

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
**Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя**

*Кафедра автоматизації  
технологічних процесів і  
виробництва*



**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до лабораторних робіт**  
*з курсу «Математичне моделювання і  
оптимізація автоматизованих виробничих  
систем»*  
*для студентів спеціальності*  
*151 «Автоматизація та комп'ютерно-  
інтегровані технології»*

**Тернопіль**  
**2018**

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу «Математичне моделювання і оптимізація автоматизованих виробничих систем» для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / В.Б. Савків, О.Р. Рогатинська, Р.І. Михайлишин – Тернопіль: ТНТУ, 2018. – 42 с.

Рецензент: д.т.н., професор Добротвор І.Г.

Відповідальний за випуск: д.т.н., професор Марущак П.О.

Методичні вказівки розглянуто і схвалено на засіданні кафедри автоматизації технологічних процесів і виробництв (протокол № 1 від 29 серпня 2018 р.).

Схвалено і рекомендовано до друку Вченою Радою факультету прикладних інформаційних технологій та електроінженерії (протокол № 1 від 30 серпня 2018 р.).

## Зміст

Загальна характеристика та принципи моделювання багатопотокових гнучких автоматизованих ліній .....	4
Лабораторна робота №1. Ієрархічний аналіз БГАЛС. ....	7
Лабораторна робота №2. Математичне моделювання основних та спряжених гілок ОГАЛС. ....	10
Лабораторна робота №3. Математичне моделювання ОГАЛС. ....	14
Лабораторна робота №4. Математичне моделювання БГАЛС методом еквівалентної заміни .....	16
Лабораторна робота №5. Математичне моделювання БГАЛС методом послідовної згортки. ....	17
Лабораторна робота №6. Імітаційне моделювання БГАЛС. ....	18
Лабораторна робота №7. Визначення ймовірності працездатності системи з 2-станів при усталеному та динамічному режимах роботи. ....	20
Лабораторна робота №8. Визначення ймовірності працездатності системи з 4-станів при усталеному та динамічному режимах роботи. ....	21
Список рекомендованої літератури .....	22
Додаток А. Варіанти структур БГАЛС. ....	23
Додаток Б. Варіанти завдань. ....	33
Додаток В. Приклад математичного моделювання автоматизованого комплексу. ....	34
Додаток Д. Результати ітераційної процедури. ....	41

## **Загальна характеристика та принципи моделювання багатопотокових гнучких автоматизованих ліній**

При проектуванні і модернізації автоматизованих виробничих системах (АВС), ядром яких є автоматичні й автоматизовані лінії, крім чисто технічних аспектів (продуктивність окремого технологічного комплексу, його точнісні характеристики, рівень універсальності, автоматизації і т.д.) варто враховувати і параметри надійності основного і допоміжного технологічного обладнання, які у кожному окремому випадку використання конкретного обладнання визначаються або за аналогією з відомими з літератури прикладами, або наближеними розрахунковими методами. Стосовно до аналізованих об'єктів комплексне поняття гнучкості має такий зміст: по-перше, технологічна гнучкість, або гнучкість переналагоджень, яка характеризує можливості швидкого переходу системи від випуску одних виробів до випуску інших, по-друге, гнучкість резервування, або гнучкість живучості, що виявляється в зберіганні системою своїх функцій при виході з ладу окремих одиниць обладнання, по-третє, у деяких АВС передбачена можливість оперативної зміни схеми матеріальних потоків для збереження працездатності системи при відмові, наприклад, деяких транспортно-накопичуючих або інших пристроїв, що складає основу структурно-організаційної гнучкості. Системи можуть бути класифіковані як гнучкі, якщо вони по сукупності характерних ознак відповідають змісту окремих компонентів поняття гнучкості. Прикладом гнучких АВС є асинхронні автоматичні лінії (АЛ), у яких окремі технологічні комплекси, наприклад, комірки складання (КС), мають різні часи обслуговування (обробки, складання, фарбування, упакування і т.д.) одиниці готової або проміжної продукції [1].

У багатьох випадках АЛ є багатопотоковими, причому найбільш поширені сходжувані структури. Кожна гілка багатопотокової гнучкої автоматизованої лінії (БГАЛ) може розглядатися як однопотокова ГАЛ (ОГАЛ), що дозволяє зводити аналіз усіх можливих структур БГАЛ до розгляду відповідної кількості ОГАЛ, приведених до єдиної структури – нормального виду, у якій між будь-якими двома комірками є один нагромаджувач проміжної продукції. Подальший докладний розгляд ОГАЛ має своєю ціллю показати, яким чином параметри продуктивності і надійності досліджуваної системи можуть бути безпосередньо розраховані на персональній ЕОМ при відомих вихідних даних.

Одним із широко використовуваних компонувань автоматичних ліній для виконання різноманітних технологічних операцій в ГВС, включаючи й автоматизоване складання, є компонування, де процес виготовлення або складання виробу здійснюється при послідовній передачі заготовок від попереднього технологічного комплексу до наступного одним транспортним потоком.

Компонування самої лінії може бути лінійним або круговим, проте тут виключений поділ потоку або зустрічний рух потоку деталей (касет із деталями, вузлами і т.д).

Оскільки тривалість операції на кожному з технологічних комплексів автоматичної лінії різна, а параметри надійності їхньої роботи різноманітні, між двома окремими технологічними комплексами вводиться міжопераційний нагромаджувач і рух деталей здійснюється від попереднього технологічного комплексу (ТК) тільки через нагромаджувач (Н) до наступного технологічного комплексу.

Такі автоматичні лінії називаються однопотоковими гнучкими автоматизованими лініями складання (ОГАЛС) нормальної структури. Слід зазначити, що всі запропоновані засоби і методи моделювання ОГАЛС можуть застосовуватися незалежно від того, який саме технологічний процес здійснюється на тій або іншій конкретній лінії. Наприклад, якщо на аналізованій лінії здійснюється механічна обробка деталей, то варто тільки змінити аббревіатуру назви лінії на ОГАЛ і розглядати окремі верстати (у тому числі агрегатні або обробні, роботизовані комплекси і центри) як технологічні комірки відповідно до реальної структури лінії.

Структура такої лінії має наступний вигляд:

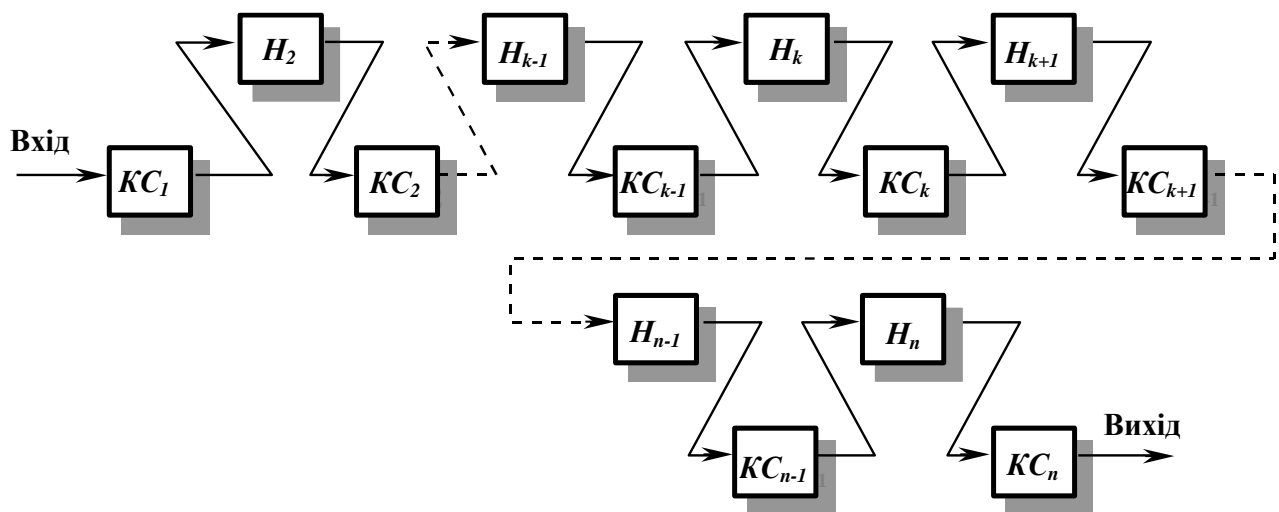


Рис. 1. Типова структура ОГАЛС нормального виду

Міжопераційні нагромаджувачі необхідні також для буферного накопичення деталей у момент виходу з ладу одного або декількох технологічних комплексів. Ємності суміжних із цими технологічними комплексами нагромаджувачів протягом деякого часу приймають і видають деталі, зберігаючи робочий ритм інших технологічних комплексів, даючи можливість використовувати цей час для ремонту обладнання, що вийшло із ладу. Таким чином, ємності нагромаджувачів безпосередньо впливають на продуктивність ГАЛС. Досвід промислової експлуатації ГАЛС свідчить про те, що вплив нагромаджувачів на продуктивність лінії досягає 30%, що є значною величиною.

Для виконання окремої технологічної операції якогось конкретного технологічного процесу може бути запропонована деяка сукупність однозначних по технологічному призначенню технологічних комплексів, наприклад, фрезерних, токарних, складальних і т.д., які відрізняються ступенем універсальності й автоматизації, точністю і продуктивністю (у термінах СМО – часом обслуговування заявки, тому що  $P_{лін}=1/T_{обсл}$ ), а також характеристиками надійності – інтенсивностями потоків відмов і відновлень. У випадку, коли вони працюють спільно, тобто паралельно, необхідно при моделюванні враховувати їхні характеристики в складі однієї технологічної комірки.

Таким чином, процес моделювання ОГАЛС зводиться до розрахунку на персональній ЕОМ коефіцієнта готовності, продуктивності лінії, середніх довжин черг у нагромаджувачах, ймовірностей безвідмовної роботи основних і спряжених ділянок по відомих значеннях:

- кількості технологічних комірок у лінії після приведення (при потребі) її структури до нормального вигляду;
- інтенсивностей потоків відмов і відновлень окремих технологічних комірок (роботизованих і автоматизованих комплексів, верстатів, обробних і складальних центрів, контрольних пристроїв і іншого обладнання);
- ємностей проміжних нагромаджувачів;
- часів обслуговування, тобто обробки або складання деталей (вузлів, касет із деталями і т.д.) на кожній технологічній комірці, які входять у структуру ОГАЛС.

Аналітично-ймовірнісне моделювання ОГАЛС здійснюється з використанням методу вкладених ітерацій відповідно до алгоритму приведеному в [1] на сторінці 67.

## Лабораторна робота №1. Ієрархічний аналіз БГАЛС.

**Мета роботи:** вивчення ієрархічної структури БГАЛС.

### Короткі теоретичні відомості

У більшості випадків гнучку автоматизовану лінію складання можна представити як систему яка складається із вихідних потоків, інтенсивність кожного з яких залежить від інтенсивностей інших. Математичну модель такої ГАЛС необхідно будувати з точки зору системного підходу, що враховує взаємовплив усіх її елементів (технологічних комплексів, нагромаджувачів та ін.) один на одного. Вважається, що всі КС зв'язані через нагромаджувач. Ієрархічна структура БГАЛС складається з вузлів, гілок і ділянок гілок. Структурна схема БГАЛС зображена на рис. 2.

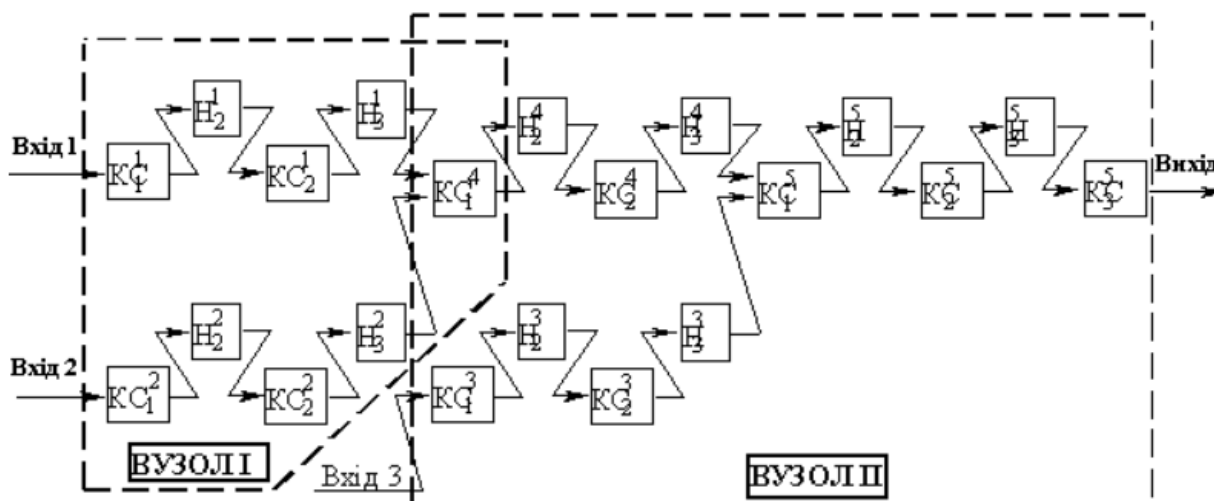


Рис. 2. Структурна схема БГАЛС

### Основні визначення структурних частин БГАЛС:

- **вузлова КС** – КС до якої сходяться декілька вхідних потоків касет з деталями з наступним складанням на ній цих деталей в вузли чи підвузли. Вихідний потік з вузлової КС може формуватись при умову поступлення на неї деталей по всіх входах і при справності самої СК;
- **гілка** – частина БГАЛС, яка складається з послідовно з'єднаних через накопичувачі КС. Гілка може знаходитись між вузлами, між входом і вузлом, між вузлом і виходом. В подальшому гілки розглядаються як ОГАЛС. Гілки бувають вхідні, проміжні, вихідні.

### Типи гілок (ОГАЛС):

**Спряжена вхідна** – гілка між вхідною і вузловою КС в яку вузлова КС не входить.

**Основна вхідна** – гілка між вхідною і вузловою КС в яку входить вузлова і не входить вхідна КС.

**Повна вхідна** – гілка між вхідною і вузловою КС в яку входить вузлова і вхідна КС.

**Проміжна гілка** – гілка між двома вузловими КС (вузловою КС ближче до входу і вузловою КС ближче до виходу ).

Означення *спряженої проміжної, основної проміжної, повної проміжної* аналогічні означенням вхідної гілки.

По аналогії з вхідною і проміжною гілкою даються означення *спряженої вихідної, основної вихідної, повної вихідної* гілок.

**Вузол** – частина БГАЛС, яка складається з вузлової КС і спряжених вхідних і спряжених проміжних гілок, котрі підходять до неї. У *вихідний вузол* входить основна вихідна гілка.

### **Завдання**

- Провести структурний аналіз БГАЛС (варіанти структур БГАЛС та вихідні дані наведені в додатках А, Б).
- На структурній схемі зобразити вузол, вказати вузлові КС, спряжені вхідні, спряжені проміжні, повні вхідні гілки, основні і спряжені ділянки гілки БГАЛС.
- Перетворити структурну схему до нормального виду.
- Оформити звіт про виконану роботу.

### **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Структурний аналіз БГАЛС.
4. Висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Дати визначення наступним поняттям:
  - Вузлова КС;
  - Гілка;
  - Спряжена вхідна гілка;



- Спряжена прохідна гілка;
  - Повна вихідна гілка;
  - Вузол;
  - Основна ділянка гілки БГАЛС;
  - Спряжена ділянка гілки БГАЛС.
2. Основні параметри вузлів.

## Лабораторна робота №2. Математичне моделювання основних та спряжених гілок ОГАЛС.

**Мета роботи:** навчитись будувати розмічений граф станів для основної та спряженої гілок ОГАЛС і знаходити фінальні ймовірності станів.

### Короткі теоретичні відомості

Математична модель ОГАЛС містить у собі опис станів двох ділянок, так званої основної (рис. 3, б), що складається з розташованого за нею  $k$ -го нагромаджувача та  $k$ -го технологічного комплексу, і спряженої, яка включає  $k$ -й нагромаджувач і  $(k-1)$ -й, тобто безпосередньо розташований перед ним технологічний комплекс (рис. 3, а). Подібними з'єднаннями, які утворюють ланцюг, сполучними ланками якого є нагромаджувачі, можна охопити всю лінію. Нумерація ділянок здійснюється по номерах нагромаджувачів.

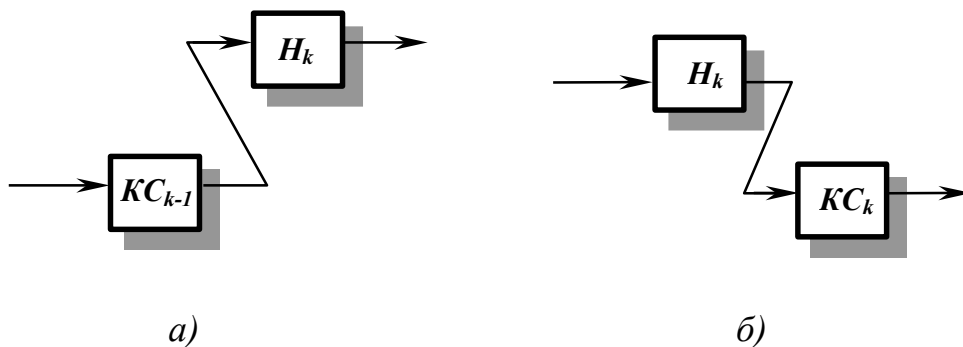


Рис. 3. Спряжена (а) і основна (б) ділянки ГАЛС

Розглянемо можливі стани основної ділянки, подані у вигляді розміченого графа, вершини якого – стани  $S_k$ , а ребра – усі можливі переходи між ними. Граф поданий на рис. 3.

1.  $S_{k0}$  –  $k$ -й технологічний комплекс працездатний, лінія працює,  $k$ -й нагромаджувач працездатний.

2.  $S_{k1}$  –  $k$ -й технологічний комплекс непрацездатний,  $k$ -й нагромаджувач працездатний і в ньому є вільні місця, тобто ( $M_k > L_k$ ), де під  $M_k$  розуміється кількість місць у  $k$ -му нагромаджувачі, а під  $L_k$  – число касет, або середнє число касет у  $k$ -му нагромаджувачі. У даній ситуації доти, поки нагромаджувач не заповниться цілком, у нас немає потреби зупиняти лінію і є деякий резерв часу для ремонту  $k$ -го технологічного комплексу без зупинки лінії.

3.  $S_{k2}$  –  $k$ -й технологічний комплекс непрацездатний,  $k$ -й нагромаджувач працездатний, але в ньому немає вільних місць, тобто ( $M_k=L_k$ ). У цьому випадку стан ділянки відмовний.

4.  $S_{k3}$  –  $k$ -й технологічний комплекс працездатний,  $k$ -й нагромаджувач непрацездатний. У цьому випадку стан ділянки також відмовний.

Принципово можливий також одночасний вихід із ладу  $k$ -го технологічного комплексу і  $k$ -го нагромаджувача. Проте ми в даному випадку цією можливістю нехтуємо, через її малу ймовірність. Введемо наступні поняття:

$\lambda_{k01}$  – інтенсивність потоку відмов  $k$ -го технологічного комплексу;  $\lambda_{k01}=1/t$ , де  $t$  – середній час між двома відмовами технологічного комплексу. Ясно, що чим менша величина  $\lambda_{k01}$ , тим надійніше працює технологічний комплекс, і в цьому змісті  $\lambda_{k01}$  – характеристика надійності технологічного комплексу;

$\mu_{k10}$  – інтенсивність потоку відновлень  $k$ -го технологічного комплексу;  $\mu_{k10}=1/g$ , де  $g$  – середній час відновлення (ремонт) технологічного комплексу. Ясно, що більше значення  $\mu_{k10}$  свідчить про вищу ремонтпридатність;

$\lambda_{k03}$  – інтенсивність потоку відмов  $k$ -го нагромаджувача – характеристика надійності нагромаджувача;

$\lambda_{k12}$  – інтенсивність припинення роботи  $k$ -го нагромаджувача при його наповненні з стану  $S_{k1}$  (переповнювання).

Сукупність перерахованих станів і можливі переходи між ними можна проілюструвати розміченим графом (рис. 4). Граф ілюструє можливі стани, наприклад, основної ділянки ОГАЛ. Для сполученої ділянки ОГАЛ граф має аналогічний вигляд, відмінності обмежуються фізичною інтерпретацією окремих станів (докладніше див. [1]. стр. 62-67).

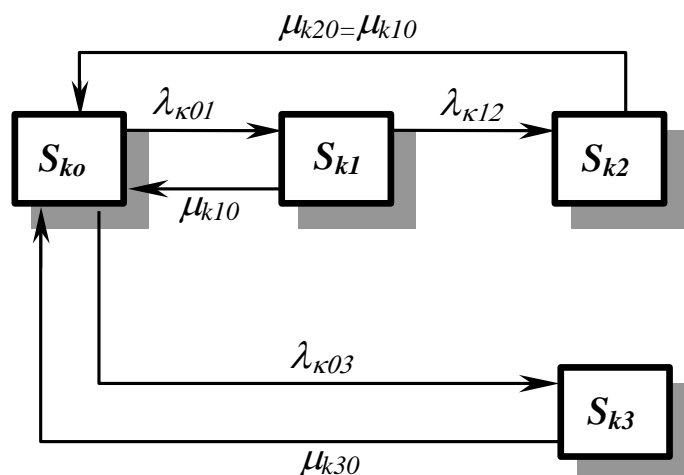


Рис. 4. Граф станів основної ділянки

Для кількісної оцінки можливостей перебування ділянки в кожному з станів використовується поняття фінальної можливості стану. Ці можливості

визначаються з рівнянь Колмогорова і для перерахованих станів формули приведені в [1] (див. формули (1.18...1.22)), із яких випливає, що працездатність основної ділянки визначається її можливістю в даний момент приймати касети, тобто фінальними ймовірностями  $P_{k0}$  і  $P_{k1}$ .

Працездатність спряженої ділянки визначається її можливістю видавати касети, тобто фінальними ймовірностями  $P_{k2}$ ,  $P_{k3}$ . Позначивши  $P_{k0}$  – ймовірність безвідмовної роботи основної ділянки, а  $P_{k1}$  – ймовірність безвідмовної роботи спряженої ділянки, запишемо умову безвідмовної роботи лінії.

$$P_k = P_{k0} + P_{k1} \quad (1)$$

Таким чином, для розрахунку продуктивності лінії необхідно знати інтенсивність приходу заявок (касет) на сукупність спряженої і основної ділянок із попередньої сукупності, а також інтенсивність видачі заявок цієї сукупності на наступні ділянки лінії, звичайно, з урахуванням ймовірностей їхньої готовності до роботи.

Інтенсивність надходження касет визначається по формулах (1.24), (1.25) [1].

У вирази  $P_{k0}$ ,  $P_{k1}$  входять невідомі  $\lambda_{k12}$  і  $\bar{\lambda}_{k12}$ , які визначаються, відповідно, із формул (1.29), (1.31).

Модель припускає, що на вході лінія постійно підживлюється касетами (деталлями, заготовками, вузлами, підвузлами і т.д.), а з її виходу касети (деталі і т.д.) постійно забираються, тобто надходять на склад або на подальші технологічні операції без яких-небудь затримок або відмов.

Для обчислення параметрів у програмі використаний метод вкладених ітерацій, де в якості критерію повторення ітерацій використовується різниця між середнім числом касет двох спряжених нагромаджувачів за умови її співпадіння з наперед заданою точністю обчислень  $V$ .

### Завдання

- Схематично зобразити спряжену на основу ділянки навколо нагромаджувача (варіанти структур на вихідні дані приведені в Додатку А).
- Побудувати граф станів відповідно для основної і спряженої ділянки.
- Розглянути можливі стани і переходи між ними для основної і спряженої ділянки.
- Розрахувати фінальні ймовірності станів.
- Визначити коефіцієнти готовності відповідно спряженої та основної ділянок.
- Оформити звіт про виконану роботу.

## **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Структурна схема ОГАЛС.
4. Структурна схема відповідно основної і спряженої ділянок лінії.
5. Розмічені графи станів відповідно основної і спряженої ділянок.
6. Результат виконання розрахунків.
7. Висновки.

## **Контрольні запитання**

1. Поняття найпростішого потоку подій.
2. Стани ділянок ГАЛС.
3. Властивості потоку подій.
4. Розмічені стани графів основних та спряжених ділянок.
5. Процеси з дискретними та неперервними станами.
6. Граничні ймовірності станів.

## Лабораторна робота №3. Математичне моделювання ОГАЛС.

**Мета роботи:** навчитись будувати математичну модель для визначення основних параметрів ОГАЛС, що є вихідними для БГАЛС, чим забезпечується ієрархічна підлеглість в математичній моделі.

### Короткі теоретичні відомості

При проектуванні ліній необхідно вирішувати задачі по визначенню їх параметрів: продуктивності, надійності, об'єму міжопераційних нагромаджувачів, середнього числа касет на лінії. З цією метою будується математична модель автоматичної лінії.

Розглядається одноканальна система масового обслуговування з обмеженою чергою. Інтенсивність надходження касет визначається по формулах (1.24), (1.25) [1].

У вирази  $P_{ко}$ ,  $P_{кі}$  входять невідомі  $\lambda_{k12}$  і  $\bar{\lambda}_{k12}$ , які визначаються, відповідно, із формул (1.29), (1.31).

Модель припускає, що на вході лінія постійно підживлюється касетами (деталлями, заготовками, вузлами, підвузлами і т.д.), а з її виходу касети (деталлі і т.д.) постійно забираються, тобто надходять на склад або на подальші технологічні операції без яких-небудь затримок або відмов.

### Завдання

- Перетворити структурну схему ОГАЛС до нормального виду.
- Зобразити граф стану послідовно розташованих КС;
- Зобразити граф стану узагальненої КС;
- Для кожної узагальненої КС визначити параметри: інтенсивність потоку відмов, ймовірність безвідмовної роботи, інтенсивність потоку відновлення узагальненої КС.
- За алгоритмом ітераційної процедури розрахунку ОГАЛС розрахувати ймовірність безвідмовної роботи всієї лінії та продуктивність ОГАЛС. Оформити звіт про виконану роботу.

Варіанти структур ліній та вихідні дані приведені в додатках А, Б.

### Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.

3. Розмічені графи станів відповідно послідовно розташованих КС та узагальненої КС.
4. Виконання розрахунків.
5. Висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Стани ділянок ГАЛС, потоки відмов та відновлень, основні визначення.
2. Ймовірність відмови.
3. Коефіцієнт готовності системи.
4. Функція готовності системи.
5. Основні елементи систем масового обслуговування.
6. Числові характеристики вихідних потоків.
7. Показники надійності по продуктивності.
8. Середній час відновлення працездатного стану.

## **Лабораторна робота №4. Математичне моделювання БГАЛС методом еквівалентної заміни**

**Мета роботи:** навчитись виконувати заміну вузлів і гілок еквівалентними.

Теоретичні відомості до виконання роботи подані у лекції 3, п.2.

### **Завдання**

- Для БГАЛС приведеної в додатку А та табл. 1 (відповідно до свого варіанту) визначити параметри вузлів.
- Обчислити параметри всієї БГАЛС.
- Оформити звіт про виконану роботу.

### **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Виконання розрахунків.
4. Висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Описати метод заміни вузлів і гілок еквівалентними елементами.
2. Коефіцієнт готовності вузла до прийому і видачі касет.



## **Лабораторна робота №5. Математичне моделювання БГАЛС методом послідовної згортки.**

**Мета роботи:** навчитись виконувати послідовну згортку основних (спряжених) ділянок, а також розраховувати параметри БГАЛС з врахуванням взаємовпливу всіх елементів, визначати інтенсивності допоміжних потоків, необхідні для забезпечення продуктивності основного каналу.

Теоретичні відомості до виконання роботи подані у лекції 3, п.3.

### **Завдання**

- Виконати послідовну згортку лінії, перетворивши її в структуру ОГАЛС.
- Виконати розрахунки для першої ітерації по визначенню коефіцієнта готовності до видачі касет і продуктивності лінії.
- Порівняти коефіцієнт готовності ОГАЛС до видачі касет, розрахований у роботі № 3 і коефіцієнт готовності БГАЛС до видачі касет, розрахований у роботі № 4.
- Порівнявши характеристики багатопоточної і однопоточної ліній, оцінити вплив допоміжних гілок на магістральний канал БГАЛС.
- Оформити звіт про виконану роботу.

Варіанти структур ліній та вихідні дані приведені в додатку А та табл. 1

### **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Виконання розрахунків.
4. Висновки.

### **Контрольні запитання**

Описати метод послідовної згортки основних ділянок.  
Описати метод послідовної згортки спряжених ділянок.

## Лабораторна робота №6. Імітаційне моделювання БГАЛС.

**Мета роботи:** навчитись розраховувати параметри автоматизованої лінії складання на ПК.

### Опис діалогової програми для розрахунку гнучкої автоматизованої лінії складання (ОГАЛС)

1. Вхід у програму здійснюється запуском виконавчого файлу “oneline.exe”. При цьому на екрані висвітлиться:  $n_9=$  (необхідно ввести кількість використовуваних технологічних комплексів згідно варіанту свого завдання).

2. Після цього на екрані монітора будуть послідовно, по мірі введення попереднього числа, висвічуватися необхідні для роботи програми параметри в такій черговості:

$$\lambda_{01}, \mu_{10}, \lambda_{03}, \mu_{30}, m, t.$$

Необхідно ввести дані свого варіанту, натискаючи після введення кожного числа клавішу ENTER.

У випадку помилки при введенні необхідно перервати введення натисканням будь-якої буквенної клавіші, наприклад, “h”, наново запустити програму і повторити ввід вихідних даних.

3. Після введення останнього числа на екрані з'явиться напис “Потрібний покроковий друк?": так – 1; ні – 0. Необхідно відповісти на запитання програми (звичайно 0) і натиснути ENTER.

4. Результати розрахунків програми записуються у файл “resline.lll”, який буде розташований у тому ж каталозі, що і файл “oneline.exe”.

Варто мати на увазі, що файл результатів обновляється при кожному запуску програми, тому результати попереднього розрахунку, якщо вони не зафіксовані, втрачаються і для їхнього відновлення необхідно наново повторити процедуру запуску програми і вводу вихідних даних.

5. Крім повторення введених параметрів  $\lambda_{10}$  і  $\mu_{10}$ , по яких можна перевірити правильність вводу, файл результатів містить шукані параметри:  $l_{mn} [2]=...$ ;  $l_{mn} [3]=...$  і т.д., що є значеннями середніх довжин черг у нагромаджувачах (цифри в дужках означають порядковий номер нагромаджувача, наприклад, [2] означає, що нагромаджувач установлений між 1-м і 2-м технологічними комплексами);  $r_{lin}=...$  – це коефіцієнт готовності лінії;  $rr_{lin} =...$  – це її годинна продуктивність.

6. Для повторення розрахунку з іншими параметрами повторіть дії, зазначені в пунктах 1-5.

Для обчислення параметрів у програмі використаний метод вкладених ітерацій, де в якості критерію повторення ітерацій використовується різниця між середнім числом касет двох спряжених нагромаджувачів за умови її співпадіння з наперед заданою точністю обчислень  $V$ .

## **Завдання**

- Розрахувати на персональній ЕОМ:
  - а) ймовірності безвідмовної роботи основних і спряжених ділянок за відомими вхідними параметрами;
  - б) середні довжини черг у нагромаджувачах;
  - с) коефіцієнт готовності лінії; б. продуктивність лінії.
- Оформити звіт про виконану роботу.

Варіанти структур БГАЛС та вихідні дані приведені в додатках А, Б.

Приклад виконання роботи і роздрукований файл результатів у додатках

В і Д.

## **Зміст звіту**

- Мета роботи.
- Текст програми.
- Результати роботи програми.
- Висновки.

## **Лабораторна робота №7. Визначення ймовірності працездатності системи з 2-станів при усталеному та динамічному режимах роботи.**

**Мета роботи:** навчитись складати і розв'язувати диференціальні рівняння для ймовірності станів системи з 2-станів на основі розміченого графа станів системи.

Теоретичні відомості до виконання роботи подані у лекції 4.

### **Завдання**

- Побудувати розмічений граф станів для узагальненої КС, яка має два стани: справний і відмовний (згідно свого варіанту).
- На основі розміченого графу станів сформувавши систему рівнянь Колмогорова.
- Визначити для довільного моменту / ймовірності станів, як функцій від часу.
- Записати алгебраїчні рівняння для граничних ймовірностей станів.
- Оформити звіт про виконану роботу.

### **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Структурна схема графа станів узагальненої КС.
4. Виконання розрахунків.
5. Висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Розмічений граф станів.
2. Густина ймовірності переходу.
3. Мнемонічне правило для запису диференціальних рівнянь для граничних ймовірностей станів.
4. Зміст граничної (фінальної) ймовірності стану.
5. Коефіцієнт готовності системи.
6. Граничні характеристики ефективності одноканальної СМО.

## **Лабораторна робота №8. Визначення ймовірності працездатності системи з 4-станів при усталеному та динамічному режимах роботи.**

**Мета роботи:** навчитись складати і розв'язувати диференціальні рівняння для ймовірності станів системи з 4-станів на основі розміченого графа станів системи.

Теоретичні відомості до виконання роботи подані у лекції 5.

### **Завдання**

- Побудувати розмічений граф станів для основної ділянки ГАЛС (згідно свого варіанту).
- На основі розміченого графу станів сформуванати систему диференціальних рівнянь.
- Визначити для довільного моменту  $t$  ймовірності станів для усталеного режиму роботи системи.
- Визначити для довільного моменту  $t$  ймовірності станів, як функцій від часу.
- Оформити звіт про виконану роботу.

### **Зміст звіту**

1. Мета роботи.
2. Варіант завдання.
3. Структурна схема графа стану основної ділянки.
4. Виконання розрахунків.
5. Висновки.

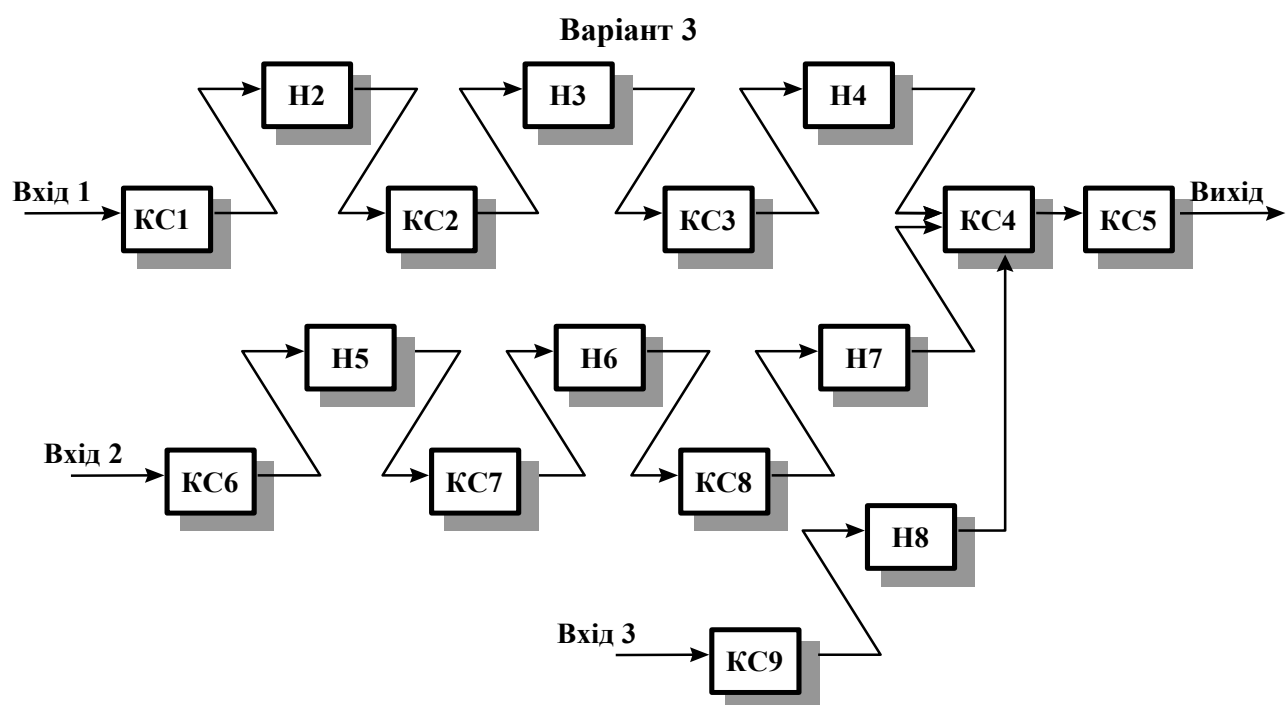
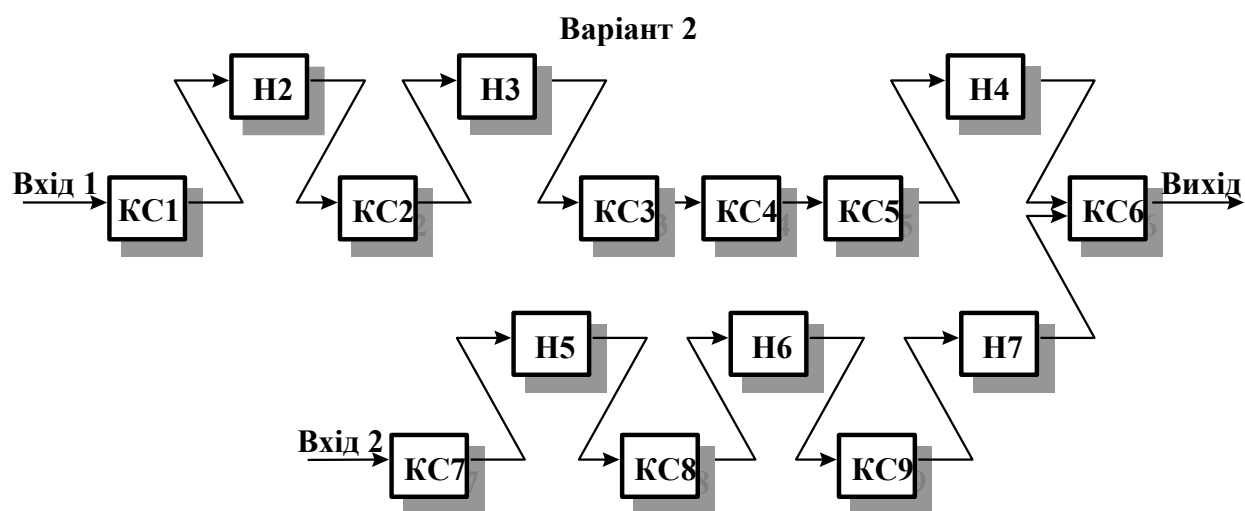
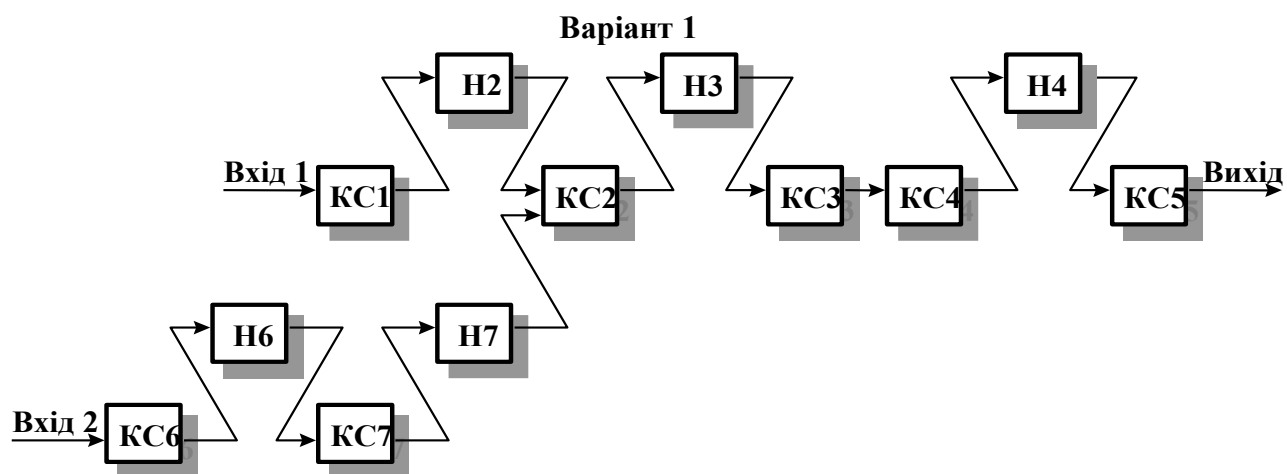
### **Контрольні запитання**

1. Розмічений граф станів системи з 4-х станів.
2. Побудова системи диференціальних рівнянь станів системи з 4-х станів на основі розміченого графа станів системи.
3. Фінальні ймовірності станів системи з 4-х можливих станів за усталеного режиму роботи.
4. Перетворення Лапласа.
5. Фінальні ймовірності станів системи з 4-х можливих станів за динамічного режиму роботи.
6. Аналіз роботи системи з 4-х станів за усталеного і динамічного режимів роботи.

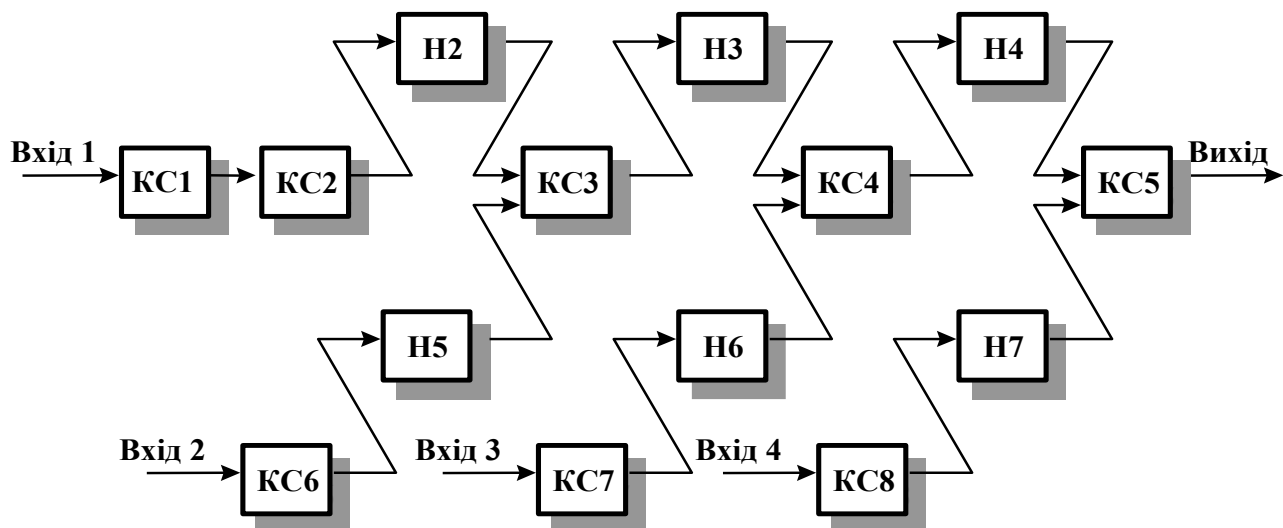
## Список рекомендованої літератури

1. Транспортно-нагромаджувальні і завантажувальні системи в складальному виробництві / Є.В Пашков, В.Я. Копп, А.Г. Карлов – К.: УМК ВО, 1992. – 486 с.
2. Гнучкі комп'ютеризовані системи: проектування, моделювання і управління: Підручник / Л.С. Ямпольський [та ін.]. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 680 с.

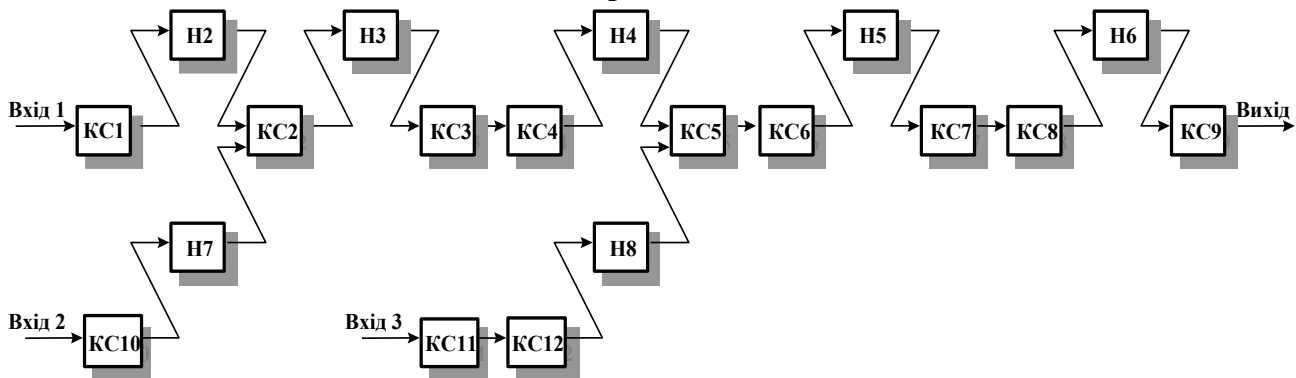
## Додаток А. Варіанти структур БГАЛС.



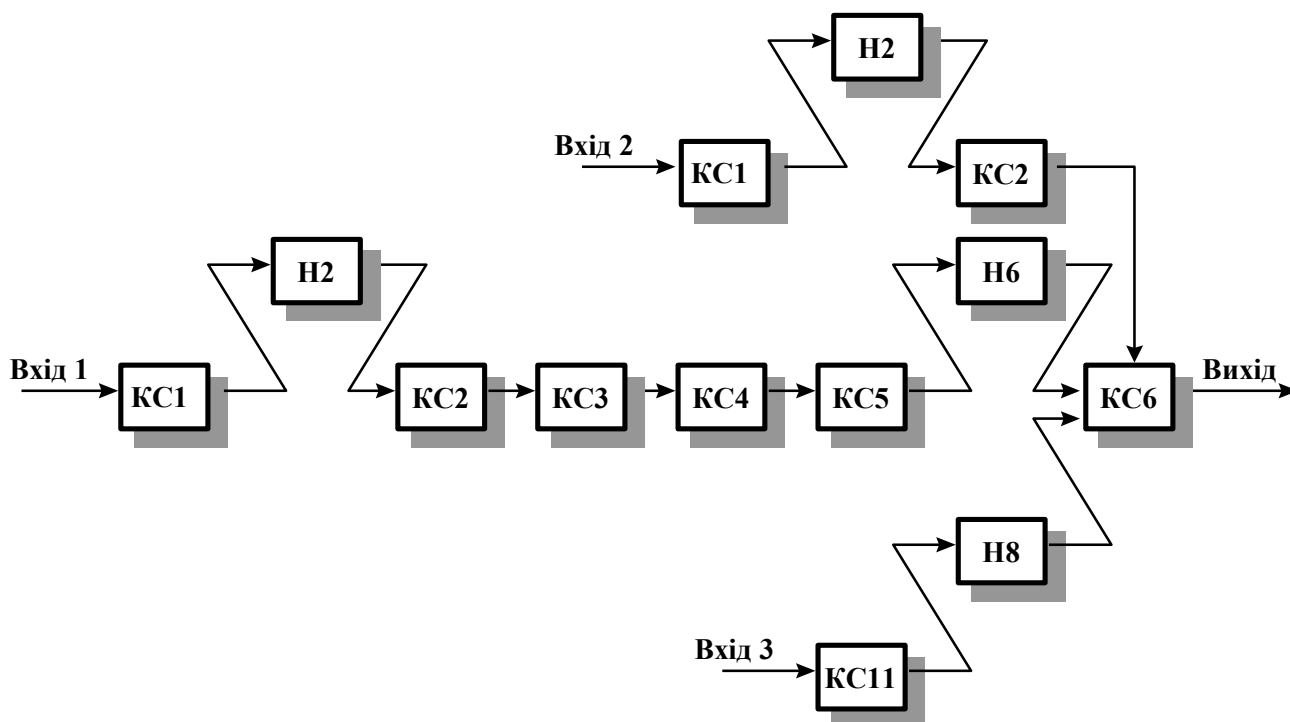
### Варіант 4



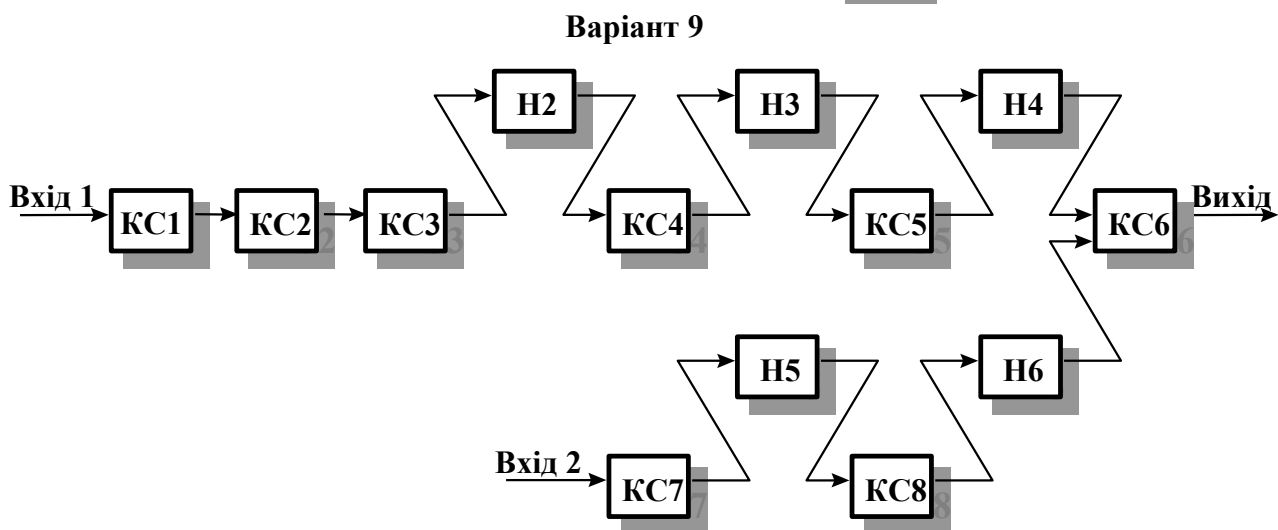
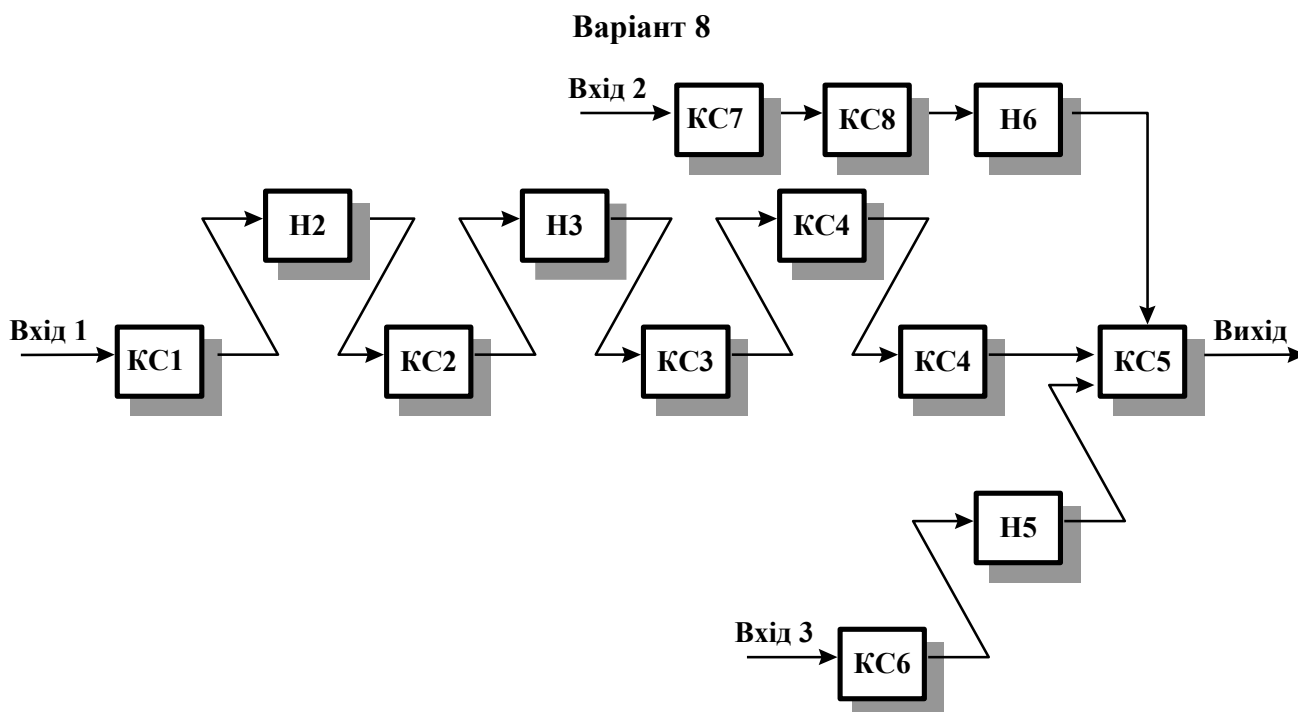
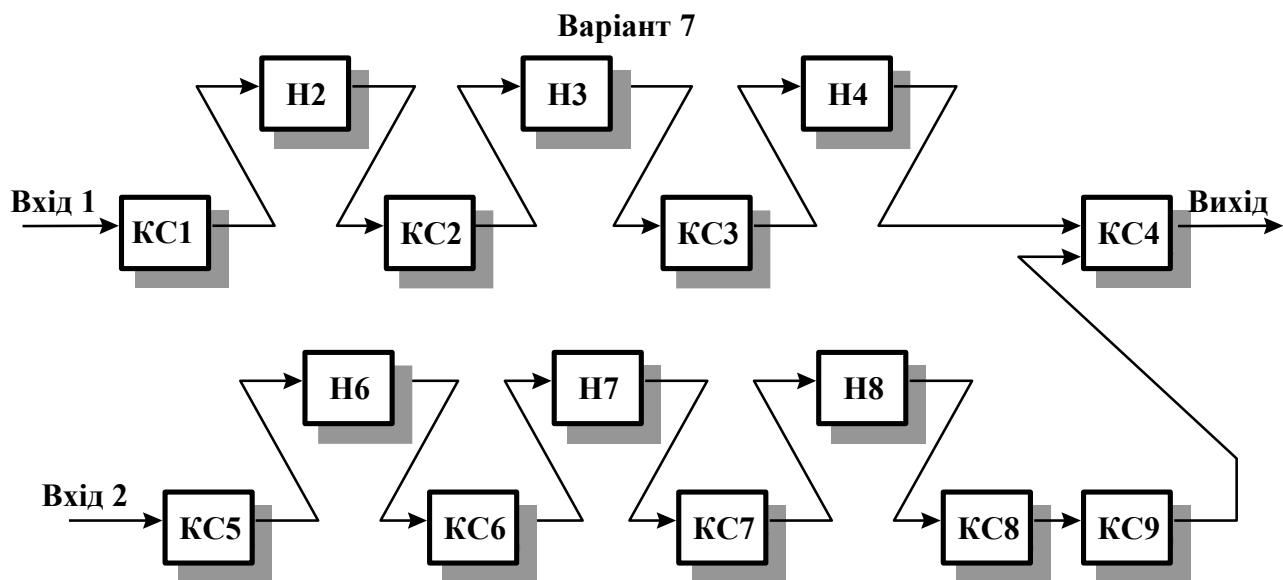
### Варіант 5



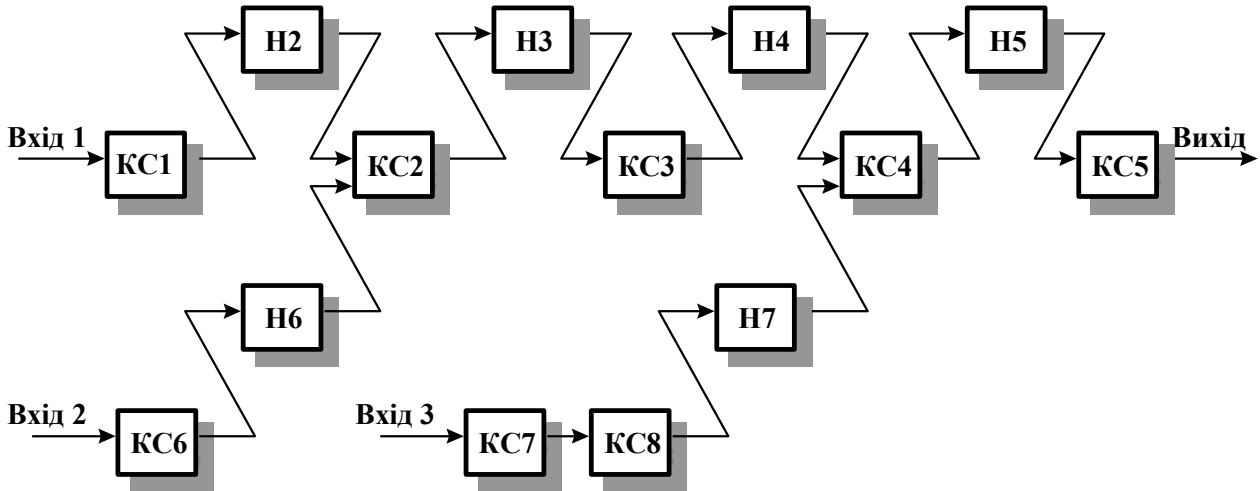
### Варіант 6



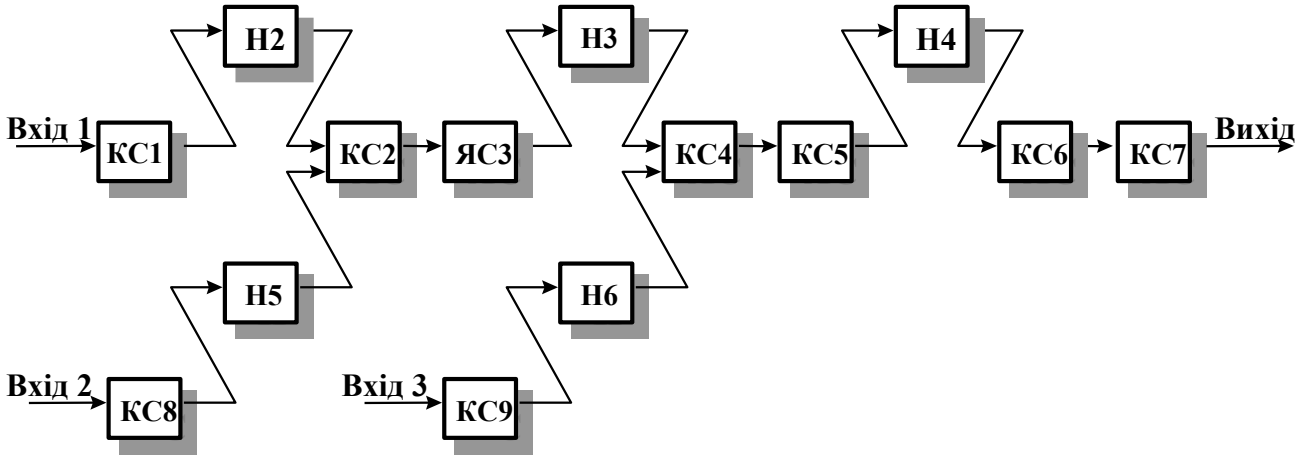




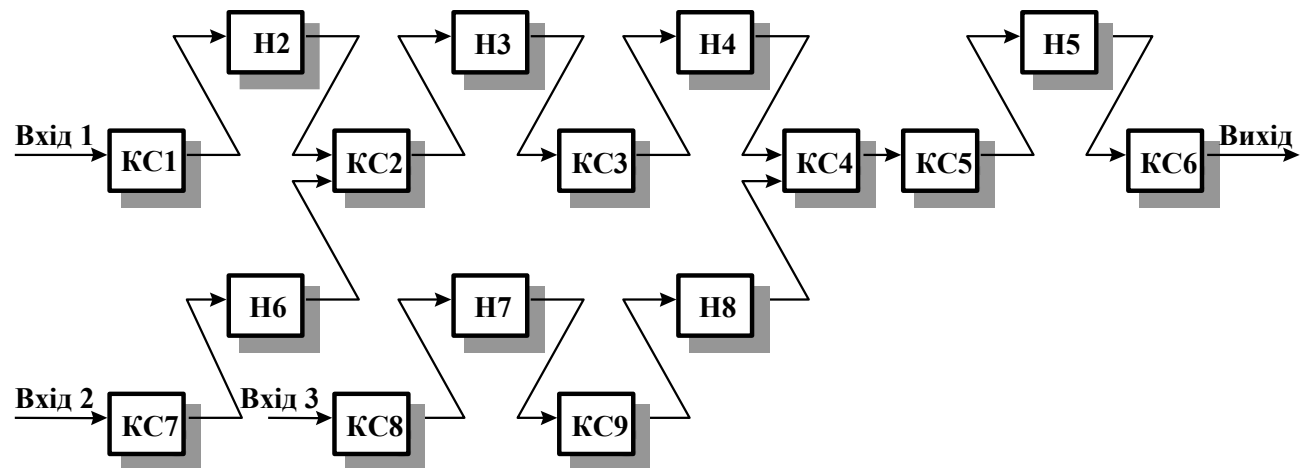
**Варіант 10**



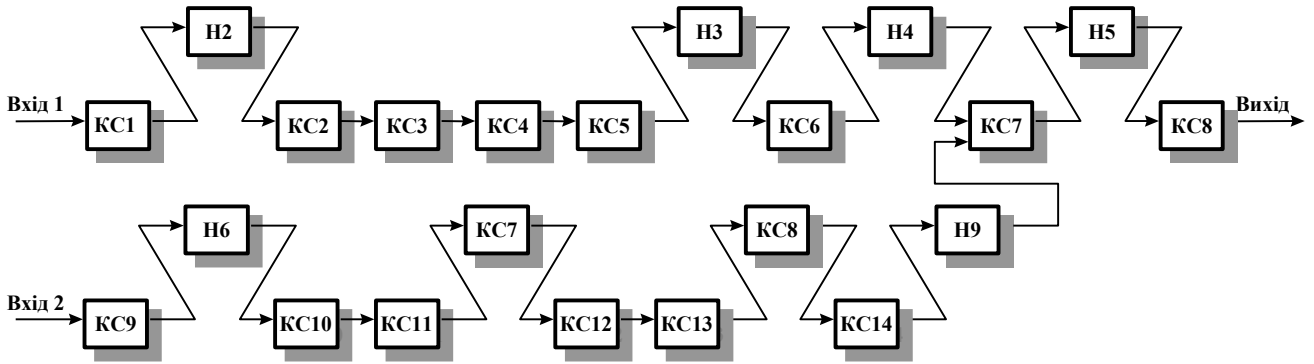
**Варіант 11**



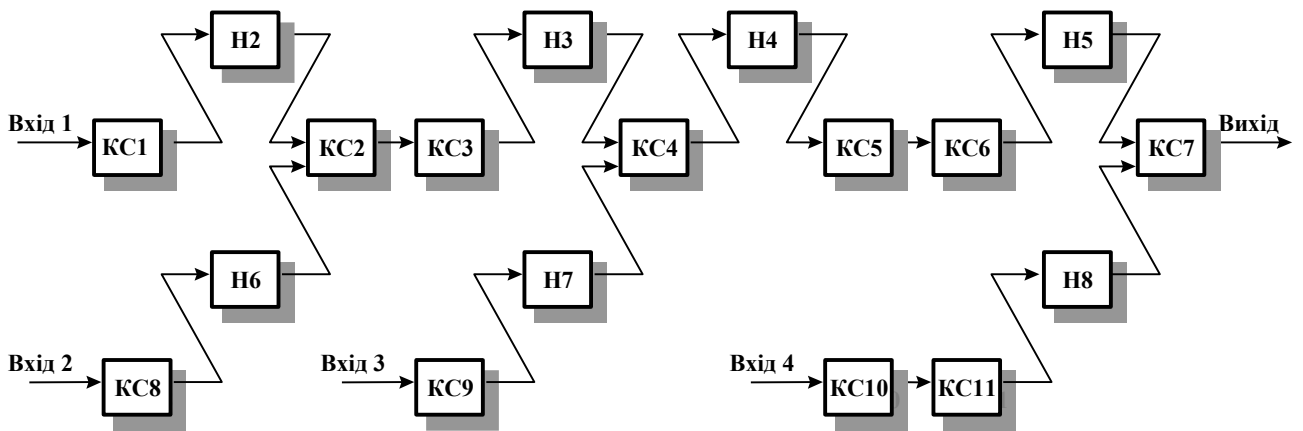
**Варіант 12**



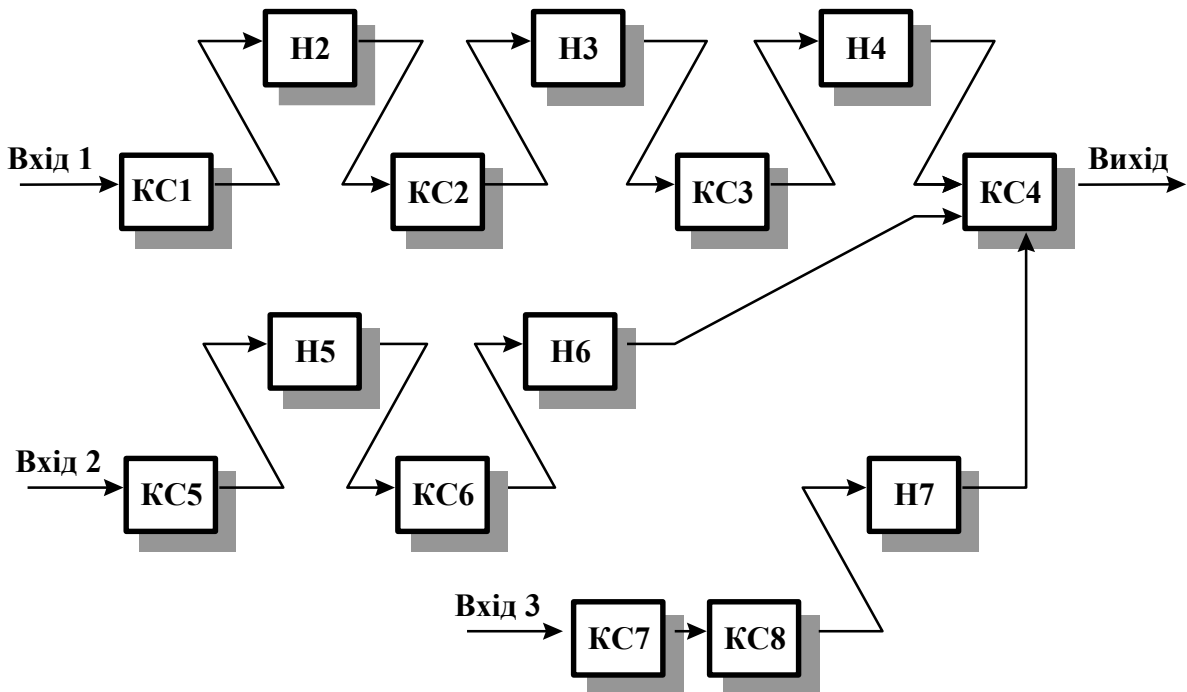
### Варіант 13



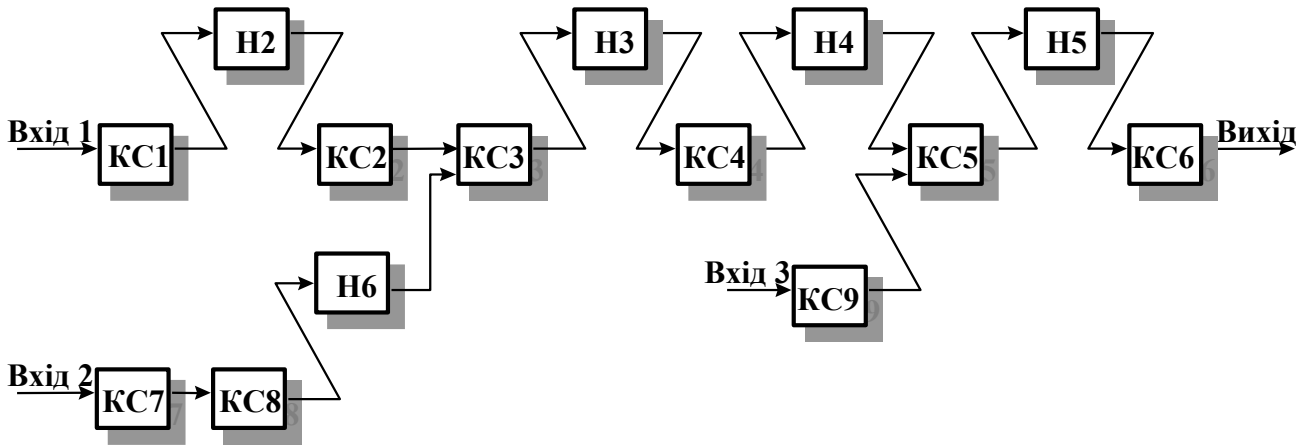
### Варіант 14



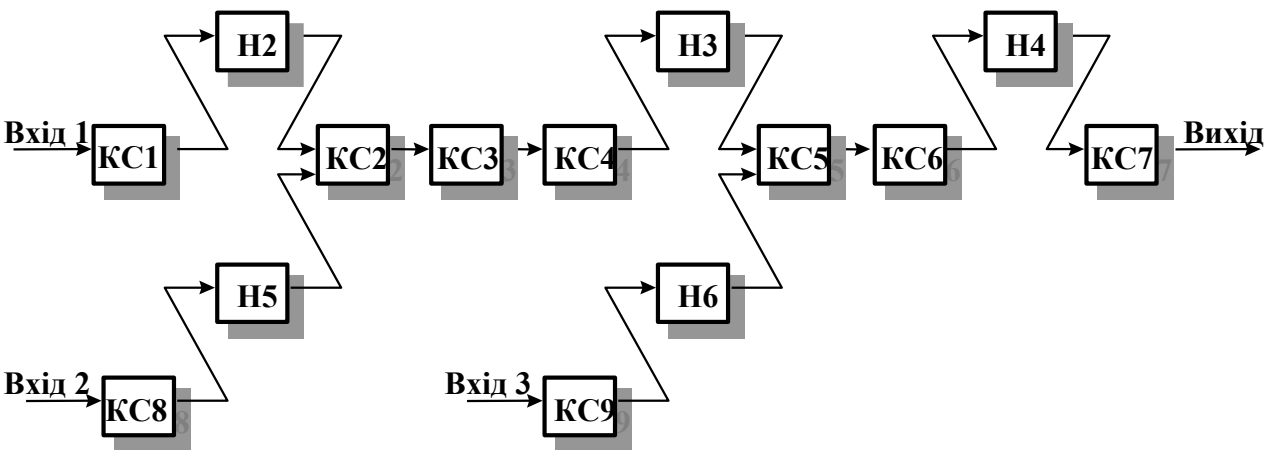
### Варіант 15



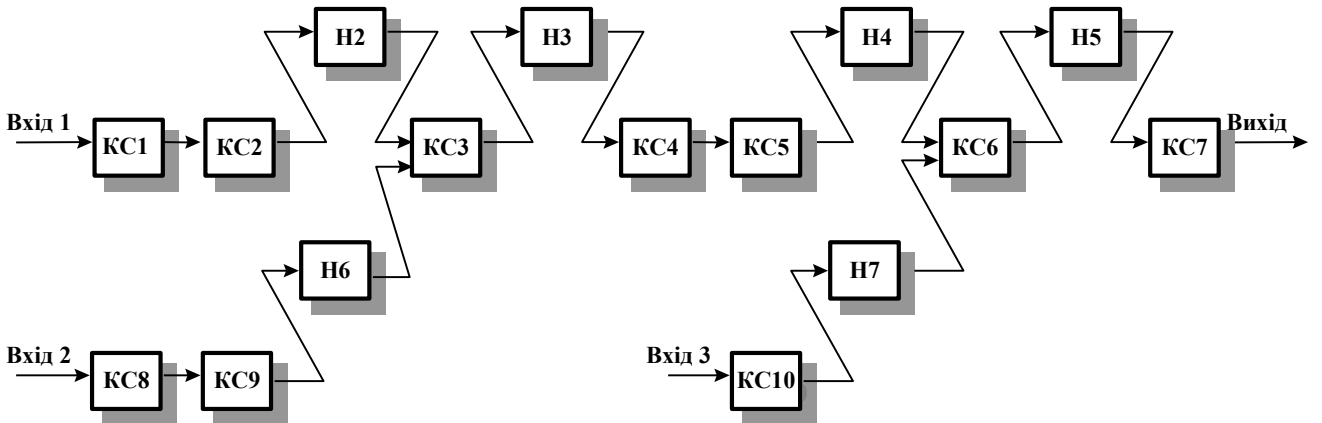
Варіант 16



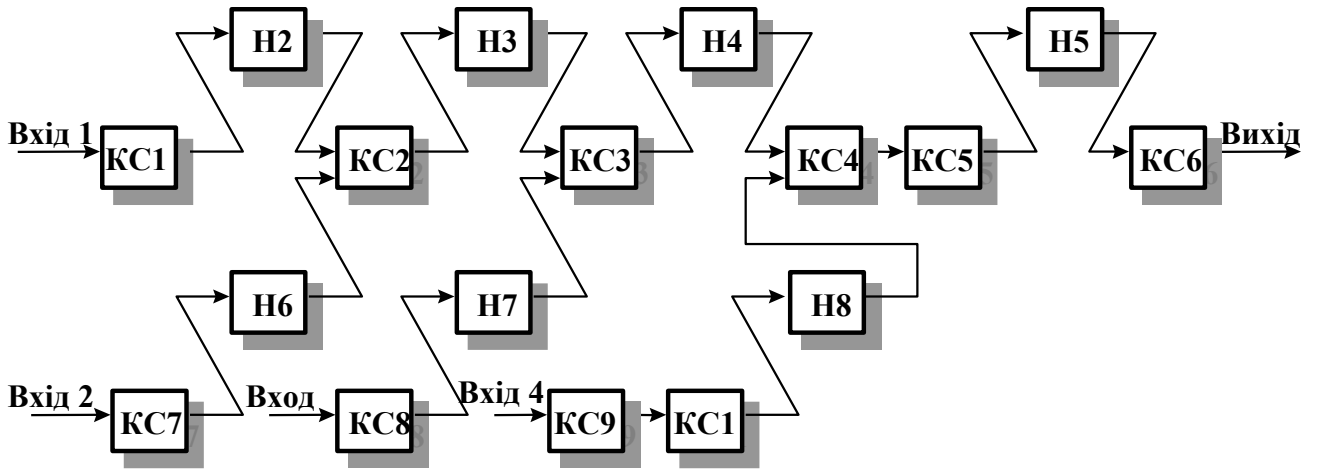
Варіант 17



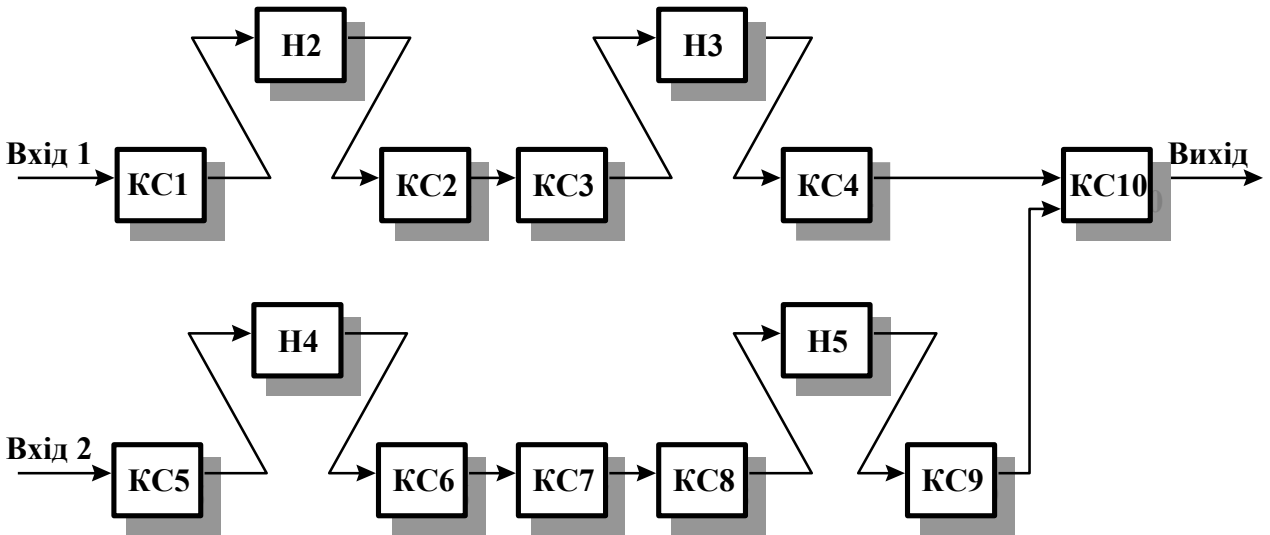
Варіант 18



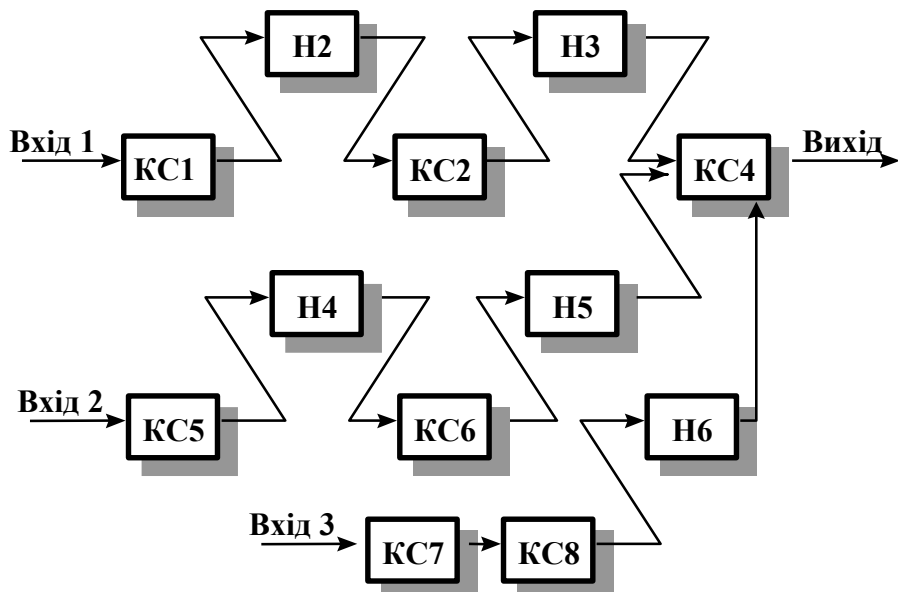
Варіант 19



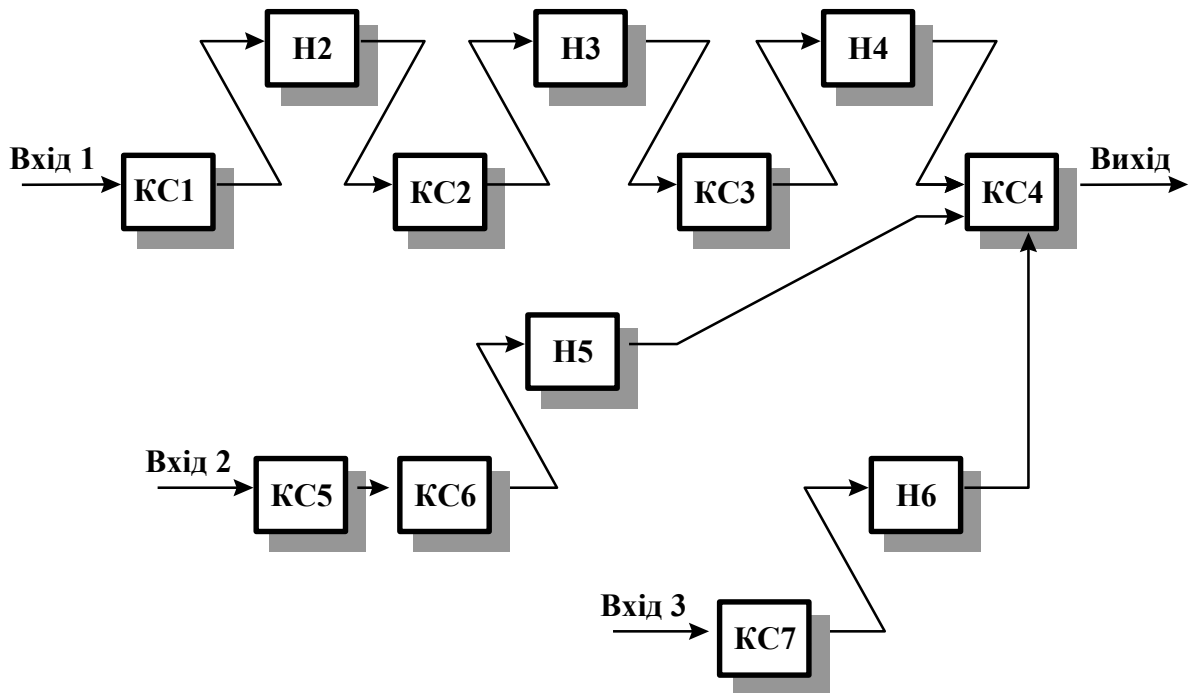
Варіант 20



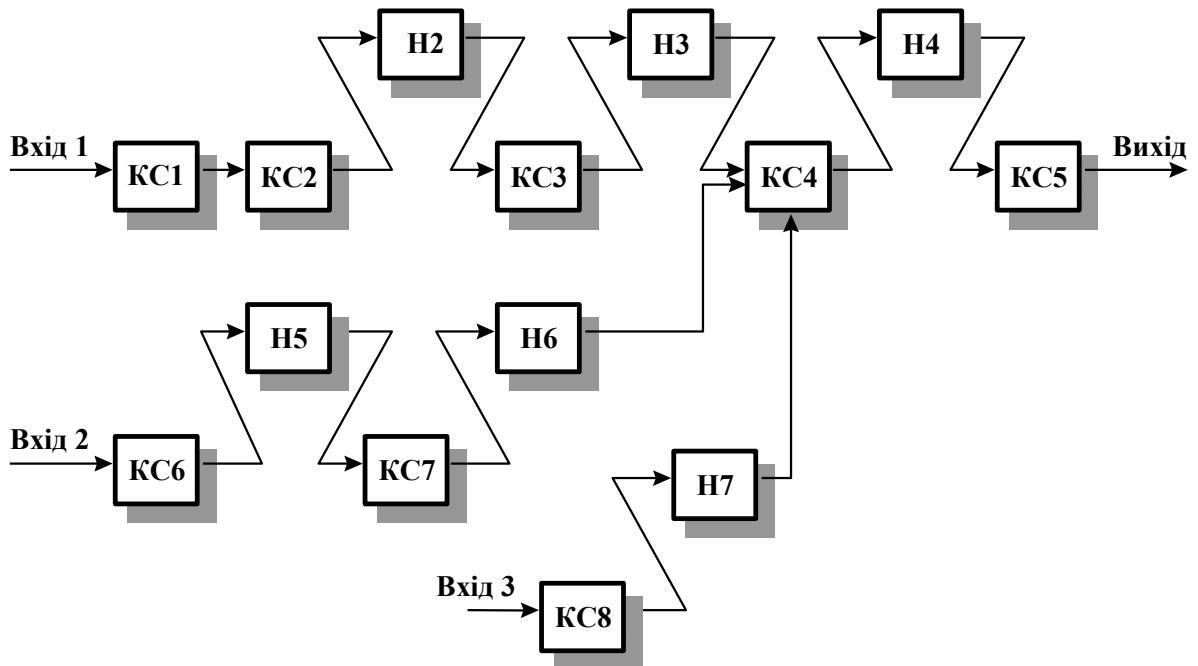
Варіант 21



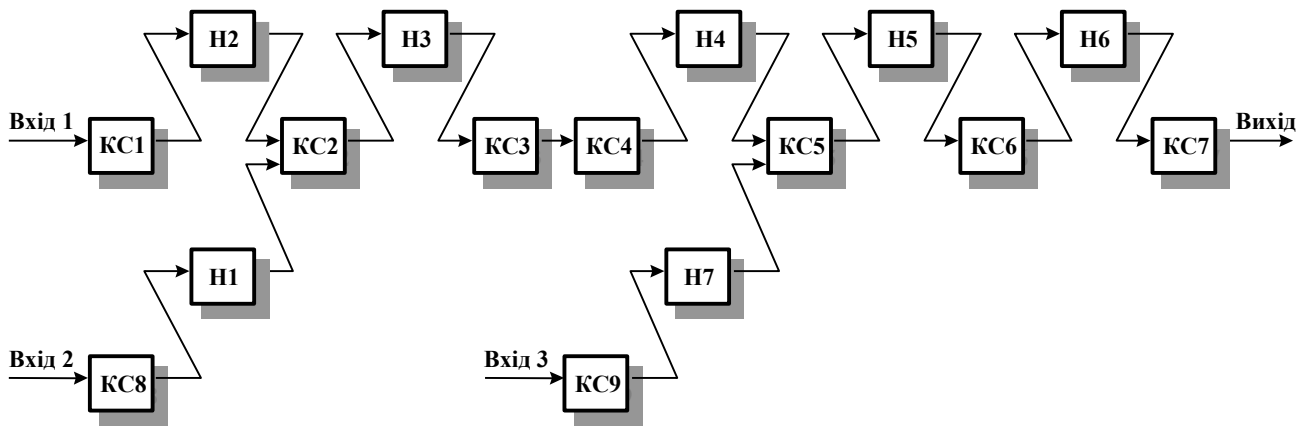
Варіант 22



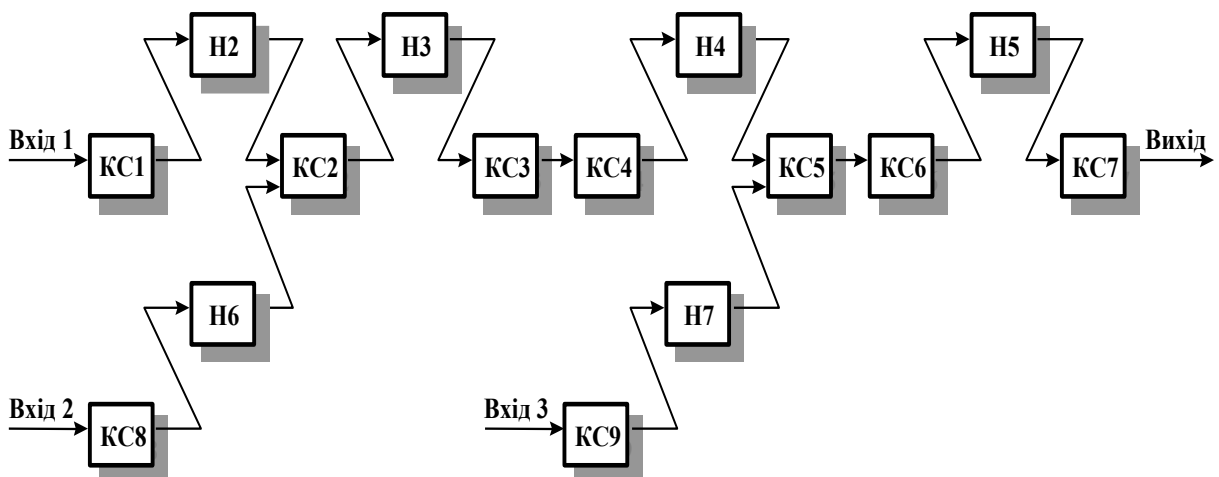
Варіант 23



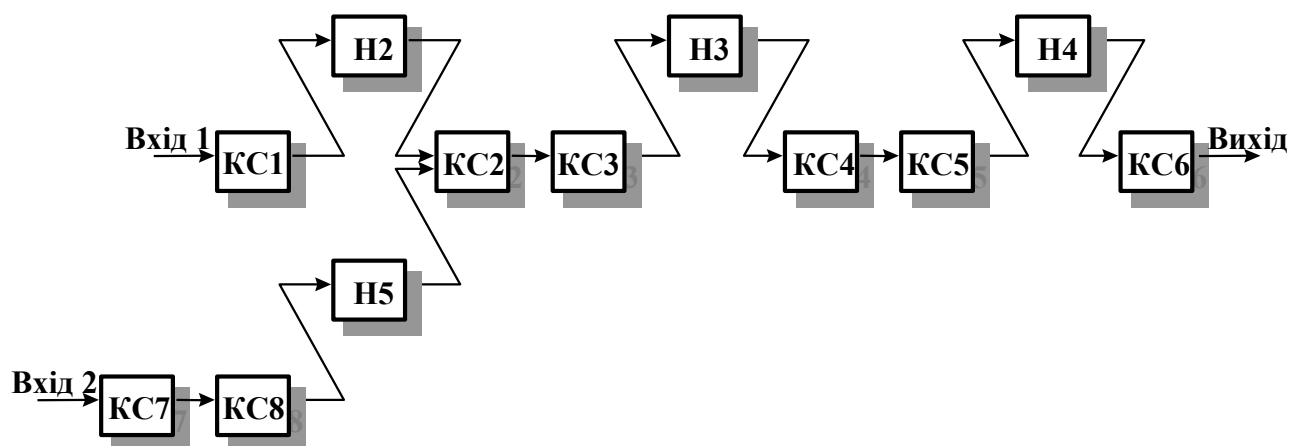
### Варіант 24



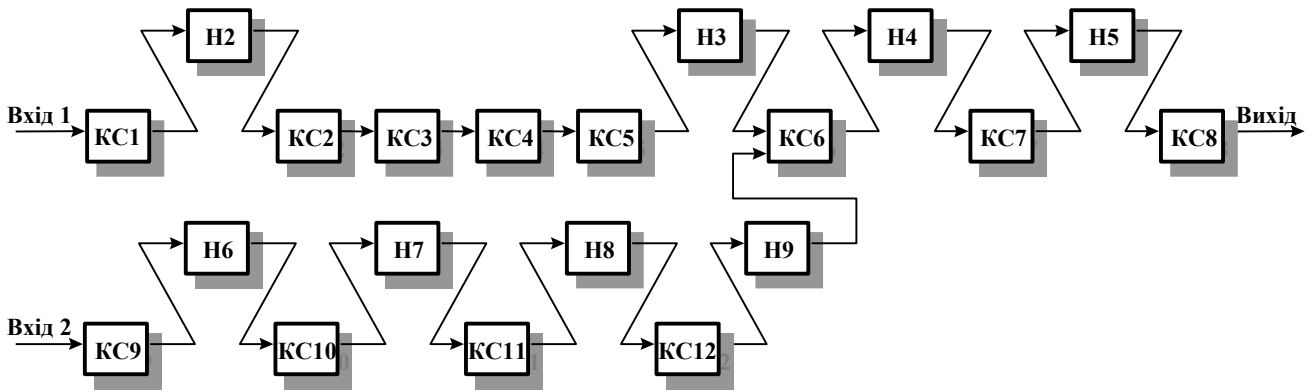
### Варіант 25



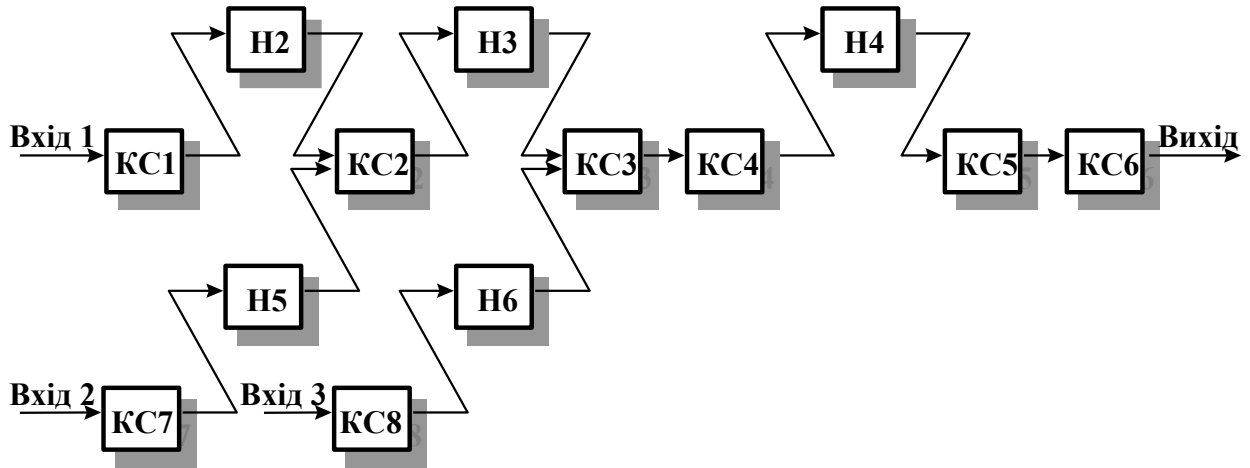
### Варіант 26



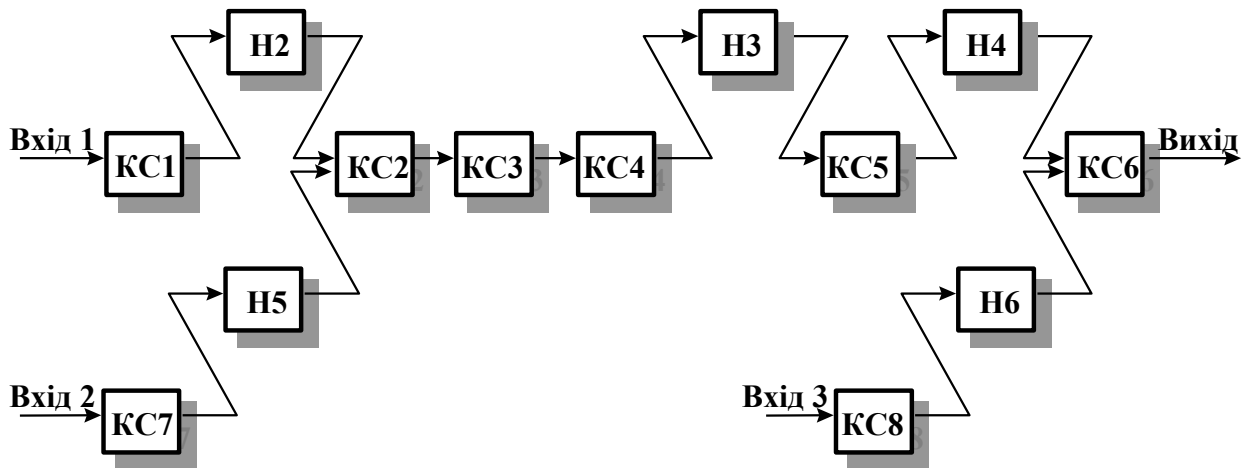
**Варіант 27**



**Варіант 28**



**Варіант 29**





### Додаток Б. Варіанти завдань.

№ вар	Інтенсивність потоку відмов комірки $\lambda_{01}, \text{год}^{-1}$	Інтенсивність потоку відновлень комірки $\mu_{10}, \text{год}^{-1}$	Інтенсивність потоку відмов нагромаджувача $\lambda_{03}, \text{год}^{-1}$	Інтенсивність потоку відновлень нагромаджувача $\mu_{30}, \text{год}^{-1}$	Час обслуговування, $t, \text{год}$	Ємність нагромаджувача  mm, місць
1	0.2	1.5	0.02	20	0.167	5
2	0.3	1.7	0.03	15	0.1	5
3	0.4	2.2	0.04	10	0.0667	10
4	0.5	3.0	0.05	15	0.05	10
5	0.4	2.0	0.04	20	0.033	10
6	0.3	2.5	0.03	20	0.025	10
7	0.25	3.0	0.025	25	0.0167	15
8	0.2	4.0	0.02	20	0.02	15
9	0.25	3.5	0.02	15	0.0125	20
10	0.3	3.0	0.03	20	0.01	20
11	0.4	2.5	0.04	15	0.00833	40
12	0.3	2.0	0.04	10	0.00833	40
13	0.2	1.0	0.02	10	0.01	40
14	0.25	2.0	0.025	20	0.0125	30
15	0.3	4.0	0.03	25	0.02	20
16	0.2	2.0	0.02	15	0.0167	20
17	0.35	2.0	0.035	10	0.01	30
18	0.2	3.5	0.02	20	0.025	15
19	0.5	3.5	0.05	25	0.02	20
20	0.5	2.7	0.05	15	0.033	15
21	0.5	2.5	0.05	20	0.025	20
22	0.5	2.8	0.05	25	0.0167	15
23	0.45	2.5	0.045	10	0.0667	10
24	0.45	2.7	0.045	15	0.0167	20
25	0.45	3.0	0.045	10	0.01	20
26	0.45	2.6	0.045	25	0.00833	40
27	0.15	3.5	0.05	10	0.01	20
28	0.1	4.0	0.03	15	0.02	30
29	0.2	6.0	0.02	20	0.03	40

## Додаток В. Приклад математичного моделювання автоматизованого комплексу.

### В.1. Обґрунтування необхідності математичного моделювання

При проектуванні гнучких автоматизованих ліній необхідно вирішити задачу по визначенню їх параметрів: продуктивності, надійності, об'єму міжопераційних нагромаджувачів, середнього числа касет, що знаходяться на лінії та ін. З цією метою будується математична модель автоматизованої лінії.

### В.2. Загальний вигляд і параметри ГАЛС

Завдання:

Для даної структурної схеми (рис. В.1) виконати:

1. Структурний аналіз;
2. Перетворити структурну схему до нормального виду;
3. Використовуючи метод вкладених ітерацій визначити продуктивність БГАЛС, її коефіцієнт готовності, а також середні довжини черг у всіх нагромаджувачах.

$$\begin{aligned}\mu_{k_{30}} &= 20; & \mu_{k_{10}} &= 2,5; \\ \lambda_{k_{03}} &= 0,03; & \lambda_{k_{01}} &= 0,3; \\ m &= 10; & t &= 0,025.\end{aligned}$$

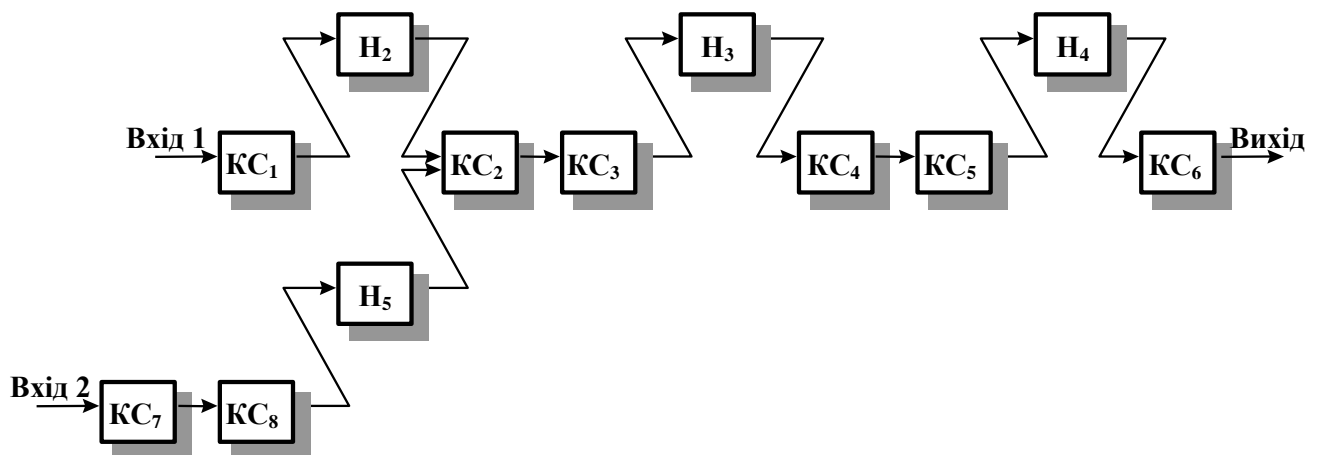


Рис. В.1. Структура БГАЛС

### В.3. Структурний аналіз

Гілка, що починається КС<sub>1</sub> і закінчується КС<sub>6</sub> називається повною. Гілка, що починається КС<sub>7</sub> і закінчується КС<sub>2</sub> називається спряженою вхідною гілкою тому, що КС<sub>2</sub>, яка є вузловою коміркою, у неї не включається.

#### В.4. Приведення БГАЛС до нормального виду

Нормальний вид БГАЛС має в тому випадку, коли між кожними двома послідовно сполученими комірками є нагромаджувач. Звернувшись до рис. В.1 можна побачити, що даній умові не задовольняють комірki: КС<sub>2</sub> і КС<sub>3</sub>, КС<sub>4</sub> і КС<sub>5</sub>, а також КС<sub>7</sub> і КС<sub>8</sub>. Їх необхідно об'єднати в комірki КС<sub>23</sub>, КС<sub>45</sub> і КС<sub>78</sub> відповідно. Представляючи це графічно (рис. В.2)

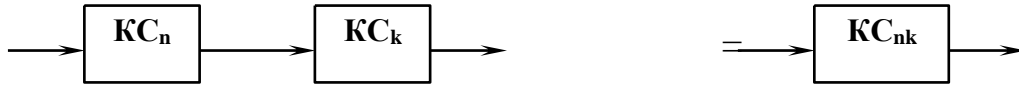


Рис. В.2. Перетворення до нормального виду

можна зобразити стани ділянки лінії у вигляді послідовного розташування КС від 1 по n (рис. В.3).

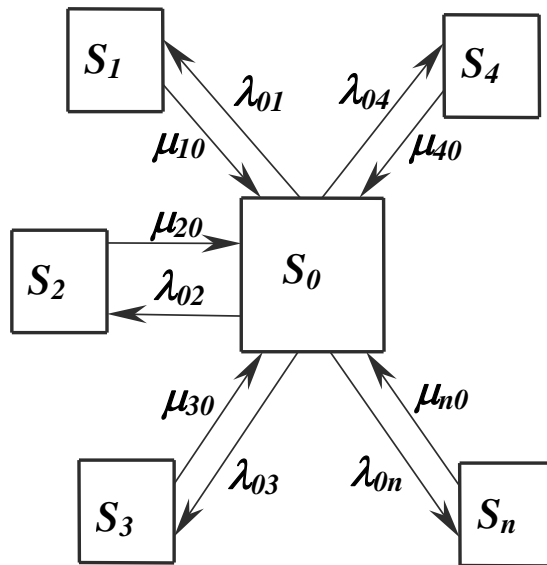


Рис. В.3. Граф станів послідовно розташованих КС

При цьому приймається, що дві КС одночасно вийти з ладу не можуть, оскільки вихід із ладу однієї з них призводить до припинення роботи ділянки і лінії в цілому.

Можливі наступні стани ділянки:

- $S_0$  – усі КС ділянки справні;
- $S_1$  – 1-ша КС ділянки вийшла з ладу;
- .....
- $S_n$  – n-а КС ділянки вийшла з ладу.

Граф станів узагальненої КС показаний на рис. В.4.

Для узагальненої КС необхідно визначити  $\lambda_\Sigma$ ,  $K_{\Sigma}$  і  $\mu_\Sigma$ , де  $\lambda_\Sigma$  – інтенсивність потоку відмов  $\Sigma$ -го елемента;  $K_{\Sigma}$  – сумарний коефіцієнт

готовності  $\Sigma$ -го елемента;  $\mu_\Sigma$  – інтенсивність потоку відновлення  $\Sigma$ -го елемента.

Будемо розраховувати їх по формулах:

$$\lambda_\Sigma = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \tag{B.1}$$

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}, \tag{B.2}$$

$$\mu_\Sigma = \frac{K_{\Sigma}}{1 - K_{\Sigma}}, \tag{B.3}$$

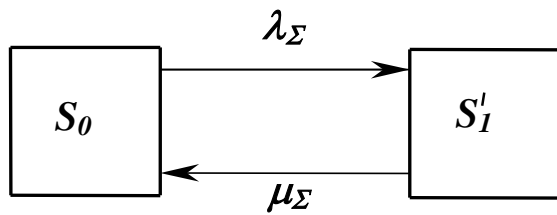


Рис. В.4. Граф станів узагальненої КС

Так як комірки 2, 3, 4, 5, 7, 8 мають однакові параметри, то відповідно  $\lambda_\Sigma$ ,  $\mu_\Sigma$  і  $K_{\Sigma}$  у них при перетворенні будуть рівні

$$\lambda_\Sigma = 0.6; \quad K_{\Sigma} = 0.8; \quad \mu_\Sigma = 2.4$$

БГАЛС, приведена до нормального виду, подана на рис. В.5.

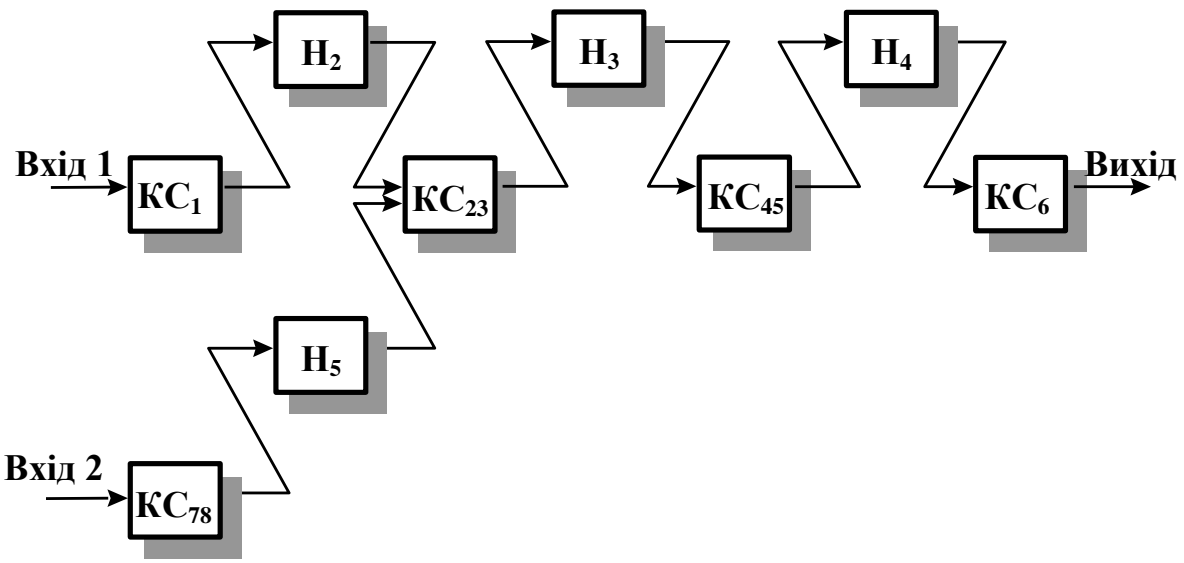


Рис. В.5. БГАЛС приведена до нормального виду

## В.5. Ітераційна процедура

Ітераційна процедура проводиться таким чином: на нульовій ітерації визначають середню довжину черг у кожному нагромаджувачі, коефіцієнт готовності і продуктивність кожної гілки окремо без урахування впливу параметрів гілок одну на одну.

Ітераційну процедуру проводимо на ЕОМ за допомогою програми “online.exe”.

Результати нульової ітерації подані в додатку Д.

На першій ітерації враховуємо вплив довжин черг одна на одну в кожному нагромаджувачі.

Для одержання вихідних даних необхідно здійснити перетворення БГАЛС, ціллю якого є визначення впливу середньої довжини черги в нагромаджувачі  $H_5$  на параметри комірки  $KC_{23}$ . Для цього необхідно здійснити перетворення, суть якого полягає в згортанні комірки  $KC_{78}$  і нагромаджувача  $H_5$  в еквівалентний елемент, який потім згортається в єдине ціле разом з  $KC_{23}$  (рис. В.6).

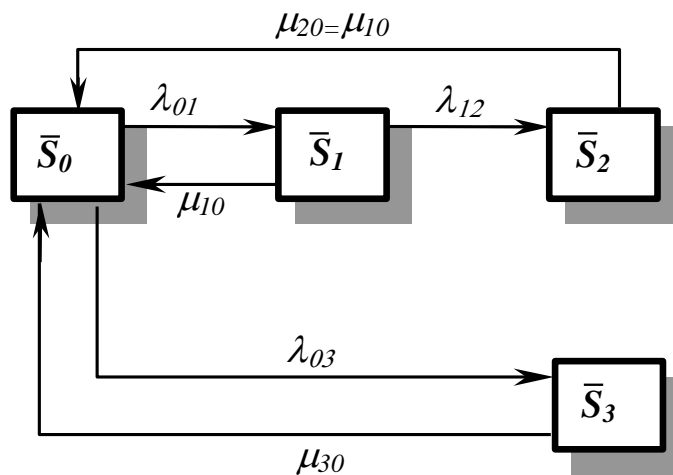


Рис. В.6. Граф станів комірки і нагромаджувача

Стани на графі (рис. В.6):

- $S_0$  – КС справна, нагромаджувач справний, касети з нагромаджувача видаються;
- $S_1$  – КС несправна, але касети видаються, оскільки вони є в нагромаджувачі, а він справний;
- $S_2$  – КС несправна, нагромаджувач справний, але касети не видаються;
- $S_3$  – КС справна, нагромаджувач несправний.

Ймовірності станів  $S_0$  і  $S_1$ :

$$P_0 = \frac{\mu_{30}\mu_{10}(\lambda_{12} + \mu_{10})}{\mu_{10}(\lambda_{12} + \mu_{10})(\mu_{30} + \lambda_{03}) + \lambda_{12}\mu_{30}\lambda_{01} + \lambda_{01}\mu_{30} + \mu_{10}}, \quad (B.4)$$

$$P_1 = \frac{\mu_{30}\lambda_{01}\mu_{10}}{\mu_{10}(\lambda_{12} + \mu_{10})(\mu_{30} + \lambda_{03}) + \mu_{12}\mu_{30}\lambda_{01} + \lambda_{01}\mu_{30}\mu_{10}}. \quad (\text{B.5})$$

Коефіцієнт готовності:

$$K_2 = P_0 + P_1. \quad (\text{B.6})$$

Інтенсивність надходження заявок:

$$\lambda_k = \frac{1}{t} \frac{\mu_{k-1_0}}{\mu_{k-1_0} + \lambda_{k-1_0}} \prod_{i=2}^{k-1} P_i, \quad (\text{B.7})$$

$$\mu_k = \frac{1}{t} \frac{\mu_{k_0}}{\mu_{k_0} + \lambda_{k_0}} \prod_{i=k+1}^n P_i, \quad (\text{B.8})$$

де  $\mu_k$  – інтенсивність потоку формування заявок;

$\lambda_k$  – інтенсивність потоку обслуговування заявок;

$\mu, \lambda$  – інтенсивності потоку відмови і відновлення відповідних комірок;

$\bar{P}_i$  – коефіцієнти готовності нагромаджувачів, що стоять після комірок;

$P_i$  – коефіцієнти готовності нагромаджувачів, що стоять до комірок.

Середній час розвантаження нагромаджувача:

$$t_{\text{роз}} = \frac{L_k}{\mu_k} \quad (\text{B.9})$$

де  $L_k$  – середня довжина черги в нагромаджувачі.

Середній час повного заповнення нагромаджувача при непрацюючій КС:

$$t_{\text{зап}} = \frac{m - L_k}{\lambda_k} \quad (\text{B.10})$$

де  $m$  – об'єм нагромаджувача.

$$\lambda_{k12} = \frac{1}{t_{\text{роз}}} \quad (\text{B.11})$$

$$\lambda_{k12} = \frac{1}{t_{\text{зап}}} \quad (\text{B.12})$$

де  $\lambda_{k12}, \lambda_{k12}$  – інтенсивності відмови нагромаджувача для спряженої та основної ділянки.

Зробимо розрахунок для КС<sub>78</sub> і Н<sub>5</sub>:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= 29,696; \\ \mu_k &= 23,252; \\ t_{\text{п}} &= 0,25; \\ t_{\text{зап}} &= 0,141; \\ \lambda_{k12} &= 7,092; \\ \lambda_{k12} &= 4; \\ P_0 &= 0,892; \\ P_1 &= 0,041; \\ K_2 &= 0,932. \end{aligned}$$

Сумарна інтенсивність потоку відмов

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{P_0}{K_2} \lambda_{03} + \frac{P_1}{K_2} \lambda_{12}. \quad (\text{В.13})$$

Сумарна інтенсивність потоку відновлення

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma} &= \frac{K_2}{1 - K_2} \lambda_{\Sigma}, \\ \lambda_{\Sigma} &= 0.204 \\ \mu_{\Sigma} &= 2.378 \end{aligned} \quad (\text{В.14})$$

Згортаємо еквівалентний елемент із КС<sub>23</sub>

$$\begin{aligned} \lambda_{\Sigma} &= 0.804 \\ K_{\Sigma} &= 0.748 \\ \mu_{\Sigma} &= 2.386 \end{aligned}$$

Перетворена структура БГАЛС представлена на рис. В.7.

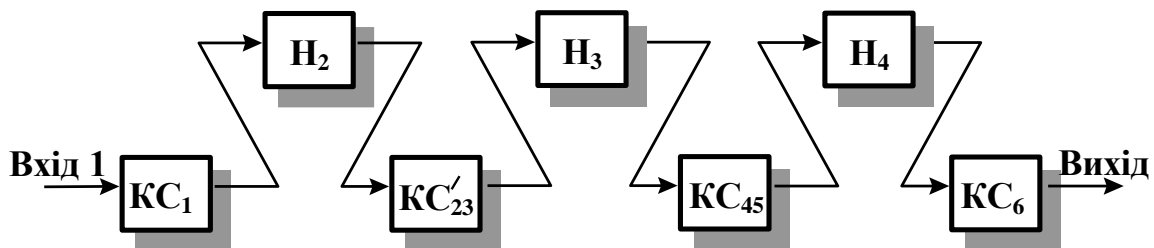


Рис. В.7. Перетворена структура БГАЛС

Необхідними даними для розрахунку є коефіцієнти готовності

$$K_2 = P_2 P_3 P_4, \quad (\text{В.15})$$

$$K_2 = P_2 P_3 P_4. \quad (\text{В.16})$$

Значення  $P$  беруться з нульової ітерації:

$$K_2 = 0.594$$

$$K_2 = 0.674$$

Результати першої ітерації приведені в додатку Д.  
Коефіцієнт готовності всієї лінії:

$$K_2 = \prod_{i=1}^5 P_i \frac{\mu_{10}^6}{\mu_{10}^6 + \lambda_{01}^6}. \quad (\text{B.17})$$

Значення  $P_i$  беруться з першої ітерації, тоді

$$K_2 = 0.534.$$

Продуктивність лінії

$$P_p = K_2 \frac{1}{t}, \quad (\text{B.18})$$

$$P_p = 21.363.$$



## Додаток Д. Результати ітераційної процедури.

### *Нульова ітерація*

#### *Гілка 1*

$mm[2]= 10.000$   $mm[3]= 10.000$   $mm[4]= 10.000$

-----  
 $l01[1]= 0.300$   $l01[2]= 0.600$   $l01[3]= 0.600$   $l01[4]= 0.300$

-----  
 $m10[1]= 2.500$   $m10[2]= 2.400$   $m10[3]= 2.400$   $m10[4]= 2.500$

-----  
 $lmn[2]= 8.208$   $lmn[3]= 5.412$   $lmn[4]= 2.202$

-----  
 $pn[2]= 0.928$   $pn[3]= 0.848$   $pn[4]= 0.822$

-----  
 $p[2]= 0.818$   $p[3]= 0.842$   $p[4]= 0.863$

-----  
 $plin= 0.518$   $pplin= 20.707$

#### *Гілка 2*

$mm[2]= 10.000$

-----  
 $l01[1]= 0.600$   $l01[2]= 0.600$

-----  
 $m10[1]= 2.400$   $m10[2]= 2.400$

-----  
 $lmn[2]= 4.595$

-----  
 $pn[2]= 0.842$

-----  
 $p[2]= 0.848$

-----  
 $plin= 0.674$   $pplin= 26.951$

## *Перша ітерація*

### *Гілка 1*

$mm[2]= 10.000$   $mm[3]= 10.000$   $mm[4]= 10.000$

---

$l01[1]= 0.300$   $l01[2]= 0.804$   $l01[3]= 0.600$   $l01[4]= 0.300$

---

$m10[1]= 2.500$   $m10[2]= 2.386$   $m10[3]= 2.400$   $m10[4]= 2.500$

---

$lmn[2]= 8.113$   $lmn[3]= 3.801$   $lmn[4]= 1.199$

---

$pn[2]= 0.928$   $pn[3]= 0.794$   $pn[4]= 0.812$

---

$p[2]= 0.773$   $p[3]= 0.853$   $p[4]= 0.930$

---

$p_{lin}= 0.517$   $p_{plin}= 21.363$

### *Гілка 2*

$mm[2]= 10.000$

---

$l01[1]= 0.600$   $l01[2]= 0.600$

---

$m10[1]= 2.400$   $m10[2]= 2.400$

---

$lmn[2]= 8.043$

---

$pn[2]= 0.864$

---

$p[2]= 0.820$

---

$p_{lin}= 0.466$   $p_{plin}= 18.636$