УДК 519.635.1
Биків Н. –ст. гр. МБ-31
*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*

## МЕТОД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РЯДІВ РІБЬЄРА-ФАЙЛОНА

Науковий керівник: к.т.н., доцент Федак С.І.

Bykiv N.
*Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University*

## METHOD OF TRIGONOMETRIC SERIES OF RIBIERRE FALON

Supervisor: Fedak S.

Ключові слова: тригонометричні ряди, бігармонічна функція.
Key words: trigonometric series, bi-harmonic function.

Розв'язок бігармонічного рівняння плоскої задачі теорії пружності може бути виражений через функцію напружень $\varphi(x,y)$. Для її знаходження використовують тригонометричні ряди. Із цією метою використовують тригонометричну функцію $\varphi = Y\cos\alpha x$, де Y - функція, що залежить тільки від координати $y$; $\alpha = n\pi/l$; $n$ — будь-яке ціле число; $l$ — довжина пластинки в напрямку осі $x$. Необхідно з'ясувати при яких умовах функція $\varphi$ є бігармонічною. Знайдемо четверті похідні функції $\varphi$: $\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} = \alpha^4 Y\cos\alpha x$; $\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2} = -\alpha^2 Y^n\cos\alpha x$; $\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} = Y^{IV}\cos\alpha x.$. Підставляючи їх у бігармонічне рівняння, одержуємо: $\alpha^4 Y\cos\alpha x - 2\alpha^2 Y''\cos\alpha x + Y^{IV}\cos\alpha x = 0$ або $\cos\alpha x\left(Y^{IV} - 2\alpha^2 Y'' + \alpha^4 Y\right) = 0.$ Це рівняння перетворюється в тотожність при будь-яких значеннях аргументу $x$ якщо $Y(y)$ задовольняє диференціальне рівняння $Y^{IV} - 2\alpha^2 Y'' + \alpha^4 Y = 0,$ розв'язок якого можна представити за допомогою гіперболічних функцій: $Y = A_n ch\alpha y + B_n ych\alpha y + C_n sh\alpha y + D_n ysh\alpha y.$

Підставляючи розв'язок у вираз функції $\varphi$, одержимо бігармонічну функцію у вигляді $\varphi = (x,y) = \cos\alpha x\left(A_n ch\alpha y + B_n ych\alpha y + C_n sh\alpha y + D_n ysh\alpha y\right).$ Аналогічно можна показати, що функція $\varphi = (x,y) = \sin\alpha x\left(A'_n ch\alpha y + B'_n ych\alpha y + C'_n sh\alpha y + D'_n ysh\alpha y\right)$ також є бігармонічною і може бути використана для рішення плоскої задачі. Якщо числу $n$ надавати різні значення, то отримуємо нові функції, що відрізняються значеннями параметра $\alpha$ та постійних $A_n$, $B_n$, $C_n$, $D_n$. Тому загальний розв'язок бігармонічного рівняння може бути представлений як сума всіх його можливих розв'язків:

$$\varphi(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}[\cos\alpha x\left(A_n ch\alpha y + B_n ych\alpha y + C_n sh\alpha y + D_n ysh\alpha y\right) +$$
$$+\sin\alpha x\left(A'_n ch\alpha y + B'_n ych\alpha y + C'_n sh\alpha y + D'_n ysh\alpha y\right)].$$

Постійні $A_n, B_n, \ldots, C'_n, D'_n$ визначаються з умов на контурі.

За допомогою функції напружень можна одержати рішення для більш широкого кола задач, аніж за допомогою тільки поліномів. Серед них можна назвати задачу про згинання балки-стінки, задачу про дію на пластинку навантажень, розподілених уздовж контура за будь-яким законом (у тому числі зосередженої сили).