**УДК 623.407**

**Вадим Пісьціо, Ігор Козбур, Олена Рогатинська**
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

# ВИЗНАЧЕННЯ ЗОНИ ЗАДАНИХ ПАРАМЕТРІВ ЯКОСТІ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ D-РОЗБИТТЯ

У роботі була запропонована методика для визначення області параметрів шляхом деформації характеристичного рівняння. розглянутий приклад визначення області у котрій забезпечується необхідна якість системи управління за допомогою запропонованого метода.
Ключові слова: D-розбиття, кореневі показники якості, якість систем управління.

**Vadym Piscio, Igor Kozbur, Olena Rogatynska**

# THE ZONE DETERMINATION OF THE SET QUALITY PARAMETERS OF AUTOMATIC SYSTEM BY D-DECOMPOSITION TECHNIQUE

In the paper methodology for determining area of parameters by deformation of characteristic equation has been consider. The considered example of definition of the area in which the necessary quality of the control system is provided with the help of the proposed method.
Keywords: D-decomposition, root indicators of quality, automatic system quality

Через кореневі показники якості можна визначити коливність та ступінь стійкості системи, що розробляється. Як відомо, ступінь стійкості визначається крайнім правим коренем характеристичного рівняння, а коливність – через мінімальний нахил прямої, що проходить через початок координат площини коренів характеристичного рівняння і проведеної так, щоб всі корені характеристичного були зліва або лежали на ній. Проте, часто необхідно вирішити зворотну задачу: знаючі обмеження на коливність та ступінь стійкості системи знайти область допустимих значень параметрів.

Область зміни параметрів системи, що задовольняють заданій ступені стійкості, легко отримати методом "звичайного" D-розбиття попередньо деформувавши характеристичне рівняння $D(p) = 0$ заміною змінної $p = q + c$, і подальшою побудовою "області стійкості" деформованого характеристичного рівняння $D(q + c) = 0$. Побудована область стійкості і дає область із заданим ступенем стійкості. Аналогічно можна отримати область параметрів із заданою коливністю – для цього необхідно знайти області стійкості систем, що описуються характеристичними рівняннями:

$D(q\cdot(1+jb)) = 0$ та $D(q\cdot(1-jb)) = 0$

де b - деякий параметр, що визначається через коливність.

і знайти їх перетин. Проте, одночасне врахування обмежень на коливність і ступінь стійкості системи значно ускладнює задачу і потребує побудови кількох областей, а потім визначення їх суперпозиції – області, що задовольняє усім наведеним обмеженням. Такі операції важко проводити вручну і практично не можливо автоматизувати за допомогою математичних пакетів навіть для систем низького порядку і тому виникає задача знайти більш простий і зручний метод хоча б приблизного отримання області зміни параметрів, що задовольняє умовам якості системи управління.

Зручною буде апроксимація допустимої області розміщення коренів характеристичного рівняння на комплексній площині таким чином, щоб вона найбільш легким чином перетворювалась у ліву півплощину при переході від комплексної площині параметра p у нову комплексну площину параметра q. Теоретично, за допомогою відображення Шварца-Крістофеля можна точно відобразити область допустимого розміщення коренів у ліву півплощину і потім провести аналіз отриманого характеристичного рівняння методом D-розбиття. Але, у загальному випадку, отримане характеристичне рівняння стане неалгебраїчним.

У багатьох випадках апроксимацію області допустимого розміщення коренів можна провести за допомогою більш простої області. Наприклад, досить зручно у якості заданої області використати внутрішність параболи, що повністю лежить у початковій області і доторкається до її границі у 3 точках (рис. 1).

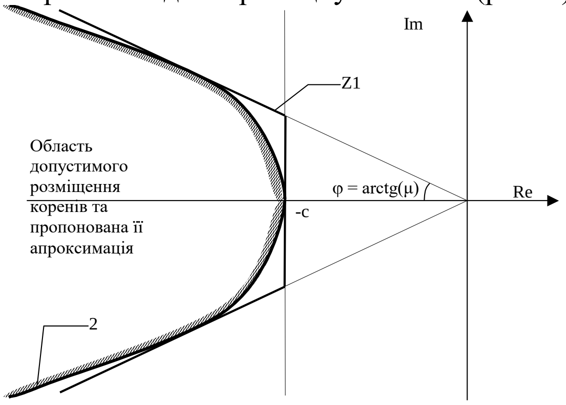


Рис. 1. Апроксимація допустимої області розміщення коренів характеристичного рівняння

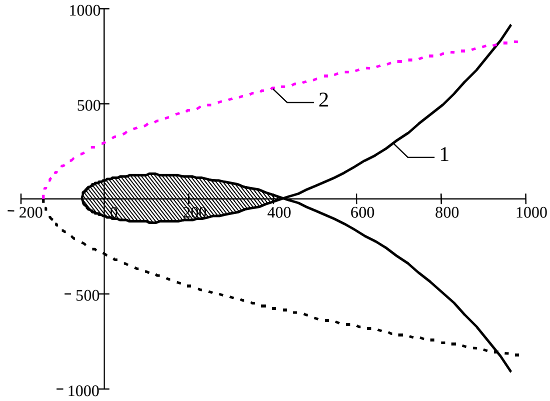


Рис. 2. Область якості у площині характеристичного параметра (заштрихована)

Таку параболу можна описати за допомогою рівняння:

$$P(t) = a \cdot t^2 + t - c$$

де $t = jy$, j – уявна одиниця, y – проходить значення від –∞ до +∞, параметр c визначається через задану ступінь стійкості, а дійсний параметр a визначається через умову дотичності параболи із границею початкової області.

Легко довести, що у такому випадку перетворення координат $p(q) = a \cdot q^2 + q - c$ відображає внутрішність параболи 2 на ліву півплощину у комплексній площині параметра q, а зовнішність – на праву півплощину.

Залишилось виявити залежність параметра a від параметрів c та φ. Для цього запишемо рівняння параболи у параметричній формі із розділенням дійсної та уявної частин

$$\mathrm{Re}(P(t)) = x = -a \cdot y_1^{\,2} - c\ , \quad \mathrm{Im}(P(t)) = y_1$$

де $y_1$ - деякий параметр. У свою чергу рівняння прямої Z1 на рис. 1, що задає умову допустимої коливності може бути записано у параметричному вигляді так:

$\mathrm{Re}\,(Z1) = -\,\mathrm{ctg}(\varphi)\, y_2$, $\mathrm{Im}\,(Z1) = y_2$.

Легко бачити що з умови дотичності Z1 та параболивипливають наступні рівняння:

$$-a y_1^{\,2} - c = -\mathrm{ctg}(\varphi) y_2\,, \qquad y_2 = y_1, \qquad 2a y_1 = \mathrm{ctg}(\varphi)$$

Звідки $a = \dfrac{\mathrm{ctg}^2(\varphi)}{4 \cdot c} = \dfrac{1}{4 \cdot c \cdot \mu^2}$. Умова дотичності параболи і прямої Z2 дає теж значення a.

Для ілюстрації пропонованого метода знайдемо область допустимих значень коефіцієнта k характеристичного рівняння

$$D(p) = p^3 + 16 \cdot p^2 + \left(85 + \frac{k}{5}\right) \cdot p + 148 + k$$

при заданій ступені стійкості c = 2 та заданій ступені коливності $\mu = \sqrt{3}$, отже параметр a = 1/24, c = 2.

Підставляючи у характеристичне вираз для $p(q) = a\, q^2 + q - c$ отримаємо

$$D(q) = \frac{1}{13824} \cdot q^6 + \frac{1}{192} \cdot q^5 + \frac{41}{288} \cdot q^4 + \frac{11}{6} \cdot q^3 + \left(\frac{91}{8} + \frac{1}{120} \cdot k\right) \cdot q^2 + \left(33 + \frac{1}{5} \cdot k\right) \cdot q + 34 + \frac{3}{5} \cdot k$$

Далі стандартним методом будуємо область стійкості для перетвореного характеристичного рівняння у площині одного параметра – вона буде областю із заданими параметрами якості для початкової системи. Вона подана на рисунку 2. Крива 1 відповідає кривій D-розбиття, що виділяє область із заданою якістю, а крива 2 - відповідає D-розбиттю, що забезпечує стійкість заданої системи.