

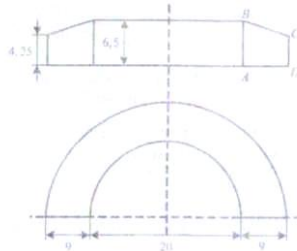
Задача 1. Залізобетонна панель має розміри $600 \times 120 \times 22$ см. По всій її довжині є 6 циліндричних отворів діаметром 14 см.

Знайдіть масу панелі, якщо густина залізобетону $2,5 \text{ т/м}^3$.

Задача 2. Яку кількість нафти (у тоннах) вміщує циліндрична цистерна, діаметр якої 18м, висота 7м, якщо густина нафти $\rho = 0,85 \text{ г/см}^3$?

Задача 3. Паровозне депо має на плані вигляд півкільця, внутрішній діаметр якого дорівнює 20м. Ширина півкільця - 9м. У поперечному перерізі депо має вигляд прямокутної трапеції А ВСІ), паралельні сторони якої дорівнюють 4,25м і 6,5м.

Знайти об'єм депо.



Задача 4. Капітал в 1 млрд. грошових одиниць може бути розміщено у банку під 0% річних або інвестований у підприємство, при цьому ефективність вкладу очікується 100%, а витрати задані квадратичною залежністю. На прибуток накладається податок $P\%$. При яких значеннях P вклад у підприємство є більш ефективним, ніж чисте розміщення капіталу в банку?

Задача 5. Споживання електроенергії підприємствами та міським населенням з 8 до 18 год. наближено виражається функцією $y = 1000 - 8t + 15t^2$, t – кількість годин. Обчислити плату за електроенергію, що споживається містом за цей час, якщо тариф 1,68 грн. за 1 кВт/год.

$$N = \int_0^t (1000 - 8t + 15t^2) dt$$

УДК 517.929.2

Пахолі М.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

РОЗВ'ЯЗОК РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА У ЦІЛИХ ЧИСЛАХ

Науковий керівник: к.ф.м.н., доцент Гефтер С.Л.

Paholy M.

V. N. Karazin Kharkiv National University

SOLUTIONS OF DIFFERENT EQUATIONS IN GENERAL VIEW AND IN DIFFERENT NUMBERS

Ключові слова: різницеві рівняння, наближення, функція.

Key words: difference equation, approximation, function.

Дифференційні та різницеві рівняння зустрічаються не тільки в математиці, але й у фізиці, економіці тощо. Вони є ефективним інструментом математичного моделювання. Слово "модель" позначає такий матеріальний або знаковий об'єкт, який в процесі пізнання реальності замінює об'єкт-оригінал. При описі багатьох фізичних і економічних об'єктів і процесів застосовують знакові моделі .. Необхідність застосування моделей обумовлена тим, що деякі об'єкти безпосередньо досліджувати неможливо, наприклад, економічну ефективність підприємств, що будуються. Часто експерименти з реальними об'єктами вимагають багато часу і коштів, а застосування моделювання вирішує ці завдання.

Звичайне різницеве рівняння встановлює зв'язок між значеннями функції $y = y(x)$, що розглядається для ряду рівновіддалених значень аргументу x , але можна без обмеження спільності вважати, що шукана функція визначена для рівновіддалених значень аргументу з кроком, рівним одиниці. Таким чином, якщо початкове значення аргументу є x , то ряд його рівновіддалених значень буде $x, x + 1, x + 2, \dots$ і в зворотному напрямку: $x, x-1, x-2, \dots$. Відповідні значення функції будемо позначати $y(x), y(x+1), y(x+2)$ або $y(x-1), y(x-2), \dots$.

Визначимо так звані різниці різних порядків функції $y(x)$ за допомогою наступних формул:

Різниці першого порядку:

$$\Delta y(x) = y(x+1) - y(x)$$

$$\Delta y(x+1) = y(x+2) - y(x+1) \text{ і т.д.}$$

Різниці другого порядку:

$$\Delta^2 y(x) = \Delta y(x+1) - \Delta y(x) = y(x+2) - 2y(x+1) + y(x) \text{ і т.д.}$$

Різниці третього порядку:

$$\Delta^3 y(x) = \Delta^2 y(x+1) - \Delta^2 y(x) = y(x+3) - 2y(x+2) + y(x+1) - y(x+2) + 2y(x+1) - y(x) = y(x+3) - 3y(x+2) + 3y(x+1) - y(x) \text{ і т.д.}$$

Звичайним різницеvim рівнянням називається рівняння, що зв'язує значення одного незалежного аргументу x , його функції $y(x)$ і різниць різних порядків цієї функції $\Delta y(x), \Delta^2 y(x), \Delta^3 y(x), \dots$.

Таке рівняння можна записати в загальному вигляді наступним чином:

$\varphi(\Delta y(x), \Delta^2 y(x), \Delta^3 y(x), \dots, \Delta^n y(x)) = 0$ яке за формою аналогічно диференційному рівнянню.

Різницеve рівняння виду:

$a_1 y_{n+k} + \dots + a_0 y_n = f(n)$, де a_0, a_1, \dots, a_k, f -деякі функції від n ($a_0 \neq 0, a_1 \neq 0, \dots, a_k \neq 0$) називається лінійним різницеvim рівнянням k -го порядку.

Розглянемо рівняння $3x_{n+1} + 1 = x_n$ та знайдемо його розв'язок.

$$3x_{n+1} - x_n = 0$$

$$x_{n+1} - (1/3) * x_n = 0 \Leftrightarrow x_{n+1} = (1/3) * x_n$$

$$x_n = C * (1/3)^n + A - \text{загальне рішення однорідного рівняння.}$$

$$3A + 1 = A \Leftrightarrow A = -1/2$$

$$\text{Отже, маємо: } x_n = C * (1/3)^n - 1/2.$$

Знайдемо цілі рішення.

Припустимо, що $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ - рішення в цілих числах. Так як $3 * x_{n+1} + 1 = x_n \Rightarrow x_{n+1} - x_n = 0$ - рішення однорідного рівняння.

$x_{n+1} - x_n = 0$, тобто $x_{n+1} = x_n \Rightarrow 3x_{n+1} = x_n \quad \forall n = 0, 1, \dots \Leftrightarrow x_n = x_0 \Rightarrow 3x_0 + 1 = x_0$, тобто $x_0 = -1/2$. Ми прийшли до протиріччя.

Отже, не всі різницеві рівняння, які мають рішення, можна вирішити у цілих числах.