

ЛІТЕРАТУРА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
*Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя*

*Кафедра автоматизації  
технологічних процесів та  
виробництва*



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**  
**з курсу “Автоматизація виробничих  
процесів”**  
для студентів спеціальності  
181 «Харчові технології»

**Тернопіль  
2018**

Конспект лекцій з курсу “Автоматизація виробничих процесів” для студентів спеціальності 181 «Харчові технології» / В.Б.Савків, Р.І.Михайлишин, І.Р.Козбур. – Тернопіль: ТНТУ, 2018. – 89 с.

Рецензент: д.т.н., професор Стухляк П.Д.

Конспект лекцій розглянуто і схвалено на засіданні кафедри автоматизації технологічних процесів та виробництв (протокол № 1 від 29 серпня 2018 р.).

Схвалено і рекомендовано до друку Вченою Радою факультету прикладних інформаційних технологій та електроінженерії (протокол № 1 від 30 серпня 2018 р.).

## Зміст

Тема 1. Промислове виробництво харчових продуктів та завдання його автоматизації .....	4
Тема 2. Загальні відомості про промислові роботи.....	7
Тема 3. Системи координат та приводи промислових роботів .....	17
Тема 4. Робототехнічні комплекси у харчовому виробництві .....	34
Тема 5. Автоматизовані системи управління виробництвом .....	40
Тема 6. Загальні відомості про системи автоматичного керування .....	45
Тема 7. Математичний опис систем автоматичного керування .....	59
Тема 8. Типові динамічні ланки систем автоматичного керування та їх характеристики.....	66
Тема 9. Передавальні функції та структурні схеми систем автоматичного керування.....	83
Список літератури.....	88

## **Тема 1. Промислове виробництво харчових продуктів та завдання його автоматизації**

### **1.1. Технологічні процеси як об'єкти автоматизації**

Сучасний розвиток галузей харчової промисловості направлено на впровадження прогресивних технологій і гнучких виробництв з автоматизацією управління на базі використання швидкодіючих програмованих технічних засобів підвищеної надійності.

Високі темпи розвитку галузей харчової промисловості потребують удосконалення методів контролю та управління технологічними процесами на базі впровадження сучасних засобів автоматизації, що дозволяють оптимізувати технологічні процеси.

Об'єктами управління є технологічні процеси, які відносяться до нерухомих (стаціонарних) об'єктів і умовно можуть бути поділені на такі види:

а) неперервні технологічні процеси, які характеризуються безперервною подачею сировини і вивантаженням готового продукту, для яких властиві тривалі періоди роботи об'єкта в статичному режимі. Такі об'єкти управління в максимальній степені відповідають вимогам до автоматизації технологічних процесів;

б) неперервно-циклічні технологічні процеси, в яких на різних стадіях процесу і в різних апаратах використовуються неперервні та циклічні (періодичні) режими роботи;

в) циклічні (періодичні) процеси, що характеризуються періодичним режимом роботи об'єкта і певною послідовністю виконання операцій.

Технологічний процес з точки зору розробки систем управління є елементарним виробничим підрозділом підприємства і може являти собою ділянку технологічної лінії, відділення або цех.

До технологічного процесу при його автоматизації висуваються такі вимоги: нерозривність технологічної лінії і раціональне розташування обладнання у відповідності з напрямком матеріальних і енергетичних потоків в межах виробничих ділянок. Бажаною є безперервність технологічного процесу і компактність використовуваного обладнання. Обладнання повинне мати високі характеристики надійності в експлуатації і незначну інерційність.

### **1.2. Загальна характеристика автоматизованого виробництва та об'єктів управління**

Обладнання, яке застосовується в харчовій промисловості, за характером впливу на оброблюваний продукт поділяється на дві основні групи - машини та апарати. Машини та механізми служать для виконання робіт. Їх характерна особливість - наявність рухомого робочого органу. До апаратів відноситься

обладнання, в якому вплив на продукт змінює його фізичні і хімічні властивості.

Ті галузі харчової промисловості, в технологічних лініях яких переважно використовуються апарати, можна віднести до апаратного виробництва. Виробництво може розглядатися як основний підрозділ харчового підприємства і, як правило, являє собою закінчений технологічний процес отримання одного або декількох харчових продуктів підприємства або напівпродукту, який може використовуватися іншими виробництвами, як, наприклад, солодове або дріжджове виробництва.

Характерними особливостями галузей харчової промисловості є багатостадійність, складність хіміко-технологічних процесів і труднощі контролю якісних показників проміжних і готових продуктів.

Створення високоефективних промислових комплексів, що забезпечують інтенсифікацію технологічних процесів, базується на розробці та впровадженні методів дослідження і побудови автоматизованих систем управління технологічними процесами.

**Автоматика** - галузь науки і техніки, що охоплює теорію і принципи побудови систем управління. У вузькому розумінні поняття «автоматика» можна визначити як сукупність методів і технічних засобів, що виключають безпосередню участь людини у виконанні операцій конкретного процесу.

Впровадження автоматки у виробничий процес називається **автоматизацією**, тобто це етап машинного виробництва, в якому функції управління виконуються автоматичними пристроями.

Під **об'єктом контролю і управління** розуміється комплекс складних і простих статичних та динамічних систем і елементів, характеристики яких формуються, контролюються і налаштовуються за певними алгоритмами.

**Технологічний об'єкт управління (ТОУ)** визначається як сукупність технологічного обладнання та реалізованого на ньому за відповідними інструкціями та регламентами технологічного процесу.

Складність процесу контролю і управління визначається складністю об'єкта.

Опис об'єкта здійснюється побудовою його математичної моделі, яка може бути описана системою рівнянь, що визначають залежність вихідних параметрів об'єкта від зовнішніх і внутрішніх впливів при його функціонуванні. На основі аналізу моделі формуються задачі контролю і управління, синтезується система управління, визначається ступінь автоматизації і її ефективність.

Характеристика процесу управління визначається наступними критеріями:

- часом необхідним для виконання процесу в цілому та його складових;
- точністю роботи різних систем;
- продуктивністю, вартістю, споживаною енергією та ін.;
- ймовірністю безвідмовної роботи системи управління.

### 1.3. Застосування промислових роботів у харчовій промисловості

За останні десять років рівень використання промислових роботів подвоївся майже у всіх країнах. Процес роботизації не обійшов стороною і харчову промисловість, де потрібна як важка фізична, так і делікатна ручна праця.

Промислові роботи здатні працювати в умовах з підвищеною температурою і вологістю, вібрацією, шумом, забрудненим повітрям. Вони являють собою високоефективне рішення з санітарно-гігієнічної точки зору. Їх використання підвищує ефективність енергоспоживання, продуктивність і якість продукції, що випускається. Роботи, що використовуються на підприємствах харчової промисловості, в основному задіяні в процесах фасування, пакування і палетування.

Виходячи з конструктивних особливостей, в харчовій промисловості широко використовуються scara-роботи - невеликі чотирьохвісні машини, антропоморфні - шестивісні промислові механізми, що нагадують за будовою людську руку, і дельта-роботи. На основі даних роботів розробляються швидкісні системи з відеоконтролем для сортування легких продуктів, прискорення роботи пакувальних ліній та підвищення їх ефективності

Інноваційне рішення для хлібопекарської та кондитерської промисловості - використання роботизованої системи ультразвукового різання тіста. Вона являє собою процес різання матеріалу лезом ножа, що приводиться в коливальний рух за допомогою ультразвуку. Переваги технології полягають в тому, що саме різання легше реалізувати, і при цьому не відбувається небажаних деформацій харчових продуктів.

## Тема 2. Загальні відомості про промислові роботи.

### 2.1. Основні терміни та визначення. Покоління промислових роботів

Основні терміни та визначення промислових роботів регламентуються діючими стандартами ГОСТ 25686-85, ГОСТ 26228-85 – «Маніпулятори, автооператори і промислові роботи. Системи виробничі гнучкі. Терміни і визначення»

**Маніпулятор (М)** – керований пристрій або машина для виконання рухових функцій, аналогічних функціям руки людини при переміщенні об'єктів в просторі, оснащений робочим органом. Керування маніпулятором здійснює оператор.

Будь-який маніпулятор включає наступні структурні елементи:

**задаючий орган (ЗДО)** – призначений для створення управляючих сигналів і рухів;

**виконавчий орган (ВО)** – функціональна частина маніпулятора, призначена для здійснення дій по сигналах ЗДО;

**зв'язуючий орган** – призначений для зв'язку ЗДО та ВО (може бути відсутній);

**робочий орган (РО)** – частина ВО, призначена для реалізації технологічного призначення маніпулятора.

Залежно від типу ЗДО розрізняють біотехнічні, інтерактивні та автоматичні маніпулятори.

Першими з'явилися маніпулятори з біотехнічним управлінням, що призначені для роботи з об'єктами, безпосередній контакт з якими для людини шкідливий або небезпечний (радіоактивні речовини, розжарені заготовки та ін.).

**Біотехнічні маніпулятори** можуть бути копіюючими, командними і напівавтоматичними.

В копіюючих маніпуляторів рух РО повторює рух, наприклад, руки оператора. У командних – управління здійснюється по кожному із ступенів рухомості окремо шляхом подачі оператором відповідних управляючих сигналів. У напівавтоматичних – ЗДО містить механізм (важіль), який управляє декількома ступенями вільності і процесор, призначений для перетворення сигналів, що поступають від важеля, в команди.

Всі біотехнічні маніпулятори характеризуються відсутністю пам'яті і вимагають безперервної участі оператора в процесі управління.

**Автоматичні маніпулятори** працюють без участі людини. До них відносяться автооператори (АТ), промислові роботи (ПР) і маніпулятори з інтерактивним управлінням.

**Автооператор** – автоматична машина, що складається з виконавчого пристрою у вигляді маніпулятора або сукупності маніпулятора і пристрою переміщення і не перепрограмованого пристрою управління.

**Промисловий робот** – автоматична машина, стаціонарна або пересувна, що складається з виконавчого пристрою у вигляді маніпулятора, який має

декілька ступенів рухомості, і перепрограмованого пристрою програмного управління для виконання у виробничому процесі рухових та керуючих функцій.

**Перепрограмованість** – властивість промислового робота замінювати керуючу програму автоматично або за допомогою людини-оператора. До перепрограмування відноситься зміна послідовності і (або) величин переміщення по ступенях рухомості та керуючих функцій, за допомогою засобів управління на пульті пристрою управління

**Інтерактивний маніпулятор** – робот, поперемінно керований автоматично або оператором, оснащений пристроєм пам'яті для автоматичного виконання окремих дій.

Залежно від форми участі людини інтерактивне управління може бути:

– автоматизованим, тобто автоматичні і біотехнічні режими чергуються в часі;

– супервізорним, в якому всі частини циклу операцій виконуються автоматично і поетапно, а переходи між етапами задаються оператором.

**Об'єкт маніпулювання** – тіло, що переміщається в просторі за допомогою маніпулятора (предмети обробки, інструмент, захоплювальний пристрій (ЗП) і т.д.).

### **Покоління промислових роботів.**

В даний час промислові роботи ділять на 3 основних групи (покоління):

1. Роботи першого покоління. До них відносяться неперепрограмовані роботи, що працюють за жорсткою програмою: механічні руки і роботи з ЧПУ. Ці роботи характеризуються нездатністю адаптуватися до змінних умов роботи і мають не змінну програму керування рухами не залежно від наявності об'єкту маніпулювання. Застосовуються для вирішення простих виробничих завдань, вимагають жорсткого порядку входу в систему (орієнтації деталі або інструменту в просторі, заданого часу спрацьовування, наявності захисних блокувань і т.п.). Це автооператори і механічні руки.

2. Роботи другого покоління. Це адаптивні роботи, що працюють за гнучкою програмою, оснащені давачами зовнішнього середовища і системами візуального контролю. Для управління такими роботами застосовують мікро-ЕОМ, мікропроцесори, а останнім часом – контролери. Ці роботи працюють з не впорядкованим зовнішнім середовищем.

3. Роботи третього покоління. До них відносяться інтегральні або інтелектуальні роботи, які здатні повністю адаптуватися до умов роботи і виробництва, володіють можливістю автоматичного збору і обробки інформації. Управління здійснюється за допомогою промислової ЕОМ з евристичною програмою, де оператор програмує тільки кінцеву мету, а самі дії і їх порядок визначає програма.

Важливо відзначити, що покоління ПР не змінюють одне одного, а доповнюють і використовуються там, де це найдоцільніше.

ПР 1-го покоління здатні замінити близько 2% робітників, 2-го покоління – 25-30%, 3-го покоління – до 60%.



## 2.2. Класифікація промислових роботів.

**Промислові роботи класифікуються по наступних ознаках.**

- **По характеру виконуваних операцій:**

- основні (технологічні), які виконують безпосередньо виконують технологічні операції і беруть участь в технологічному процесі в якості обробних машин (фарбувальні, зварювальні, складальні і т.д.);
- допоміжні (підйомно-транспортні), які застосовуються для обслуговування основного технологічного обладнання, для виконання допоміжних операцій, на транспортно-складських операціях;
- універсальні – виконують різні основні і допоміжні операції.

- **За призначенням**

У машинобудуванні, залежно від виду обслуговуваних технологічних процесів, ПР поділяють на наступні групи:

- ливарні;
- зварювальні;
- ковальсько-пресові;
- для механічної обробки;
- складальні;
- фарбувальні;
- завантажувально-розвантажувальні;
- транспортні (мобільні);
- складські.

- **За ступенем спеціалізації:**

- універсальні (багатоцільові) (роботи призначені для виконання різних операцій і зокрема для роботи спільно з різними видами технологічного обладнання);
- спеціалізовані (цільові) (такі ПР мають вузче призначення і здійснюють певну операцію, наприклад, зварювання, фарбування, обслуговування обладнання певного типу);
- спеціальні роботи (виконують тільки одну конкретну операцію, наприклад, обслуговують конкретну модель технологічного обладнання).

- **За системою координат руки маніпулятора:**

- прямокутна;
- циліндрична;
- сферична;
- кутова (ангулярна);
- інші.

- **По кількості маніпуляторів:**

- одноманіпуляторні (одноруки);

- дворуки;
- трьохруки;
- чотирьохруки.

Як правило робот має не більше одного маніпулятора. Зазвичай маніпулятори багаторукого робота виконують однаковими, але існують конструкції роботів з різними маніпуляторами. Наприклад, для обслуговування пресів холодного штампування ПР може мати два різних маніпулятори: один основний – для взяття заготовки і завантаження її в прес, а другий спрощеної конструкції – для виконання більш простої операції зштовхування готової деталі в бункер.

- **По рухомості основи:**

- мобільні (роботи, що мають шасі для переміщення його основи);
- стаціонарні (поділяються на: підлогові; підвісні, що переміщуються по піднятому рейковому шляху; вбудовані в обладнання, наприклад в обслуговуваний верстат).

- **По кількості степенів рухомості маніпулятора:**

- 3 і менше;
- від 4 до 6;
- більше 6.

Трьох степенів рухомості достатньо для переміщення робочого органу маніпулятора в будь-яку точку обслуговуваного роботом простору. Ще три степені рухомості необхідні, щоб в цій точці здійснювати будь-яку кутову орієнтацію захоплювального пристрою або інструменту. Більше шести степенів рухомості необхідні роботу для оминання перешкод.

- **За типом силового приводу:**

- електромеханічні;
- пневматичні;
- гідравлічні;
- комбіновані.

- **По вантажопідйомності** (вантажопідйомність робота визначається вантажопідйомністю його маніпулятора, а за наявності декількох маніпуляторів – вантажопідйомністю найбільш потужного з них):

- надлегкі (до 1 кг);
- легкі (до 10 кг);
- середні (до 200 кг);
- важкі (до 1000 кг);
- надважкі (понад 1000 кг).

- **По швидкодії і точності рухів.**

Швидкодія маніпулятора визначається швидкістю його переміщення по окремих степенях рухомості. Швидкодію роботів промислового призначення розбивають на три наступні групи:

- малої швидкодії – при лінійних швидкостях по окремих степенях рухомості до 0,5 м/с;
- середньої швидкодії – при лінійних швидкостях від 0,5 до 1 м/с;
- високої швидкодії – при лінійних швидкостях більших 1 м/с.

Більшість сучасних роботів мають середню швидкодію і лише 20 % з них – високу. Основна проблема, що обмежує швидкодію ПР, пов'язана з забезпеченням необхідної точності.

Точність маніпулятора характеризується результуючою похибкою позиціонування (при дискретному русі) або відпрацювання заданої траєкторії (при безперервному русі). Найчастіше точність роботів характеризують абсолютною похибкою.

**Точність роботів промислового призначення поділяють на три групи:**

- малої точності – при лінійній похибці більшій 1 мм;
  - середньої точності – при лінійній похибці від 0,1 до 1 мм;
  - високої точності – при лінійній похибці меншій 0,1 мм.
- **По виду системи керування (характеру програмування):**
    - циклові (кількість точок позиціонування по кожному степеню рухомості мінімальна і найчастіше обмежена двома – початковою і кінцевою координатами);
    - позиційні (управління рухом здійснюють, задаючи кінцеву послідовність точок і подальше переміщення по них кроками від точки до точки);
    - контурні (управління рухом по окремих степенях рухомості – безперервне);
    - комбіновані.
  - **По виду програми керування:**
    - з жорсткою програмою (працюють за наперед заданою програмою);
    - перепрограмовані (програму керування можна змінювати автоматично або за допомогою пульта оператора);
    - адаптивні (мають засоби сприйняття зовнішнього середовища і тому можуть працювати в наперед не регламентованих і змінних умовах, наприклад, брати довільно розташовані предмети, обходити перешкоди і т.д.);
    - з елементами штучного інтелекту (разом з сенсорними системами мають систему обробки зовнішньої інформації, яка забезпечує їм можливість інтелектуальної поведінки, подібної до поведінки людини в аналогічних ситуаціях).

### 2.3. Функціональна схема ПР

До складу ПР входять такі основні функціональні частини (системи):

- маніпулятор, або механічна система робота;
- інформаційна система (ІС);
- система програмного управління (СПУ);

Виконавчий механізм ПР з приводом і захоплювальним пристроєм утворюють руку маніпулятора (Р) з робочим органом (РО). Для переміщення маніпулятора відносно технологічного обладнання (ТО) використовуються пристрої переміщення (ПП).

Система автоматичного управління (САУ) маніпулятором складається з системи програмного управління (СПУ), інформаційної системи (ІС) з пристроями зворотного зв'язку.

В склад ІС входять чутливі (сенсорні) пристрої зовнішнього середовища, система внутрішньої діагностики, пристрої контролю і блокувань. ІС забезпечує збір, первинну обробку і передачу в СПУ даних про функціонування механізмів робота і про стан зовнішнього середовища.

СПУ призначена для формування і видачі керуючих дій виконавчим механізмам маніпулятора відповідно до програми керування. СПУ можуть бути як перепрограмованими так і з жорсткою програмою керування. В перепрограмованих СПУ керуюча програма може бути змінена автоматично або за допомогою оператора.

СПУ містить: пульт управління (ПУ), за допомогою якого оператор здійснює ввід і контроль програми та команд; запам'ятовуючий пристрій (ЗП), в якому зберігається вся необхідна інформація, включаючи програми керування; обчислювальний пристрій (ОП), що реалізовує алгоритм управління маніпулятором; блок управління приводами (БУП) механізмів маніпулятора.

З схеми видно, що ПР і технологічне обладнання включені в єдиний цикл роботи і містять загальний пульт управління всім технологічним процесом.

Можливі два варіанти режимів роботи ПР: режим програмування (режим навчання), при якому в запам'ятовуючий пристрій вводиться програма керування, і режим виконання технологічних операцій (робочий режим).

Розрізняють роботи з цикловим програмним управлінням (ЦПУ), числовим програмним управлінням (ЧПУ) та адаптивним управлінням (адаптивний промисловий робот). Числове програмне управління реалізується як позиційне або контурне управління.

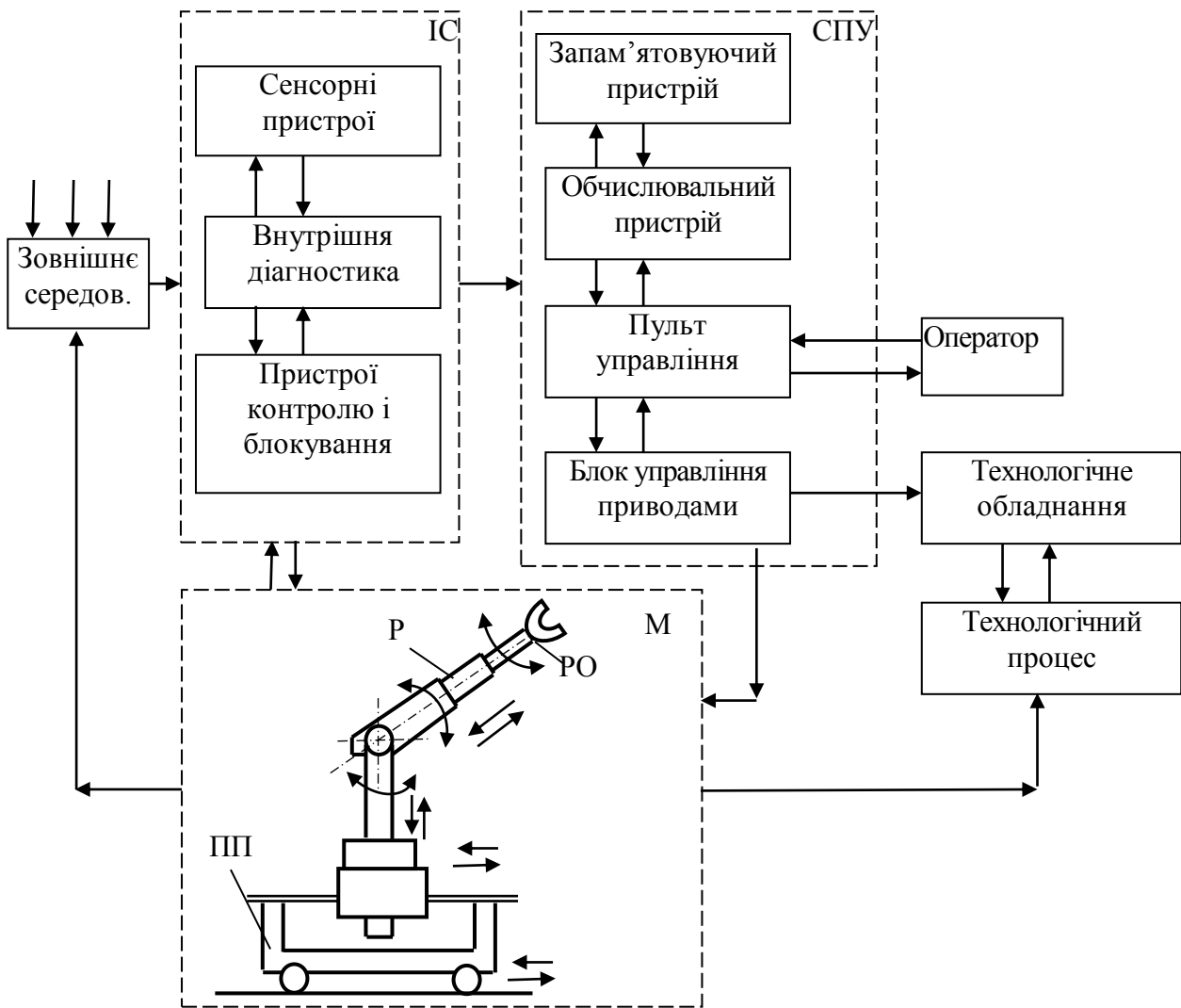


Рис. 2.1 - Функціональна схема ПР

**Циклове управління промисловим роботом** – управління виконавчим пристроєм промислового робота, при якому здійснюється програмування послідовності виконання його рухів.

**Позиційне управління промисловим роботом** – управління виконавчим пристроєм промислового робота, при якому рух його робочого органу відбувається по заданих точках позиціонування без контролю траєкторії руху між ними.

**Контурне управління промисловим роботом** – управління виконавчим пристроєм промислового робота, при якому рух його робочого органу відбувається по заданій траєкторії із встановленим розподілом в часі значень швидкості.

**Адаптивне управління промисловим роботом** – управління виконавчим пристроєм промислового робота з автоматичною зміною керуючої програми як функції від контрольованих параметрів стану зовнішнього середовища.

**Програмування промислового робота** – складання, ввід і відлагодження програми керування промислового робота.

**Аналітичне програмування промислового робота** – програмування промислового робота, при якому керуючу програму складають на основі розрахунків, а потім заносять в пристрій управління.

**Навчання промислового робота** – програмування промислового робота, при якому складання і ввід керуючої програми здійснює людина-оператор за допомогою попереднього руху робочого органу із занесенням в пристрій управління значень параметрів цього руху у вигляді керуючої програми.

## 2.4. Основні характеристики та конструктивні особливості маніпуляторів ПР.

### Основні характеристики ПР

**Номінальна вантажопідйомність** – найбільше значення маси предметів виробництва або технологічного оснащення, включаючи масу захоплювального пристрою, при якій гарантується їх утримання і забезпечення встановлених значень експлуатаційних характеристик маніпулятора ПР.

**Робочий простір** – частина простору, обмежена поверхнями що огинають безліч можливих положень ланок промислового робота при його функціонуванні.

**Робоча зона** – частина простору, обмежена поверхнями що огинають безліч можливих положень робочого органу промислового робота при його функціонуванні.

**Зона обслуговування** – простір, в якому робочий орган виконує свої функції відповідно до призначення промислового робота і встановлених значень його характеристик.

**Похибка позиціонування робочого органу** – відхилення положення робочого органу промислового робота від заданого керуючою програмою. Промислові роботи діляться на групи з малою ( $\delta < 1\text{мм}$ ), середньою ( $0,1\text{мм} < \delta < 1\text{мм}$ ) і високою ( $\delta > 1\text{мм}$ ) точністю позиціонування.

**Похибка відпрацювання траєкторії робочого органу** – відхилення траєкторії робочого органу промислового робота від заданої керуючою програмою.

**Швидкодію ПР** визначають максимальною швидкістю лінійних переміщень центру захоплювача маніпулятора. Розрізняють ПР з малою ( $V < 0,5\text{м/с}$ ), середньою ( $0,5 < V < 1,0\text{м/с}$ ) і високою ( $V > 1,0\text{м/с}$ ) швидкодією. Сучасні ПР мають в основному середню швидкодію і лише близько 20% – високу.

Маніпулятор промислового робота по своєму функціональному призначенню повинен забезпечувати рух вихідної ланки і, закріпленого в ній об'єкта маніпулювання в просторі по заданій траєкторії із заданою орієнтацією. Для повного виконання цієї вимоги основний механізм важеля маніпулятора повинен мати не менше шести степеней рухомості, причому рух по кожній з них має бути керованим. Промисловий робот з шістьма степенями рухомості є складною автоматичною системою. Ця система складна як у виготовленні, так і

в експлуатації. Тому в реальних конструкціях промислових роботів часто використовуються механізми з числом степеней рухомості менше шести. Найбільш прості маніпулятори мають три, рідше дві степені рухомості. Такі маніпулятори значно дешевші у виготовленні і експлуатації, але пред'являють специфічні вимоги до організації робочого середовища. Ці вимоги пов'язані із необхідністю забезпечення орієнтації об'єктів маніпулювання та фіксованого розташування обладнання відносно механізму робота.

Конструктивно маніпулятор складається з несучих конструкцій, виконавчих пристроїв (механізмів), робочого органу, приводу з передавальними механізмами і пристрою переміщення основи.

*Виконавчий пристрій* – механізм промислового робота, що виконує всі його рухові функції.

*Робочий орган* – складова частина виконавчого пристрою промислового робота для безпосереднього виконання технологічних операцій і (або) допоміжних переходів. Прикладами робочого органу служать зварювальні кліщі, пульвелізатор, складальний інструмент, захоплювальний пристрій.

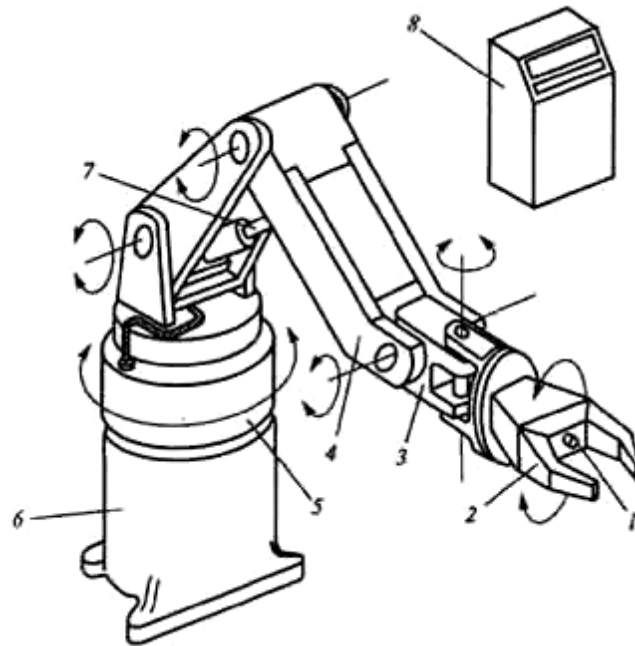
*Захоплювальний пристрій* – кінцевий вузол маніпулятора, що забезпечує захоплення і утримання в певному положенні об'єкту маніпулювання.

Несучі конструкції служать для розміщення всіх пристроїв і агрегатів ПР, а також для забезпечення необхідної міцності і жорсткості маніпулятора. Несучі конструкції виконують у вигляді основ, корпусів, стійок, рам, візків, порталів.

Привід призначений для перетворення підведеної до ПР енергії в механічний рух ланок виконавчого механізму відповідно до сигналів, що поступають з пристрою управління.

Пристрій переміщення служить для переміщення маніпулятора або ПР в цілому в необхідне місце робочого простору і конструктивно складається з ходової частини і приводних пристроїв.

## Конструктивна схема промислового робота



- 1 – давач зворотнього зв'язку; 2 – захоплювальний пристрій; 3 – кисть;  
 4 – рука маніпулятора; 5 – колона; 6 – несуча конструкція (основа);  
 7 – привід руки; 8 – блок управління з пультом.

Всі маніпуляційні пристрої характеризуються маневреністю і коефіцієнтом сервісу, під яким розуміють можливість переміщення робочого органу до заданої точки з різних напрямів. Коефіцієнт сервісу характеризує рухові можливості маніпулятора, тобто його маневреність. Маневреність – це число степенів рухомості при фіксованому положенні робочого органу, яка визначає можливість обходу маніпулятором перешкод в робочій зоні і здатність до виконання складних операцій.

Рухи, які забезпечуються ПР діляться на:

- *глобальні* (координатні) – рухи основи маніпулятора, що істотно перевищують розміри самого маніпулятора і розміри його робочого простору (мобільні роботи з рухомою основою);
- *регіональні* (транспортні) – рухи, що забезпечуються першими трьома ланками маніпулятора або його рукою, величина яких співрозмірна з величиною зони обслуговування;
- *локальні* (орієнтуючі) – рухи, що забезпечуються ланками маніпулятора, які утворюють його кисть, величина яких значно менша за розміри механізму.

Відповідно до цієї класифікації рухів, в маніпуляторі можна виділити дві ділянки кінематичного ланцюга з різними функціями: механізм руки і механізм кисті. Під рукою розуміють ту частину маніпулятора, яка забезпечує переміщення центру захоплювача (регіональні рухи захоплювача); під кистю - ті ланки і пари, які забезпечують орієнтацію захоплювача(локальні рухи захоплювача).

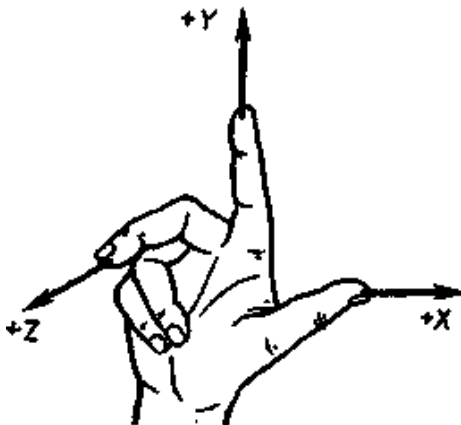


### Тема 3. Системи координат та приводи промислових роботів

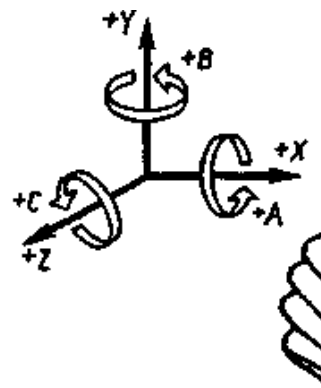
#### 3.1. Системи координат та позначення кінематичних ланок промислових роботів.

Системи координат ПР повинні відповідати діючому міждержавному стандарту ГОСТ 30097-93 «Роботи промислові. Системи координат і напрямку рухів».

Системи координат визначаються правилом правої руки. Буквами  $A$ ,  $B$  і  $C$  слід позначати обертальні рухи навколо осей, паралельних відповідно осям координат  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ . Позитивні напрями  $A$ ,  $B$  і  $C$  повинні співпадати з напрямом обертання гвинтів з правою різьбою при їх загвинчуванні в позитивних напрямках осей  $X$ ,  $Y$  і  $Z$  відповідно.



Права система координат



Позначення обертальних рухів

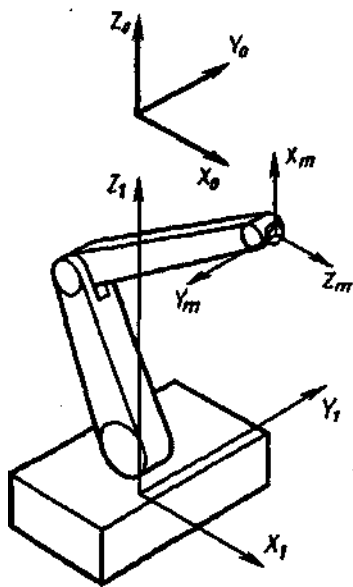
Встановлюються наступні системи координат:

- світова;
- система координат основи;
- система координат механічного інтерфейсу (механічний інтерфейс – монтажна поверхня на кінці виконавчого пристрою, до якої приєднується робочий орган).

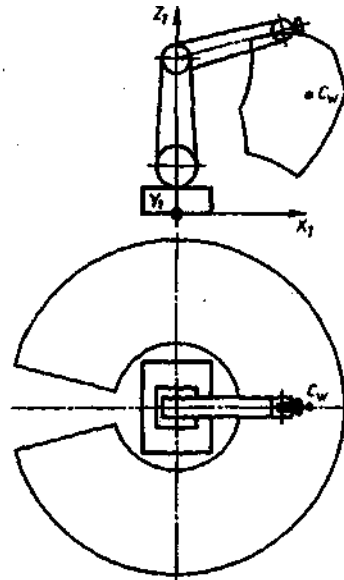
Кожна з систем координат визначається площиною  $XU$ , наприклад осі  $X$  і  $U$  системи координат основи лежать в площині основи. Вісь координат  $Z$  перпендикулярна площині  $XU$ .

В світовій системі координат  $X_0-Y_0-Z_0$  початок координат пов'язаний з підлогою цеху і вибирається довільно, вісь координат  $Z_0$  колінеарна вектору прискорення сили тяжіння і направлена в протилежну сторону.

В системі координат основи  $X_1-Y_1-Z_1$  початок координат пов'язаний з монтажною площиною основи ПР (площина дотикання робота з місцем його установки) і повинен бути визначений виготівником ПР. Вісь  $Z_1$  направлена перпендикулярно монтажній площині основи в тіло робота. Вісь  $X_1$  повинна проходити через проекцію центру  $C_W$  робочого простору на монтажну площину основи (див. рисунок).



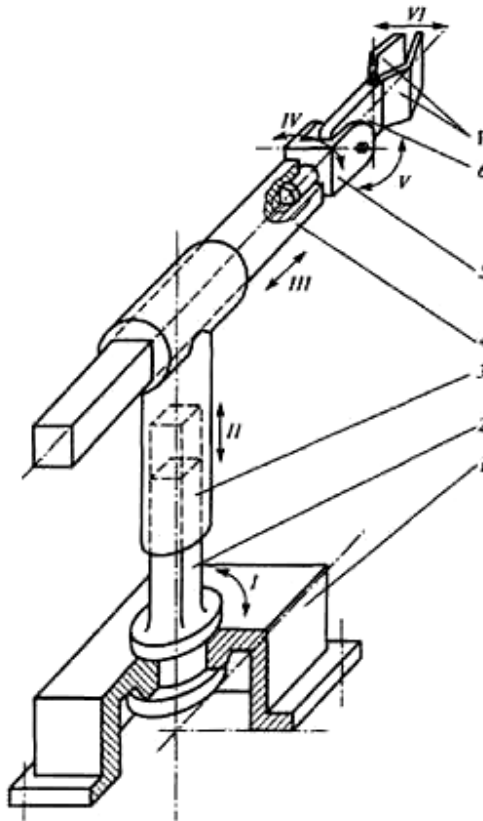
Системи координат



Приклад робочого простору робота

В системі координат механічного інтерфейсу  $X_m-Y_m-Z_m$  початок координат повинен розташовуватися в центрі механічного інтерфейсу. В даному позначенні  $m=n+1$ , де  $n$  – кількість осей. Вісь координат  $Z_m$  направлена від механічного інтерфейсу у напрямку кінця робочого органу. Вісь координат  $X_m$ , як правило, паралельна осі  $Z_1$  і направлена в цю ж сторону.

### Позначення кінематичних ланок


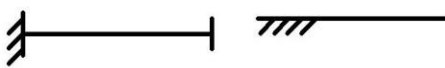
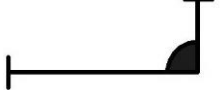
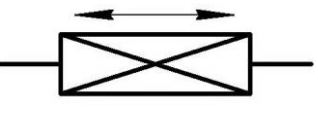
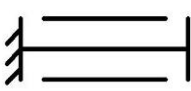


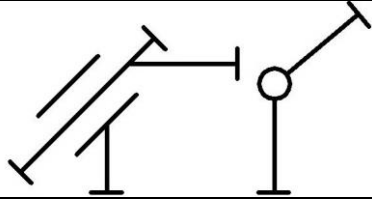

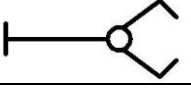
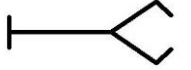
1 – нерухома ланка; 2 – колона маніпулятора; 3 – каретка; 4 – рука маніпулятора; 5, 6 – ланки, аналогічні руці людини; I-V – напрями руху ланок

Ланки виконавчого механізму позначені цифрами 1, 2, ... 6, характер і можливі напрями руху ланок – стрілками I, II, ... V. Маніпулятор містить нерухому ланку 1 у вигляді основи або корпусу ПР, на якому встановлено ланку, що обертається навколо вертикальної осі (у напрямі стрілки I). Відносно колони 2 вертикально (II) рухається ланка 3 – каретка, в направляючих якої переміщається в радіальному напрямі (III) ланка 4 – рука маніпулятора. До руки в свою чергу приєднується ланка 5, що обертається (IV) відносно її поздовжньої осі, і далі ланка 6, що зв'язана шарнірно з ланкою 5 і обертається у напрямі стрілки V. У сукупності ланки 5 і 6 по аналогії з рукою людини можуть бути названі кистю. Ланка 6 є робочим органом, в окремому випадку – захоплювальний пристрій із затискними елементами Г (губками), який може здійснювати рухи (VI). Рухи обертання руки (IV) часто називають ротацією, а повороту кисті (V) – згином.

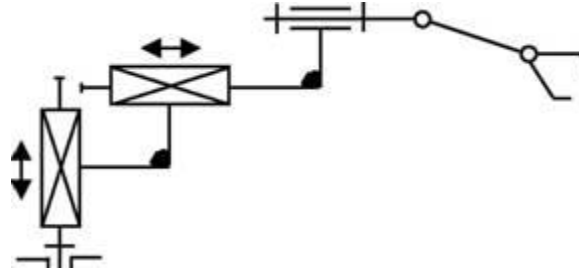
В розглянутому маніпуляторі рухи колони, каретки і руки в напрямках I, II і III є переносними, що забезпечують переміщення робочого органу або об'єкту маніпулювання в задане місце робочої зони ПР. Переміщення кисті і захоплювального пристрою в напрямках IV і V являються орієнтуючими рухами, необхідними для орієнтації робочого органу або об'єкту маніпулювання. Окремі рухи елементів робочого органу, наприклад, у напрямі VI («затиск – розтиск» губок захоплювального пристрою 5), відносяться до внутрішніх, оскільки не змінюють ні положення робочого органу в робочій зоні, ні його орієнтації. При розгляді загальної кінематики і динаміки маніпулятора ці рухи не враховують.

З'єднання ланок маніпулятора в кінематичний ланцюг здійснюється за допомогою кінематичних пар, основні типи яких прийнято позначати наступним чином:

Елемент	Ескіз	Характеристика
Ланка (стержень)		
Нерухоме закріплення ланки (стійка)		Рух відсутній
Жорстке з'єднання		
Рухоме з'єднання з переміщенням вздовж прямолінійних направляючих		Зворотно-поступальний рух
Циліндричне з'єднання ланок		Зворотно-поступальний рух з незалежним обертанням навколо поздовжньої осі

Плоске шарнірне з'єднання ланок		Обертання навколо поперечної осі
Сферичний шарнір		Обертання навколо трьох осей
Захоплювальний пристрій		Затискні елементи рухомі
		Затискні елементи нерухомі

Структурна схема маніпулятора представленого на попередньому рисунку буде мати такий вигляд:

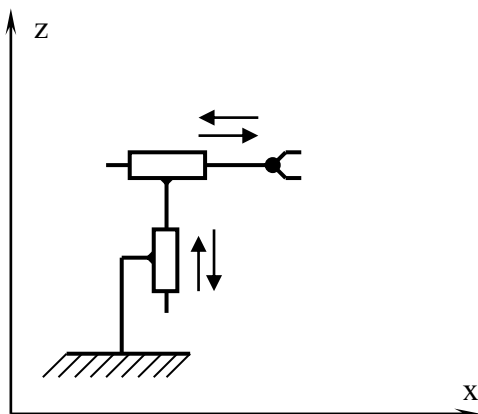


Структурна схема маніпулятора

### 3.2. Типові системи координатних переміщень та кінематичні схеми промислових роботів.

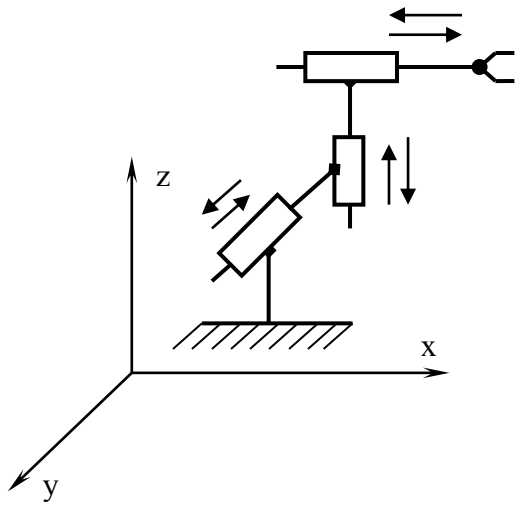
Система координатних переміщень ПР визначає кінематику основних рухів і форму робочої зони. Системи координатних переміщень поділяють на два види: прямокутні і криволінійні.

#### 1. Плоска прямокутна



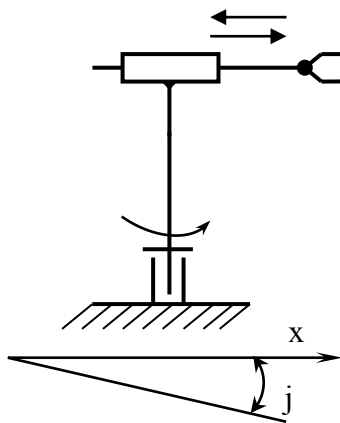
Об'єкт маніпулювання переміщається в одній площині за рахунок 2-х взаємно перпендикулярних напрямків

## 2. Просторова прямокутна.



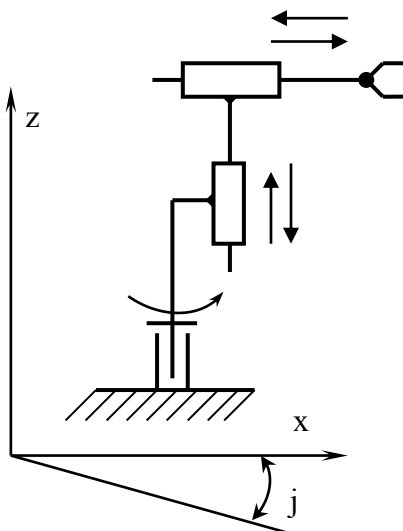
Відрізняється відносною простотою і доцільна при прямолінійному переміщенні захоплювального пристрою

## 3. Плоска полярна.



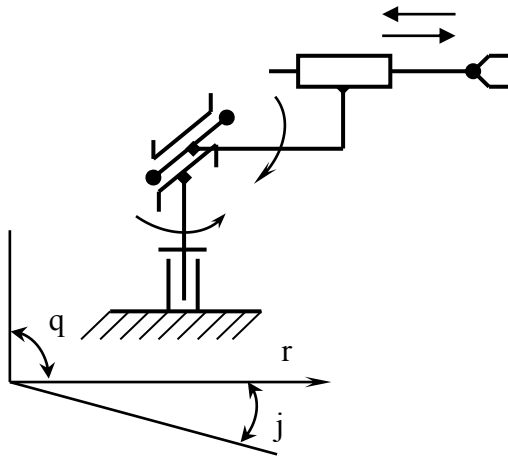
Переміщення об'єкта відбувається в одній площині в напрямку радіус-вектора  $r$  і кута повороту  $j$ .

## 4. Циліндрична.



Характеризується переміщенням об'єкта в основній координатній площині в напрямках  $r$  і  $j$ , а також по нормалі до неї  $z$ .

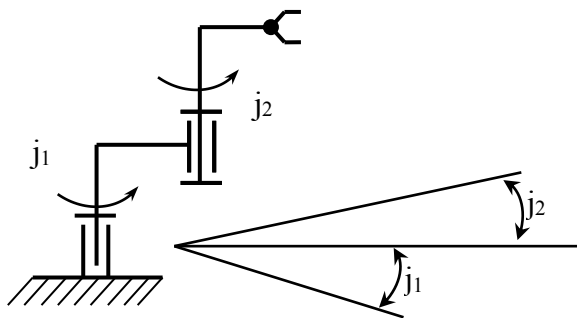
### 5. Сферична (полярна).



Переміщення об'єкта маніпулювання в просторі здійснюється за рахунок лінійного руху руки ПР на величину  $r$  і її кутових переміщень  $j$  і  $q$  в двох взаємно перпендикулярних площинах.

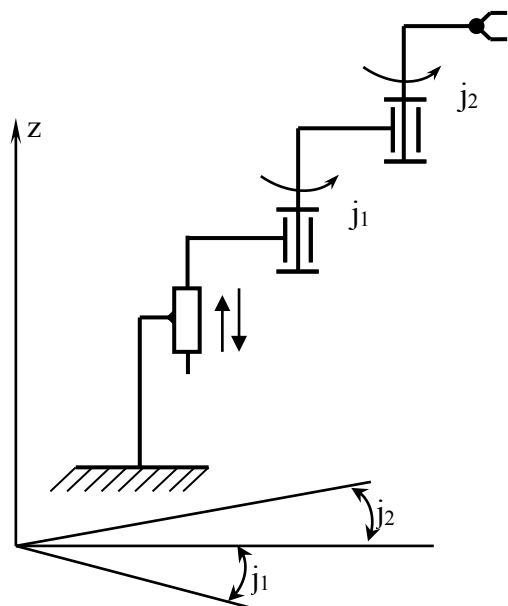
Плоскі полярні, циліндричні і сферичні переміщення об'єкта маніпулювання є найбільш поширеними в криволінійній системі координатних переміщень. Різновидом останньої є ангулярна (кутова) плоска і ангулярна просторова (циліндрична або сферична) система координатних переміщень.

### 6. Ангулярна плоска.



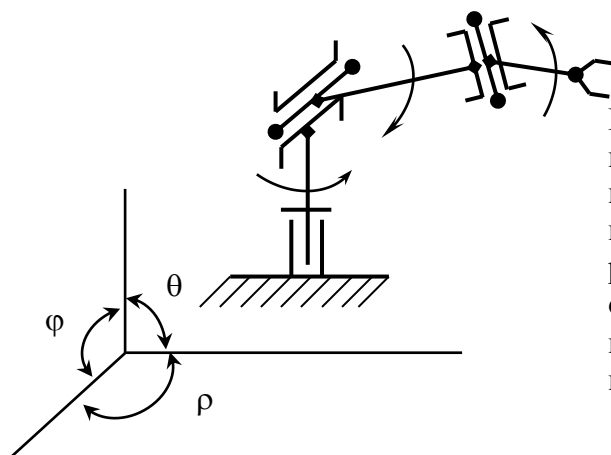
В ангулярній плоскій системі координат об'єкт маніпулювання переміщується в координатній площині завдяки відносним поворотам ланок руки маніпулятора, що мають сталу довжину

### 7. Ангулярна циліндрична.



Ангулярна циліндрична система координат характеризується додатковим зміщенням руки маніпулятора відносно основної координатної площини в напрямку перпендикулярному до неї координати  $z$ .

## 8. Ангулярна сферична.



В ангулярній сферичній системі координат перемещення об'єкта в просторі відбувається тільки за рахунок відносних кутових поворотів ланок руки маніпулятора. При цьому хоча б одна ланка повинна мати можливість повороту на кути  $\phi$  і  $\theta$  в двох взаємно перпендикулярних площинах

### Число степенів рухомості ПР

Кожен ПР включає велику групу механізмів, зв'язаних в загальний кінематичний ланцюг. Як правило, кожен такий механізм має свій власний привід і забезпечує рух однієї степені рухомості.

Число степенів рухомості ( $W$ ) ПР визначає число степенів вільності його повного кінематичного ланцюга відносно ланки, що прийнята за нерухому, наприклад, відносно нерухомої стійки або основи. Іншими словами це сума можливих координатних переміщень об'єкту маніпулювання відносно нерухомої ланки. Причому, при визначенні числа степенів рухомості прийнято не враховувати рух захоплювального пристрою (ЗП) при захопленні об'єкту маніпулювання.

У загальному випадку для просторового кінематичного ланцюга число степенів рухомості ПР визначається по формулі Сомова-Малишева

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

де  $n$  – загальне число рухливості ланок

$p_1 \dots p_5$  – число кінематичних пар відповідно I...V класів.

Для плоского кінематичного ланцюга число степенів рухомості визначається по формулі П.Л.Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

ПР з 1...3 степенями рухомості використовуються при автоматизації нескладних технологічних процесів для операцій, що повторюються.

ПР для складніших, часто перепрограмованих процесів можуть мати до 5-6 степенів рухомості.

### 3.3. Приводи промислових роботів.

#### 3.3.1. Порівняльна характеристика приводів ПР.

Приводи ПР складаються з двигуна, системи керування, передавальних механізмів, гальмівних пристроїв, давачів зворотного зв'язку і комунікацій. Комунікації необхідні для передачі енергії до приводів і передачі сигналів управління, а також для виконання зворотного зв'язку.

Вибір типу приводу залежить від функціонального призначення ПР. Основними чинниками, що визначають вибір типу приводу є: призначення і умови експлуатації, вантажопідйомність і необхідні динамічні характеристики конструкції, а також вид системи управління.

Залежно від використовуваного виду енергії приводи поділяють на гідравлічні, пневматичні, електричні і комбіновані (наприклад, електрогідравлічні, гідропневматичні).

**Пневматичні** приводи використовують в легких та середніх (до 20 кг) по вантажопідйомності ПР, при числі ступенів рухомості 2-3. Похибка позиціонування робочого органу ПР при використанні пневмоприводів не перевищує  $\pm 0,1$  мм. Швидкість виконавчих ланок ПР при використанні пневмоприводу складає: при лінійному переміщенні складає до 1000 мм/с, при кутовому – до 60 об/хв. Пневмоприводи конструктивно прості, достатньо надійні в роботі, володіють низькою собівартістю.

У зв'язку з значними проблемами створення систем автоматичного регулювання пневмоприводами, їх практично не використовують в позиційних і контурних режимах роботи. Вони мають циклове управління, як найпростіший варіант позиційного (задаються дві точки – початок і кінець переміщення).

**Гідравлічні** приводи використовуються приблизно в 30% сучасних ПР вантажопідйомністю до 1000 кг з числом ступеней рухомості 3-4. Похибка позиціонування в цих приводах не перевищує  $\pm 0,5$  мм при швидкості лінійного переміщення до 1200 мм/с. Гідприводи конструктивно складні, дорогі у виготовленні та експлуатації. Гідравлічний привід має хорошу регульовальну здатність, і його використовують в ПР з позиційним і контурним режимом роботи.

**Електричні** приводи використовуються в 40...50% сучасних ПР, з середньою вантажопідйомністю і числом ступеней рухомості 3-6. Точність позиціонування електричного приводу досягає значень до  $\pm 0,05$  мм. Їх застосовують як в позиційному, так і в контурному режимах роботи.

Перевагами електроприводів є вища економічність та ККД, зручність складання та хороші регульовальні властивості.

Як правило, в електроприводах ПР використовують синхронні, крокові і двигуни постійного струму. Асинхронні двигуни застосовуються рідше, що пов'язано з трудомісткістю управління частотою обертання.

**Комбіновані приводи** дозволяють максимально використовувати переваги окремих типів приводів. Найчастіше в промислових роботах застосовують комбінацію пневматичного і гідравлічного приводів (пневмогідравлічні і



гідропневматичні), а також електричного і гідравлічного (електрогідравлічні). У конструкціях ПР пневмогідравлічні приводи мають обмежене застосування. У них як виконавчий орган використовується пневмоциліндр, а стабілізація його швидкості і гідравлічна фіксація здійснюється гідросистемою.

В гідропневматичному приводі застосовують гідродвигуни, а пневмосистема застосовується для створення необхідного тиску в гідросистемі, що дозволяє відмовитися від гідронагнітачів станцій.

### 3.3.2. Пневматичний привід

#### *Елементи пневмоприводу*

Пневмопривід застосовується в основному в ПР з цикловим управлінням. Функціонально такий пневмопривід можна розділити на наступні вузли:

- блок підготовки повітря;
- блок розподілу стиснутого повітря;
- блок виконавчих двигунів;
- система передачі стиснутого повітря між пристроями приводу.

Блок підготовки повітря є обов'язковим для ПР з пневмоприводом. Він виконує функції осушення і очищення повітря від пилу.

Блок розподілу стиснутого повітря містить пристрої, за допомогою яких за заданою програмою можна відкрити або закрити доступ стиснутого повітря в робочі порожнини виконавчих двигунів. У якості розподільників використовують золотники і клапани. Як правило використовують пневморозподільники з управлінням від електромагнітів. Проте за певних умов (вибухонебезпечне середовище) використовуються розподільники з пневматичним управлінням.

У якості виконавчих двигунів використовуються циліндри з прямолінійним або обертовим рухом поршня, одно- або двосторонньої дії. Для кожної ступені рухомості передбачається свій виконавчий двигун (пневмоциліндр), конструкція якого забезпечує задані переміщення, швидкості і зусилля.

#### *Типова схема пневмоприводу*

Типова схема пневмоприводу показана на рис. х. Через вхідний штуцер 12, підводиться стиснуте повітря під тиском 0,5-0,6 МПа із заводської пневмомагістралі. Вологовіддільювач 10 забезпечує видалення з стиснутого повітря водяного конденсату. Далі за допомогою відповідного регулювання редукційного клапана 9, проводиться попередня настройка тиску повітря, що поступає до елементів приводу. Маслорозпилювач 8 забезпечує розпилювання масла, необхідного для змащення рухомих елементів виконавчого двигуна (циліндра 2) і розподільника 6. Дросель 7 служить для регулювання швидкості переміщення рухомих частин двигуна.



$k_2$  – коефіцієнт, що враховує тертя в циліндрі, вибирається залежно від  $P_H$ .  
При  $P_H=0,6\dots60$  кН,  $k_2=0,5\dots0,05$ ;

$V$  – стала,  $V=11,3$ ;

$G$  – вага рухомих частин виконавчого пристрою з об'єктом маніпулювання (знак «+» при опусканні поршня, знак «-» – при підйомі).

Довжину циліндра вибирають залежно від ходу поршня, причому для циліндрів двосторонньої дії рекомендується  $S=(8\dots10)D$ . При великих ходах поршня, шток розраховують на стійкість. В ПР застосовуються пневмоциліндри з  $D=32\dots80$  мм і ходом  $S$  до 1000 мм.

Сила навантаження  $P_H$  визначається по формулі:

$$P_H = P_T + P_i \pm G$$

де  $P_T$  – сила тертя;  $P_i$  – сила інерції,  $P_i = m_p d^2x/dt^2$

### 3.3.3. Демпфування пневмоприводу

Пневмопривід розвиває високі швидкості руху поршня тому необхідно здійснювати його гальмування в кінці прямого і зворотного ходу. Це підвищує точність позиціонування і знижує динамічні навантаження на ланки ПР.

В пневмоприводах ПР використовуються два типи гальмування: за допомогою демпфуючих пристроїв або методом дроселювання (рис.10).

При використанні демпфуючих пристроїв (зовнішні пристрої) гальмування відбувається на невеликій ділянці в кінці ходу при підході до точки позиціонування. При використанні дроселів (гальмування робочим агентом) розгін і гальмування здійснюється на більшій частині ходу, при цьому досягається необхідний закон зміни кінематичних параметрів протягом всього циклу руху.

**Гальмування демпфером** полягає в гасінні енергії руху. Найбільшого використання набули гідравлічні демпфери (рис. 11). Рідше використовуються механічні демпфери на основі використання пружинних елементів.

У момент гальмування упор 1, що взаємодіє з штоком пневмодвигуна, тисне на рухому частину демпфера – поршень 2 гідроциліндра 3. За рахунок витіснення масла через конічну щілину 4 в порожнину 5 і відбувається гальмування поршня 2. Плавність гальмування забезпечується за рахунок вибору параметрів демпфера: розмірів конічної щілини 4, параметрів дроселя 8 і пружини 7 акумулятора 6. Розміри  $d_\delta$ ,  $b$  і  $l$  розраховують по відомій швидкості поршня і допустимому гальмівному ходу.

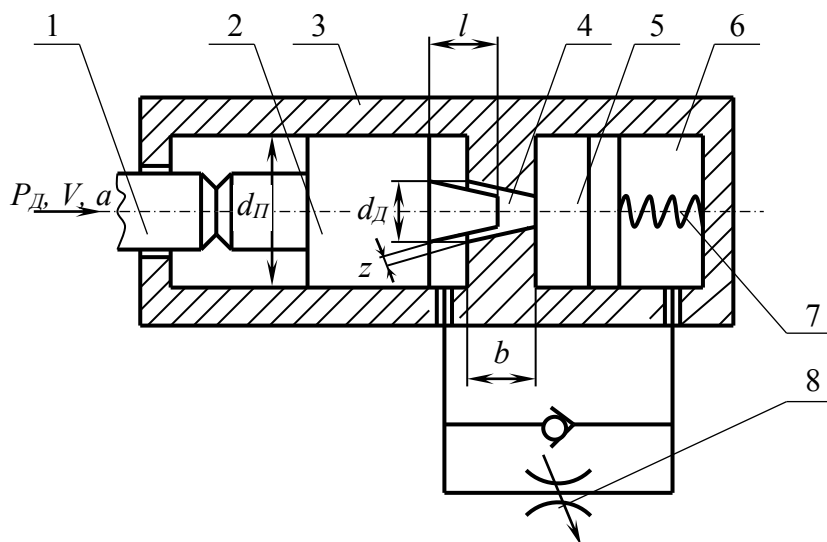


Рис. 11 – Схема гідродемпфера.

Сила демпфування  $P_d$  може бути визначена по формулі:

$$P_d = \frac{12\mu v}{z^3} \left( \frac{\pi d_p^2}{4} \right)^2$$

де  $v$  – швидкість поршня виконавчого двигуна;

$d_p$  – діаметр поршня демпфера;

де  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини;

$z$  – кільцевий зазор.

**Гальмування поршня з використанням робочого агента** досягається шляхом зменшення витрати повітря з випускної порожнини за рахунок установки спеціального дроселя (поз.7, рис.10) і дозволяє змінювати площу вихідного перерізу  $f_2$  згідно із законом  $f_2=f(x)$ . При цьому змінюється значення тиску і формується необхідний закон руху поршня, тобто регулюється швидкість його переміщення. Такий спосіб гальмування можливий тільки завдяки високій стисливості повітря і використовується для робіт з вантажопідйомністю до 5 кг

### 3.3.4. Методи позиціонування пневмоприводу

Позиціонування робочого органу в ПР з цикловим управлінням забезпечується по двох крайніх точках і складає  $\pm x_{\max}$ ;  $\pm \varphi_{\max}$  – максимальний і мінімальний хід поршня при лінійному і кутовому переміщенні.

В деяких випадках необхідне позиціонування робочого органу в проміжних точках. В цьому випадку позиціонування здійснюється за допомогою зовнішніх механічних упорів з демпфуванням при підході до кожного упору (до точки). Практика показує, що таких точок позиціонування в пневмоприводах може бути 6...9 і не більше, унаслідок високої стисливості робочого агента (повітря) і швидкості переміщення.

Число точок позиціонування можна збільшити, якщо використовувати так звані позиціонери.

Найбільш проста схема позиціонування представлена на рис. 13.

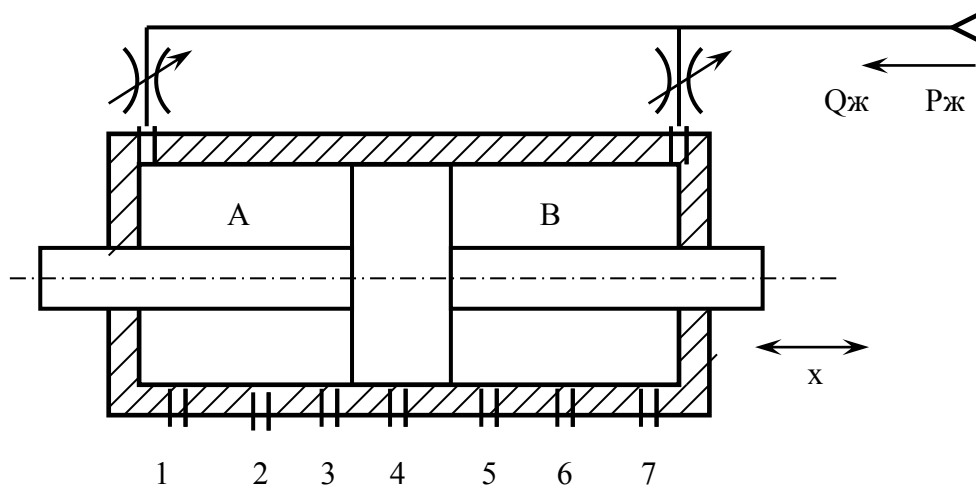


Рис. 13 – Схема позиціонування

Пневмодвигун виконаний у вигляді циліндра з штоком двосторонньої дії. Живлення підводиться в обидві порожнини одночасно. При рівності тиску в порожнинах поршень знаходиться у спокої. Магістралі 1–7 служать для виходу повітря в атмосферу. При відкритті по команді системи управління одного з виходів тиск у відповідній порожнині знижується. Під дією різниці сил поршень рухатиметься до тих пір, поки не перекриється вихід і тиск в порожнинах А і В не зрівняється. Закриття і відкриття виходу може здійснюється пневморозподільником. Механічно вихід закривається самим поршнем.

Такий спосіб позиціонування вихідної ланки застосовується найчастіше.

Інший спосіб позиціонування полягає у використанні механічного гальма, яке служить для зупинки кінцевої ланки маніпулятора. Гальмування здійснюють в два етапи, на першому – зменшується швидкість кінцевої ланки маніпулятора на 5...10% відносно максимальної. Тут за допомогою давачів положення визначаються точки гальмування, в яких подальший рух вихідної ланки починає сповільнюватися. На другому етапі відбувається зупинка кінцевої ланки маніпулятора в заданій точці за допомогою гальма.

Позиційне управління в пневмоприводах ПР застосовується для широкого діапазону вантажопідйомності від 0,1 до 20 кг і швидкостей від 500 до 1000 мм/с.

### 3.3.5. Гідралічний привід

#### *Область застосування, переваги і недоліки*

Близько 30% середніх та важких ПР обладнані гідроприводом. Похибка позиціонування таких приводів досить мала і не перевищує  $\pm 0,5$  мм при швидкості лінійного переміщення 0,8...1200 мм/с. Таке широке застосування гідроприводу в конструкціях ПР пов'язане з наступними його перевагами:

- висока енергоємність;
- швидкодія;
- мала інерційність;
- мала стисливість робочої рідини і за рахунок цього достатньо висока жорсткість статичних характеристик навантажень;
- легка реалізація автоматичного управління і регулювання швидкості виконавчих механізмів;
- надійність роботи і експлуатації.

Недоліки гідроприводу наступні:

- складність конструкції
- висока вартість виготовлення і експлуатації
- можливість витоків і необхідність охолодження робочої рідини.

У гідроприводах ПР застосовуються наступні основні типи гідродвигунів, які іноді можуть поєднуватися з різними конструкціями механічних передач:

- лінійні гідроциліндри з поступальним ходом штока;
- поворотні гідродвигуни з обмеженим кутом повороту;
- гідромотори.

На відміну від пневмодвигунів, для гідродвигунів передбачений блок живлення, який входить до складу ПР. Він містить гідронагнітач, дроселі, фільтри, регулятори тиску та інші пристрої (рис. 15).

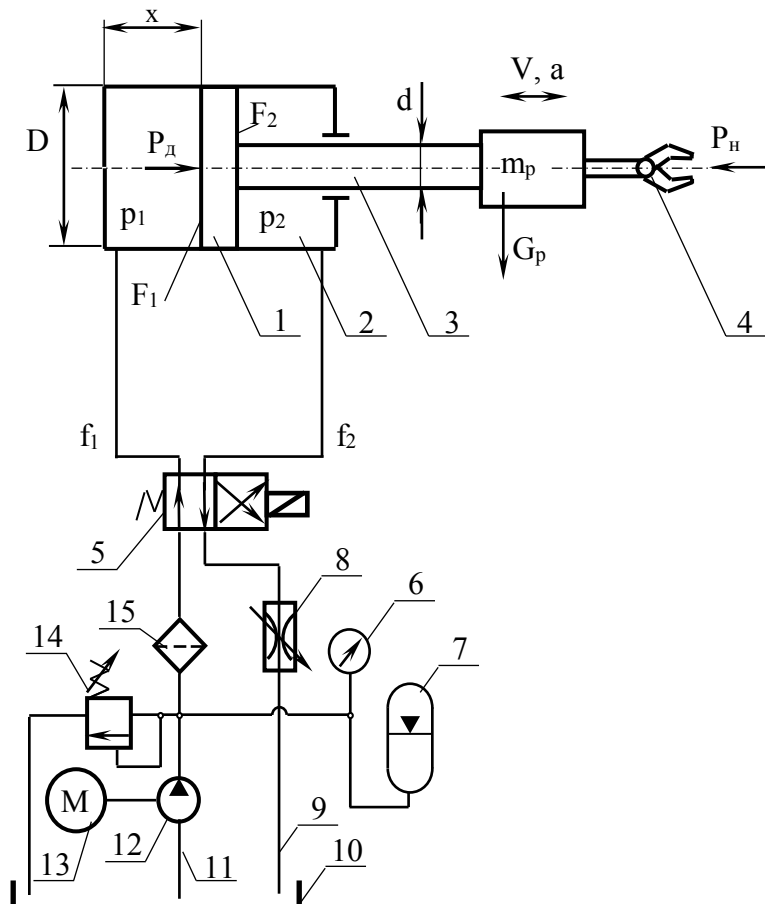


Рис. 15 – Схема гідродвигуна

Гідродвигун ПР містить поршень 1, циліндр двосторонньої дії 2, шток 3 з рукою і захоплювальним пристроєм 4. Подача і злив масла здійснюється гідрозолотником 5. До складу гідродвигуна також входять манометр 6, акумулятор 7, дросель 8 (регулюється швидкість переміщення руки ПР), зливний трубопровід 9 і бак 10, а також забірний трубопровід 11, гідронагнітач 12, електродвигун 13, запобіжний клапан 14 і фільтр 15.

До основних параметрів гідродвигуна відносять: ефективні площі поршня в робочій  $F_1$  і зливній  $F_2$  порожнинах; хід поршня  $S$ ; поточна координата  $x$ ; швидкість  $V$  і прискорення поршня  $a$ ; маса  $m_p$  руки ПР; тиск масла в робочій  $p_1$  і зливній  $p_2$  порожнинах; ефективні площі перерізів трубопроводів в робочій  $f_1$  і зливній  $f_2$  магістралях; діаметри поршня  $D$  і штока  $d$ ; рушійна сила  $P_p$  і сила навантаження  $P_n$ .

Сила навантаження  $P_n$  розраховується аналогічно як для пневмодвигуна.

Необхідна рушійна сила гідроциліндра:

$$P_p = P_n + P_o$$

де  $P_o$  – сила опору масла в зливній магістралі, визначається добутком тиску масла і площі поршня в зливній порожнині гідроциліндра:  $P_o = p_2 F_2$ .

Рушійна сила, котру створює гідроциліндр:

$$P_p = k_m (p_1 F_1 - p_2 F_2)$$

де  $k_m$  – коефіцієнт, що враховує втрати на тертя,  $k_m = 0,9 \dots 0,98$ .

### 3.3.6. Електричний привід.

#### *Особливості, переваги і недоліки*

Останній період розвитку робототехніки характерний широким застосуванням електричного приводу. Електроприводи сучасних ПР – це приводи з високомоментними двигунами постійного струму, безколекторними двигунами постійного струму, силовими кроковими двигунами і рідше асинхронними двигунами.

Особливостями електроприводів ПР є розширений діапазон малих моментів (навіть до 0,05 Нм), підвищена максимальна частота обертання (до  $15 \times 10^3$  об/хв), зменшена інерція двигунів, можливість вбудовування в двигуни електромагнітних гальм і різних давачів, а також механічних і хвильових передач.

Основні переваги застосування електроприводів в ПР наступні:

- компактна конструкція двигунів;
- висока швидкодія;
- рівномірність обертання;
- високий крутний момент при максимальній швидкості;
- висока надійність;
- широкий діапазон регулювання по швидкості та позиціюванню, а також зміні моментів навантаження;
- можливість тривалої роботи в загальмованому режимі;

- висока точність спрацьовування, яка забезпечується застосуванням цифрової вимірювальної системи і високоточних імпульсних давачів;
  - взаємозамінність двигунів;
  - компактна конструкція різних перетворювачів;
  - низький рівень шуму і вібрації, доступність електроенергії.
- Недоліки застосування електроприводів в ПР наступні:
- обмежене використання у вибухонебезпечних середовищах;
  - залежність швидкості ланок маніпулятора від зовнішнього навантаження, що вимагає створення додаткових контурів регулювання приводу;
  - наявність додаткового кінематичного ланцюга між електродвигуном і робочим органом ПР.

### **Функціональна схема електроприводу**

Електропривід сучасних ПР являє собою комплекс приводів, кожним з яких необхідно управляти окремо та синхронно з іншими. Функціональна схема електроприводу ПР представлена на рис. 16.

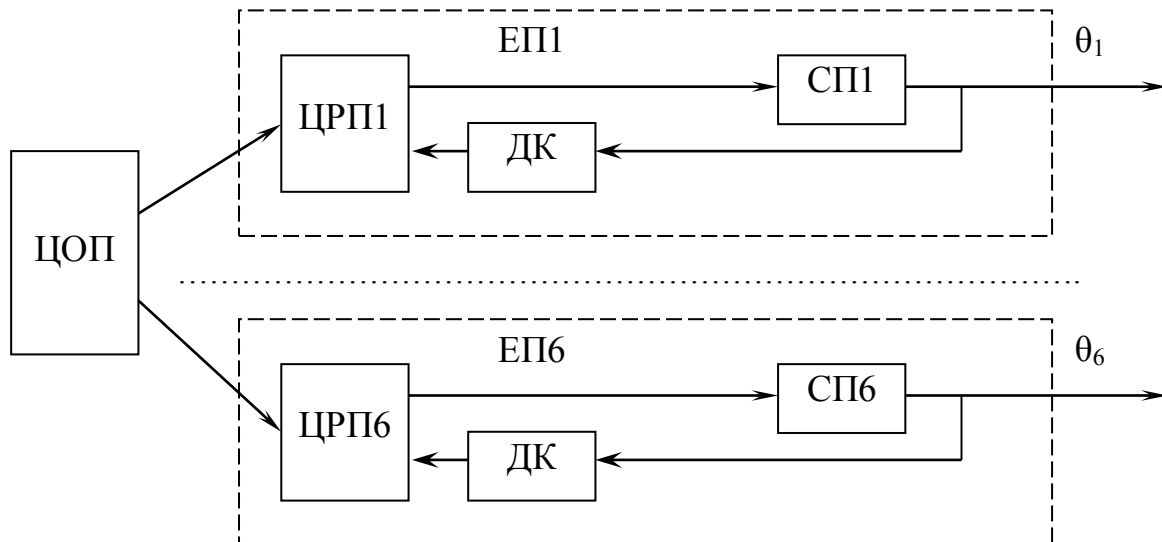


Рис. 16 – Функціональна схема управління електромеханічним роботом

Дана схема відповідає ПР з шістьма ступенями рухомості, що позначені на схемі як  $\theta_1 \dots \theta_6$ . Всі шість електроприводів (ЕП1...ЕП6) керовані від загального центрального обчислювального пристрою (ЦОП) системи програмного управління (СПУ) ПР. Центральний обчислювальний пристрій видає сигнали на цифрові регулятори положення (ЦРП1...ЦРП6) окремих приводів. Цифрові регулятори положення управляють сервоприводами (СП1...СП6) відповідно до сигналів ЦОП і давачів кута (ДК), наприклад, кодових давачів кута з фотоелектричним перетворенням.

Одним з найбільш складних і відповідальних елементів в електропривідному ПР є сервопривід (СП).

Функціональна схема сервоприводу ПР приведена на рис. 17.



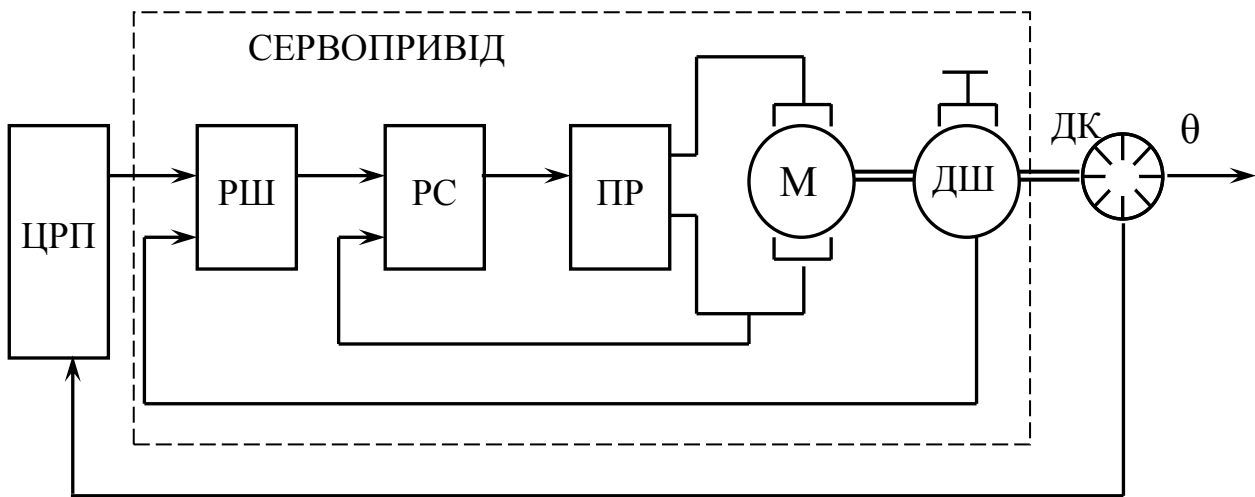


Рис. 17 – Функціональна схема сервоприводу ПР.

Дана схема є аналогово-цифровою системою автоматичного управління, в якій поєднуються переваги комбінованої аналогової системи, що працює за принципом трьохконтурної системи підпорядкованого регулювання, з перевагами цифрової системи (висока точність і зручність програмування).

Перший контур утворений двигуном (М) з перетворювачем (ПР) і регулятором струму (РС). У другий контур входять датчик швидкості (ДШ) і регулятор швидкості (РШ). До складу третього контура додатково входять датчик кута (ДК) і цифровий регулятор положення (ЦРП).

У якості регуляторів швидкості і струму в ПР використовують як аналогові, так і цифрові операційні підсилювачі, за допомогою яких легко реалізується практично будь-який необхідний закон регулювання. Датчик швидкості теж може бути як аналоговим, так і цифровим.

У ряді випадків застосування датчика швидкості не потрібне, оскільки сигнал про зміну швидкості може бути обчислений в цифровому регуляторі положення (ЦРП) шляхом диференціювання сигналу з датчика кута (ДК)

Таким чином аналіз функціональних схем, приведених на рис.16 і рис. 17, показує, що незалежно від конкретної схеми електропривід ПР складається з наступних елементів:

- виконавчого елементу (двигуна);
- перетворювача;
- регуляторів струму, швидкості і кута;
- датчиків зворотного зв'язку по струму, швидкості і куту.

Сучасні тенденції розвитку робототехніки такі, що дозволяють випускати сервоприводи, які конструктивно поєднують двигун, перетворювач, датчі і регулятори швидкості і струму.

## Тема 4. Робототехнічні комплекси у харчовому виробництві

### 4.1. Загальна характеристика РТК

Створення роботизованих комплексів, в склад яких входить основне технологічне та допоміжне обладнання разом з обслуговуючими промисловими роботами, являється необхідним етапом гнучкої автоматизації машинобудівного виробництва. При впровадженні необхідно автоматизувати допоміжні операції по завантаженню основного обладнання (верстатів, пресів, ливарних машин, зварювальних агрегатів і ін.) матеріалом або заготовками перед їх обробкою, а також зняття готових виробів. Крім ПР та автооператорів, засобами автоматизації основного обладнання виступають різні транспортні, завантажувальні, нагромаджувальні, орієнтуючі пристрої, наприклад конвеєри, лотки, магазини, бункери та ін.

У складі роботизованих технологічних комплексів ПР можуть виконувати не тільки допоміжні, але і деякі основні технологічні операції: складальні, зварювальні, фарбувальні та інші. Характерними особливостями робототехнічних комплексів є автономність їх роботи і можливість вбудовування в АВС. Склад і структура роботизованих комплексів визначається особливістю виробничого процесу, який характеризується: типом і розмірами оброблюваних виробів, видом технологічного обладнання, організацією його обслуговування, схемою потоків матеріалу, інструментів і технологічного оснащення, функціями управління.

РТК класифікується за такими ознаками:

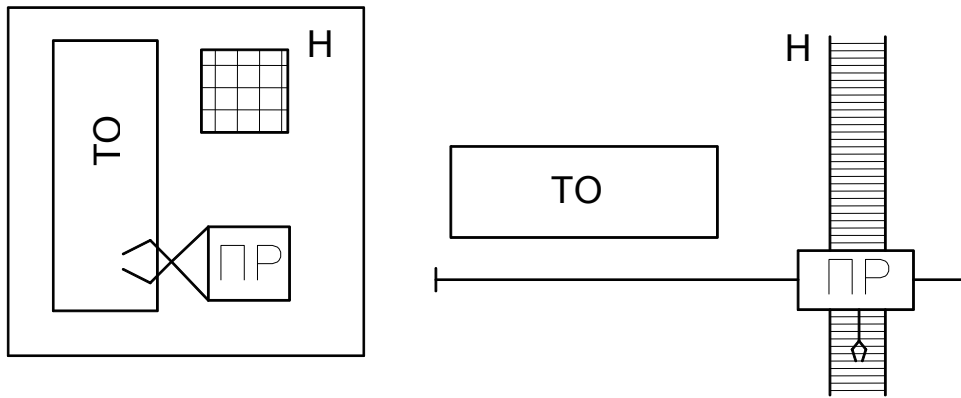
- функціональна – визначає характер функціонального призначення ПР (складання, нанесення декоративних та захисних покриттів, зварювання, транспортні операції, завантаження, розвантаження, переміщення між верстатами).
- структурна – визначає тип структури комплексу, тобто взаємодії ПР і елементів технологічного обладнання (ТО) всередині комплексу.

За структурною ознакою РТК поділяють на: однопозиційні (1 ТО, 1 ПР), групові (1 ПР, декілька ТО), багатопозиційні (група ПР, група ТО).

### 4.2. Основні схеми застосування промислових роботів в складі РТК

#### Однопозиційні РТК

Однопозиційні РТК забезпечують індивідуальне обслуговування обладнання автономним (підлоговим, підвісним) або вбудованим в обладнання промисловим роботом або автооператором. Основні задачі, що вирішуються таким РТК – автоматизація операцій обробки деталей, їх встановлення, зняття, базування і фіксація в робочій зоні, а також забезпечення зв'язку з транспортними і інформаційними потоками основного виробництва.

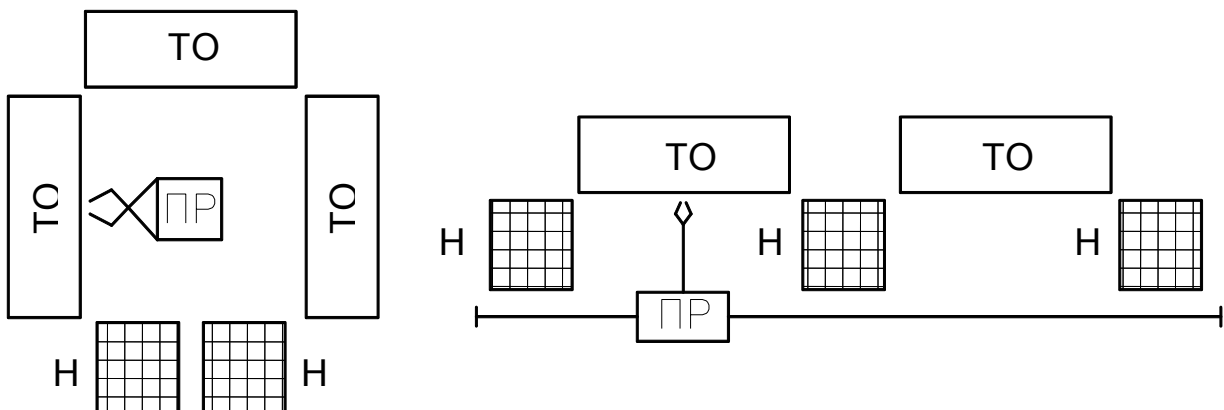


Індивідуальне виконання основних технологічних операцій (зварювання, фарбування, складання і т. д.) здійснюється технологічним або універсальним ПР, на базі якого організується РТК, що включає різноманітного виду допоміжні, транспортні, орієнтуючі пристрої і механізми, робота яких контролюється системою керування робота. ПР в цьому випадку мають контурну систему керування з адаптивною програмою керування та розвиненим сенсорним оснащенням.

Різновидністю цих схем є обслуговування декількома роботами технологічного обладнання разом з допоміжними пристосуваннями, наприклад в верстатних центрах, де один ПР здійснює встановлення-зняття деталі, а другий – заміну інструменту та оснащення, що зберігаються в інструментальних магазинах верстату.

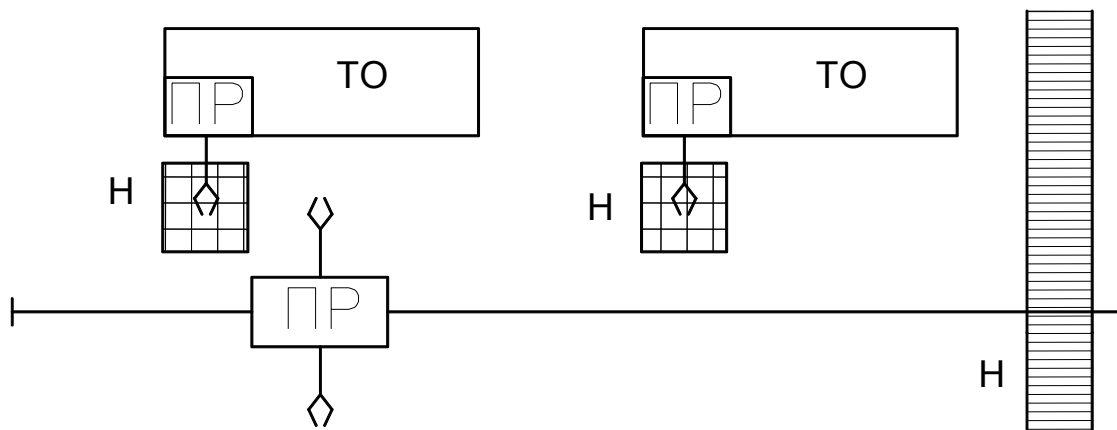
### Групові РТК

Групове обслуговування обладнання при його лінійному, лінійно-паралельному або круговому розміщенні може здійснюватися одним ПР, що забезпечує ще й міжверстатне транспортування деталей. При цьому на ПР покладаються і задачі диспетчерування роботи обладнання, яке входить до складу РТК, а також елементів транспортних систем і додаткових механізмів.



В залежності від серійності виробництва, в якому використовується РТК з груповим обслуговуванням обладнання, до такого комплексу можуть бути

застосовані різноманітні організаційні форми завантаження основного технологічного обладнання – від незалежної роботи кожного верстату до перетворення РТК в поточну лінію. Однак для забезпечення необхідної гнучкості виробництва в РТК з груповим обслуговуванням необхідно створювати міжопераційні запаси деталей, передбачати можливість пропуску окремих операцій на деталях деяких типів, модифікації порядку обробки і т.п.



**Багатопозиційні РТК**

При застосуванні багатопозиційних РТК можна не тільки забезпечити обробку деталей з різною послідовністю операцій, але і скоротити простой основного технологічного обладнання за рахунок використання більшої кількості ПР.

#### **4.3. Типові схеми компоновки автоматизованих ліній та ділянок на базі РТК**

На базі роботехнічних комплексів часто організують автоматизовані ділянки і лінії цеху. В автоматизованих структурах на базі РТК, роботи найчастіше виконують допоміжні завантажувально-розвантажувальні та транспортні операції, і рідше основні операції – складання виробів, зварювання, фарбування.

Структурно-компоновальні схеми автоматизованих ліній на базі РТК класифікують наступним чином:

- лінійна;
- кругова;
- лінійно-кругова;
- об'ємна (має декілька вертикальних рівнів).

При лінійному плануванні РТК (рис. 4.1) відсутня міжопераційна транспортна система, тобто передача предметів виробництва від одного технологічного обладнання до іншого здійснюється безпосередньо ПР, що

входять в склад автоматизованої лінії. Такі РТК можуть мати як централізоване керування, так і систему децентралізованого керування. Усі верстати працюють синхронно в єдиному ритмі, забезпечуючи задану програмою послідовність робочих операцій та погодженість у роботі всіх підсистем. Такі лінії з прямим жорстким зв'язком між верстатами найбільш прості, володіють низькою вартістю. Однак вони вимагають строго визначеного взаємного розташування основного технологічного обладнання.

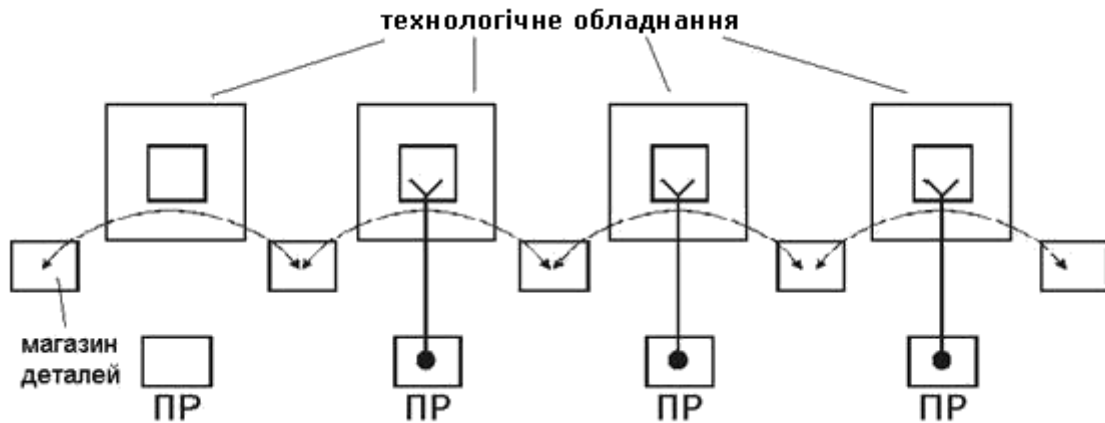


Рис. 4.1 - Лінійне планування РТК

На рис. 4.2-4.4 показані складніші варіанти лінійного планування РТК, у яких транспортні зв'язки між технологічним обладнанням здійснюються за допомогою операційних транспортних засобів. Вони дозволяють територіально розмежувати окремі РТК і тим самим полегшити компонування всієї лінії. Робота окремих РТК не залежить тут один від одного.

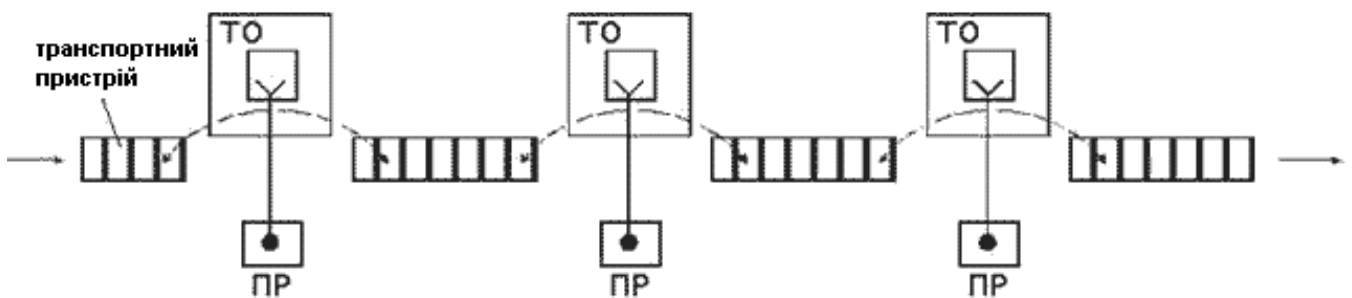


Рис. 4.2 - Лінійне планування РТК

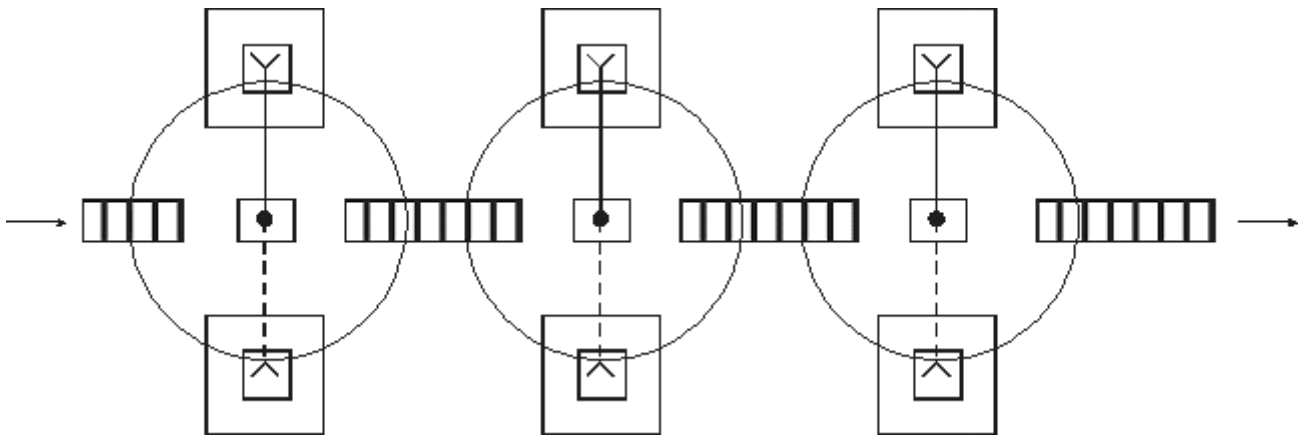


Рис. 4.3 - Лінійне планування РТК

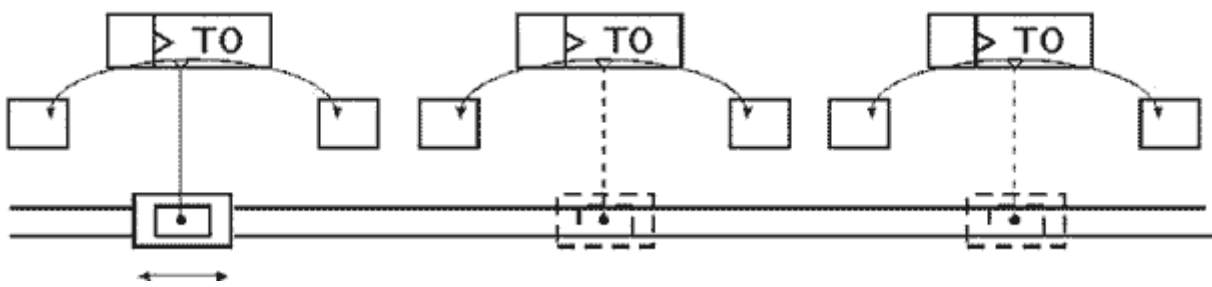


Рис. 4.4 - Лінійне планування РТК із рухомих промисловим роботом (роботаром).

На рис. 4.5-4.6 показані кругові планування РТК.

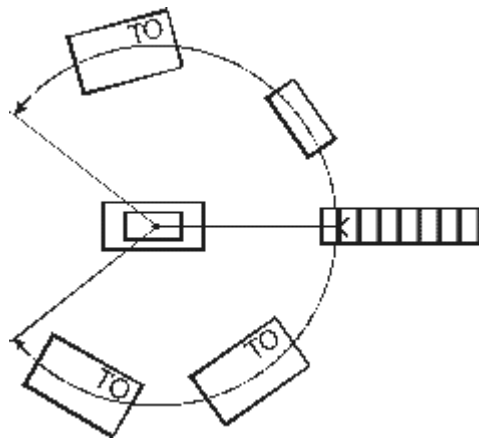


Рис. 4.5 - Кругове планування РТК

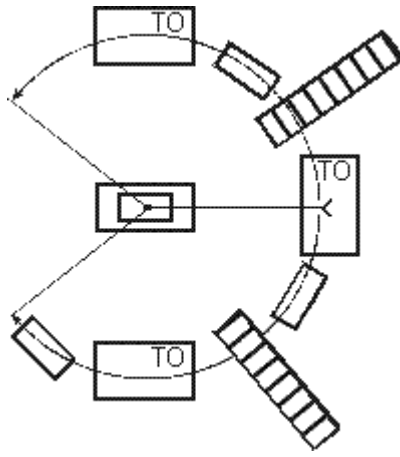


Рис. 4.6 – Кругове планування РТК.

## Тема 5. Автоматизовані системи управління виробництвом

### 5.1. Принципи організації систем управління виробництвом

АВС створюють на базі обладнання з програмним управлінням, організованим за модульним принципом, при цьому модулями АВС виступає основне та допоміжне ТО, ПР, транспортні засоби, контрольно-вимірвальні пристрої та ін.

Укрупнено схема програмного управління модулями АВС має вигляд, показаний на рис. 5.1.

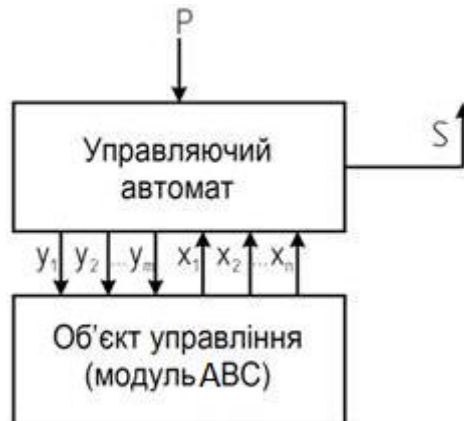


Рис. 5.1 – Укрупнена схема програмного управління модулями АВС

В управляючий автомат завантажується програма  $P$ , яка автоматично інтерпретує управляючі дії  $y_1, y_2, \dots, y_n$  по каналах управління. Об'єкт управління (ОУ) виконує відповідні програмі робочі дії. Поточний стан ОУ відображається сигналами  $x_1, x_2, \dots, x_n$  сформованими датчиками, що поступають в управляючий автомат як сигнали зворотного зв'язку. Для взаємодії з іншими модулями АВС в управляючому автоматі формується інформація  $S$ , що характеризує стан модуля (моменти закінчення фаз виробничих процесів, особливі ситуації в робочому циклі і ін.).

Програмне управління модулями повинне забезпечувати:

- 1) автоматичне функціонування модуля за заданою програмою;
- 2) гнучкість функціонування, тобто можливість зміни функціонування модуля шляхом зміни програми.

У якості управляючого автомата в модулях АВС використовуються різні ЕОМ, програмовані контролери та ін. ЕОМ складається з пам'яті, процесора, каналів вводу/виводу (рис. 5.2).



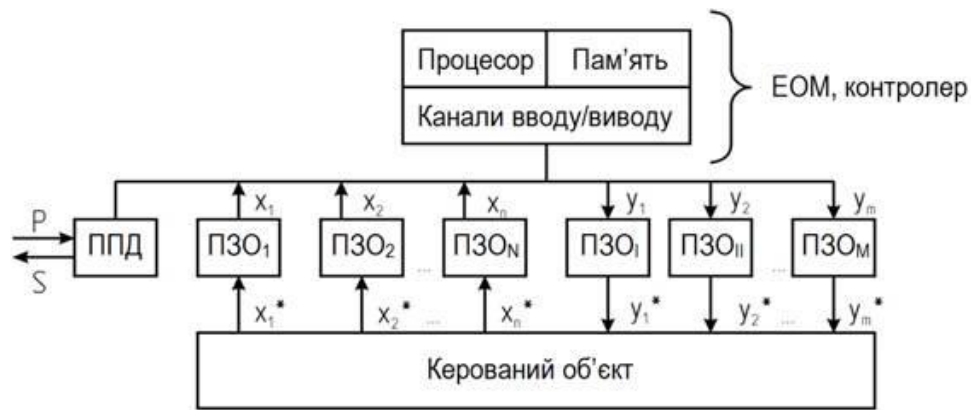


Рис. 5.2 – Спрощена схема взаємодії ЕОМ або контролера з керованим об'єктом:

ПЗО - пристрій зв'язку з об'єктом; ППД – пристрій передачі даних

Управляючі дії мають цифрову форму у вигляді кодів. Вони перетворюються в електричні сигнали, керуючи роботою виконавчих пристроїв конкретного модуля. Для таких перетворень використовуються спеціальні блоки, так звані пристрої зв'язку з об'єктом (ПЗО). Стан виконавчих пристроїв об'єкту управління, характеризується величинами  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ , ...  $x_n^*$  у вигляді лінійних і кутових переміщень, напруги або струмів на виходах датчиків. Перед введенням цих величин в ЕОМ вони повинні бути перетворені за допомогою ПЗО в цифрові коди  $x_1$ ,  $x_2$ , ...  $x_n$ .

Дані  $S$  про стан модуля формуються за програмою ЕОМ і виводяться через канали вводу/виводу і пристрою передачі даних на зовнішні управляючі пристрої.

ЕОМ, ПЗО, ППД є апаратними засобами системи управління. Програмні засоби СУ є сукупністю програм, що забезпечують необхідний порядок реалізації функцій даної системи управління.

Програми діляться на:

- обслуговуючі;
- функціональні (технологічні).

Обслуговуючі програми служать для виконання допоміжних функцій:

- управління завантаженням програм і даних в пам'ять ЕОМ;
- контролю працездатності ЕОМ;
- управління обміном даних з іншими модулями АВС.

Сукупність всіх обслуговуючих програм називається операційною системою ЕОМ. Безпосередньо порядок функціонування керованого об'єкту здійснюється функціональними програмами, в яких міститься інформація про необхідну послідовність дій пристроїв і систем об'єктів управління.

## 5.2 Класифікація структур систем управління

Структура систем управління диференціюється за наступними ознаками:  
за принципами управління;  
по числу рівнів підпорядкування;

по видах зв'язку між складовими елементами.

За принципами управління СУ діляться на централізовані, децентралізовані і комбіновані.

Централізовані СУ використовують принцип, де управляючий автомат (УА) об'єднує всі процеси управління і обробки інформації, що поступає від і до об'єктів управління (рис. 5.3).

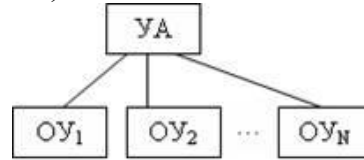


Рис. 5.3 – Схема реалізації принципу централізованого управління

Децентралізовані СУ використовують принцип управління, де для кожного об'єкту управління передбачається свій керований автомат. Взаємодія між УА здійснюється спеціальними каналами зв'язку (рис. 5.4).

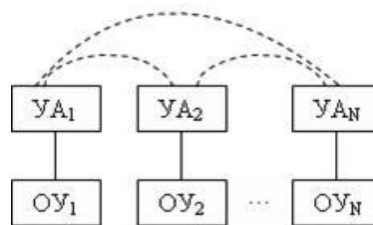
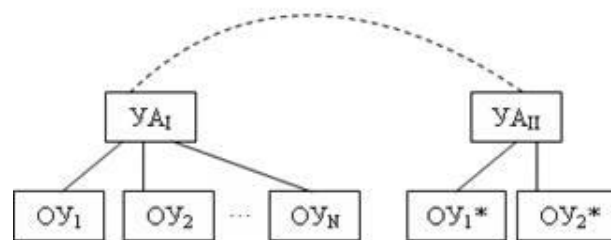


Рис. 5.4 – Схема реалізації принципу децентралізованого управління

Використовуються також СУ з комбінованими варіантами реалізації (рис. 5.5).

а)



б)

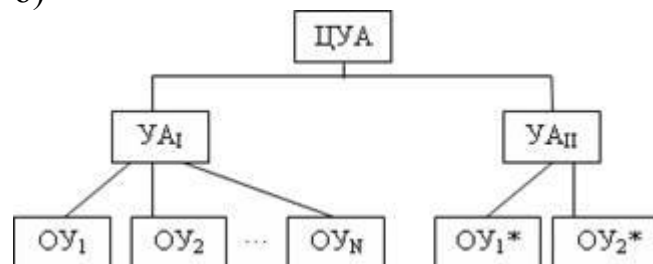


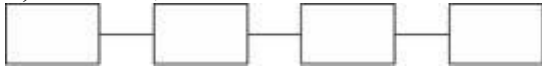
Рис. 5.5 – Схема реалізації принципу комбінованого управління:  
а – без центрального управляючого автомата; б – з використанням центрального управляючого автомата ЦУА

По числу рівнів підпорядкування СУ діляться на:

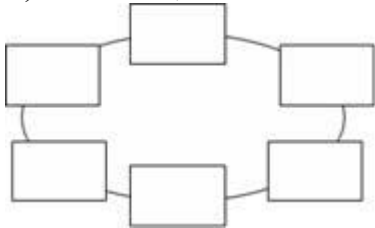
- однорівневі;
- багаторівневі, коли функції управління розподілені між супідрядними об'єктами з дотриманням принципу централізації.

По топології зв'язків системи діляться на:

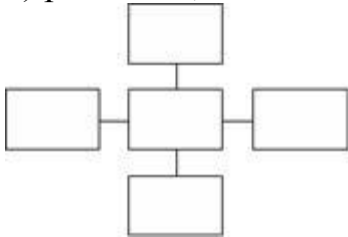
а) лінійні;



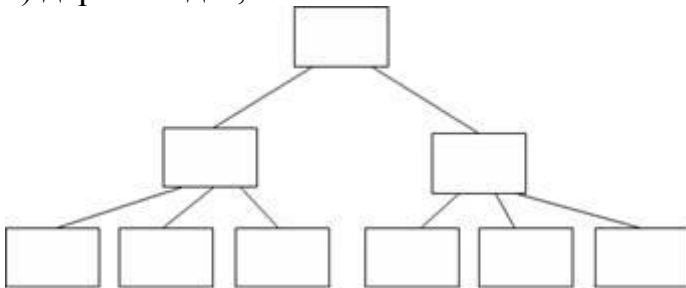
б) кільцеві;



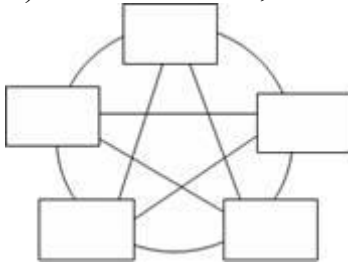
в) радіальні;



г) деревовидні;



д) повнозв'язані;



У лінійних структурах (а) кожна позиція окрім крайніх пов'язана з двома сусідніми. Керуюча інформація стає відомою всім елементам структури. Підпорядкування в такій структурі немає. Всі зв'язки рівнозначні.

Кільцева структура (б) - замкнута. При цьому будь-які дві позиції мають в своєму розпорядженні двонаправлений інформаційний обмін, що підвищує швидкість обміну інформацією.

У радіальній структурі (в) ущільнюються канали інформаційного обміну. Центральна позиція може брати на себе командні функції, оскільки всі команди зв'язку замикаються на неї.

Деревовидна структура (г) має виражені командні функції, коли розташовані вище позиції визначають послідовність і характер дій нижче розташованих позицій.

У повнозв'язаній структурі (д) всі елементи мають зв'язки між собою. Жодна позиція не має переваги перед іншою, якщо вид зв'язку рівнозначний. У цій структурі швидкість проходження і надійність максимальні.

### 5.3. Ієрархічна структура систем управління

Структура СУ має багаторівневий ієрархічний (деревовидний) характер (рис. 5.6).

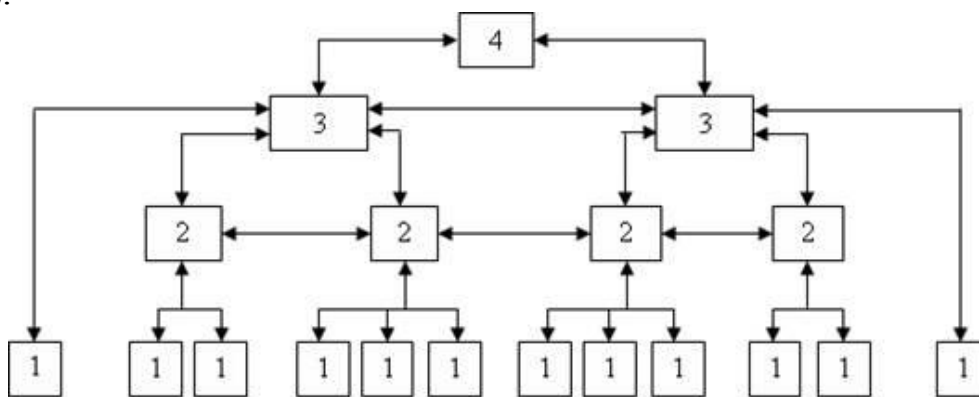


Рис. 5.6 – Багаторівнева (деревовидна) структура СУ

На нижньому рівні (1) знаходяться локальні системи управління ЛСУ, зокрема системи управління ТО, транспортом, автоматизованими складами, ПР і іншими об'єктами нижнього рівня. На другому рівні розташовані пристрої координації ЛСУ, побудовані на базі мікро-ЕОМ і програмованих контролерів. Третій рівень управління реалізуються обчислювальними пристроями класу мікро- та міні-ЕОМ, які здійснюють оперативне управління АВС в реальному часі.

Наступний, четвертий рівень займає ЕОМ, що виконує організаційні функції:

- планування;
- диспетчерування;
- зв'язки з автоматичними системами вищого рангу (САПР, АСТПВ, АСНД і ін.).

Деревовидна структура управління може змінюватися у випадках, коли потрібне її резервування і реконфігурація. Коло завдань систем управління вищими рівнями реалізується на базі великих ЕОМ і виходить за рамки технічних завдань, які мають відношення до конкретної. Системи управління нижнього рівня не завжди мають в своєму розпорядженні стандартні канали зв'язку, апаратуру і програмні засоби підтримки стандартних протоколів обміну інформацією.

## Тема 6. Загальні відомості про системи автоматичного керування

### 6.1 Сутність автоматичного керування

У наш час одним з найбільш прогресивних напрямків у загальному розвитку науки й техніки є заміна операцій людини в процесах керування функціонуванням певних технічних пристроїв, тобто автоматизація таких процесів. Це обумовлюється в першу чергу тим, що через фізіологічні й психологічні особливості людини-оператора ефективність процесів керування звичайно не може досягати можливих оптимальних значень.

**Керування** – процес приведення певного фізичного об'єкта в стан, що відповідає деякій меті. Керувати можна транспортним засобом, верстатом, школою, телевізором, і т.п.

При цьому все більшого значення набуває **автоматичне керування**, під яким мається на увазі здійснення певних керуючих впливів на заданий об'єкт, необхідних і достатніх для його цілеспрямованого функціонування із заданою точністю без особистої участі людини. Роль людини зводиться до проектування, налагодження, запуску систем автоматичного керування (САК), епізодичному контролю за правильністю роботи, зупинці системи та інших побічних функцій, безпосередньо не пов'язаних з операціями керування.

Кібернетичну систему при вивченні питань керування можна представити у вигляді двох взаємодіючих блоків – об'єкта керування і керуючої системи (див. рис. 6.1).

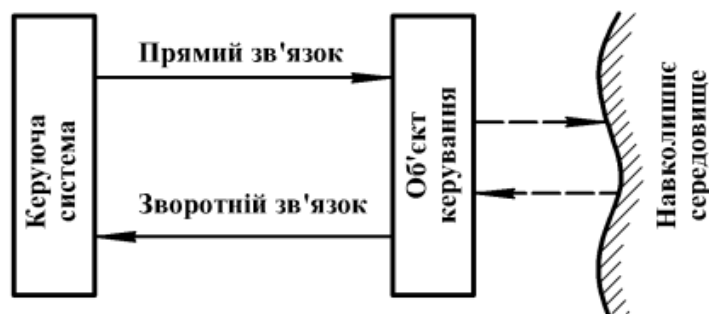


Рис. 6.1 – Структура кібернетичної системи

Керуюча система по каналах прямого зв'язку передає керуючі впливи на об'єкт керування. Інформація про об'єкт керування по каналах зворотного зв'язку передається в керуючу систему (на рисунку пунктиром позначені можливі взаємодії об'єкта керування з навколишнім середовищем). Завданням керуючої системи є формування таких керуючих впливів, що забезпечують досягнення цілей керування.

Як приклад автоматичного керування розглянемо роботу одного з перших технічних пристроїв, керуючих об'єктом автоматично – відцентрового регулятора для підтримки сталості ходу парової машини, винайденого англійським механіком Джеймсом Уаттом в 1784 р, (див. рис. 6.2).

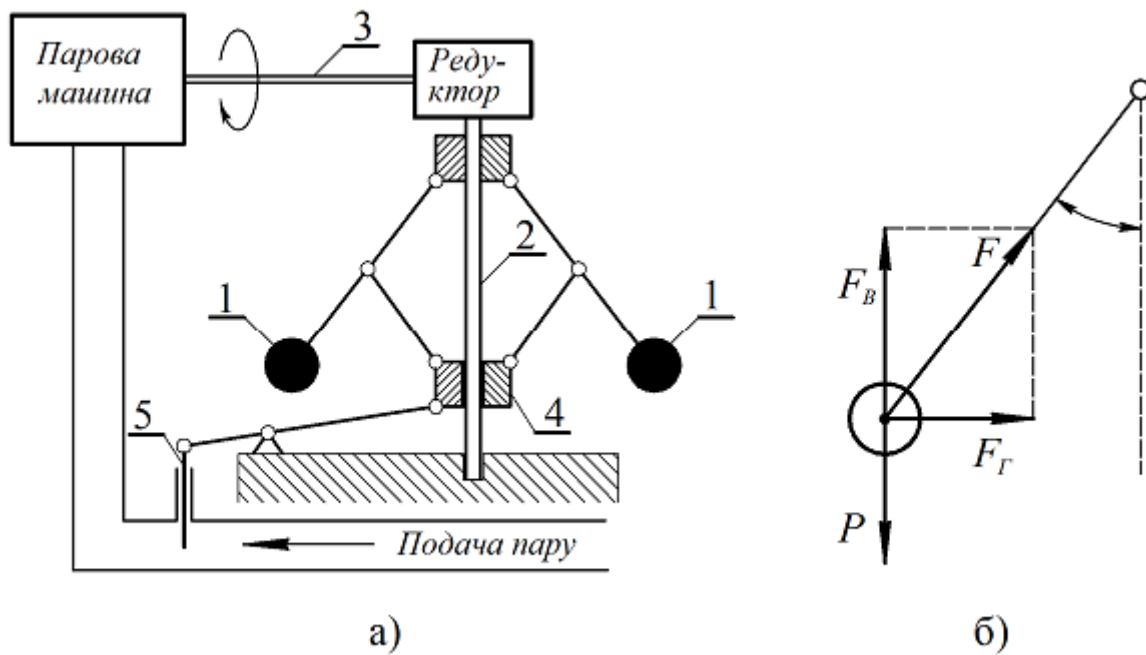


Рис. 6.2 – Регулятор Уатта:  
а) принципова схема; б) схема діючих сил

Цей регулятор складається з двох вантажів 1, підвішених на шарнірах уздовж осі вертикального вала 2, зв'язаного через редуктор з вихідним валом парової машини 3. Важелі вантажів з'єднані із втулкою 4, що може переміщуватися уздовж вала 2. Втулка 4, у свою чергу, з'єднана важелем із заслінкою 5, положення якої визначає перетин отвору, через який пара надходить із казана в циліндр машини.

При пуску машини її вихідний вал 3 приходить в обертання з кутовою швидкістю  $\omega$ , а кожний з вантажів починає зазнавати впливу двох сил (див. рисунок): сили пружності важеля  $F$  (або її вертикальної  $F_v$  і горизонтальної  $F_h$  складових) і сили ваги  $P$ . Якщо величина ваги  $P$ , кут  $\alpha$  і передавальне число редуктора підбрані такими, що при цьому  $F_v > P$ , то вантажі почнуть зміщуватися вгору і у сторони доти, поки не наступить стан динамічної рівноваги, коли  $F_v = P$ . У результаті цього заслінка 5 приймає деяке положення, що відповідає певній швидкості.

Застосування такого регулятора забезпечує з певною точністю сталість швидкості  $\omega$  незалежно від величини навантаження на валу машини і параметрів робочої пари. Наприклад, якщо з якої-небудь причини машина збільшить швидкість обертання, то доцентрова сила  $F_2$  також збільшиться, що приведе до зростання  $F$ , а отже і  $F_v$ . Стан рівноваги порушиться і вантажі почнуть підніматися вище, що приведе до більшого закриття заслінки, зменшення витрати пари і, отже, до зниження  $\omega$ .

Парова машина не мала здатність стійко забезпечувати необхідний режим роботи, тобто не володіла «самовирівнюванням». Наявність підключеного регулятора теж іноді приводила до несподіваних результатів – машина починала «розгойдуватися». Це викликало необхідність проведення

відповідних теоретичних досліджень, що і заклало основу теорії автоматичного керування (ТАК).

Відзначимо, що термін “автоматичне керування” слід відрізняти від терміну “автоматизоване керування”, під яким розуміється керування з обов'язковою участю людини.

## 6.2 Основні визначення

Найбільш загальні визначення, що лежать в основі всієї термінології ТАК подано нижче.

**Алгоритмом** називають сукупність приписів, що встановлюють кінцеву послідовність дій, виконання яких приводить до кінцевого результату

**Алгоритм функціонування** – сукупність правил, що ведуть до правильного виконання технічного процесу в якому-небудь пристрої або в сукупності пристроїв (системі). Наприклад, алгоритм функціонування генератора змінного струму, призначеного для перетворення теплової енергії в електричну, часто формулюється у вигляді: забезпечення сталості параметрів напруги  $U$  і частоти  $f$ , тобто  $U = const$  і  $f = const$ . У ТАК алгоритм функціонування вважається заданим.

**Об'єкт керування (ОК)** – це пристрій (або сукупність пристроїв), що здійснює технічний процес і потребує спеціально організованих впливів ззовні для забезпечення свого алгоритму функціонування. Річ у тому, що на будь-який технічний пристрій завжди впливає зовнішнє середовище, причому цей вплив, як правило, має збурюючий характер, тобто середовище заважає правильному функціонуванню цього пристрою. У результаті відхилення від алгоритму функціонування можуть перевищувати припустимі межі.

**Алгоритм керування** – це сукупність приписань, що визначають характер впливів на ОК з метою забезпечення його алгоритму функціонування.

**Керування** – процес виконання впливів на ОК відповідно до алгоритму керування.

**Автоматичний керуючий пристрій (АКП)** – це пристрій, що здійснює без участі людини процес керування.

**Система автоматичного керування (САК)** – сукупність ОК і АКП, взаємодіючих між собою з метою забезпечення заданого алгоритму функціонування ОК. САК можна подати у вигляді схеми, наведеної на рис. 6.3.

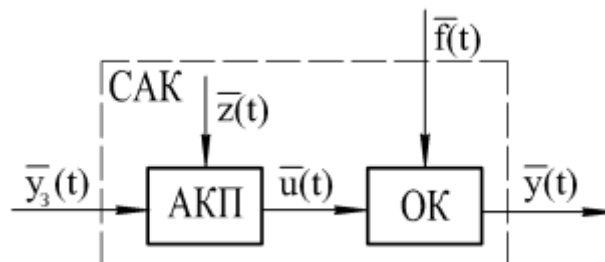


Рис. 6.3 - Структура САК

Розглянемо величини, присутні в цій схемі.

Величини  $\bar{y}(t)$  на виході ОК характеризують його стан і, отже, у процесі керування повинні цілеспрямовано змінюватися або підтримуватися постійними. Тому вони називаються **керованими величинами** або **керованими змінними**. Цими величинами можуть служити як певні фізичні параметри, що безпосередньо вимірюються ( $t^\circ$ ,  $U$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$  і т.д.), так і величини, що обчислюються по декількох вимірюваних параметрах (К.К.Д., потужність).

Керовані величини залежать від **вхідних впливів**  $\bar{x}(t)$ . Останні розділяються на дві принципово різні групи: керуючі  $\bar{u}(t)$  і збурюючі  $\bar{f}(t)$  впливи.

**Керуючі впливи** виробляються в АКП відповідно до алгоритму керування на основі інформації про необхідні значення керованих величин  $\bar{y}_\zeta(t)$  та інформації про стан ОК –  $\bar{z}(t)$ , забезпечуючи бажане функціонування ОК.

**Збурюючі впливи**  $\bar{f}(t)$ , навпаки, заважають нормальному функціонуванню ОК і змінити їх, як правило, неможливо.

Величини  $\bar{y}_\zeta(t)$  служать для задання необхідних станів керованих змінних  $\bar{y}(t)$  і називаються **задаючими впливами**.

### **6.3 Завдання автоматичного керування**

Залежно від характеру завдань можна виділити наступні узагальнені цілі функціонування САК: стабілізація, програмне керування і спостереження.

Під **стабілізацією** розуміється алгоритм функціонування, що забезпечує підтримку постійного значення керованої величини, тобто  $y(t) \approx y_3(t) = const$ . Знак  $\approx$  підкреслює той факт, що керована величина в реальних системах підтримується на заданому рівні з деякою похибкою. Прикладом такої системи є САК стабілізації частоти вихідної напруги генератора електростанції.

**Програмне керування** полягає в зміні керованої величини відповідно до заздалегідь відомого закону зміни задаючого впливу  $y(t) \approx y_3(t) = y_{3,np}(t) = var$ . Прикладами таких САК є система числового програмного керування верстатом (функція часу) і система керування рухом ліфта (функція шляху).

**Спостереження** полягає в зміні керованої величини відповідно до заздалегідь невідомого закону зміни задаючого впливу  $y(t) \approx y_3(t) = y_{3,cl}(t) = var$ . Такі системи звичайно використовують для дистанційного керування переміщенням об'єктів у просторі, або для дистанційної передачі показань приладів.



#### 6.4 Фундаментальні принципи автоматичного керування

Під принципами керування в ТАК розуміють способи формування керуючого впливу. Для полегшення розуміння цих принципів розглянемо спочатку процес керування автомобілем. У цьому випадку водій бачить перед собою дорогу і об'єкти, що перебувають на ній, спостерігає, куди рухається автомобіль і на основі цього ухвалює рішення щодо керування ним. Проаналізувавши цей процес, можна виділити в ньому такі основні елементи:

- одержання інформації про напрямок, в якому повинен рухатися автомобіль;
- одержання інформації про те, куди фактично рухається автомобіль;
- аналіз отриманої інформації і прийняття на його основі рішення про необхідні керуючі дії;
- виконання ухваленого рішення.

Аналіз процесів керування в інших випадках також часто приводить до виділення аналогічних чотирьох складених елементів, які в узагальненому вигляді можна сформулювати так:

- одержання інформації про завдання керування;
- одержання інформації про фактичний стан ОК;
- аналіз отриманої інформації і виробіток рішення про необхідні керуючі дії;
- здійснення керуючих впливів.

Таким чином, у подібних системах визначення необхідних керуючих впливів залежить від результатів керування. Іншими словами, причина – керуючий вплив – залежить від наслідку – викликуваного цим впливом поведження ОК. Такий зв'язок причини і наслідку називається **зворотним зв'язком**, а принцип керування, що використовує її, називається **принципом зворотного зв'язку** або **керуванням за відхиленням** (принцип Ползунова – Уатта). САК, що реалізує цей принцип, називають **замкнутою**. Її найбільш загальний вигляд наведений на рис. 6.4.

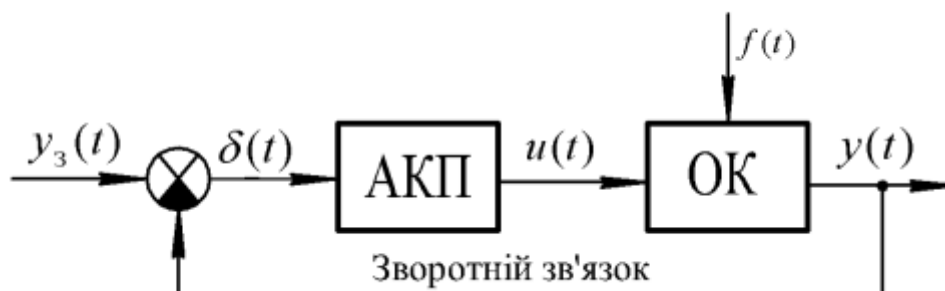


Рис. 6.4 – Структура САК при керуванні за відхиленням

У цих САК керуючий вплив визначається не безпосередньо за керованою величиною  $y(t)$ , а за величиною сигналу похибки з  $\delta(t) = y_3(t) - y(t)$ , тобто,  $u(t) = A_{II}[\delta(t)]$ ,

де  $A_{II}$  - оператор перетворення (алгоритм керування).

Перевагами принципу є:

- облік при виробітку керуючого впливу всіх збурень, що впливають на керовану величину;
- можливість здійснювати керування ОК в умовах деякої невизначеності (кількісної але, загалом кажучи, не будь-який і тим більше не якісної).

Недоліками принципу є:

- відносно низька швидкодія, що викликається тим, що компенсація системою дії збурень починається тільки тоді, коли ці збурювання приводять до зміни керованої величини;
- наявність похибки керування в перехідному процесі;
- через наявність замкнутого ланцюга в таких системах можуть виникати коливання, які в ряді випадків роблять їх неприцездатними.

Іншим принципом керування є принцип **розімкнутого керування**, коли відсутній облік значень керованої величини. Реалізується він розімкнутими САК, які, у свою чергу, діляться на два класи:

- САК, що здійснюють керування за **збурюючим впливом**;
- САК, що здійснюють керування за **задаючим впливом**.

У першому випадку САК має вигляд, наведений на рис.6.5.

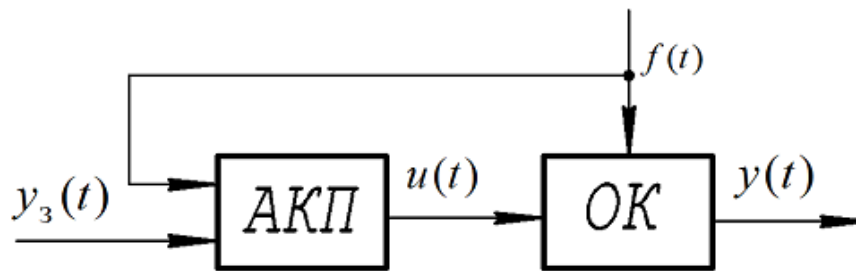


Рис. 6.5 - Схема САК при керуванні за збурюючим впливом

З рисунка видно, що в таких системах визначення керуючого впливу  $u(t)$  здійснюється з урахуванням інформації про величину збуджуючого впливу  $f(t)$ , тобто

$$u(t) = A_{II}[\delta(t)]$$

Перевага такого керування є висока швидкодія САК, тому що система реагує на зміну збудження ще до того, як ці зміни викличуть зміни керованої величини.

Недоліками його є:

- нечутливість САК до всіх збурюючих впливів, крім вимірюваного, внаслідок чого точність керування може знижуватися до неприпустимих значень;
- необхідність попереднього визначення точного кількісного закону взаємодії впливу, що збуджує, з керованою величиною.

У другому випадку САК має вигляд, наведений на рис.6.6.

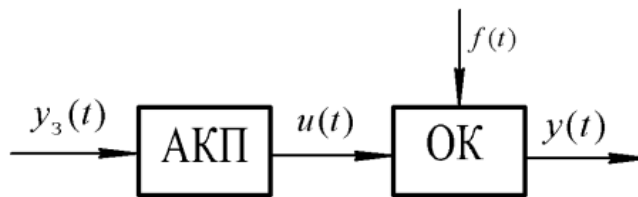


Рис. 6.6 - Схема САК при керуванні за задаючим впливом

Сутність такого керування полягає в тому, що керуючий вплив виробляється тільки на основі задаючого впливу, тобто

$$u(t) = A_{\Pi}[y_3(t)]$$

Перевагою принципу є простота реалізуючої його САК.

Недоліком є те, що застосовувати його можна для керування тільки такими ОК, в яких керована величина практично не залежить від збурюючих впливів.

Відзначимо, що в одній САК можуть використовуватися одночасно як принцип зворотного зв'язку, так і принцип розімкнутого керування. Таке керування називають комбінованим.

У цьому разі

$$u(t) = A_{\Pi}[\delta(t), f(t)]$$

Перевагою його є висока швидкодія на зміни основних збурюючих впливів і висока точність керування, незалежно від того, яка причина викликала відхилення керованої величини.

## **6.5 Види впливів на САК**

САК в ході свого функціонування випробовують впливи двох видів: внутрішні й зовнішні.

*Внутрішні впливи* виникають у результаті взаємодії елементів САК між собою. Типовим прикладом такого впливу є дія АКП на ОК.

*Зовнішні впливи* виникають поза САК і можуть передаватися в систему як через ОК, так і через будь-який інший елемент системи. Цими впливами є задаючий і збурюючий впливи.

Очевидно, що залежно від величини і характеру зовнішніх впливів поведіння САК буде різним. У той же час ці впливи реально являють собою, найчастіше, випадкові функції часу. Тому дослідження функціонування конкретних САК роблять при декількох різних, чітко певних впливах, названих *типовими*. Ці впливи описуються простими математичними виразами і легко відтворюються при випробуванні систем. У результаті такого підходу стало можливим уніфікувати розрахунки різних систем, а також проводити порівняння їхніх властивостей.

Розглянемо ці впливи.

**Східчастий вплив** – вплив, що миттєво зростає від нуля до деякого значення і далі залишається постійним (див. рис. 6.7,а).

Аналітично східчастий вплив записується у вигляді:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ a & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

При цьому найбільш зручно використовувати вплив, у якого  $a = 1$ . Його називають **одиничним східчастим впливом** і позначають  $1(t)$ .

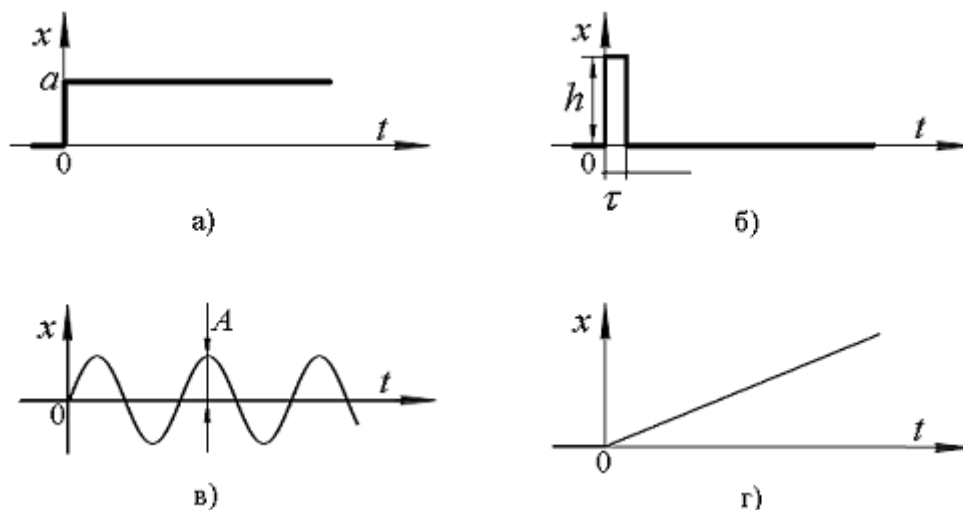


Рис. 6.7 - Типові впливи на САК

Математичний вираз  $1(t)$  має вигляд

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

Відмітимо, що будь-який неединичний східчастий вплив можна представити виразом  $a \cdot 1(t)$ . Якщо східчастий вплив виникає в момент часу  $t = t_1$ , то використовують позначення вигляду  $1(t - t_1)$ .

**Імпульсний вплив** – вплив, що являє собою одиничний імпульс прямокутної форми, що має досить велику висоту  $h$  (див. рис. 6.7,б) і істотно меншу в порівнянні з інерційністю системи тривалість  $\tau$ .

Найбільш часто використовують **одиничний імпульсний вплив**  $\delta(t)$ , що описується так званою **дельта-функцією**:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \neq 0, \end{cases} \text{ при чому } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Тому  $\delta(t)$  можна розглядати як імпульс, що має нескінченно велику висоту і нескінченно малу тривалість, площа якого дорівнює 1.

Дельта-функцію можна визначити також як похідну від  $1(t)$ , тобто

$$\delta(t) = 1'(t).$$

**Основна властивість**  $\delta(t)$  виражається співвідношенням

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t) \delta(t - t_1) dt = y(t_1),$$

яке означає, що неєдинична імпульсна функція  $y(t)\delta(t-t_1)$ , отримана як добуток довільної функції  $y(t)$  на дельта-функцію, існує тільки в момент  $t = t_1$  і що площа її дорівнює значенню функції  $y(t)$  в точці  $t_1$ .

**Гармонійний вплив** – вплив, що описується функцією

$$x(t) = 1(t) \cdot A \cdot \sin(\omega t),$$

де:  $A_m$  - амплітуда,  $\omega$  - частота зміни (див. рис. 6.7,в).

**Лінійний вплив** – вплив, що описується функцією  $x(t) = 1(t) \cdot at$  (див.рис. 6.7,а).

Тут коефіцієнт  $a$  характеризує швидкість наростання впливу  $x(t)$ .

## **6.6 Режими роботи САК**

Будь-яка САК у процесі роботи може перебувати в двох якісно відмінних режимах залежно від характеру зовнішніх впливів і властивостей самої системи. Розрізняються ці режими за характером зміни керованої величини в часі і називаються статичним і динамічним.

**Статичним режимом** називають стан системи, при якому керована величина  $y(t)$  не змінюється в часі, тобто  $y(t) = const$ . Цей режим може мати місце лише тоді, коли вхідні впливи постійні в часі, а система перебуває в рівноважному стані.

**Динамічним режимом** називають стан системи, при якому величина  $y(t)$  змінюється в часі, тобто  $y(t) = var$ .

Динамічні режими мають місце, коли в системі після нанесення зовнішніх впливів відбуваються процеси встановлення заданого стану, тобто здійснюється керування. Вони, у свою чергу, підрозділяються на несталі й сталі.

**Несталі динамічні режими** мають місце відразу після зміни зовнішніх впливів. Процеси, що відбуваються при цьому в системі, називаються перехідними процесами.

**Сталі динамічні режими роботи САК** настають після закінчення перехідних процесів і характеризуються тим, що керована величина системи починає змінюватися в часі за таким же законом, як і задаючий вплив.

Проілюструємо поняття сталих і несталого режимів графіками можливих змін керованої величини  $y(t)$  при типових впливах для САУ, описуваної диференціальним рівнянням вигляд  $0,25y''(t) + 0,5y'(t) + y(t) = 10x(t)$  (див. рис. 6.8).

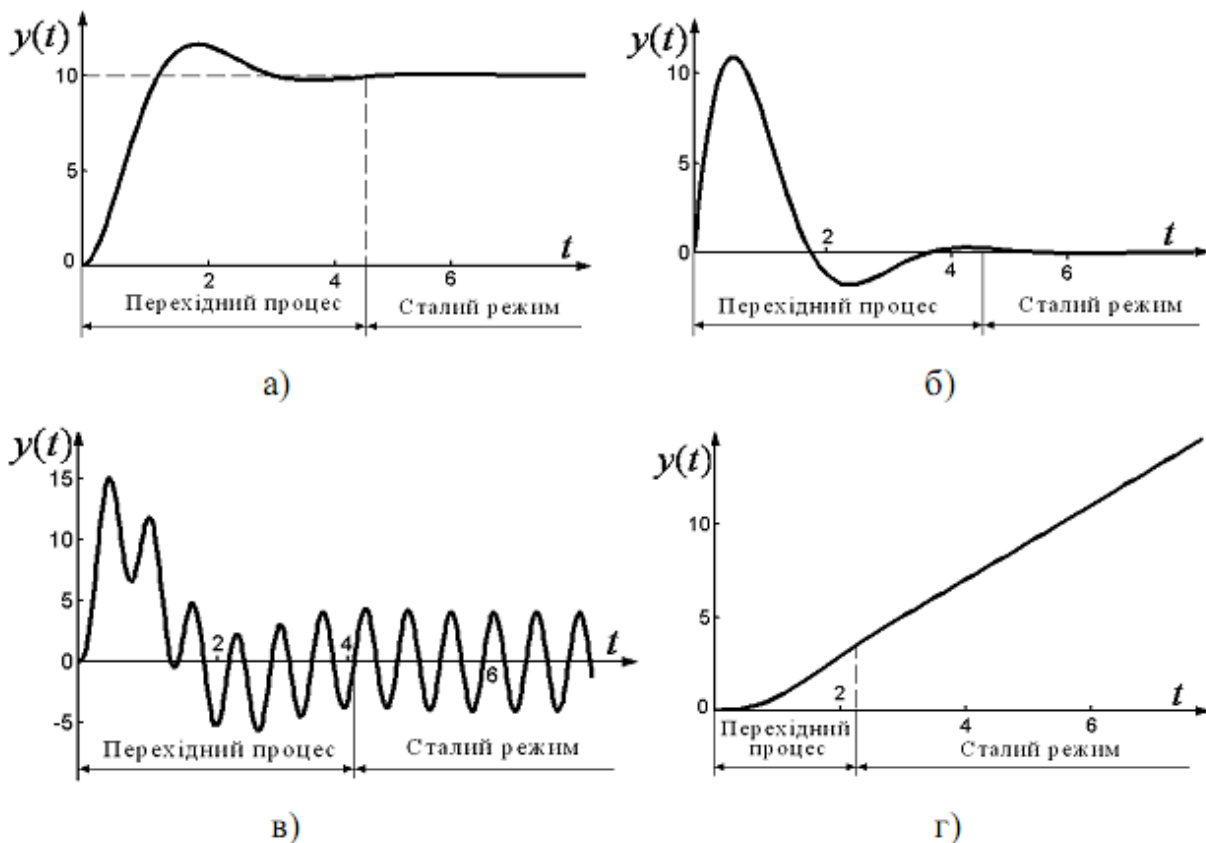


Рис. 6.8 – Реакції САК на типові впливи:

а) сигнал  $x(t) = I(t)$ ;б) сигнал  $x(t) = \delta(t)$ ;в) сигнал  $x(t) = I(t) \cdot 10 \cdot \sin(10t)$ ;г) сигнал  $x(t) = I(t) \cdot 0,2t$ .

### 6.7 Вимоги до САК

Ефективність САК в кожному конкретному випадку залежить від того, наскільки система задовольняє пропонованим до неї вимогам. **Основною вимогою** є забезпечення заданої функціональної залежності між задаючим впливом і керованої змінної на виході системи. Ідеальних систем, які виконували б цю вимогу абсолютно точно, не існує. Тому мова може йти лише про ступінь наближення роботи реальної системи до ідеалу. Для оцінки цього наближення використовують наступні *категорії вимог*:

- за запасом стійкості системи;
- за величиною похибки в сталому стані або статичній точності;
- по поводженням системи в перехідному процесі (сукупність цих вимог називається умовами якості);
- за динамічною точністю системи, тобто за величиною похибки при безупинно змінних впливах.

Найбільш важливою і необхідною з перерахованих вимог є стійкість роботи системи.

САК через наявність зворотних зв'язків схильні до коливань. У стійко працюючій системі спостерігаються загасаючі з часом коливання. Стійкість

системи не повинна порушуватися під час її роботи при зміні в певних межах зовнішніх і внутрішніх умов. Тому вимога стійкості повинна задовольнятися з деяким запасом.

## **6.8 Класифікація САК**

Системи автоматичного керування класифікують за різними ознаками.

За **метою керування** розрізняють системи стабілізації, програмного керування і системи спостереження.

За **принципом дії** САК можуть бути розімкнутими, замкнутими або комбінованими.

За **можливістю контрольованих змін своїх властивостей** САК можна розділити на два великих класи – адаптивні (здатні автоматично пристосовуватися до зміни зовнішніх умов і властивостей об'єкта) і неадаптивні.

Адаптивні системи, у свою чергу, класифікуються залежно від обсягу адаптаційних змін на:

- *екстремальні* – міняються тільки керуючі впливи;
- *самонастроювальні* – міняються керуючі впливи і параметри системи;
- *системи, що самоорганізуються*, – міняються керуючі впливи, параметри і структура системи;
- *системи, що навчаються*, – міняються керуючі впливи, параметри і структура системи, алгоритм функціонування, а у випадку самонавчання і цільова функція.

За **характером сигналів у ланцюзі керування** розрізняють системи безперервні й дискретні (через дискретні проміжки часу відбувається комутація ланцюга впливів).

**Дискретні системи**, у свою чергу, розділяються на **імпульсні** (комутація ланцюга впливів відбувається примусово і періодично), **релейні** (переривчаста, східчаста зміна сигналів при безперервному характері вхідного сигналу) і **цифрові** (квантування сигналів відбувається як за часом, так і за рівнем).

За **виглядом математичного опису** виділяють лінійні (всі елементи описуються лінійними диференціальними та алгебраїчними рівняннями) й нелінійні системи (хоча б один елемент описується нелінійним рівнянням).

За **величиною похибки  $\delta(\infty)$  в сталому режимі** САК діляться на статичні ( $\delta(\infty) \neq 0$ ) й астатичні ( $\delta(\infty) = 0$ ).

За **характером параметрів** розрізняють стаціонарні (параметри постійні) й нестаціонарні САК (параметри міняються).

Кожний з цих класів підрозділяється на системи із зосередженими й розподіленими параметрами

За **кількістю керованих величин** виділяють одномірні (одна керована величина) й багатомірні САК (таких величин багато)

Залежно від приналежності джерела енергії, за допомогою якого створюється керуючий вплив, системи можуть бути прямої і непрямой дії. У системах прямої дії використовується енергія керованого об'єкта. До них відносяться найпростіші системи стабілізації, в яких сприймаючий елемент через важільну систему безпосередньо діє на виконавчий орган (заслінку, клапан і т.д.). У системах непрямой дії керуючий вплив створюється за рахунок енергії додаткового джерела.

### 6.9 Узагальнена функціональна схема САК

При вивченні конкретної САК її зручно попередньо формально розділити на окремі типові елементи, виявити взаємозв'язки між цими елементами та відобразити їх у вигляді функціональної схеми. **Функціональною схемою** САК називають умовне графічне зображення, що відображає функції, виконувані окремими елементами системи, і зв'язки між цими елементами.

У загальному випадку САК являють собою комплекси взаємодіючих елементів, робота яких заснована на різних фізичних принципах (механічних, електричних, гідравлічних тощо). Однак незважаючи на це різноманіття, елементи САК можуть бути зведені до декількох основних типів, що розрізняються за їхнім призначенням. Відповідно до цього можна говорити про узагальнену функціональну схему. Така схема подана на рис. 6.9.

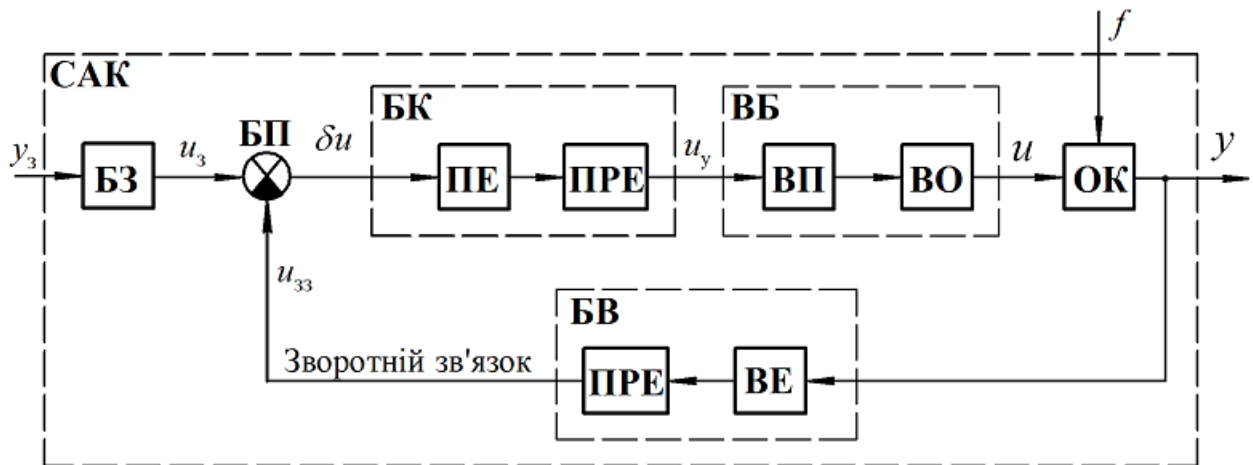


Рис. 6.9 – Узагальнена функціональна схема САК

Частинами функціональної схеми є умовні зображення функціональних блоків і елементів, а також зв'язків між ними у вигляді ліній зі стрілками. Стрілки показують напрямок передачі сигналів взаємодії. Функціональні блоки й елементи зображують у вигляді прямокутників, усередині яких записують їхню назву.

З рисунка видно, що типовими функціональними блоками САК є:

- блок задання БЗ, який служить для введення в систему необхідного закону зміни керованої величини – задаючого впливу  $u_3(t)$  і перетворення його у



величину сигналу  $u_3(t)$  задання, зручну для використання (найчастіше в електричну величину – напругу);

- блок виміру БВ, що вимірює дійсне значення керованої величини  $y(t)$  перетворює його у величину сигналу зворотного зв'язку  $u_{зз}(t)$ ;

- блок порівняння БП, що виконує порівняння сигналів  $u_3(t)$  і  $u_{зз}(t)$ . Вихідний сигнал цього блоку  $\Delta u(t)$  визначається із співвідношення  $\Delta u(t) = u_3(t) - u_{зз}(t)$  і називається сигналом неузгодженості, або сигналом похибки. Затемнений сектор показує, що величина, що входить у нього, від'ємна. Припустимим також є замість затемнення сектора застосовувати знак “-”;

- блок керування БК, що визначає відповідно до алгоритму керування величину необхідного сигналу керування  $u_y(t)$ ;

- виконавчий блок ВБ, що виробляє керуючий вплив  $u(t)$ , який прикладається безпосередньо до ОК.

Кожний з перерахованих блоків може, у свою чергу, складатися з декількох простих частин – елементів. Так, на наведеній схемі показані:

- підсилювальний елемент ПЕ, який служить для посилення вхідних сигналів;

- перетворюючий елемент ПРЕ, що забезпечує спільну роботу елементів з різною фізичною природою;

- вимірювальний елемент ВЕ.

До складу виконавчого блоку звичайно входять ще дві частини: виконавчий пристрій ВП і виконавчий орган ВО. В якості ВП використовують двигуни різних типів або інші джерела енергії. ВО звичайно є заслінки, вентиля та інші дозуючі пристрої. Іноді ВО становить з ОК єдине ціле, тоді доцільно відносити його до ОК.

У загальному випадку досить складна САК може включати кілька контурів зворотних зв'язків. Тоді зворотний зв'язок, що передає інформацію про значення керованої величини на вхід САК, називають **головним зворотним зв'язком**, а всі інші – **місцевими**.

На функціональних схемах конкретних САК вказують не загальне призначення блоків, а їхнє конкретне найменування, наприклад, двигун М, тиристорний перетворювач ТП, тахогенератор ТГ.

**Приклад 6.1.** Слідкуюча система, керування кутом повороту робочого механізму.

Принципова схема системи наведена на рис. 6.10.

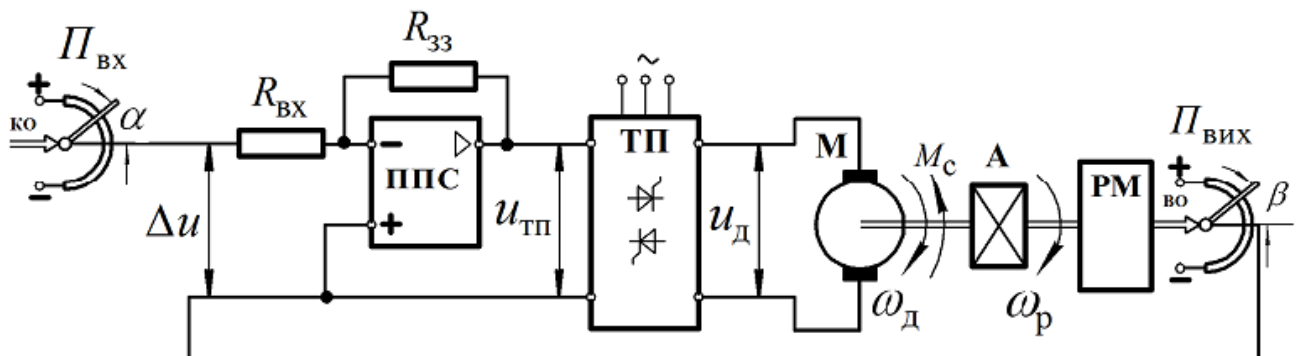


Рис 6.10 - Принципова схема слідкуючої системи

Об'єктом керування в даній системі є робочий механізм РМ. Керованою величиною є кут повороту вала робочого механізму  $\beta$  або, що те саме, кут повороту повзуна потенціометра  $\Pi_{\text{вих}}$ , оскільки цей потенціометр розташований на одному валу з робочим механізмом (на виконавчій осі ВО), а задаючим сигналом – кут  $\alpha$  повороту повзуна  $\Pi_{\text{вх}}$  потенціометра, що розташований на командній осі КО.

АКП складається з вимірювальних пристроїв  $\Pi_{\text{вх}}$  і  $\Pi_{\text{вих}}$ , підсилювача постійного струму ППС, реверсивного тиристорного перетворювача ТП, двигуна постійного струму з незалежним збудженням М і редуктора А. Алгоритм функціонування САК полягає в тому, щоб виконавча вісь ВО стежила за положенням, яке довільно змінюється, осі КО, тобто  $\beta(t) = \alpha(t)$  при дії на елементи системи різних збурень, зокрема моменту статичного опору  $M_c$ .

Сигнал неузгодженості  $\Delta u(t)$  визначається співвідношенням

$$\Delta u(t) = u_\alpha(t) - u_\beta(t) = k_\Pi[\alpha(t) - \beta(t)] = k_\Pi \Delta(t),$$

де:  $u_\alpha$  і  $u_\beta$  - відповідно, вихідні напруги потенціометрів  $\Pi_{\text{вх}}$  і  $\Pi_{\text{вих}}$ ;  $k_\Pi$  – передавальний коефіцієнт вимірювальних пристроїв (потенціометри  $\Pi_{\text{вх}}$  і  $\Pi_{\text{вих}}$  мають однакові конструкції і параметри). Сигнал  $\Delta u(t)$  підсилюється в ППС і надходить на вхід ТП. У результаті на якірній обмотці двигуна формується напруга. Величина  $u_d(t)$  залежить від величини сигналу неузгодженості і передатних коефіцієнтів тиристорного перетворювача  $k_{\text{ТП}}$  і підсилювача постійного струму  $k_{\text{ППС}}$ :

$$u_d(t) = k_{\text{ППС}} \cdot k_{\text{ТП}} \cdot \Delta u(t) = k_{\text{ППС}} \cdot k_{\text{ТП}} \cdot k_\Pi \Delta(t).$$

Тиристорний перетворювач ТП, двигун М і редуктор А утворюють виконавчий блок. Вихідним сигналом цього блоку є швидкість обертання вихідного вала редуктора  $\omega_p$ , що є керуючим впливом на РМ.

Функціональна схема системи наведена на рис. 6.11.

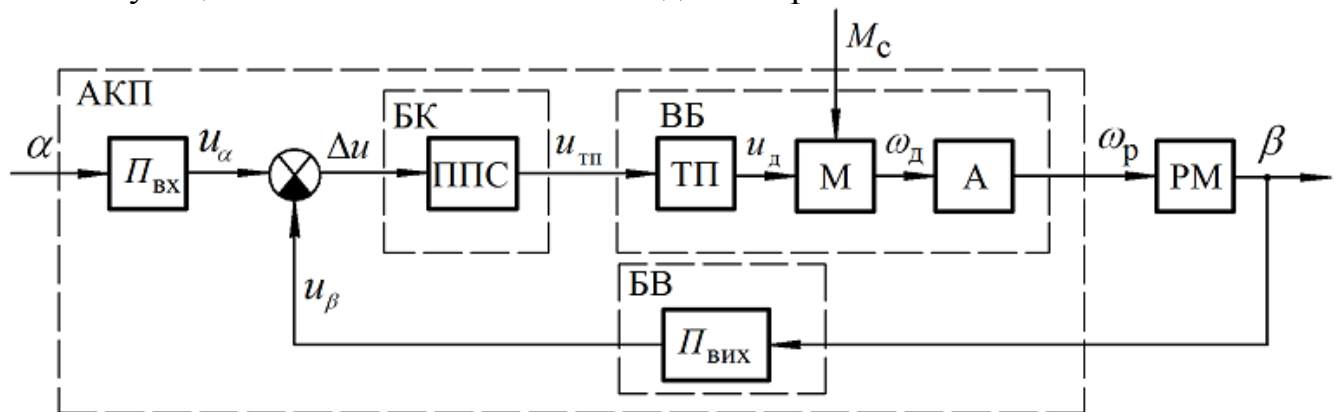


Рис 6.11 - Функціональна схема слідкуючої системи

Розглянемо роботу системи. При ідентичному положенні командної і виконавчої осей кут неузгодженості між ними дорівнює нулю. Дорівнюють нулю також напруги  $\Delta u$  і  $u_d$ , тобто двигун і вся система перебувають у спокої. При повороті командної осі на деякий кут виникає кут неузгодженості  $\Delta = \alpha - \beta$  і пропорційні йому напруги. Під впливом напруги  $u_d$  двигун починає

обертатися і через редуктор повертає виконавчу вісь і повзун потенціометра  $P_{\text{вих}}$  у бік зменшення кута неузгодженості доти, поки цей кут не стане рівним нулю. При повороті командної осі в іншу сторону міняється полярність напруги, що прикладається до двигуна, і, отже, напрямок його обертання.

## Тема 7. Математичний опис систем автоматичного керування

Вирішення питань аналізу існуючих і синтезу нових САК можливо лише за наявності відповідного математичного опису їхніх властивостей. Цей опис називають математичною моделлю САК, тому що при її складанні завжди робляться ті або інші допущення та наближення.

Відзначимо, що одна і та сама система залежно від цілей дослідження може описуватися кількома різними моделями. Це обумовлюється суперечливістю вимог до моделей: з однієї сторони вони повинні якомога повніше відбивати властивості оригіналу, а з іншої - бути по можливості простіше у використанні. Однак всі моделі САК звичайно є диференціальними рівняннями і тільки окремі елементи можуть характеризуватися алгебраїчними співвідношеннями.

При математичному описі САК застосовують два підходи: перший з них ґрунтується на поданні моделей у змінних вхід – вихід, а другий – у змінних стану.

Подання в змінних вхід - вихід засноване на описі властивостей САК диференціальними рівняннями довільного порядку.

Модель у змінних стану використовує систему диференціальних рівнянь тільки першого порядку, записаних щодо перших похідних, тобто рівнянь у нормальній формі Коші. Така система, записана у векторно-матричній формі, звичайно називається рівняннями стану.

### 7.1 Математичний опис у змінних вхід-вихід

Математичний опис системи роблять на основі опису всіх вхідних у неї елементів. Першим кроком у складанні моделі окремого елемента САК є виявлення фізичних законів, що визначають його поведінку. Математичний вираз цих законів і є шуканою моделлю. Потім шляхом виключення проміжних змінних одержують модель САК в цілому.

Для САК, що має один вхід  $x(t)$  і один вихід  $y(t)$ , математичну модель можна представити у вигляді

$$F(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y''(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0. \quad (7.1)$$

Рівняння (7.1) називають **рівнянням динаміки**, тому що воно враховує вхідні змінні у вигляді функцій часу. Рівняння динаміки описує фізичні процеси в системі як у сталих, так і в перехідних режимах при будь-яких зовнішніх впливах. Скориставшись (7.1), можна виконувати аналіз

властивостей системи, зокрема, можна визначати ступінь стійкості, точність, кількісні показники перехідних процесів.

Рівняння динаміки, якщо в ньому всі похідні взяти рівними нулю, перетворюється в **рівняння статички**:

$$F(x_0, 0, y_0, 0, 0, \dots, 0) = 0. \quad (7.2)$$

Рівняння статички описує фізичні процеси в системі в сталому режимі при постійних зовнішніх впливах. Звичайно це рівняння є алгебраїчним. З рівняння статички замкнутої системи може бути визначена, зокрема, статична помилка системи. Сказане справедливо для випадку, коли рівняння (7.1) містить крім похідних вихідної величини і саму вихідну величину  $y(t)$ . Якщо ж  $y(t)$  відсутня, то для одержання з рівняння динаміки рівняння статички потрібно прийняти всі похідні рівними нулю, крім похідної  $y(t)$  найнижчого порядку. У цьому випадку рівняння статички встановлює зв'язок між цією похідною і вхідним впливом.

Для лінійної стаціонарної САК рівняння (7.1) є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням вигляду

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \dots + b_m x(t), \quad (7.3)$$

де  $x(t)$  і  $y(t)$  – відповідно, вхідна і вихідна величини, що змінюються в часі;  $a_i$ ,  $b_j$  – постійні коефіцієнти, обумовлені параметрами системи;  $n$  – порядок рівняння.

Для розв'язку рівняння (7.3) необхідно задати  $n$  початкових умов (значень вихідної величини і її похідних при  $t_0 = 0$ ):

$$y(t_0) = y(0), y'(t_0) = y'(0), \dots, y^{(n-1)}(t_0) = y^{(n-1)}(0) \quad (7.4)$$

і вигляд вхідної величини  $x(t)$ .

Однієї з основних особливостей лінійних систем є те, що до них застосовується **принцип суперпозиції**, відповідно до якого реакція системи на сукупність збурень визначається сумою реакцій на кожне збурювання окремо. Ця особливість має велике практичне значення, тому що в цьому разі значно спрощується багато розрахунків.

### **Стандартна форма запису диференціальних рівнянь САК**

При дослідженні САК, особливо при порівнянні властивостей систем і їхніх елементів між собою, зручно подати рівняння в так званій стандартній формі. При цьому використовують наступні правила:

– вихідну величину і всі її похідні записують у лівій частині рівняння, а всі інші члени – у правій;

– коефіцієнт при вихідній величині шляхом тотожних перетворень роблять рівним одиниці;

– якщо в правій частині є похідні, то члени, що містять певну вихідну величину і її похідні, поєднують в одну групу, а коефіцієнт при цій величині виносять за дужки.

**Приклад 7.1.** Вихідне рівняння системи має вигляд

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 x'(t) + b_1 x(t) + c_0 f(t).$$

Представити це рівняння у стандартній формі.

### Розв'язок

Маємо:

$$\frac{a_0}{a_2} y''(t) + \frac{a_1}{a_2} y'(t) + y(t) = \frac{b_1}{a_2} \left[ \frac{b_0}{b_1} x'(t) + x(t) \right] + \frac{c_0}{a_2} f(t).$$

Введемо позначення:  $a_0/a_2 = T_0^2$ ;  $a_1/a_2 = T_1$ ;  $b_1/a_2 = k_1$ ;  $b_0/b_1 = T_2$ ;  $c_0/a_2 = k_2$ .

Тоді

$$T_0^2 y''(t) + T_1 y'(t) + y(t) = k_1 [T_2 x'(t) + x(t)] + k_2 f(t)$$

Коефіцієнти  $T_0$ ,  $T_1$  і  $T_2$  мають розмірність часу, тому що

$$\frac{[T_0]^2 [y]}{c^2} + \frac{[T_1] \cdot [y]}{c} + [y] = \frac{[y]}{[u]} \left\{ \frac{[T_2] \cdot [u]}{c} + [u] \right\} + \frac{[y]}{[f]} [f]$$

і називаються **сталими часу**. Їхні значення визначають швидкість і характер протікання перехідних процесів.

Коефіцієнти  $k_1$  і  $k_2$  називаються **коефіцієнтами передачі**, мають розмірність  $[k_1] = [y]/[u]$ ,  $[k_2] = [y]/[f]$  і визначають взаємозв'язок змінних у сталих статичних режимах.

Якщо ж вихідне рівняння не містить якихось коефіцієнтів, наприклад,  $a_2 = 0$ , то в стандартній формі одиниці повинен рівнятися коефіцієнт при похідній, що має найменший порядок. При цьому розмірність коефіцієнтів передачі буде мінятися, а їхні значення визначатимуть взаємозв'язок змінних у відповідних сталих динамічних режимах (наприклад, у режимі з постійною швидкістю зміни вихідної величини).

## 7.2 Операційний метод опису лінійних САК

У математиці під *операційним численням* мається на увазі розділ математичного аналізу, в якому розробляються методи вирішення лінійних диференціальних, різницевих і деяких типів інтегральних рівнянь. Операційне числення базується на *ідеї заміни одних функцій на інші*, одержуваних за певними правилами, наприклад, використовуючи перетворення Лапласа або перетворення Фур'є.

У ТАК найширшого застосування набув операційний метод опису, заснований на використанні інтегрального перетворення Лапласа (*L*-перетворення):

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (7.5)$$

Це перетворення встановлює відповідність між функцією  $f(t)$  дійсної змінної  $t$  і функцією  $F(s)$  комплексної змінної  $s = \alpha + j\beta$ . При цьому  $f(t)$  називають **оригіналом**, а  $F(s)$  - **зображенням**.

Достатніми умовами існування (7.5) є наступні вимоги:

- функція  $f(t)$  повинна бути однозначною і безперервною при всіх  $t \geq 0$ , безперервність може бути порушена тільки в окремих точках, що є точками розриву безперервності першого роду;

- функція  $f(t) = 0$  для всіх  $t < 0$ ;

- функція  $f(t)$  повинна мати обмежений порядок зростання, тобто повинні бути такі два постійних числа  $M > 0$  і  $c > 0$ , при яких  $f(t) < Me^{ct}$  при  $t > 0$ .

Зворотнім перетворенням Лапласа називається наступна функція:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = -\frac{1}{2\pi j} \int_{\delta_0 - j\omega}^{\delta_0 + j\omega} F(s)e^{st} ds \quad (7.6)$$

### **Основні властивості перетворення Лапласа**

1) Властивість лінійності:

$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha L\{f_1(t)\} + \beta L\{f_2(t)\}, \quad \text{де } \alpha, \beta - \text{дійсні числа.}$$

2) Диференціювання оригіналу:

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0), \quad \text{де } F(s) = L\{f(t)\};$$

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0), \quad \text{де } f^{(k)}(0) - \text{початкові умови.}$$

Якщо початкові умови  $f^{(k)}(0) = 0$ , то отримуємо:

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s).$$

3) Інтегрування оригіналу:

$$L\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}.$$

4) Теорема запізнення:

$$L\{f(t - \tau)\} = e^{-s\tau} L\{f(t)\} = e^{-s\tau} F(s).$$

5) Згортка функцій:

$$F_1(s) \cdot F_2(s) = \int_0^1 f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^1 f_2(\tau) f_1(t - \tau) d\tau.$$

6) Теорема про граничні значення:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s);$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s).$$

7) Теорема розкладу Хевісайда: якщо функція має вигляд  $F(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$  і

ступінь полінома чисельника  $R(s)$  менший степені  $Q(s)$ , то оригінал такої функції знаходиться згідно теорії лишків:

$$f(t) = \sum_{k=1}^l \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{s \rightarrow s_k} \frac{d^{n_k-1}}{ds^{n_k-1}} [F(s) \cdot (s - s_k)^{n_k} e^{s_k t}],$$

де  $s_k$  - корені рівняння  $Q(s) = 0$ ;  $n_k$  - кратність цих коренів;  $l$  - число різних коренів.

Якщо всі корені прості, то

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{R(s_k)}{Q'(s_k)} e^{s_k t},$$

де  $n$  - степінь полінома  $Q(s)$ ;  $Q'(s_k) = \frac{dQ(s)}{ds}$ .

Якщо є нульовий корінь:  $F(s) = \frac{R(s)}{sQ_1(s)}$ , тоді:

$$f(t) = \frac{R(0)}{Q_1(0)} + \sum_{k=1}^l \frac{R(s_k)}{s_k Q_1'(s_k)} e^{s_k t}.$$

Якщо є дійсні та комплексні корені:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{R(s_k)}{Q'(s_k)} e^{s_k t} + 2 \operatorname{Re} \sum_{i=1}^m \frac{R(s_i)}{Q'(s_i)} e^{s_i t}$$

### 7.3 Математична модель лінійної системи керування в термінах передавальної функції

Розглянемо лінійне диференціальне рівняння

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{x} + b_1 x + c_0 f \quad (7.7)$$

Введемо для операції диференціювання позначення

$$\frac{d}{dt} \equiv p; \quad \frac{d^n}{dt^n} = p^n.$$

Тоді

$$a_0 p^2 y + a_1 p y + a_2 y = b_0 p x + b_1 x + C_0 f,$$

перейдемо до стандартної форми запису:

$$(a_0 p^2 + a_1 p + a_2) y = (b_0 p + b_1) x + C_0 f.$$

Позначимо  $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = Q(p)$ ,  $b_0 p + b_1 = R_1(p)$ ,  $C_0 = R_2(p)$ .

Тоді  $Q(p) \cdot y = R_1(p)x + R_2(p)f$ ,

де  $Q(p)$  – власний оператор;  $R_1(p)$  і  $R_2(p)$  – оператори дії.

Відношення оператора дії до власного оператора називають **передавальною функцією** або **передавальною функцією в операторній формі**.

Система (7.7) характеризується двома передавальними функціями:

– передавальною функцією  $W_1(p)$  по вхідній величині  $x$ :

$$W_1(p) = \frac{R_1(p)}{Q(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}, \quad (7.8)$$

– передавальною функцією  $W_2(p)$  по вхідній величині  $f$  (по збуренню):

$$W_2(p) = \frac{R_2(p)}{Q(p)} = \frac{C_0}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}, \quad (7.9)$$

$$\text{або} \quad y = W_1(p)x + W_2(p)f. \quad (7.10)$$

Це більш компактна форма запису рівняння (7.7).

**Передавальною функцією** або *передавальною функцією* у формі зображення Лапласа називають відношенням зображення вихідної величини до зображення вхідної величини при нульових початкових умовах.

Зображення рівняння (7.7)

$$(a_0s^2 + a_1s + a_2)Y(s) = (b_0s + b_1)X(s) + c_0F(s) \quad (7.11)$$

Передавальна функція

$$W(S) = \frac{Y(S)}{X(S)}$$

Запишемо:

$$W_1(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{b_0S + b_1}{a_2S^2 + a_1S + a_2}, \quad (7.12)$$

$$W_2(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{C_0}{a_2S^2 + a_1S + a_2}, \quad (7.13)$$

$$Y(S) = W_1(S) \cdot X(S) + W_2(S) \cdot F(S) \quad (7.14)$$

#### **7.4 Лінеаризація математичних моделей систем САК**

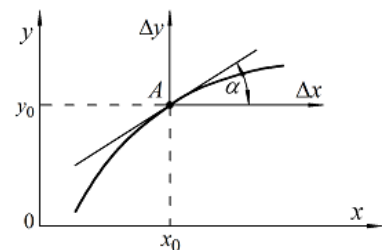
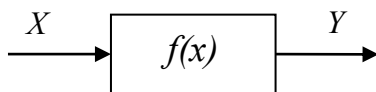
Рівняння багатьох реальних елементів і САК в цілому тією чи іншою мірою є нелінійними. У цьому разі змінні  $x(t)$ ,  $y(t)$  і їхні похідні входять у вираз для функції  $F$  у вигляді добутків, часток, ступенів або інших більш складних функцій.

Основна складність полягає в тому, що необхідно встановити допустиму степінь ідеалізації і спрощення ланок.

Головним спрощенням, до якого необхідно прагнути при виводі рівнянь ланок систем, є їх **лінеаризація**, тобто опис лінійними диференціальними рівняннями.

Лінеаризація нелінійності, що є в рівнянні ланки, полягає в заміні цієї нелінійності наближеною лінійною залежністю.

Розглянемо ланку, що описується нелінійною статичною залежністю  $Y = f(x)$ . Нехай усталений режим відповідає значенням вхідної і вихідної величини  $X_0$  і  $Y_0$  і відхилення  $X$  від  $X_0$  в процесі роботи достатньо малі.





В цьому випадку нелінійну залежність  $Y = f(x)$  можна розкласти в ряд Тейлора в околі точки усталеного режиму  $i$ , відкинувши члени ряду вище першого порядку малості, одержати наближену залежність:

$$Y \approx f(X_0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_0 (X - X_0),$$

де  $\left(\frac{df}{dx}\right)_0$  – значення похідної функції  $f(x)$  по  $x$  при  $x=X_0$ . Це рівняння можна переписати в такому кінцевому вигляді

$$Y - Y_0 = \left(\frac{df}{dx}\right)_0 (X - X_0), \text{ або } \Delta Y = k \Delta X,$$

$$\text{де } \Delta X = X - X_0, \Delta Y = Y - f(X_0) = Y - Y_0, k = \left(\frac{df}{dx}\right)_0.$$

Графічна інтерпретація лінеаризації – це заміна нелінійної характеристики дотичною до неї в точці, що відповідає усталеному режиму. Коефіцієнт  $k$  в рівнянні рівний тангенсу кута нахилу цієї дотичної до осі абсцис  $k = \operatorname{tg} \alpha$ .

Розглянемо більш загальний випадок, коли ланка описується нелінійним рівнянням виду

$$F(X, X', X'', \dots, Y, Y', Y'', \dots) = 0.$$

Розкладемо нелінійну функцію в ряд Тейлора в точці усталеного режиму  $i$  одержимо лінійне диференціальне рівняння для приростів змінних:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_0 \Delta X + \left(\frac{\partial f}{\partial X'}\right)_0 \Delta X' + \left(\frac{\partial f}{\partial X''}\right)_0 \Delta X'' + \dots \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_0 \Delta Y + \left(\frac{\partial f}{\partial Y'}\right)_0 \Delta Y' + \left(\frac{\partial f}{\partial Y''}\right)_0 \Delta Y'' + \dots \approx 0 \end{aligned}$$

де  $\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_0$ ,  $\left(\frac{\partial f}{\partial X'}\right)_0$  і т.д. – значення похідних функції  $f$ , що одержують при підстановці значень  $X_0$  і  $Y_0$  і нульових значень похідних, що відповідають усталеному режиму.

Одержані рівняння є лінійними диференціальними рівняннями в відношеннях, або в варіаціях (у відхиленнях).

**Дві умови лінеаризації:**

- лінеаризація можлива тільки при малих відхиленнях;
- лінеаризація можлива тільки для неперервно-диференційованих нелінійностей.

Нелінійні ланки, які не підлягають цим вимогам називають *суттєво нелінійними*.

## **7.5 Математичний опис САК у змінних стану**

Метод *змінних стану* заснований на понятті стану.



бути тільки дійсними, а значить, співмножники чисельника та знаменника можна розкласти на лінійні та квадратичні множники:

$$k; ks; k/s; k/(as+b); k/(as^2+bs+c); as+b; as^2+bs+c.$$

Тому передавальну функцію  $W(s)$  можна записати як добуток простих множників і простих дробів.

Звідси можна дати ще одне визначення елементарної або типової динамічної ланки: *типовою динамічною ланкою* називається елемент системи, передавальна функція якого має вигляд простого множника чи простого дроби.

У курсі ТАК виділяють ланки: пропорційну, інтегруючу, диференціальну, аперіодичну, коливальну, консервативну, форсуючу першого та другого порядку, ланку запізнення та деякі інші ланки.

Класифікацію типових ланок зручно здійснити, розглядаючи різні частки форми диференціального рівняння другого порядку.

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 x'(t) + b_1 x(t). \quad (8.1)$$

У табл. 8.1 наведено значення коефіцієнтів рівняння (8.1) і назви для типових ланок.

Таблиця 8.1 - Значення коефіцієнтів рівняння типових ланок

№ п/п	Найменування ланки	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
1	Пропорційна	0	0	1	0	k
2	Інтегруюча	0	1	0	0	k
3	Диференціююча	0	0	1	k	0
4	Аперіодична 1-го порядку	0	T	1	0	k
5	Реальна інтегруюча	T	1	0	0	k
6	Реальна диференціююча	0	T	1	k	0
7	Ізодромна (пропорційно-інтегруюча)	0	1	0	$k_1$	$k_2$
8	Форсуюча (пропорційно-диференціююча)	0	0	1	$kT$	k
9	Коливальна	$T^2$	$2\xi T$	1	0	k

Відзначимо ряд загальних особливостей.

Ланки, в яких коефіцієнти  $a_2 \neq 0$  і  $b_1 \neq 0$ , мають однозначний зв'язок між входом і виходом у статичному режимі. Тому до їхніх назв часто додають слова

статична або позиційна. До таких ланок відносять ланки № 1, 3, 4, 6, 8 і 9. Ланки № 2, 5, 7 називають *астатичними*.

Ланки, в яких  $a_2 \neq 0$  і  $a_1 \neq 0$  або  $a_0 \neq 0$  (№ 4, 6, 9), мають інерційність.

У ланок № 1, 2 і 3 тільки два коефіцієнти не дорівнюють нулю. Вони є найпростішими або елементарними. Всі інші ланки можуть бути утворені з елементарних шляхом комбінування.

На практиці найбільш часто зустрічаються наступні шість типових ланок:

- пропорційна;
- інтегруюча;
- диференціююча;
- аперіодична 1-го порядку;
- форсуюча;
- коливальна.

Крім цього, до основних типових ланок також відносять особливу ланку – ланку запізнювання.

Знання властивостей перерахованих ланок істотно полегшує аналіз САК, тому що будь-який елемент системи і вся система в цілому можуть бути представлені у вигляді одного або з'єднання декількох типових ланок. Розглянемо властивості перерахованих ланок у наступній послідовності:

- рівняння ланки;
- передаточна функція;
- частотні характеристики - АФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ ;
- часові характеристики -  $h(t)$  і  $w(t)$ .

## 8.2 Пропорційна ланка

Пропорційною (підсилювальною, безінерційною) називається ланка, яка описується рівнянням:

$$y(t) = k \cdot x(t), \quad (8.2)$$

де  $k$  - коефіцієнт пропорційності (підсилення).

Використовуючи властивості перетворення Лапласа, запишемо операційне рівняння:  $Y(s) = k \cdot X(s)$ . Звідси передавальна функція ланки за Лапласом:

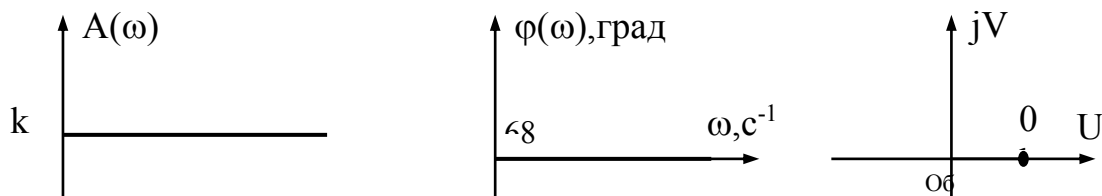
$$W(s) = Y(s) / X(s) = k$$

КПФ та частотні функції ланки мають вигляд:

$$W(j\omega) = k; U(\omega) = k; V(\omega) = 0; A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = k;$$

$$\varphi(\omega) = \arctg V(\omega) / U(\omega) = 0$$

На рис. 8.1 побудовані відповідні частотні характеристики.



Часові функції та відповідні характеристики (рис. 8.2) мають вигляд:

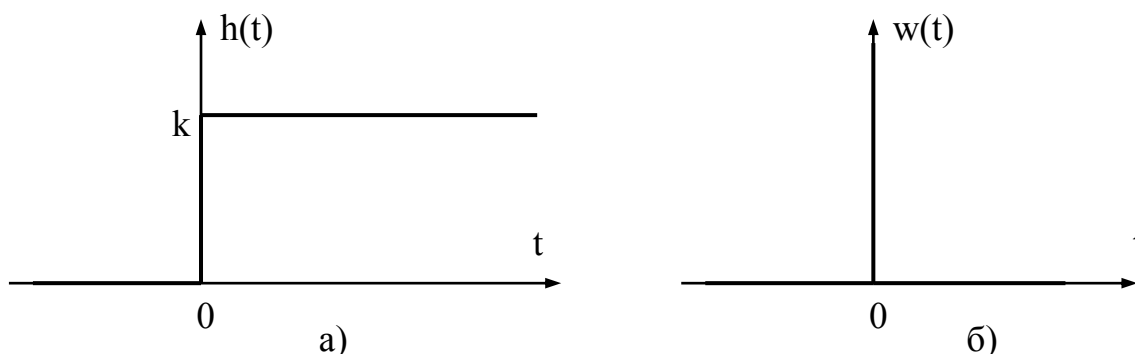


Рис. 8.2 - Перехідна (а) та імпульсна перехідна (б) характеристики пропорційної ланки

$$h(t) = k \cdot 1(t); \quad w(t) = h'(t) = k \cdot \delta(t) = \delta(t).$$

Для пропорційної ланки характерна відсутність накопичувачів енергії, і тому вона миттєво копіює вхідний сигнал, змінюючи його за величиною в  $k$  разів.

Прикладами елементів, які можуть бути описані пропорційною ланкою, є: редуктори, трансформатори, підсилювачі, датчики тощо.

Ідеальних підсилювальних елементів не існує, але таким можна вважати елемент, інерційність якого не відбивається на поведінці САК.

### **8.3 Диференціальна ланка**

Диференціальною називається ланка, яка описується рівнянням

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}. \quad (8.3)$$

тобто вихідний сигнал пропорційний швидкості зміни вхідного сигналу.

Операційне рівняння та передавальна функція ланки:

$$Y(s) = k \cdot s \cdot X(s); \quad W(s) = ks.$$

Частотні функції мають вигляд:

$$W(j\omega) = k \cdot j\omega; \quad U(\omega) = 0; \quad V(\omega) = k \cdot \omega;$$

$$A(\omega) = k \cdot \omega; \quad \varphi(\omega) = \arctg(k \cdot \omega / 0) = \arctg\infty = \pi/2. \quad (\text{рис. 8.3}).$$

Зсув фази не залежить від частоти і дорівнює  $\pi/2$ . АФЧХ ланки співпадає з додатною уявною піввіссю.

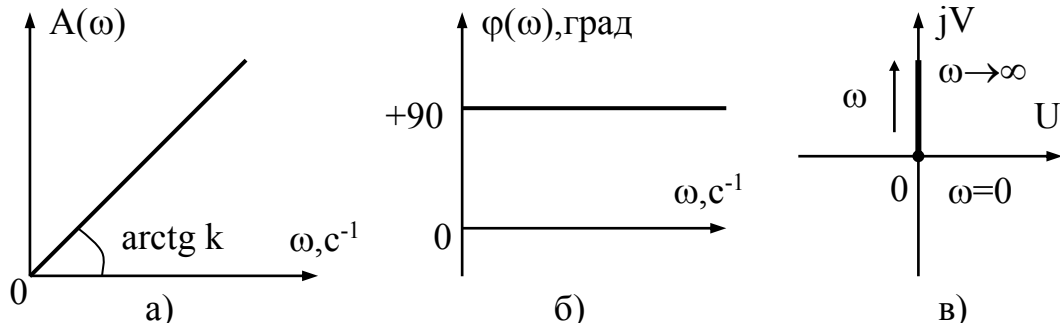


Рис. 8.3 - Частотні характеристики диференціальної ланки: АЧХ(а), ФЧХ (б), АФЧХ (в)

Логарифмічна амплітудна частотна характеристика ланки:

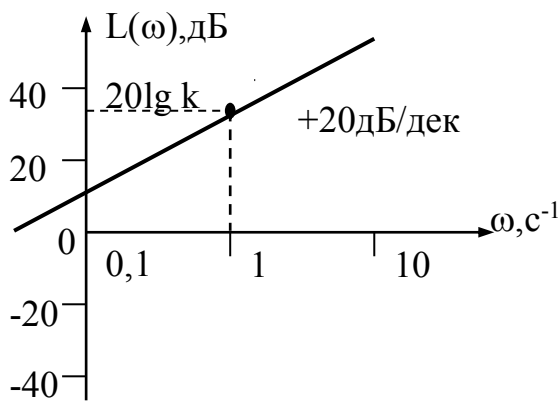


Рис. 8.4 - ЛАЧХ диференціальної ланки

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k\omega = 20 \lg k + 20 \lg \omega;$$

$$\text{при } \omega = 1 \text{ c}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k \text{ (дБ);}$$

$$\text{при } \omega = 10 \text{ c}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k + 20 \text{ (дБ);}$$

$$\text{при } \omega = 100 \text{ c}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k + 40 \text{ (дБ);}$$

тобто ЛАЧХ являє собою пряму, що проходить через точку з координатами  $(\omega = 1 \text{ c}^{-1}; L(\omega) = 20 \lg k)$  та має нахил  $+20 \text{ дБ/дек}$  (плюс двадцять децибел на декаду). Це вказує на те, що логарифмічна амплітуда збільшується на 20 дБ за одну декаду (рис. 8.4).

Часові функції та характеристики

диференціальної ланки (рис. 8.5):

$$h(t) = k \cdot 1'(t) = k \cdot \delta(t); \quad w(t) = h'(t) = k \cdot \frac{d\delta(t)}{dt}.$$

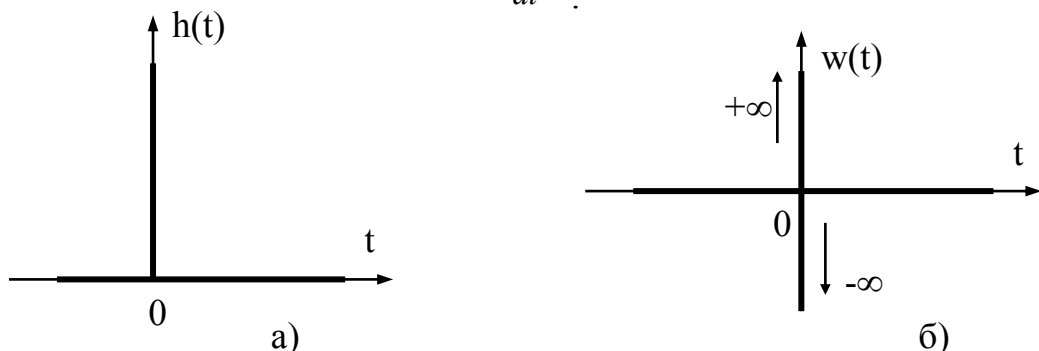


Рис. 8.5 - Перехідна (а) та імпульсна перехідна (б) характеристики диференціальної ланки

До диференціальних ланок можна віднести елементи автоматичних систем, у яких вихідна координата в усталеному режимі пропорційна похідній вхідного впливу, що змінюється, і дорівнює нулю, якщо цей вплив є постійним. Прикладами таких елементів можуть бути спідометр, тахогенератор (якщо вхідна величина – кут повороту вала).

Реальні диференціальні ланки є інерційними і тому описуються передавальними функціями вигляду:

$$W(s) = \frac{ks}{Ts + 1},$$

де  $T$  – стала часу, що враховує інерційні властивості реальної диференціальної ланки. Чим менше значення  $T$ , тим ближче властивості реальної ланки до властивостей ідеальної диференціальної ланки.

### 8.4 Інтегруюча ланка

Інтегруючою називається ланка, яка описується рівнянням

$$y(t) = k \int_0^t x(t) dt. \quad (8.4)$$

Операційне рівняння і передавальна функція ланки:

$$Y(s) = \frac{k \cdot X(s)}{s}; \quad W(s) = \frac{k}{s}.$$

КПФ та частотні функції мають вигляд:

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -j \frac{k}{\omega}; \quad U(\omega) = 0; \quad V(\omega) = -\frac{k}{\omega}; \quad A(\omega) = \frac{k}{\omega};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(-\infty) = -\pi/2 \quad (\text{рис. 8.6}).$$

Зсув фази не залежить від частоти і дорівнює  $-\pi/2$ . АФЧХ ланки співпадає з від'ємною уявною піввіссю.

Логарифмічна амплітудна частотна характеристика ланки:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{k}{\omega} = 20 \lg k - 20 \lg \omega;$$

$$\text{при } \omega = 1 \text{ с}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k \quad (\text{дБ});$$

$$\text{при } \omega = 10 \text{ с}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k - 20 \quad (\text{дБ});$$

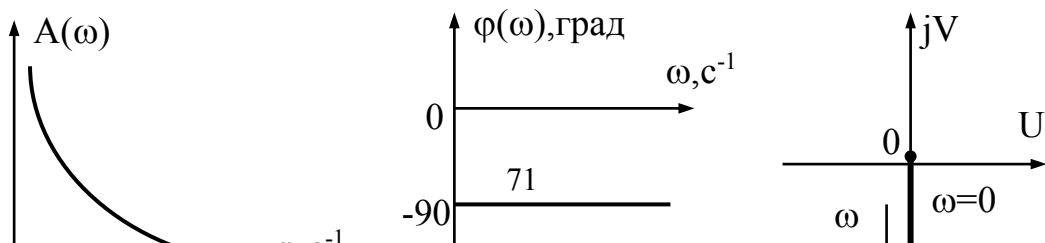
$$\text{при } \omega = 100 \text{ с}^{-1} \quad L(\omega) = 20 \lg k - 40 \quad (\text{дБ});$$

тобто ЛАЧХ являє собою пряму, що проходить через точку з координатами  $(\omega = 1 \text{ с}^{-1}; L(\omega) = 20 \lg k)$  та має ухил  $-20 \text{ дБ/дек}$  (мінус двадцять децибел на декаду). Вона перетинає вісь частот при  $\omega = k$  (рис. 8.6 г).

Часові функції ланки:

$$h(t) = k \int_0^t 1(t) dt = kt; \quad w(t) = h'(t) = k \cdot 1(t).$$

Відповідні характеристики інтегруючої ланки побудовані на рис. 8.6.



Інтегруючі ланки відповідають елементам, в яких при постійному вхідному впливі встановлюється постійна швидкість зміни вихідної координати: безінерційний двигун постійного струму з незалежним збудженням (ДПС НЗ), якщо вихідна величина - кут повороту; редуктор, у якого вхідна величина - кутова швидкість, а вихідна - кут повороту вала.

З принципу дії інтегруючої ланки витікає одна дуже важлива її властивість: інтегруюча ланка має "пам'ять по положенню". Якщо, наприклад, у момент часу  $t_0$  від безінерційного двигуна постійного струму відключити управляючу напругу  $u_{\text{вх}}=x$ , то двигун зупиниться і зафіксує деяке постійне значення кута повороту ротора  $\varphi = \varphi_{\text{вих}}$  (запам'ятає положення вихідної координати на момент часу вимикання напруги).

Наведене вище стосується ідеальної інтегруючої ланки. Реальні елементи систем керування є інерційними, тому передавальна функція реального інтегратора має вигляд:

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)},$$

де  $T$  – стала часу, що враховує інерційні властивості реальної інтегруючої ланки.

### **8.5 Аперіодична ланка**

Аперіодичною називається ланка, яка описується диференціальним рівнянням першого ступеня:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t). \quad (8.5)$$



Цю ланку називають також інерційною. Вона характеризується двома параметрами: сталою часу  $T$  (інерційні властивості ланки) та коефіцієнтом передачі  $k$  (підсилювальні властивості).

Операційне рівняння має вигляд:

$$TsY(s) + Y(s) = kX(s); (Ts + 1)Y(s) = kX(s),$$

звідси передавальна функція ланки:

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

Частотні функції ланки мають вигляд:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + jT\omega} = \frac{k(1 - jT\omega)}{(1 + jT\omega)(1 - jT\omega)} = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2};$$

$$U(\omega) = \frac{k}{1 + T^2\omega^2}; V(\omega) = -\frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}; A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}; \phi(\omega) = -\text{arctg}(T\omega).$$

При зміні  $\omega$  від 0 до  $\infty$ ,  $\phi(\omega)$  змінюється від 0 до  $-\pi/2$ ;  $\phi(1/T) = -\pi/4$ .

АФЧХ ланки являє собою півколо діаметра  $k$  (рис. 8.7).

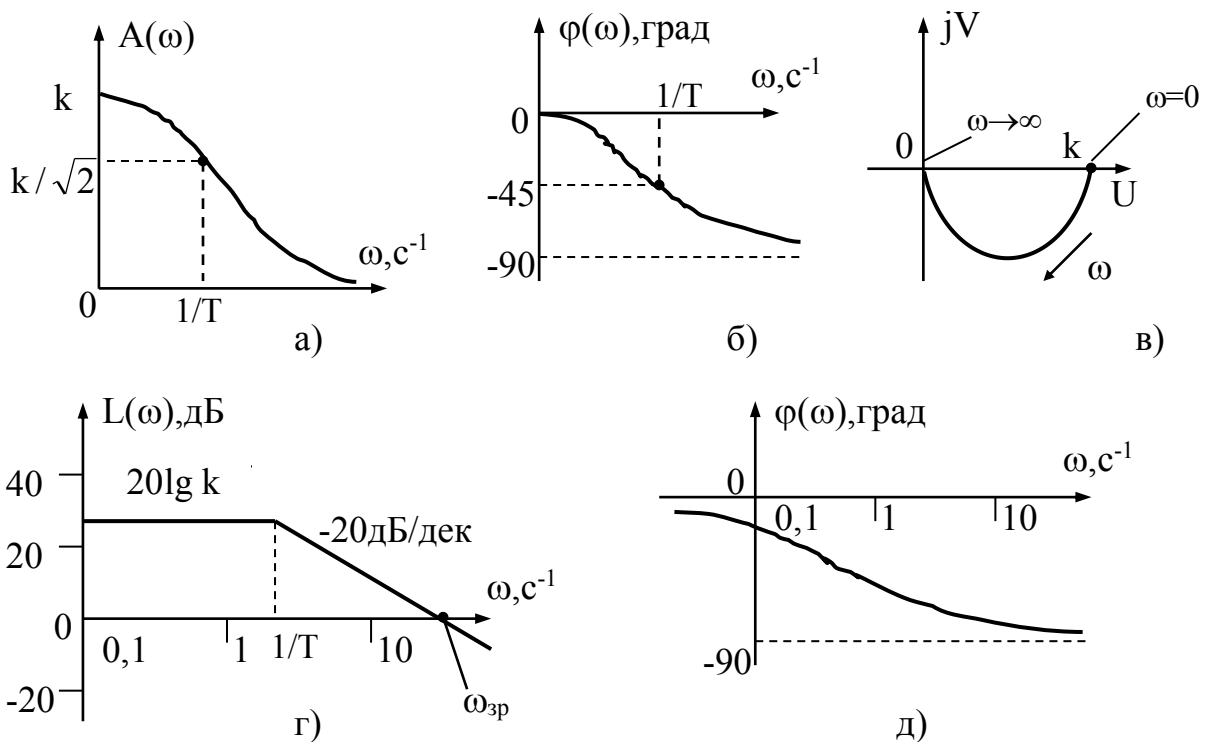


Рис. 8.7 - Частотні характеристики аперіодичної ланки:  
АЧХ (а); ФЧХ (б); АФЧХ (в); ЛАЧХ (г); ЛФЧХ (д)

Побудуємо ЛАЧХ аперіодичної ланки.

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + T^2\omega^2};$$

при  $\omega \ll 1/T$  (зона низьких частот) під коренем можна знехтувати другим доданком, а при  $\omega \gg 1/T$  (зона високих частот) – першим доданком, тобто

$$L_1(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg 1 = 20 \lg k \text{ – горизонтальна пряма;}$$

$$L_2(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg T\omega \text{ – пряма з нахилом } -20 \text{ дБ/дек.}$$

Обидві прямі перетинаються в точці, яку можна знайти із виразу:

$$L_1(\omega) = L_2(\omega), \text{ тобто } 20 \lg k = 20 \lg k - 20 \lg T\omega.$$

Звідси  $\lg T\omega = 0$ ;  $T\omega = 1$ ;  $\omega = 1/T$ ;

Частота  $\omega = 1/T$ , в якій перетинаються дві прямі (асимптоти), називається *частотою спряження*.

Частота, при якій ЛАЧХ перетинає вісь частот ( $L=0$  дБ), називається *частотою зрізу*  $\omega_{зр}$ . Для цієї частоти маємо:

$$L(\omega_{зр}) = 20 \lg A(\omega_{зр}) = 20 \lg \frac{A_2(\omega_{зр})}{A_1(\omega_{зр})} = 0.$$

Звідси  $A_2/A_1 = 1$ , тобто  $A_2=A_1$ : на частоті зрізу амплітуди вхідного та вихідного сигналів рівні між собою.

Побудована за таких припущень ЛАЧХ називається *асимптотичною*. Вона є наближеною. Точна та наближена ЛАЧХ найбільш сильно відрізняються в частоті спряження (відхилення досягає 3 дБ).

Логарифмічна фазова частотна характеристика асимптотично наближається до нуля при  $\omega \rightarrow 0$  та до  $-\pi/2$  при  $\omega \rightarrow \infty$ .

Частотні характеристики ланки наведені на рис. 8.7.

Розв'язуючи рівняння ланки (8.5) при  $x(t)=1(t)$  та за нульових початкових умов ( $y(0) = 0$ ), отримаємо перехідну функцію ланки (імпульсну перехідну функцію визначимо як похідну від перехідної функції):

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T}); \quad w(t) = h'(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}.$$

Відповідні характеристики наведені на рис. 8.8.

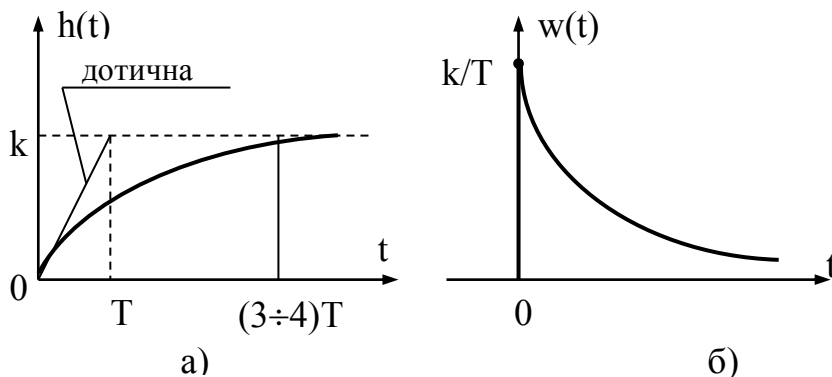


Рис. 8.8 - Перехідна (а) та імпульсна перехідна (б) характеристики аперіодичної ланки

Аперіодична ланка відповідає елементам САК, які містять хоча б один накопичувач енергії (пружина, маса, що рухається, ємність, індуктивність і т.д.). Чим більша величина  $T$ , тим повільніше розсіюється енергія в аперіодичній ланці.

Прикладами

елементів, що описуються аперіодичною ланкою, можуть слугувати RC- коло, LC-коло, ДПС НЗ великої потужності (з великою електромеханічною сталою часу  $T_M$ ), якщо вихідна величина – кутова швидкість вала двигуна.

## 8.6 Коливальна ланка

Коливальною називається ланка, яка описується рівнянням другого ступеня

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t), \quad (8.6)$$

де  $\xi$  (ксі) – коефіцієнт згасання або демпфування ( $0 < \xi < 1$ ).

Операційне рівняння:  $Y(s)(T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1) = kX(s)$ .

Передавальна функція ланки:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}.$$

Частотні функції мають вигляд:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2 + 2\xi T j\omega}; \quad A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + (2\xi T \omega)^2}}.$$

При  $\omega = 1/T$  амплітуда  $A(\omega) = k/(2\xi)$ , тобто для різних значень коефіцієнта згасання  $\xi$  на частоті  $\omega = 1/T$ , яку називають *резонансною*, амплітуда набуває значень від  $k/2$  до  $\infty$  (рис. 8.9, а:  $\xi_1 < \xi_2 < \xi_3$ ).

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\arctg \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2}, & \text{при } \omega \leq 1/T, \\ -\pi - \arctg \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2}, & \text{при } \omega > 1/T, \end{cases}$$

тобто при  $\omega \rightarrow \infty$   $\varphi(\omega) = -\pi$ .

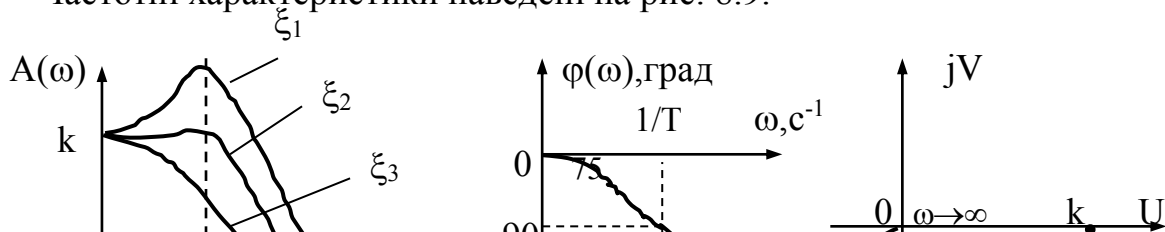
Асимптотична ЛАЧХ побудована аналогічно ЛАЧХ аперіодичної ланки:

$$L_1(\omega) = 20 \lg k, \quad \text{при } \omega \ll 1/T;$$

$$L_2(\omega) = 20 \lg k - 40 \lg T\omega, \quad \text{при } \omega \gg 1/T - \text{пряма з ухилом } -40 \text{ дБ/дек.}$$

У частоті спряження  $\omega = 1/T$  при малих значеннях коефіцієнта згасання асимптотична ЛАЧХ дуже відрізняється від точної ЛАЧХ.

Частотні характеристики наведені на рис. 8.9.



Розв'язуючи рівняння (2.40) ланки при  $x(t)=1(t)$  та за нульових початкових умов ( $y(0)=0$ ;  $y'(0)=0$ ), отримаємо перехідну функцію ланки:

$$h(t) = k \left( 1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_0) \right),$$

де  $\alpha = \xi/T$ ;  $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ ;  $\varphi_0 = \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$ .

Перехідна характеристика має вигляд затухаючих коливань, усталене значення яких дорівнює коефіцієнту  $k$  (рис.8.10, а).

Імпульсна перехідна функція ланки(рис.8.10, б):

$$w(t) = \dot{h}(t) = \frac{k(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t$$

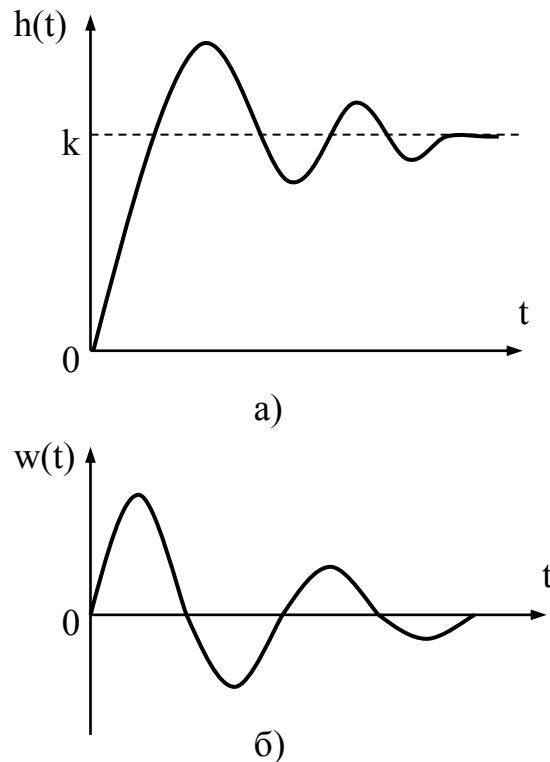


Рис. 8.10 - Перехідна (а) та імпульсна перехідна (б) характеристики коливальної ланки

До коливальних ланок належать елементи САК, що містять два накопичувачі енергії, в одному з яких накопичується потенціальна енергія, а в іншому - кінетична. Окрім того, має бути елемент, що розсіює цю енергію, тобто канал, по якому накопичувачі обмінюються енергією. Мірою витрати енергії в каналі обміну і є коефіцієнт згасання  $\xi$ : зі збільшенням витрат збільшується  $\xi$ ; зі зменшенням  $\xi$  збільшується коливальність процесу. Прикладами пристроїв, що описуються коливальною ланкою, можуть бути: ДПС НЗ малої потужності, в якого електромеханічна постійна часу  $T_m$  досить мала порівняно з електромагнітною  $T_e$  ( $T_m < 4 T_e$ ); RLC-контур (рис. 8.11) ( $L$  - накопичувач кінетичної енергії,  $C$  - накопичувач потенціальної енергії,  $R$  - елемент, на якому розсіюється теплова енергія); вантаж на пружині (пружина - накопичувач потенціальної енергії; маса, що рухається, - накопичувач кінетичної енергії, розсіювання відбувається в демпфері).

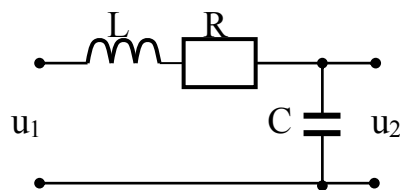


Рис. 8.11 – RLC контур

### 8.7 Консервативна ланка

Якщо опір каналу обміну енергії дорівнює нулю, тобто  $\xi=0$ , то коливальна ланка вироджується в консервативну (резонансну) ланку, рівняння якої має вигляд:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = k \cdot x(t). \quad (8.7)$$

Цьому рівнянню відповідає передавальна функція

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}.$$

Частотні функції ланки:  $W(j\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2}$ ;  $U(\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2}$ ;  $V(\omega) = 0$ ;

$A(\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2}$ ;  $\varphi(\omega) = 0$ , при  $\omega \leq 1/T$ ;  $\varphi(\omega) = -\pi$ , при  $\omega > 1/T$ .

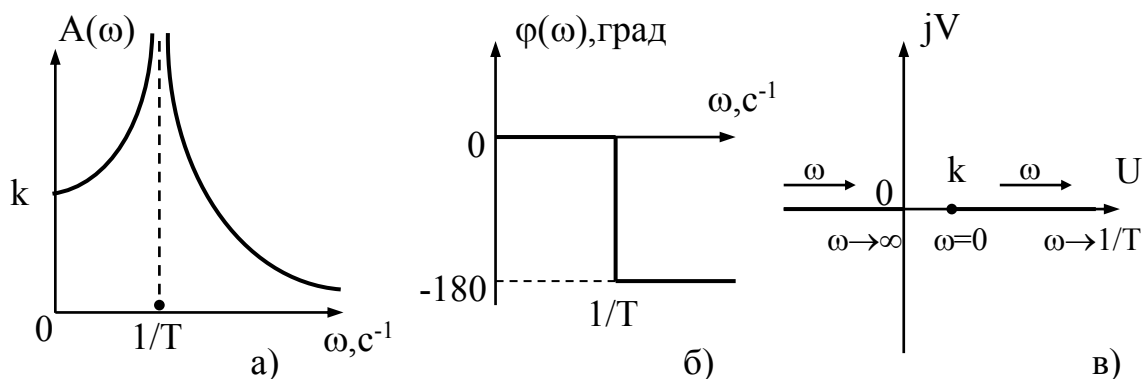


Рис. 8.12 - Частотні характеристики консервативної ланки: АЧХ (а); ФЧХ (б); АФЧХ (в)

Із цих виразів видно, що АЧХ на частоті  $\omega = 1/T$  має розрив, а ФЧХ - східчасто змінює своє значення з 0 на  $-\pi$  (рис. 8.12).

Перехідна функція ланки:

$$h(t) = k(1 - \cos \omega_1 t); \quad \omega_1 = 1/T.$$

Перехідна характеристика (рис.8.13,а) має вигляд незатухаючих гармонічних коливань навколо значення  $k$ .

Імпульсна перехідна функція:

$$w(t) = \dot{h}(t) = \frac{k}{T} \sin \frac{t}{T}.$$

Відповідна характеристика також має вигляд незатухаючих гармонічних коливань, але навколо нуля (рис. 8.13,б).

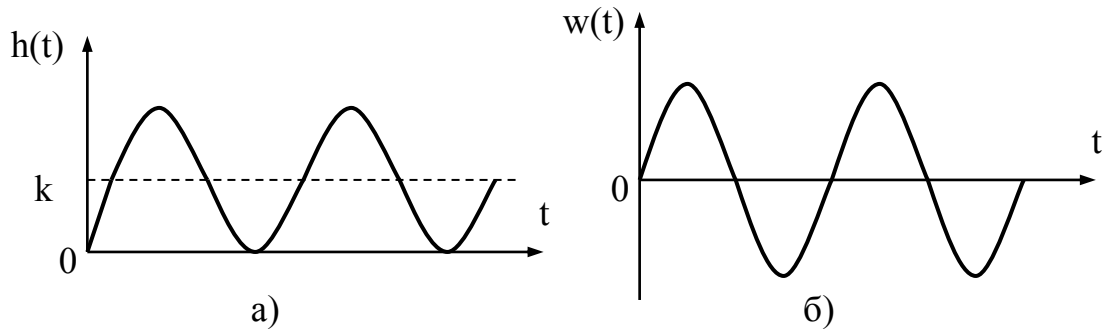


Рис. 8.13 - Перехідна (а) та імпульсна перехідна (б) характеристики консервативної ланки

### 8.8 Аперіодична ланка другого порядку

Якщо коефіцієнт згасання  $\xi \geq 1$ , то передавальну функцію коливальної ланки можна привести до вигляду:

$$W(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}, \quad (8.8)$$

$$\text{де } T_{1,2} = \frac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}.$$

Цю ланку можна уявити як послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок першого порядку, тому вона не належить до числа елементарних ланок.

Відмітимо, що аперіодичною ланкою другого порядку може бути описаний ДПС НЗ середньої потужності, для якого  $T_M \geq 4T_e$ .

### 8.9 Форсуюча ланка

Форсуючою називається ланка, яка описується рівнянням

$$y(t) = k \left( T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) \right). \quad (8.9)$$

Операційне рівняння і передавальна функція:

$$Y(s) = k(TsX(s) + X(s)); \quad W(s) = k(Ts + 1).$$

Частотні функції:

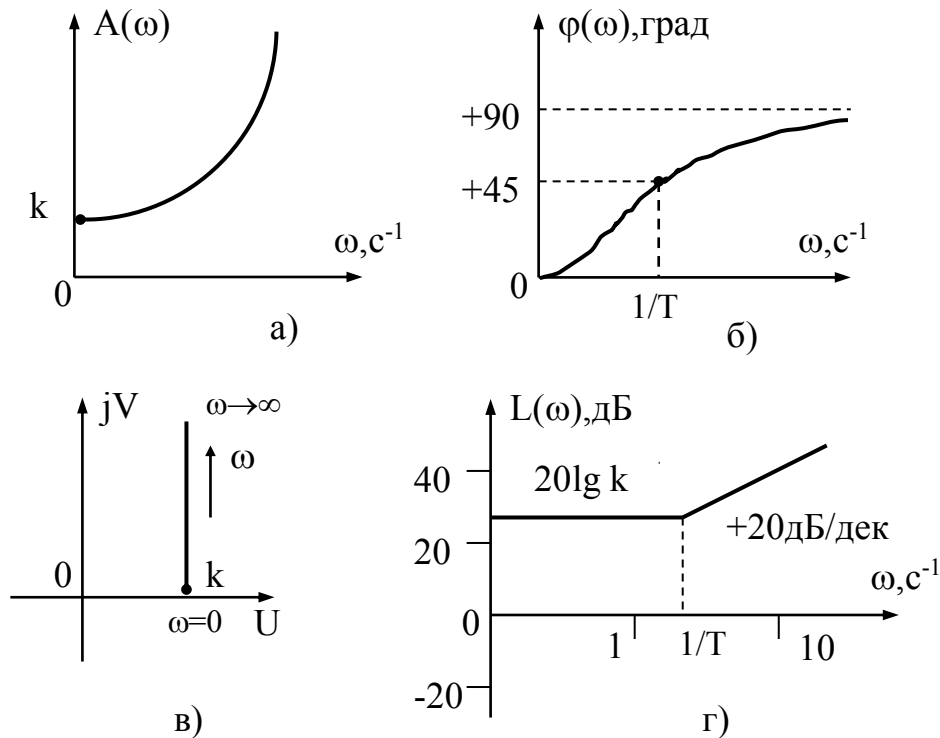


Рис. 8.14 - Частотні характеристики форсуючої ланки:  
АЧХ (а); ФЧХ (б); АФЧХ (в); ЛАЧХ (г)

$$W(j\omega) = k(Tj\omega + 1); U(\omega) = k; V(\omega) = kT\omega; A(\omega) = k\sqrt{T^2\omega^2 + 1};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(T\omega); \text{ при } \omega \rightarrow \infty \varphi(\omega) \rightarrow \pi / 2.$$

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + T^2\omega^2};$$

$$\text{при } \omega \ll 1/T \quad L_1(\omega) = 20 \lg k;$$

$$\text{при } \omega \gg 1/T \quad L_2(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg T\omega - \text{пряма з ухилом } +20 \text{ дБ/дек.}$$

АФЧХ являє собою пряму, що паралельна уявній вісі та перетинає дійсну вісь у точці  $U = k$ . Частотні характеристики наведені на рис. 8.14.

Часові функції форсуючої ланки:

$$h(t) = k(T\delta(t) + 1(t)); \quad w(t) = k(T\dot{\delta}(t) + \delta(t)).$$

### 8.10 Форсуюча ланка другого порядку

Ланка описується рівнянням:

$$y(t) = k \left( T^2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) \right), \quad (8.10)$$

і має передавальну функцію:

$$W(s) = k(T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1); \quad 0 < \xi < 1.$$

ЛАЧХ та ЛФЧХ ланки наведені на рис. 8.15.



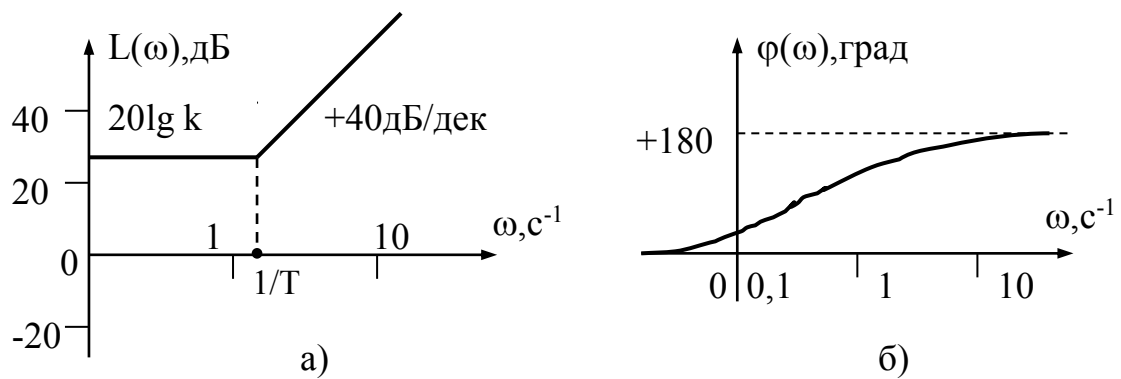


Рис. 8.15 - ЛАЧХ (а) та ЛФЧХ (б) форсуючої ланки другого порядку

Форсуючі ланки першого та другого порядку не можна реалізувати практично, а реальні форсуючі ланки обов'язково містять аперіодичні або коливальні. Наприклад, ланка, яку називають ланкою *швидкого реагування*, має передавальну функцію  $W(s) = k \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}$ .

### 8.11 Ланка запізнення

Ланка запізнення описується рівнянням

$$y(t) = kx(t - \tau), \quad (8.11)$$

де  $k$  - коефіцієнт передачі,  $\tau$  - час запізнення.

Використовуючи теорему запізнення (2.11) запишемо передавальну функцію ланки:

$$Y(s) = ke^{-\tau s} X(s); \quad W(s) = ke^{-\tau s}.$$

Частотні функції ланки:

$$W(j\omega) = ke^{-j\tau\omega}; \quad A(\omega) = k; \quad \varphi(\omega) = -\tau\omega.$$

Фізичний зміст фазової частотної характеристики – перекручення інформації, що передається. АФЧХ являє собою коло з центром у початку координат і радіусом  $k$ .

Часові функції мають вигляд:  $h(t) = k \cdot 1(t - \tau)$ ;  $w(t) = k \cdot \delta(t - \tau) = \delta(t - \tau)$ .

Характеристики ланки запізнення наведені на рис. 8.16.

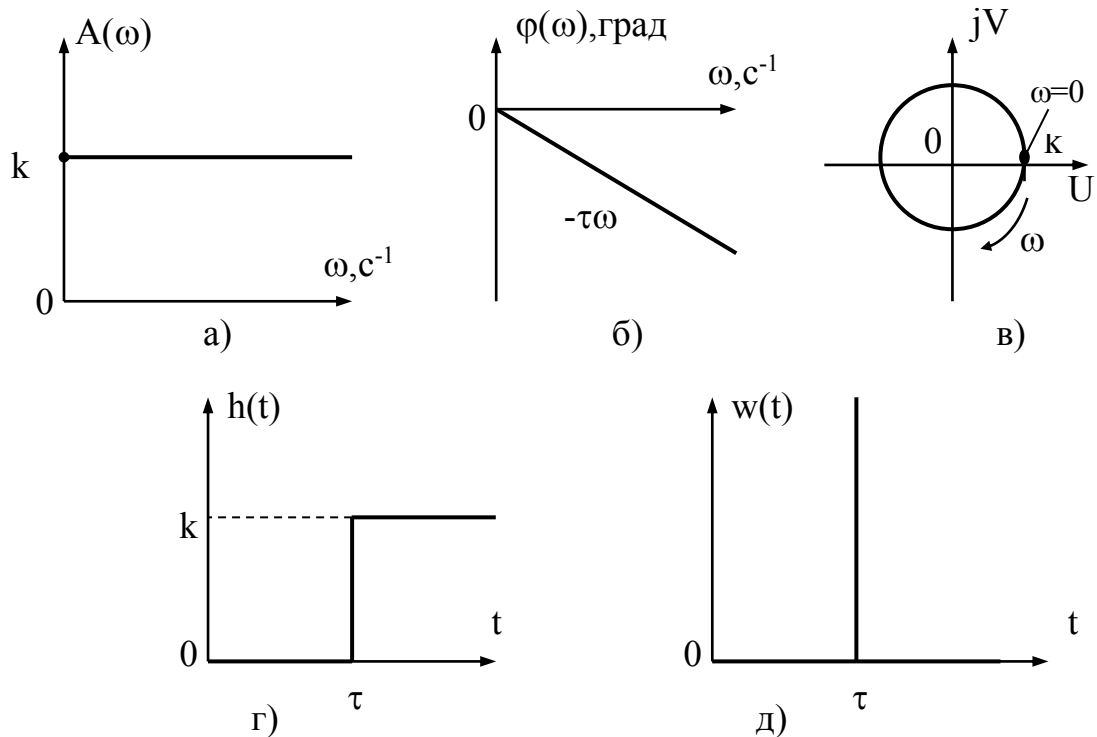


Рис. 8.16 - Характеристики ланки запізнення: АЧХ (а); ФЧХ (б); АФЧХ (в); перехідна (г); імпульсна перехідна (д)

До ланок запізнення можна віднести:

- лінії радіозв'язку ( $\tau$  - час проходження сигналу);
- довгий трубопровід ( $\tau$  - час розповсюдження тиску);
- транспортер ( $\tau$  - час перевезення вантажу).

**Приклад 8.1** Визначити, якою типовою динамічною ланкою може бути описаний двигун постійного струму з незалежним збудження. Від чого це залежить?

Рівняння має вигляд:

$$T_M T_e \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + T_M \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = K_d u(t).$$

Позначимо  $T_M T_e = T^2$ ;  $T_M = 2\xi T$ , тоді рівняння можна записати у вигляді:

$$T^2 \cdot \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + 2\xi T \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = K_d u(t).$$

$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_M}{T} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_M}{T_e}}$  - відносний коефіцієнт згасання, від значення якого

залежить характер ланки (значення  $\xi$  залежить від співвідношення електромагнітної та електромеханічної сталих часу, тобто від характеристик двигуна, зокрема, його потужності).

Якщо  $\xi < 1$ , то рівнянню двигуна відповідає передавальна функція коливальної ланки:

$$W(s) = K_d / (T^2 s^2 + 2\xi T s + 1).$$

Цей випадок є характерним для двигунів малої потужності, що використовуються в приладних слідкуючих системах.

Якщо  $\xi > 1$ , (двигуни середньої потужності) то передавальну функцію можна подати у вигляді аперіодичної ланки другого порядку:

$$W(s) = K_d / [(T_1s + 1)(T_2s + 1)], \text{ або } W(s) \approx K_d / [(T_ms + 1)(T_es + 1)],$$

$$\text{де } T_{1,2} = \frac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}.$$

Якщо  $\xi \gg 1$ , тобто  $T_m \gg T_e$  (двигуни великої потужності) то електромагнітною сталою часу  $T_e$  можна знехтувати і тоді рівняння двигуна записати у вигляді:

$$T_m \cdot d\omega(t)/dt + \omega(t) = K_d u(t).$$

Відповідна передавальна функція:  $W(s) = K_d / (T_ms + 1)$ . А значить, у цьому випадку ДПС НЗ описується аперіодичною ланкою першого порядку.

Двигуни малої потужності можуть мати дуже малі сталі часу  $T_m$  і  $T_e$ , тому в деяких випадках можна прийняти  $T_m \approx T_e \approx 0$ . Тоді рівняння перетворюється на рівняння пропорційної ланки:  $\omega(t) = K_d u(t)$ , якому відповідає передавальна функція  $W(s) = K_d$ .

## Тема 9. Передавальні функції та структурні схеми систем автоматичного керування

### 9.1. Структурні схеми САК

Математичний опис системи починається з розбивання системи на ланки і опису цих ланок. По рівняннях або характеристиках окремих ланок складають рівняння або характеристики системи в цілому, на основі яких і досліджується система.

В функціональній схемі система розбита на ланки, виходячи із функцій, що виконують ланки, тобто виходячи з призначення.

Для математичного опису систему розбивають на можливо більш прості ланки, враховуючи, що ланки повинні мати направленість. Ланкою направленої дії називається ланка, яка передає дію тільки в одному напрямку, – з входу на вихід, і така ланка не має впливу на стан попередньої ланки.

В результаті поділу САК на ланки направленої дії і одержання математичного опису ланок складають структурну схему системи.

*Структурною схемою* називається графічне зображення математичної моделі САК у вигляді з'єднання ланок. Структурна схема відображає *динамічні властивості системи*. Її задача – у найбільш наочній формі показати математичну сторону перетворення сигналів окремими елементами та всією системою в цілому.

Структурна схема складається з прямокутників, що зображають ланки системи, і стрілок, які з'єднують входи і виходи ланок. Стрілками позначають також зовнішні дії, які прикладено до окремих ланок. Кожній ланці структурної схеми ставиться у відповідність рівняння або характеристика, що описує відповідну ланку (рис 9.1). Позначення вхідних і вихідних величин

записують у вигляді зображень або оригіналів залежно від позначення у прямокутнику. Допускається також ланки нумерувати, а їхні передавальні функції, рівняння або характеристики представляти поза схемою.

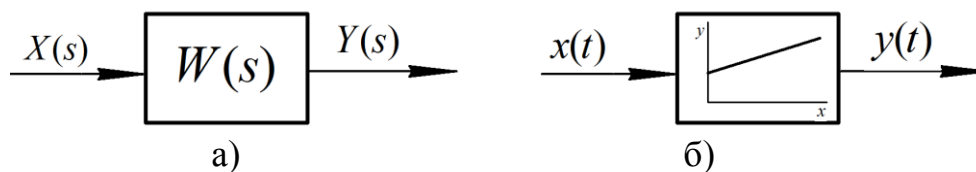


Рис. 9.1 - Зображення ланок на структурній схемі

1. Ланцюг передачі сигналу зображується прямою лінією, на якій стрілкою вказують напрямок проходження сигналу, а також наводять літерне позначення цього сигналу.
2. Елемент порівняння зображується у вигляді, наведеному на рис. 9.2.

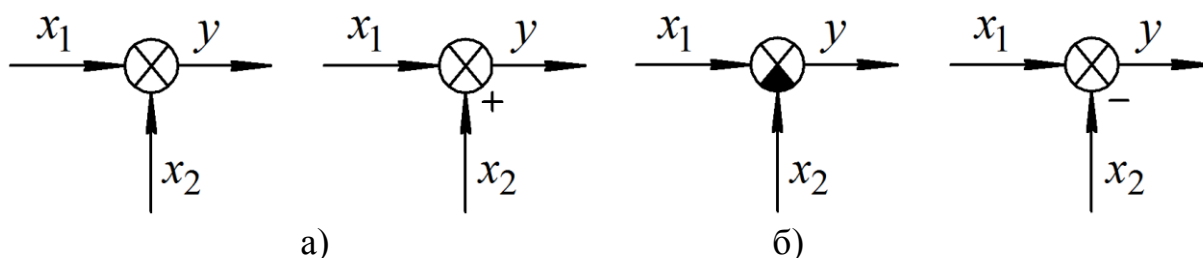


Рис. 9.2 – Зображення елементів порівняння при реалізації функцій:

а)  $y = x_1 + x_2$ ; б)  $y = x_1 - x_2$

Структурна схема реальної САК звичайно може бути представлена у вигляді комбінації трьох типів з'єднань ланок: послідовного, паралельного та зустрічно-паралельного. Кожне із цих з'єднань може бути замінене за певними правилами однією ланкою, властивості якої будуть еквівалентними властивостям з'єднання.

**Послідовне з'єднання.** При такому з'єднанні вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною наступної ланки (див. рис.9.3,а).

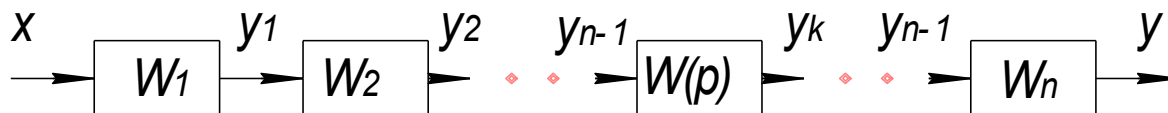


Рис. 9.3 – Структурна схема послідовного з'єднання ланок

$$y_1 = W_1(p)x, y_2 = W_2(p)y_1, \dots, y = W_n(p)y_{n-1}.$$

$$\text{Очевидно, що } y_2 = W_1(p) \cdot W_2(p)x, y_3 = W_1(p) \cdot W_2(p)W_3(p)x, \dots$$

Звідки,

$$y = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_n(p)x = W(p)x,$$

або

$$W(p) = \prod_{k=1}^n W_k(p). \quad (2.1)$$

Отже, передавальна функція всієї системи послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передавальних функцій ланок.

**Паралельне з'єднання.** При такому з'єднанні на вхід всіх ланок подається одна і та сама величина, а вихідна величина дорівнює сумі вихідних величин окремих ланок (див. рис. 9.4,а).

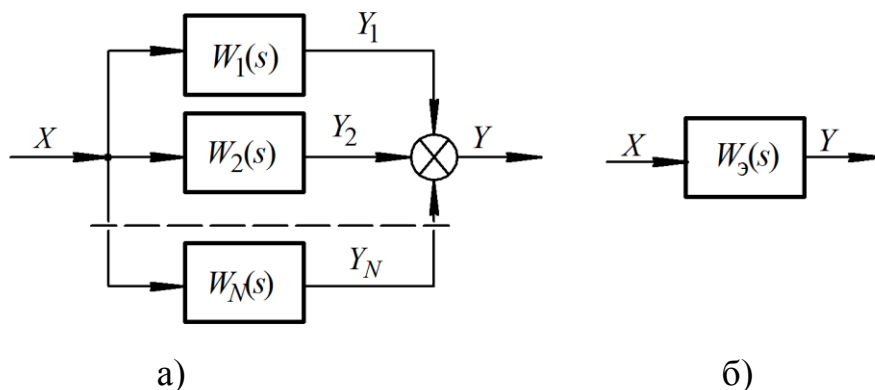


Рис. 9.4 – Структурна схема паралельного з'єднання ланок:  
а) вихідна; б) еквівалентна

Якщо  $y_1 = W_1(p)x$ ,  $y_2 = W_2(p)x$ ,  $y_n = W_n(p)x$  то  
 $y = y_1 + y_2 + \dots + y_n = W_1(p)x + W_2(p)x + \dots + W_n(p)x =$   
 $[W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)]x = W(p)x$ , або

$$W(p) = \sum_{k=1}^n W_k(p) \quad (2.2)$$

**Зустрічно-паралельне з'єднання (охоплення ланки зворотнім зв'язком).**

У цьому випадку структурна схема має вигляд, наведений на рис. 9.5,а, де зворотний зв'язок може бути як негативним, так і позитивним.

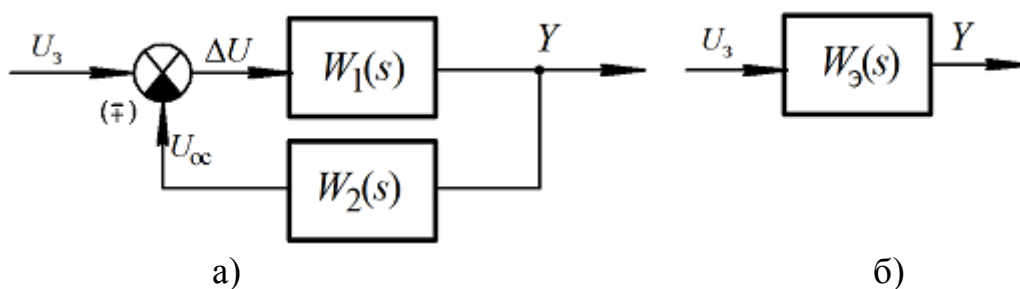


Рис. 9.5 – Структурна схема зустрічно-паралельного з'єднання ланок:  
а) вихідна; б) еквівалентна;  $x_{33}$  – сигнал зворотного зв'язку.

$$\begin{cases} y = W_1(p)(x \pm x_{33}) \\ x_{33} = W_2(p)y \end{cases}$$

„-” відповідає додатному зворотному зв'язку;

„+” відповідає від'ємному зворотному зв'язку.

Виключаючи  $x_{33}$ , отримуємо

$$y = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_2(p)} x, \quad (9.3)$$

або

$$y = W_3(p) x,$$

де  $W_3(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W(p)}$  – передавальна функція замкнутого кола,

а  $W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p)$  – передавальна функція розімкнутого кола.

## 9.2. Правила перетворення структурних схем САК

У ряді випадків вихідна структура САК може бути такою, що застосування описаних вище основних правил структурних перетворень виявляється недостатньою для її спрощення.

Найпоширеніші із цих правил наведені в табл. 9.1, де всі змінні  $Z$  позначають сигнали, що з'явилися або зникли в результаті перетворень.

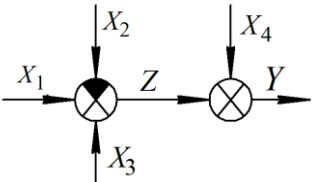
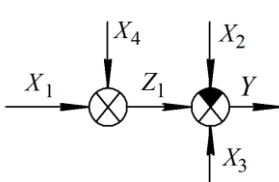
**Перенесення суматора (елемента порівняння).** При перенесенні суматора за ходом дії сигналу, в частину схеми додається ланка з передавальною функцією рівною передавальній функції тієї частини, через яку переносимо елемент.

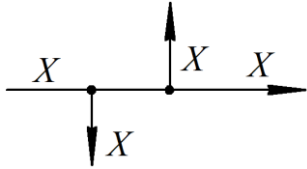
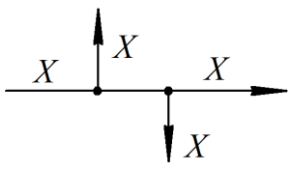
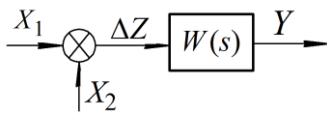
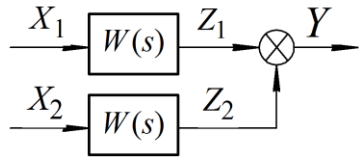
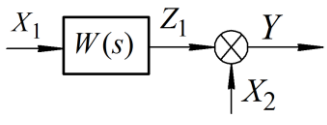
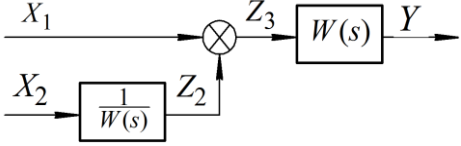
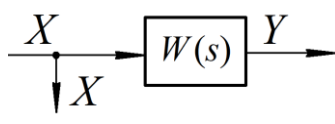
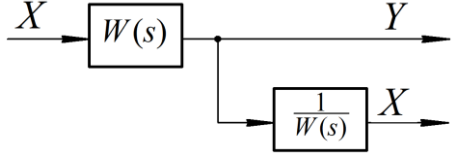
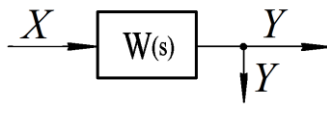
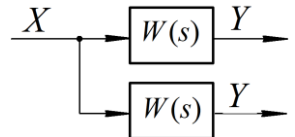
При перенесенні суматора проти ходу дії сигналу – додається ланка з передавальною функцією оберненою передавальній функції тієї частини, через яку переноситься елемент.

**Перенесення вузла (точки розгалуження).** При перенесенні вузла за ходом дії сигналу, в частину схеми додається ланка з передавальною функцією оберненою передавальній функції тієї частини, через яку переноситься вузол.

При перенесенні вузла проти ходу дії сигналу – додається ланка з передавальною функцією рівною передавальній функції тієї частини, через яку переносимо точку розгалуження.

**Таблиця 9.1 - Правила перетворення структурних схем САК**

Операція	Вихідна схема	Перетворена схема
1. Перестановка суматорів	 $Y = X_1 - X_2 + X_3 + X_4$	 $Y = X_1 + X_4 - X_2 + X_3$

2. Перестановка вузлів розгалуження сигналів		
3. Перенесення суматора через ланку вперед	 $Y = W(s)(X_1 + X_2)$	 $Y = W(s)X_1 + W(s)X_2 = W(s)(X_1 + X_2)$
4. Перенесення суматора через ланку назад	 $Y = W(s)X_1 + X_2$	 $Y = \left( X_1 + \frac{X_2}{W(s)} \right) W(s) = W(s)X_1 + X_2$
5. Перенесення вузла розгалуження через ланку вперед	 $Y = W(s)X$ $X = X$	 $X = X$ $Y = W(s)X$
6. Перенесення вузла розгалуження через ланку назад	 $Y = W(s)X$	 $Y = W(s)X$

### Список літератури

1. Chatraei A. Optimal Control of Robot Manipulators. / A. Chatraei, D.M.I.V. ZAda. – 2011.
2. Siciliano B. Springer Handbook of Robotics / B. Siciliano, O. Khatib. – Berlin : Springer, 2008. – P. 1631.
3. Воротников С.А. Информационные устройства робототехнических систем / С.А. Воротников // М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 384 с.
4. Зенкевич С.Л. Основы управления манипуляционными роботами / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко // Основы управления манипуляционными роботами. 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 480 с.
5. Механізація та автоматизація навантажувально-розвантажувальних робіт: Навчальний посібник, Ч.1:Транспортні та навантажувально-розвантажувальні засоби / За заг. ред. С.Л. Литвиненка. - К.: Кондор, 2016. - 208 с.
6. Проць Я.І., Савків В.Б., Шкодзінський О.К., Ляшук О.Л. Автоматизація виробничих процесів. Тернопіль: Видавництво ТНТУ. 2011, 338 с. Лист про надання грифу МОН № 1-11 від 18.10.2011.
7. Асфаль Р. Роботы и автоматизация производства. - М.: Машиностроение, 1989. - 448 с.
8. Гавриш А.П., Ямпольский Л.С. Гибкие робототехнические системы:Учебник .-К.:Высшая школа,1989 .-407 с.
9. Гибкие автоматизированные производственные системы/Под общ. ред. Л.С. Ямпольского .-К.:Техніка,1985 .-280 с.
10. Гибкие производственные системы, промышленные роботы, робототехнические комплексы: В 14 кн..Кн. 5:Промышленные роботы/Под ред. Черпакова Б.И.-М.:Высшая школа,1990 .-94 с.
11. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы:Справочник .- М.:Машиностроение,1983 .-376 с.
12. Промышленные роботы:Конструирование, управление, эксплуатация. Учебное пособие для втузов/Костюк В.И., Гавриш А.П., Ямпольский Л.С.,Карлов А.Г.-К.:Вища школа,1985 .-359 с.
13. Спыну Г.А. Промышленные роботы. Конструирование и применение: Учебное пособие .-2-е изд., перераб. и доп.-К.:Вища школа,1991. – 312 с.
14. Юревич Е.И. Основы робототехники. - Ленинград: Машиностроение, 1985. - 271 с.
15. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. 3-е изд., испр. М.: Физматгиз, 1975. - 768 с.
16. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 1997. - 544 с.
17. Теория автоматического управления. 4.1. Теория линейных систем автоматического управления / под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк. 1986. - 367 с.



18. Теория автоматического управления. 4.2. Теория нелинейных систем автоматического управления / под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк, 1986. - 356 с.
19. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. 2-е изд. Л.: Энергия, 1975. - 416 с.
20. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. - Москва: Паука, 1977. - 560 с.
21. Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. - 352 с.
22. Автоматическая загрузка технологических машин: Справочник / И.С. Бляхеров, Г.М. Варьяш, А.А. Иванов и др. // Под общ. ред. И.А. Клусова. М.: Машностроение. – 1990. – 400 с.