ВПЛИВ НЕДОСКОНАЛОСТІ АДГЕЗІЙНОГО ЗВ'ЯЗКУ НА ПЛАСТИЧНЕ ВІДШАРОВУВАННЯ ПРИМЕЖОВОГО ВКЛЮЧЕННЯ

В.А. Кривень, А.Р. Бойко, В.Б. Валяшек

Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя, Україна

Abstract. Numerical - analytical solution of anti-plane problem about stress - strain state in the elastic-plastic half-space with a thin rigid tunnel inclusion parallel to the half-space limit is obtained. It is assumed that the inclusion was in connection with unilateral mechanical environment before loading. The features of plastic exfoliation of the inclusion are studied. The partial cases are considered

На даний час досить детально вивчено напружено деформований стан (НДС) тіл з включеннями, що перебувають у ідеальному або неідеальному контактах з середовищем у рамках лінійної теорії пружності. Цікавіші і практично важливіші задачі пластичного відшаровування включень, взаємодіючих між собою чи з межею тіла, потребують складніших моделей пружно-пластичного деформування, менш доступні для аналізу і поки досліджені значно слабше. Вони особливо важливі для теорії композиційних матеріалів вже тому, що міцність тіла, яке містить взаємодіючі концентраторів напружень, може бути і більшою, і меншою за міцність тіла з аналогічним окремим концентратором. Тому вплив взаємодії концентраторів напружень є важливою задачею механіки і, зокрема, теорії міцності армованих матеріалів. Залишається недостатньо вивченим пластичне відшаровування включень поблизу межі тіла.

Розглянемо тонке жорстке плоске включення, паралельне межі тіла, розміщене від межі на набагато меншій відстані за усі інші розміри тіла. Ми також приймемо, що механічний контакт включення із середовищем ідеальний з боку протилежного від межі тіла, і що інший бік включення з тілом не контактує. Матеріал тіла вважатимемо ідеально пружно-пластичним з зсувною границею текучості рівною k. Тіло деформується під дією зсувного навантаження, прикладеного на великій від включення відстані.

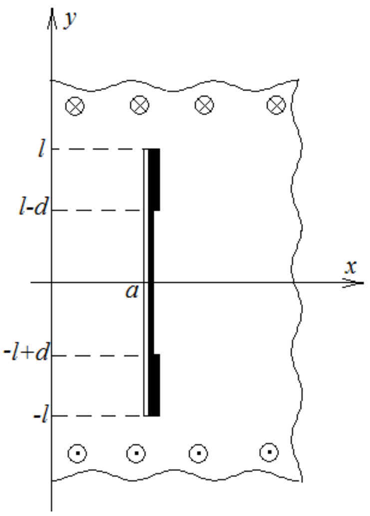

Рис. 1. Поперечний переріз тіла з включенням. і міжфазними пластичними смугами.

За вказаних умов слід дослідити НДС півпростору $x > 0, -\infty < y, z < +\infty$ з включенням $x = a, -l \le y \le l$ під впливом прикладеного на безмежності квазістатично зростаючого навантаження $\tau_{yz} = 0, \tau_{xz} = \tau_\infty$.

Вважатимемо, що внаслідок концентрації напружень від вершин включення розвиваються пластичні деформації локалізовані на поверхні включення в безмежно тонких шарах $x = a + 0, l - d \le |y| \le l$, довжина яких d визначається величиною діючого навантаження τ_∞ (рис. 1).

За вказаних умов у тілі виникає антиплоский НДС, а складена із компонент напружень функція $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x, y) + i\tau_{xz}(x, y)$, $\zeta = x + iy$ є комплексною аналітичною функцією в першому квадранті $x > 0, y > 0$, розрізаному вздовж відрізка $x = a, 0 < y < l$ (область $\boldsymbol{D}$).

Задача у напруженнях відносно функції $\tau(\zeta)$ у області $\boldsymbol{D}$ виглядає так:

$$\operatorname{Im}\tau(\zeta) = 0 \qquad (\zeta = iy, \quad 0 < y < +\infty), \qquad \operatorname{Im}\tau(\zeta) = 0 \qquad (\zeta = x, \quad 0 < x < a),$$

$$\operatorname{Im}\tau(\zeta)=0 \qquad (\zeta=a-0,\quad 0\le y<l), \qquad |\tau(\zeta)|=k \qquad (\zeta=a+0,\quad l-d\le y<l),$$
$$\operatorname{Re}\tau(\zeta)=0 \qquad (\zeta=a+0 \quad (0<y<l-d), \quad \operatorname{Im}\tau(\zeta)=0 \qquad (\zeta=x,\quad a\le x<+\infty),$$
$$\lim_{\zeta\to\infty}\tau(\zeta)=\tau_\infty.$$

Додатково повинна виконуватися умова $|\tau(\zeta)|<k$ недосягнення пластичного стану поза пластичними смугами.

Розв'язок отриманої нелінійної крайової задачі, знайденої за допомогою конформних відображень, має вигляд:

$$\zeta=\zeta(t),\ \tau=\tau(t) \quad (t\in H,\quad H=\{\operatorname{Im}t>0\}),$$

де $\tau(t)=2k^2\tau_\infty\dfrac{\sqrt{t-1}}{\sqrt{(k^2+\tau_\infty^2)^2t-4k^2\tau_\infty^2}+(k^2-\tau_\infty^2)\sqrt{t}}$, $t_E=4k^2\tau_\infty^2(k^2+\tau_\infty^2)^{-2}$,

$$\zeta(t)=a+il+\frac{a}{\int_{t_B}^{t_C}F(\eta)d\eta}\int_0^t\frac{\eta d\eta}{\sqrt{(\eta-t_B)(\eta-t_C)(\eta-1)}},\ F(\eta)=\frac{|\eta|}{\sqrt{|(\eta-t_B)(\eta-t_C)(\eta-1)|}}.$$

Параметри t_B і t_C ($t_B<t_C<0$) визначаються за розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{cases} l\int_{t_B}^{t_C}F(\eta)d\eta=a\int_{t_C}^{t_D}F(\eta)d\eta; \\ \int_{t_C}^{0}F(\eta)d\eta=\int_0^1F(\eta)d\eta. \end{cases}$$

Довжини міжфазних пластичних смуг знаходиться за формулою:

$$d=\frac{a}{\int_{t_B}^{t_C}F(\eta)d\eta}\int_0^1F(\eta)d\eta.$$

На початковій стадії відшаровування, поки довжини пластичних смуг набагато менші від висоти включення ($d<<l$), справедлива така простіша залежність:

$$d\approx\frac{a}{2\sqrt{t_Bt_C}\int_{t_B}^{t_C}F(\eta)d\eta},\quad t_E^2\approx\frac{8a\tau_\infty^4}{k^4\sqrt{t_Bt_C}\int_{t_B}^{t_C}F(\eta)d\eta}.$$

Неповний контакт дуже суттєво впливає проявляється на початковій стадії відшаровування: смуги міжфазного відшаровування ростуть пропорційно четвертому степеню відношення τ_∞/k, тоді як за умови за умови суцільного контакту – другому.