*	7 *м/с*	11 *м/с*	40 *м/с*

3) **(1 бал)** Як буде рухатися тіло масою 8 *кг* під дією сили 4 *Н*?

А	Б	В	Г	Д
рівноприскорено, з прискоренням 2 $м/с^2$	рівномірно, зі швидкістю 2 *м/с*	рівноприскорено, з прискорення 0,5 $м/с^2$	рівномірно, зі швидкістю 0,5 *м/с*	рівноприскорено, з прискоренням 32 $м/с^2$

4) **(1 бал)** Міра інертності тіла при обертальному русі - це ...

А	Б	В	Г
момент сили	момент інерції	момент імпульсу	робота сили

5) **(1 бал)** Що називається імпульсом тіла?

А	Б	В	Г
добуток маси тіла на прискорення	добуток маси тіла на його швидкість	добуток сили, що діє на тіло, на час її дії	добуток маси тіла, швидкості і радіуса обертання

6) **(1 бал)** Якщо сила тяжіння при вільному падінні тіла виконала роботу 200 *Дж*, то ...

А	Б	В	Г
потенціальна енергія тіла збільшилася на 200 *Дж*	кінетична енергія тіла збільшилася на 200 *Дж*	повна механічна енергія збільшилася на 200 *Дж*	потенціальна енергія тіла не змінилася

7) **(2 бали)** У скільки разів відрізняються лінійні швидкості годинної та хвилинної стрілок годинника, якщо хвилинна стрілка у 2 рази довша за годинну?

А	Б	В	Г	Д
120	60	30	24	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Швидкість легкового автомобіля в 2 рази більша швидкості вантажного, а маса вантажного автомобіля в 2 рази більша маси легкового. Порівняйте значення кінетичної енергії легкового $(E_k)_Л$ і вантажного $(E_k)_В$ автомобілів.

А	Б	В	Г	Д
$(E_k)_Л=2(E_k)_В$	$(E_k)_В=2(E_k)_Л$	$(E_k)_Л=4(E_k)_В$	$(E_k)_В=4(E_k)_Л$	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 106, п. 6.1).*

11) **(3 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 74-75, п. 4.3.2).*

Модуль 2.

Варіант 1.

1) **(1 бал)** Період коливань математичного маятника дорівнює 0,5 *с*. Чому дорівнює циклічна частота коливань маятника?

А	Б	В	Г
$0{,}5\ c^{-1}$	$2\ c^{-1}$	$\pi\ c^{-1}$	$4\pi\ c^{-1}$

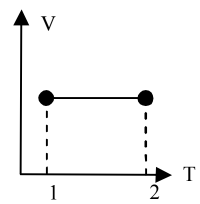
2) **(1 бал)** Рух маятника механічного годинника - це ...

А	Б	В	Г
автоколивання	вільні незгасаючі коливання	вимушені незгасаючі коливання	вільні згасаючі коливання

3) **(1 бал)** Звук поширюється з-під води у повітря. Як змінюється його частота та довжина хвилі?

А	Б	В	Г
частота – зростає, довжина хвилі - зменшується	частота – зменшується, довжина хвилі – зростає	частота – не змінюється, довжина хвилі – зменшується	частота – зменшується, довжина хвилі – не змінюється

4) **(1 бал)** На графіку подана залежність об'єму ідеального газу від температури (маса газу постійна). Як змінюється тиск газу при зміні температури від T_1 до T_2?



А	Б	В	Г
збільшується	зменшується	не змінюється	неможливо визначити

5) **(1 бал)** На основі показів манометра встановлено, що тиск аргону в герметичному закритому теплоізольованому балоні збільшився у 4 рази. Як змінилася швидкість руху атомів аргону?

А	Б	В	Г
зменшилася у 4 рази	зменшилася у 2 рази	збільшилася у 4 рази	збільшилася у 2 рази

6) **(1 бал)** Рівняння адіабатного процесу має вигляд:

А	Б	В	Г
$PV = const$	$PV^{\gamma} = const$	$P/V = const$	$V/T = const$

7) **(2 бали)** Період вертикальних коливань вантажу на пружині дорівнює 6 *с*. Визначте, яким буде період коливань, якщо масу вантажу збільшити у 8 разів, а жорсткість пружини збільшити в 2 рази.

А	Б	В	Г	Д
1,5 *с*	3 *с*	12 *с*	24 *с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)**. Оцініть максимальне значення ККД, яке може мати теплова машина, з температурою нагрівника 227°C і температурою охолоджувача 27°C.

А	Б	В	Г	Д
100%	88%	60%	40%	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 2.

1) **(1 бал)** Гармонічне коливання матеріальної точки представлено рівнянням $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Який вираз визначає швидкість цієї точки в довільний момент часу?

А	Б	В	Г
$A\omega\cos\varphi$	$-A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$	$A\omega\cos(\omega t + \varphi)$	$-A\omega^2\sin\omega t$

2) **(1 бал)** Визначте період коливань тягарця масою 700 *г*, підвішеного на пружині жорсткістю 280 *Н/м*.

А	Б	В	Г
0,157 *с*	0,314 *с*	0,471 *с*	0,628 *с*

3) **(1 бал)** У повітрі поширюється звукова хвиля з частотою 6,8 *кГц*. Визначте довжину хвилі, якщо швидкість звуку в повітрі дорівнює 340 *м/с*.

А	Б	В	Г
1 *см*	5 *см*	20 *см*	2,312 *м*

4) **(1 бал)** Як зміниться тиск ідеального газу при збільшенні концентрації його молекул в 3 рази, якщо середня квадратична швидкість молекул залишається незмінною?

А	Б	В	Г	Д
зменшиться в 9 разів	зменшиться в 3 рази	залишиться незмінним	збільшиться в 3 рази	збільшиться в 9 разів

5) **(1 бал)** Визначте масу 200 *моль* води. Молярна маса води становить 18 *г/моль*.

А	Б	В	Г
0,36 *кг*	3,6 *кг*	36 *кг*	360 *кг*

6) **(1 бал)** Зміна стану тіла та його внутрішньої енергії...

А	Б	В	Г
може відбуватися *лише* шляхом виконання роботи тілом (або над ним)	може відбуватися *лише* шляхом надання тілу деякої кількості теплоти (або забирання)	може відбуватися шляхом виконання роботи тілом (або над ним) і шляхом надання тілу деякої кількості теплоти (або забирання)	не може відбуватися, якщо тіло виконує роботу та отримує енергію

7) **(2 бали)** Тіло здійснює гармонічне коливання з частотою 100 *Гц*. Амплітуда коливань становить 0,005 *м*. Визначте максимальне прискорення тіла (вважати, що π^2=10).

А	Б	В	Г	Д
100 *м/с*^{2}	500 *м/с*^{2}	1600 *м/с*^{2}	2000 *м/с*^{2}	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** У скільки разів збільшується середня квадратична швидкість руху молекул, коли газ нагрівають від 27 до 402 °С ?

А	Б	В	Г	Д
1,5	2,25	3,9	14,9	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 3.

1) **(1 бал)** Кінетична енергія тіла, що коливається, ...

А	Б	В	Г
постійна	максимальна при проходженні положення рівноваги	максимальна при найбільшому відхиленні від положення рівноваги	дорівнює нулю

2) **(1 бал)** Рух вантажу, підвішеного до пружини, - це ...

А	Б	В	Г
автоколивання	вільні незгасаючі коливання	вимушені незгасаючі коливання	вільні згасаючі коливання

3) **(1 бал)** Довжина звукової хвилі, яка поширюється у повітрі, становить 2 *м*, частота 170 *Гц*. Визначте швидкість поширення хвилі.

А	Б	В	Г
85 *м/с*	340 *м/с*	900 *м/с*	1700 *м/с*

4) **(1 бал)** Як зміниться тиск ідеального газу при збільшенні його об'єму в 2 рази і зменшенні абсолютної температури в 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
зменшиться в 2 рази	зменшиться в 4 рази	залишиться незмінним	збільшиться в 2 рази	збільшиться в 4 рази

5) **(1 бал)** Яка кількість молекул міститься у двох молях кисню O_2? Вважайте, що стала Авогадро дорівнює $6 \cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$.

А	Б	В	Г
$3 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$	$12 \cdot 10^{23}$	$24 \cdot 10^{23}$

6) **(1 бал)** Питома теплоємність міді дорівнює 400 *Дж/кг·К*. Що означає це число?

А	Б	В	Г
Для нагрівання 1 *кг* міді завжди витрачається 400 *Дж* тепла	Для нагрівання 1 *кг* міді на 1 *К* витрачається 400 *Дж* тепла	Для нагрівання 1 *кг* міді від 0 *К* витрачається 400 *Дж* тепла	Для нагрівання 1 *кг* міді від 0 °*C* до кімнатної температури витрачається 400 *Дж* тепла

7) **(2 бали)** Період малих коливань математичного маятника 1,4 *с*. Яким стане період малих коливань, якщо маятник видовжити у 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
0,35 *с*	1 *с*	2 *с*	2,8 *с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Оцініть об'єм, який займає газоподібний водень при температурі 0 °С і тиску 10^5 *Па*, якщо маса водню дорівнює 2 *кг*. Виберіть із приведених нижче результатів найбільш близький до отриманого вами. Молярна маса водню 0,002 *кг/моль*. Універсальна газова стала 8,31 *Дж/(моль·К)*.

А	Б	В	Г	Д
≈23 $м^3$	≈230 $м^3$	≈2,3 $м^3$	≈$23 \cdot 10^{-3}$ $м^3$	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 4.

1) **<u>(1 бал)</u>** Максимальне зміщення від положення рівноваги – це…

А	Б	В	Г	Д
період коливань	амплітуда	циклічна частота	фаза	частота

2) **<u>(1 бал)</u>** Довжина нитки математичного маятника становить 40 *см*. Яким є період коливань, якщо прискорення вільного падіння вважати рівним 10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г
0,2 с	2 *с*	4 *с*	6,28 *с*

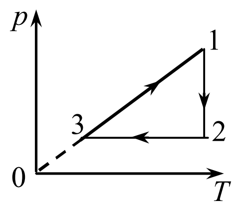
3) **<u>(1 бал)</u>** Якою є жорсткість пружини, якщо вантаж масою 2 *кг* коливається на ній з кутовою частотою 10 *рад*/*с*?

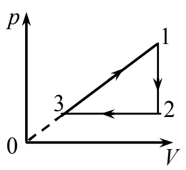
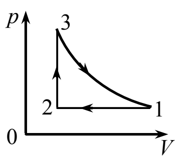
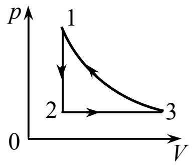
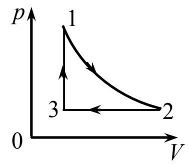
А	Б	В	Г
5 *Н*/*м*	20 *Н*/*м*	200 *Н*/*м*	400 *Н*/*м*

4) **<u>(1 бал)</u>** Як змінилася абсолютна температура ідеального газу, якщо при зменшенні його об’єму в 2 рази тиск зменшився в 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
зменшилася в 2 рази	зменшилася в 4 рази	залишилася незмінною	збільшилася в 2 рази	збільшилася в 4 рази

5) **<u>(1 бал)</u>** На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах *p* - *T*. Який із графіків у координатах *p* - *V* відповідає цьому процесу?



А	Б	В	Г
			

6) **<u>(1 бал)</u>** Що називається питомою теплоємністю речовини?

А	Б	В	Г
кількість теплоти, яку треба надати 1 *кг* речовини для його нагрівання до 0 °С.	кількість теплоти, яку треба надати 1 кг речовини, щоб розплавити його	кількість теплоти, яку треба надати 1 кг речовини, щоб змінити його температуру на 1 *К*	кількість теплоти, яку треба надати тілу, щоб змінити його температуру на 1 *К*

7) **<u>(2 бали)</u>** В деякий момент кінетична енергія пружинного маятника 10 *Дж*, потенціальна енергія 15 *Дж*. Жорсткість пружини 200 *Н*/*м*. Амплітуда коливань становить...

А	Б	В	Г	Д
0,1 *м*	0,25 *м*	0,5 *м*	0,75 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Газ, що перебуває під тиском 1000 *Па*, ізобарно розширюється, змінюючи свій об’єм від 1 до 3 $м^3$. Яку роботу він при цьому виконує?

А	Б	В	Г	Д
4000 *Дж*	3000 *Дж*	-3000 *Дж*	2000 *Дж*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **<u>(4 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 5.

1) **(1 бал)** Період коливань математичного маятника дорівнює 0,25 *с*. Чому дорівнює лінійна частота коливань маятника?

А	Б	В	Г
0,5 c^{-1}	2 c^{-1}	4 c^{-1}	16 c^{-1}

2) **(1 бал)** Величина, що показує, яка частина періоду пройшла від початку коливання,- це ...

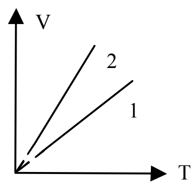
А	Б	В	Г
період	лінійна частота	кутова частота	фаза

3) **(1 бал)** При гармонічних коливаннях тіла вздовж осі OX координата змінюється за законом $x = 2\cos(3t)$. За яким законом змінюється швидкість тіла?

А	Б	В	Г
$\upsilon_x = 6\cos(3t + \frac{\pi}{2})$	$\upsilon_x = 6\sin(3t + \frac{\pi}{2})$	$\upsilon_x = 2\cos(3t + \pi)$	$\upsilon_x = 2\sin(3t + \pi)$

4) **(1 бал)** Якій з ізобар відповідає більший тиск?
Маса газу в обох випадках однакова.

А	Б	В	Г
першій	другій	в обох випадках однаковий	неможливо встановити



5) **(1 бал)** Ефективним діаметром молекули називають...

А	Б	В	Г
найменшу віддаль між центрами двох молекул при їх зіткненні	середню віддаль між центрами молекул в газі	подвоєний радіус зовнішньої електронної оболонки	середню відстань, яку проходить молекула між двома послідовними зіткненнями

6) **(1 бал)** Як змінюється внутрішня енергія ідеального газу під час ізотермічного стиснення?

А	Б	В	Г
збільшується	зменшується	не змінюється	збільшується або зменшується в залежності кількості ступенів вільності молекул газу

7) **(2 бали)** Якою треба зробити довжину математичного маятника, щоб його період дорівнював 1 *с*? Вважайте, що g=10 *м/с*^{2}.

А	Б	В	Г	Д
0,25 *м*	0,5 *м*	1 *м*	1,6 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Газу надана кількість теплоти 100 *Дж* і зовнішні сили виконали над ним роботу в 300 *Дж*. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу?

А	Б	В	Г	Д
200 *Дж*	400 *Дж*	-200 *Дж*	внутрішня енергія не змінилася	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 6.

1) **<u>(1 бал)</u>** Гармонічне коливання матеріальної точки представлено рівнянням $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Який вираз визначає прискорення цієї точки в довільний момент часу?

А	Б	В	Г
$A\omega\cos\varphi$	$-A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$	$A\omega\cos(\omega t + \varphi)$	$-A\omega^2\sin\omega t$

2) **<u>(1 бал)</u>** Період коливань фізичного маятника визначається виразом...

А	Б	В	Г
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$	$T = 2\pi\sqrt{LC}$

3) **<u>(1 бал)</u>** Амплітуда вимушеного коливання при зміні частоти зовнішнього коливання...

А	Б	В	Г
залежить тільки від власної частоти коливної системи	залежить тільки від зовнішньої частоти	залежить від власної частоти коливної системи та від зовнішньої частоти	є сталою величиною

4) **<u>(1 бал)</u>** При нагріванні ідеального газу середня квадратична швидкість теплового руху молекул збільшилася в 2 рази. Як змінилася при цьому абсолютна температура газу?

А	Б	В	Г
збільшилася в 2 рази	збільшилася в 4 рази	зменшилася в 16 разів	зменшилася 2 рази

5) **<u>(1 бал)</u>** Закон Дальтона стверджує, що...

А	Б	В	Г
тиск суміші газів рівний сумі парціальних тисків компонент	гази заповнюють всю посудину рівномірно	на тіло, поміщене у газ, діє зовнішній тиск	тиск стовпа газу залежить від його висоти

6) **<u>(1 бал)</u>**. При якому процесі зміна внутрішньої енергії системи дорівнює кількості переданої теплоти?

А	Б	В	Г
при ізохорному	при ізобарному	при ізотермічному	при адіабатному

7) **<u>(2 бали)</u>** Точка здійснює гармонічні коливання за законом $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. У певний момент часу зміщення точки 5 *см*, її швидкість 20 *см/с* , а прискорення становить −80 *см*/с^2. Визначте кутову частоту коливань.

А	Б	В	Г	Д
2 *рад/с*	4 *рад/с*	8 *рад/с*	10 *рад/с*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Газу надано кількість теплоти 400 *Дж*, при цьому він розширився і виконав роботу 200 *Дж*. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу?

А	Б	В	Г	Д
-200 *Дж*	200 *Дж*	600 *Дж*	внутрішня енергія не змінилася	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **<u>(4 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 7.

1) **(1 бал)** Тіло здійснює коливання з амплітудою 16 *см*. Який шлях воно проходить за 2 періоди?

А	Б	В	Г
32 *см*	64 *см*	96 *см*	128 *см*

2) **(1 бал)** Фізична величина, яка обернена до часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в *e* разів - це...

А	Б	В	Г
фаза	коефіцієнт згасання	період	логарифмічний декремент згасання

3) **(1 бал)** Рівняння біжучої хвилі описується рівнянням...

А	Б	В	Г
$x = A\sin(\omega t + \varphi)$	$y = A\sin(\omega t - kx + \varphi)$	$\upsilon = A\omega\sin(\omega t + \varphi)$	$\lambda = \upsilon T$

4) **(1 бал)** Ідеальним називається газ, в якому...

А	Б	В	Г
безмежно мала кінетична енергія хаотичного руху молекул	потенціальна енергія взаємодії молекул дорівнює нулю	дуже велика потенціальна енергія взаємодії молекул	молекули перебувають у спокої

5) **(1 бал)** Як зміниться середня кінетична енергія молекул ідеального газу при збільшенні абсолютної температури в 2 рази?

А	Б	В	Г
зменшиться в 4 рази	збільшиться в 2 рази	збільшиться в 4 рази	зменшиться в 2 рази

6) **(1 бал)** З одноатомним ідеальним газом здійснюється ізотермічний процес. Перший закон термодинаміки у цьому випадку має вигляд ...

А	Б	В	Г	Д
$Q = qm$	$A' = -\Delta U$	$Q = p\Delta V + \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$	$Q = A$	$Q = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$

7) **(2 бали)** Судно кинуло якір на відстані 200 *м* від берега, внаслідок чого виникли хвилі на поверхні води. Хвилі дійшли до берега за 40 *с*, причому за наступні 25 *с* було 50 сплесків хвиль об берег. Якою є відстань між гребенями сусідніх хвиль?

А	Б	В	Г	Д
2,5 *м*	5 *м*	10 *м*	20 *м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** У скільки разів тиск в озері на глибині 30 *м* більший від тиску на поверхні води? Уважайте, що атмосферний тиск дорівнює 10^5 *Па*, густина води становить 1000 $кг/м^3$, прискорення вільного падіння дорівнює 10 $м/с^2$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 8.

1) **<u>(1 бал)</u>** Гармонічні коливання тіло задані рівнянням $x = 0{,}25\cos 50\pi t$. Визначте амплітуду, період та частоту коливань.

А	Б	В	Г
50 *см*; 1/50 π *с*; 50 π *Гц*	25 *см*; 1/50 π *с*; 50 π *Гц*	50 *см*; 0,04 *с*; 25 *Гц*	25 *см*; 0,04 *с*; 25 *Гц*

2) **<u>(1 бал)</u>** Фізична величина, яка обернена до числа коливань, протягом якого амплітуда коливань зменшується в *е* разів - це...

А	Б	В	Г
фаза	коефіцієнт згасання	період	логарифмічний декремент згасання

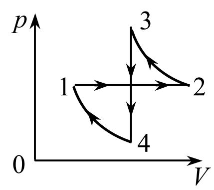
3) **<u>(2 бали)</u>** Човен за 30 *с* піднявся на гребенях хвиль 10 разів. Визначте швидкість хвиль, якщо відстань між їхніми гребенями дорівнює 3 *м*.

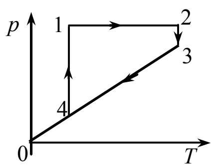
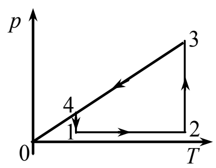
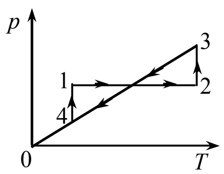
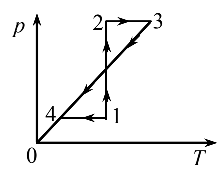
А	Б	В	Г
9 *м/с*	3 *м/с*	1 *м/с*	0,33 *м/с*

4) **<u>(1 бал)</u>** Як зміниться тиск ідеального газу, якщо в об'ємі швидкість кожної молекули та концентрація подвоїлися?

А	Б	В	Г	Д
збільшиться в 4 рази	збільшиться в 8 разів	не зміниться	зменшиться в 4 рази	зменшиться в 8 разів

5) **<u>(1 бал)</u>** На рисунку в системі координат *p* - *V* зображено замкнутий цикл 12341, здійснений газом сталої маси (лінії 23 та 41 - частини гіпербол). Установіть, який вигляд має графік цього циклу в системі координат *p* - *T*.



А	Б	В	Г
			

6) **<u>(1 бал)</u>** Як можна збільшити ККД ідеальної теплової машини?

А	Б	В	Г
тільки збільшити температуру охолоджувача	збільшити температуру охолоджувача і зменшити температуру нагрівника	*тільки* зменшити температуру нагрівника	збільшити температуру нагрівника і зменшити температуру охолоджувача

7) **<u>(2 бали)</u>** Для визначення жорсткості пружини до неї підвісили тіло масою 2 *кг* і спостерігали малі вільні коливання цього тіла вгору-вниз. Якою виявилася жорсткість пружини, якщо за хвилину тіло зробило 40 коливань? Вважайте, що g=10 *м/с*^{2}.

А	Б	В	Г	Д
5,6 *Н/м*	35,6 *Н/м*	53,3 *Н/м*	180 *Н/м*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **<u>(2 бали)</u>** Визначте об'єм алюмінієвого тягарця, який містить $3\cdot10^{24}$ атомів. Стала Авогадро становить $6\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$; густина алюмінію та молярна маса становлять відповідно 2700 *кг/м*^{3} та $2{,}7\cdot10^{-2}$ *кг/моль*.

А	Б	В	Г	Д
5 *см*^{3}	15 *см*^{3}	50 *см*^{3}	486 *см*^{3}	серед наведених відповідей немає правильної

9) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **<u>(3 бали)</u>** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **<u>(4 бали)</u>** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 9.

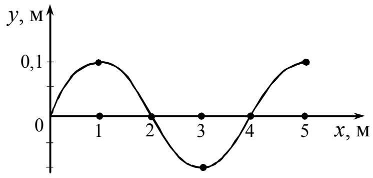
1) **(1 бал)** Як зміниться частота малих коливань пружинного маятника, якщо збільшити масу тіла, що підвішене до пружини, у 4 рази?

А	Б	В	Г
збільшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	зменшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази

2) **(1 бал)** При гармонічних коливаннях тіла вздовж осі ОХ координата змінюється за законом $x = 2\cos(3t)$. За яким законом змінюється прискорення тіла?

А	Б	В	Г
$a_x = 6\cos(3t + \frac{\pi}{2})$	$a_x = 6\cos(3t - \frac{\pi}{2})$	$a_x = 18\cos(3t + \frac{\pi}{2})$	$a_x = 18\cos(3t + \pi)$

3) **(1 бал)** На рисунку представлено профіль хвилі у даний момент часу. Якою є довжина хвилі?



А	Б	В	Г
0,1 *м*	0,2 *м*	2 *м*	4 *м*

4) **(1 бал)** Що називається числом ступенів вільності молекули газу?

А	Б	В	Г
число атомів в молекулі	число пружних зв'язків між атомами в молекулі	число незалежних координат, за допомогою яких можна описати положення молекули в просторі	число вільних молекул в газі

5) **(1 бал)** Якою є концентрація молекул повітря всередині кінескопа телевізора, якщо при 27°С тиск повітря всередині кінескопа дорівнює $4{,}14\cdot10^{-4}$ *Па*?

А	Б	В	Г
$1\cdot10^{17}$ $м^{-3}$	$3{,}7\cdot10^{17}$ $м^{-3}$	$4{,}14\cdot10^{17}$ $м^{-3}$	$1\cdot10^{20}$ $м^{-3}$

6) **(1 бал)** Газ виконує додатну роботу та отримує тепло при...

А	Б	В	Г	Д
адіабатному розширенні	ізохорному нагріванні	ізобарному розширенні	ізотермічному стисканні	ізохорному охолодженні

7) **(2 бали)** Чому дорівнює максимальна потенціальна енергія пружини пружинного маятника,якщо амплітуда коливань становить 10 *см*, а частота 6,4 *Гц*? Маса тіла, що підвішена до пружини, дорівнює 2 *кг*. Вважайте, що $\pi^2 = 10$.

А	Б	В	Г	Д
1,3 *Дж*	8,2 *Дж*	16,4 *Дж*	32,8 *Дж*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Яку роботу виконує кисень масою 0,64 *кг* при ізобарному нагріванні на 40 °*С*? Молярна маса кисню 0,032 *кг*/*моль*, універсальна газова стала 8,31 *Дж*/(*моль·К*).

А	Б	В	Г	Д
6,6 *кДж*	10 *кДж*	13,9 *кДж*	16,6 *кДж*	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

Варіант 10.

1) **(1 бал)** Як зміниться період коливань математичного маятника, якщо його довжину зменшити в 4 рази?

А	Б	В	Г
зменшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази

2) **(1 бал)** При гармонічних коливаннях тіла на пружині максимальне значення кінетичної енергії дорівнює 20 *Дж*. Чому дорівнює максимальне значення потенціальної енергії стиснутої пружини?

А	Б	В	Г
0 *Дж*	10 *Дж*	20 *Дж*	40 *Дж*

3) **(1 бал)** У пружному середовищі пошиється хвиля з довжиною 0,5 *м*. Чому дорівнює частота хвилі , якщо вона поширюється зі швидкістю 4 *м/с*?

А	Б	В	Г
0,125 *Гц*	0,5 *Гц*	2 *Гц*	8 *Гц*

4) **(1 бал)** Абсолютна температура є ...

А	Б	В	Г
мірою середньої кінетичної енергії молекул	мірою переданої молекулами кількості теплоти	мірою виконаної молекулами роботи	мірою середнього тиску газу

5) **(1 бал)** Деяка речовина масою *m*, об'ємом *V* та молярною масою μ містить *N* молекул. Кількість речовини дорівнює...

А	Б	В	Г
$N_A \dfrac{m}{\mu}$	$\dfrac{N}{V}$	m	$\dfrac{N}{N_A}$

6) **(1 бал)** Газ не виконує роботи при...

А	Б	В	Г
адіабатному процесі	ізотермічному процесі	ізохорному процесі	ізобарному процесі

7) **(2 бали)** Тягарець масою 500 *г* здійснює вертикальні коливання на пружині жорсткістю 200 *Н/м*. Визначте амплітуду коливань, якщо на відстані 4 *см* від положення рівноваги швидкість тягарця становить 0,6 *м/с*.

А	Б	В	Г	Д
8 *см*	7 *см*	6 *см*	5 *см*	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** У скільки разів збільшується середня квадратична швидкість руху молекул, коли газ нагрівають від 27 *°C* до 402 °C.

А	Б	В	Г	Д
1,5	2,25	5,2	14,9	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

10) **(3 бали)** *Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 2 (див. с. 107, п. 6.1).*

11) **(4 бали)** *Типова задача з переліку завдань до модуля 2 (див. с. 75-76, п. 4.3.2).*

6.3 Заліковий контроль

При виставленні заліку студент, у згоді з відповідним Положенням про семестровий контроль, може набрати 25 балів (в додаток до основних 75 балів, отриманих протягом семестру) у пропорції 1 бал за кожні 3 бали, набрані під час семестру. Оцінка за курс отримується шляхом сумування семестрової оцінки та оцінки залікового контролю у відповідності зі шкалою:

Бали	**Оцінка**	
90-100	A	**Відмінно**
82-89	B	**Дуже добре**
70-81	C	**Добре**
64-69	D	**Задовільно**
60-63	E	Зараховано (**задовільно**)
35-59	FX	**Незадовільно** (можна перездати)
0-35	F	**Незадовільно** **(**повторний курс**)**