

УДК 631.326

Сенів Т., Довбуш А.Д., ст. викл.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗКРИТТЯ СТАТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПЛОСКИХ РАМ

Seniv T. Dovbush A.D.

### ANALYSIS OF METHODS DISCLOSURE OF THE UNCERTAINTY OF THE STATIC FLAT FRAME

**Ключові слова:** рама, сила.

**Keywords:** frame, force

Проведемо аналіз методів розкриття статично-невизначеної плоскої рами, навантаженої системою сил (рис. 1а) застосовуючи метод сил і метод мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД).

Задана система 4-3=1 раз статично невизначена. Розкриваючи статичну невизначеність методом сил: вибираємо основну систему (рис. 1б); записуємо рівняння методу сил  $X_2 \delta_{22} = -\Delta_2(F)$ .

Будуємо епюри згинальних моментів від зовнішніх навантажень та одиничної сили в основній системі (рис. 1в,г).

Коефіцієнт  $\delta_{22}$  та вільний член рівняння  $\Delta_2(F)$  визначаємо графо-аналітичним способом:

$$\delta_{22} = \frac{l^2}{EI} \left( \frac{2l}{3} + a \right); \quad \Delta_2(F) = -\frac{qa^2 l}{2EI} \left( \frac{a}{3} + \frac{l}{2} \right).$$

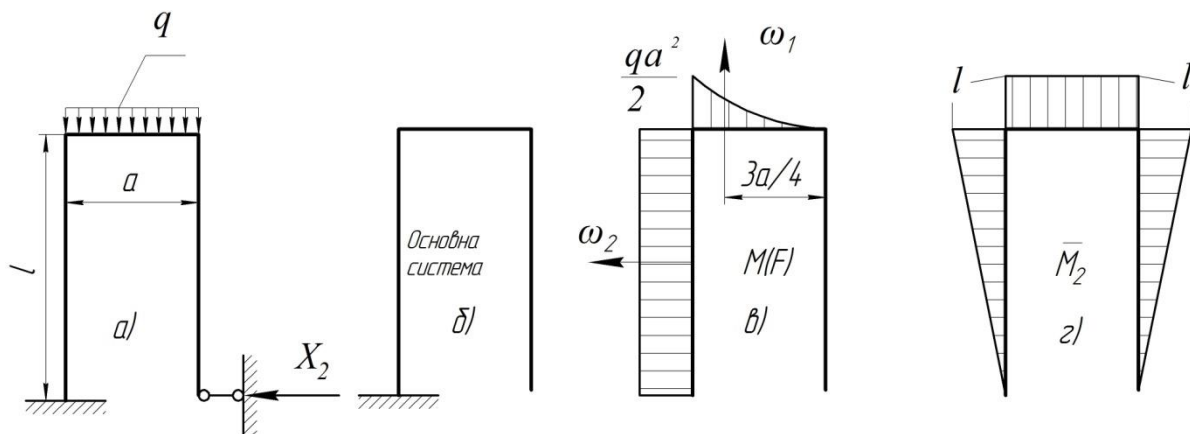


Рисунок 1. Навантажена рамна система

З рівняння методу сил, отримаємо:

$$X_2 = \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot l^2} \cdot \frac{\left( \frac{a \cdot l}{3} + \frac{l^2}{2} \right)}{\left( \frac{2 \cdot l}{3} + a \right)}.$$

Для розкриття статичної невизначеності ММПЕД записуємо функцію потенціальної енергії деформації системи:

$$U = \int_0^l \frac{(X_2 \cdot x)^2 dx}{2EI} + \int_0^a \frac{\left(\frac{q \cdot x^2}{2} + X_2 \cdot l\right)^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{\left(\frac{q \cdot a^2}{2} + X_2 \cdot l - X_2 \cdot x\right)^2 dx}{2EI}.$$

На підставі формули Лейбніца диференціюємо отриманий вираз за параметром  $X_2$ ,  $\frac{\partial U}{\partial X_2}$ , а потім інтегруємо по  $x$ . Отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X_2} &= \frac{1}{EI} \left\{ \int_0^l ((X_2 \cdot x) \cdot x) dx + \int_0^a \left( \left( \frac{qx^2}{2} + X_2 \cdot l \right) \cdot l \right) dx + \int_0^l \left( \left( \frac{qa^2}{2} + X_2 \cdot l - X_2 \cdot x \right) \cdot (l - x) \right) dx \right\} = \\ &= \frac{1}{EI} \left\{ X_2 \cdot l^2 \cdot \left( a + \frac{2l}{3} \right) + q \cdot l \cdot a^2 \cdot \left( \frac{a}{6} + \frac{l}{4} \right) \right\}. \end{aligned}$$

$$\text{Застосовуючи ММПЕД } \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0, \text{ визначаємо } X_2 = \frac{q \cdot a^2 \cdot \left( \frac{a \cdot l}{3} + \frac{l^2}{2} \right)}{2 \cdot l^2 \cdot \left( \frac{2 \cdot l}{3} + a \right)}.$$

Метод мінімуму потенціальної енергії деформації розкриває статичну невизначеність без побудови епюр згинальних моментів від зовнішніх та одиничних навантажень, що значно скорочує час розв'язку задачі.

1. Рибак Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин. – Тернопіль: ВАТ ТВПК „Збруч”, 2003. – 332 с
2. Довбуш Т.А. Оцінка ресурсу роботи і обґрунтування конструкції несучої системи розкидачів добрив: дисертація на здобуття наук. ступ. к.т.н.; спеціальність 05.05.11/ Т.А. Довбуш. – Тернопіль: ТНТУ, 2016. – 189 с.