Практична робота по теорії надійності приладів

Визначення кількісних характеристик надійності по статистичним даним на відмову виробу

Теоретичні відомості

Ймовірність безвідмовної роботи по статистичним даним на відкази оцінюється виразом

$$P^*(t) = n(t)/N, \qquad (1)$$

де $n(t)$- число виробів, не відмовивших до моменту часу t ; N - число виробів, поставлених на випробування; $P^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу.

Для ймовірності відмови по статистичним даним справедливе співвідношення

$$q^*(t) = (N - n(t))/N \quad , \qquad (2)$$

де $N - n(t)$ - число виробів , відмовивши до моменту часу t ; $q^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності відмови виробу.

Частота відмов по статистичним даним на відмови виражається

$$f^*(t) = \Delta n(t)/N\cdot \Delta t, \qquad (3)$$

де $\Delta n(t)$ - число відмовивши виробів на протязі часу $(t, t + \Delta t)$; $f^*(t)$ – статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов по статистичним даним на відмову визначається формулою

$$\lambda^*(t) = \Delta n(t)/(\Delta t\cdot n(t)), \qquad (4)$$

де $n(t)$ - число виробів, не відмовивши до моменту часу t ; $\Delta n(t)$ - число відмовивши виробів на інтервалі часу $(t, t+\Delta t)$.

Середній час безвідмовної роботи виробу по статистичним даним оцінюється виразом

$$m_t^* = (1/N) \sum_{i=1}^{N} t \quad , \qquad (5)$$

де t_i - час безвідмовної роботи і-того виробу; N - загальне число виробів, поставлених на випробування.

Задача №1.

На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп. За 3000 годин відмовило 80 ламп. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи - P*(t), та ймовірність відмови - q*(t) при t = 3000 годин.

Рішення:

В даному випадку N= 1000 ; n(t)=1000 - 80 = 920 , N - n(t) = 1000-920=80. По формулам (1,2) визначаємо

$$P^*(3000) = n(t)/N = 0.92 \quad ,$$
$$q^*(3000) = (N - n(t)) / N = 0.08, \quad \text{або}$$
$$q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Задача №2.

На випробування поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 годин відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 – 4000 годин відмовило ще 50 ламп. Необхідно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов електронних ламп у проміжку часу 3000 – 4000 годин.

Рішення:

В даному випадку N=1000; t=3000 час; Δt =1000 час; Δn(t)=50; n(t)=920.

По формулам (3,4) знаходимо

$$f^*(t) = f^*(3000) = \Delta n(t)/N\Delta t = 5*10^{-5} \text{ 1/год.}$$

$$\lambda^*(t) = \Delta n(t)/(\Delta n(t)\, n(t)) = 5*10^{-3} \text{ 1/год.}$$

Задача № 3.

На випробування поставлено N = 400 виробів. За час t = 3000 годин відмовило 200 виробів. За інтервал часу (t, t+Δt), де Δt = 100 годин, відмовило ще 100 виробів. Визначити P(3000), P(3100), f(3000), λ(3000).

Рішення:

По формулі (1) знаходимо

$$P^*(t) = P(3000) = n(t)/N = 200/400 = 0.5;$$
$$P^*(t) = P(3100) = n(t)/N = 100/400 = 0.25;$$

Використовуючи формули (3,4), отримаємо

$$f^*(t) = f^*(3000) = \Delta n(t)/N\cdot\Delta t = 100/(400*100) = 2.5*10^{-3} \text{ (1/год)}$$
$$\lambda^*(t) = \lambda(3000) = \Delta n(t)/(\Delta t\cdot n(t)) = 100/(100\cdot 200) = 5\cdot 10^{-3} \text{ (1/год)}$$

Задача№ 4.

На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримано наступні значення t_i (t_i – час безвідмовної роботи і – го виробу): t1 = 280 год., t2 = 350 год., t3 = 400 год., t4 = 320 год., t5 = 380 год., t6 = 330 год. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Рішення:

По формулі (5) маємо

$$m_t^* = (1/N) \sum_{i=1}^{N} t = (280+350+400+320+380+330)/6 = 343{,}3 \text{ годин.}$$

Задача № 5.

В результаті спостереження за 20 зразками технічних засобів отримані дані до першої відмови всіх зразків і зведені в таблицю. Потрібно визначити середній наробіток до відмови T_{CP}

$$T_{CP} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i\, t_{CP,i} \quad ,$$

де n_i - кількість виробів, що відмовили на i – му інтервалі часу; $t_{CP,i} = (t_{I-1} + t_I)/2$ – середини часових інтервалів, m - кількість інтервалів часу.

Δt_i,год.	n_i
0 - 5	3
5 – 10	5
10 -15	8
15 - 20	4

Рішення:

$t_{CP.1}$ =2,5; $t_{CP.2}$ = 7.5; $t_{CP.3}$ = 12,5; $t_{CP.4}$ =17,5.

$$T_{CP} = \frac{3 * 2{,}5 + 5 * 7{,}5 + 8 * 12{,}5 + 4 * 17{,}5}{20} = 10{,}75 \text{ год.}$$

Практична робота №2

Задача № 1.

Після 500 годин напрацювання із 56 агрегатів, поставлених на експлуатацію, в працездатному стані залишилось 43 агрегата. Визначити ймовірність безвідмовної роботи агрегата на протязі 500 годин.

Рішення:

Використаємо формулу для визначення ймовірності безвідмовної роботи об'єкта

$$P(t) = \frac{N_p}{N} = 1 - \frac{n(t)}{N},$$

де N_p - число працездатних об'єктів на момент t,

N - Загальне число спостерігаємих об'єктів ;

n(t) - число об'єктів, відмовивши на момент t від початку експлуатації.

$$P(500) = \frac{43}{56} = 0{,}768.$$

Задача №2.

Для попереднього прикладу визначити ймовірність відмови агрегата за 500 годин роботи.

Рішення:

Використаємо формулу для ймовірності відмови

$$Q(500) = 1 - P(500) = 1 - 0{,}786 = 0{,}232$$

При визначенні ймовірності безвідмовної роботи і ймовірності відмови застосовують дві основні теореми для визначення ймовірності випадкової події..

<u>Теорема 1.</u> Ймовірність появи одного із двох несумісних подій рівна сумі ймовірностей цих подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

де A,B – несумісні події.

Задача №3 : В складі агрегату маємо 5 вузлів. Імовірність відмови кожного вузла на протязі часу t складає 5%. Відмови вузлів несумісні. Визначити імовірність відмови агрегату.

Рішення :

Використаємо теорему для імовірності хоча би одного із декількох несумісних подій:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^{n} Q_i(t) = \sum_{i=1}^{5} 0{,}05 = 0.25.$$

Таким чином, імовірність відмови агрегату на протязі часу t складає 25%.

Теорема 2. ***Імовірність сумісної появи декількох незалежних подій рівна добутку ймовірностей цих подій:***

$$P(A_1A_2..A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n).$$

Задача №4.

Система складається із 4-х агрегатів. Надійність кожного агрегату на протязі часу t характеризується ймовірністю безвідмовної роботи 90%. Найти імовірність безвідмовної роботи системи на протязі часу t при умові незалежності агрегатів.

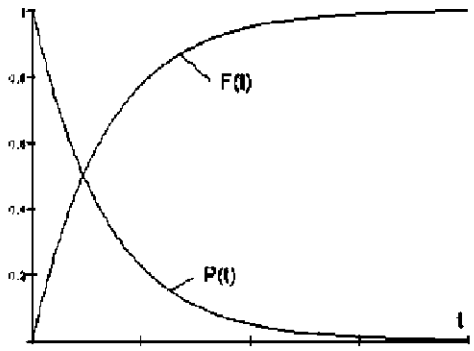
$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) = \prod_{i=1}^{4} 0{,}9 = 0{,}656.$$

Таким чином, імовірність безвідмовної роботи системи на протязі часу t рівна 65,6%.

Задача № 5.

Час роботи елемента до відмови підпорядковується експоненціальному закону розподілу з параметром $\lambda = 2.5\cdot 10^{-5}$ 1/год. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності елемента p(t), q(t), f(t), m_t для t = 1000 годин. Побудувати графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи від часу на протязі 100 -100000 годин.

Експоненційний закон описує надійність роботи технічного засобу в період його нормальної експлуатації, коли поступові відмови із-за зношення та старіння ще не проявляються і надійність характеризується раптовими відмовами. Ці відмови викликаються несприятливим збігом різних факторів і мають постійну інтенсивність λ. *Експоненційний розподіл часто називають основним законом надійності. Експоненційний розподіл найбільше застосовується для оцінки безвідмовності об'єктів в період після припрацювання і до появи поступових відмов.*



$$p(t) = e^{-\lambda t}; \qquad \lambda(t) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda \ ;$$
$$q(t) = 1 - e^{-\lambda t} \ ;$$
$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \ ; \qquad m_t = \frac{1}{\lambda} \ .$$

---

1. Вичислимо ймовірність безвідмовної роботи:

$$p(1000) = e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0.025} = 0.9753 \ .$$

2. Вичислимо ймовірність відмови:

$$q(1000)=1-p(1000)=0.0247 \ .$$

3. Вичислимо частоту відмов:

$$f(t) = \lambda(t) p(t) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t} \ ;$$
$$f(1000) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} 1000} = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 0.9753 = 2.439 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час.}$$

4. Вирахуємо середній час безвідмовної роботи:

$$\mathrm{m_t} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ час.}$$

Задача № 6.

Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення циліндрів автомобільного двигуна на протязі 120 годин рівна 0.9. Вважаємо, що справедливий експоненційний закон надійності. Необхідно вичислити інтенсивність відмов і частоту відмов лінії для моменту часу t = 120 годин, а також середній час безвідмовної роботи.

Рішення:

Для визначення **інтенсивності відмов** застосуємо формулу для ймовірності безвідмовної роботи

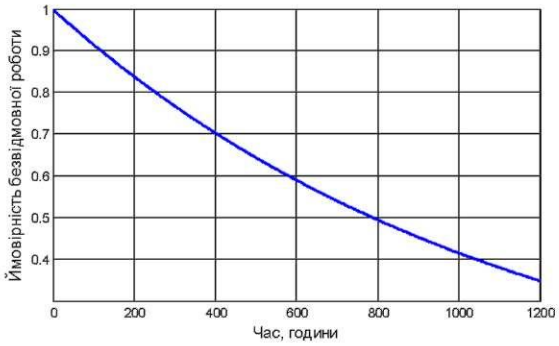
$$p(t) = e^{-\lambda t} .$$

Логарифмуючи даний вираз маємо: $\log(p(t)) = -\lambda t$, звідки інтенсивність відмов автоматичної лінії $\lambda = -\frac{\log(0.9)}{120} = \frac{0.1054}{120} = 8.78 \cdot 10^{-4}$ 1/год.

Середній час безвідмовної роботи лінії оцінюється виразом $m_t = \frac{1}{\lambda} = 1100$ годин.

Частота відмов лінії $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} = 7.9 \cdot 10^{-4}$ 1/год.

Побудувати графік залежності ймовірності безвідмовної роботи від часу.



Задача № 7.

Інтенсивність відмов електричного елемента рівна $\lambda = 10^{-6}$ 1/год. Відмови підпорядковуються експоненційному закону розподілу випадкової величини. Знайти ймовірність безвідмовної роботи елемента на протязі 10000 годин.

Рішення:

Застосуємо формулу для ймовірності безвідмовної роботи при експонеційному розподілі

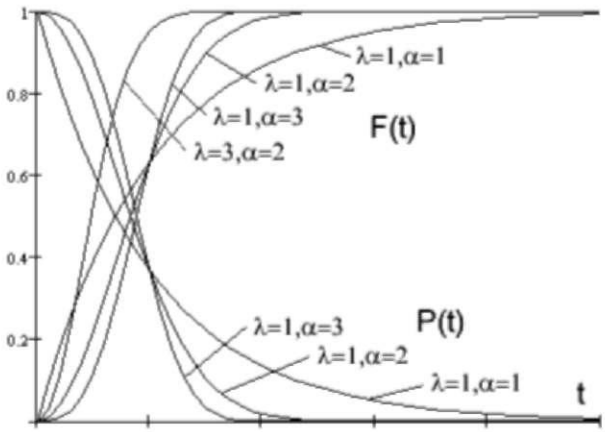
$$P(10000) = P(t) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-10^{-6} \cdot 10000} = 0{,}99,$$

, таким чином, ймовірність безвідмовної роботи елемента P(10000) = 99%.

Розподіл Вейбула. Вейбул описав з його допомогою розкид втомленої міцності сталі, межі її пружності. Цей розподіл застосовують також при опису надійності складних технічних систем.

Закон Вейбула являється двухпараметричним універсальним законом, оскільки при зміні параметрів він може описувати нормальний розподіл, експоненційний розподіл та інші. Розподіл Вейбула характеризується параметром масштабу λ і параметром форми α.

Графіки функцій розподілу F(t) і ймовірності безвідмовної роботи P(t) показані на рисунку.



Функція розподілу для закону Вейбула має вид

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t^{\alpha}}$$

, ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t^{\alpha}}$$

Для закону Вейбула при $\alpha = 1$ отримуємо експонеційний розподіл, який являється окремим випадком розподілу Вейбула.

Вибором параметрів масштабу і форми можна в широких межах змінювати форму кривої, що дозволяє використовувати закон Вейбула для самих різних випадків математичного описання надійності багатьох об'єктів.

Задача № 8.

Визначити ймовірність безвідмовної роботи генератора на протязі 1000 годин, якщо його напрацювання на відмову описується розподілом Вейбула з параметрами $\alpha = 2$ і $\lambda = 6.667 \cdot 10^{-7}$.

Рішення:

Ймовірність безвідмовної роботи рівна

$$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t^{\alpha}} = e^{-6.667 \cdot 10^{-7} \cdot 1000^{2}} = 0{,}513.$$

Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи генератора на протязі 1000 годин складає 51,3%.

Задача № 9.

Випадкове напрацювання виробу до відмови розподілено по закону Вейбула з параметрами $\alpha = 2$, $\lambda = 10^{-6}$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи виробу при напрацюванні T =300 годин.

Рішення:

Використаємо формулу для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи при розподілу Вейбула.

$$P(300) = e^{-\lambda \cdot T_{\gamma}^{\alpha}} = e^{-10^{-6} \cdot 300^{2}} = e^{-10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{4}} = 0{,}9139.$$

Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи на протязі 300 годин складає 91,39%.

Задача № 10.

Для попередньої задачі знайти напрацювання на відказ при ймовірності безвідмовної роботи 99%.

Рішення:

Використаємо рівняння ймовірності безвідмовної роботи $0.99 = e^{-10^{-6} \cdot T_{99\%}^{2}}$, звідки $\ln 0.99 = -10^{-6} \cdot T_{99\%}^{2}$, таким чином

$$T_{99\%} = \sqrt{\frac{\ln 0{,}99}{-10^{-6}} = 100} \text{ час.}$$