

УДК 539.3; 510(061)

Математичні проблеми механіки неоднорідних структур:

В 2-х т. – Львів, 2006. – Т. 1. – 273 с.

Збірник містить стислий виклад змісту доповідей, поданих на VII міжнародну наукову конференцію «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур», яка проходила 20–23 вересня 2006 р. у м. Львові. Вони присвячені, в основному, таким проблемам: побудова математичних моделей для опису фізико-механічних полів різної природи в неоднорідних деформівних твердих тілах; розробка аналітичних, аналітично-числових та числових методів розв'язування задач механіки неоднорідних структур, тіл з тріщинами, тонкими включеннями та контактних задач; побудова математичних моделей динамічних процесів у неоднорідних середовищах та методів розв'язування відповідних задач; оптимізація технологічних процесів і проектування елементів конструкцій. Окремий розділ містить сучасні проблеми математики, які виникають при розгляді прикладних задач.

Редакційна колегія:

Головні редактори – чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. Г.С. Кіт, д.ф.-м.н., проф. Р.М. Кушнір. Заступники головного редактора: д.ф.-м.н., проф. О.Р. Гачкевич, д.т.н., ст.н.с. В.С. Попович, д.ф.-м.н., проф. Г.Т. Сулим.

Відповідальний секретар – к.ф.-м.н., ст.н.с. А.В. Ясінський.

Члени редколегії: академіки НАН України д.т.н., проф. Я.М. Григоренко, д.ф.-м.н., проф. В.Т. Гріщенко, д.ф.-м.н., проф. В.Д. Кубенко, д.т.н., проф. В.В. Панасюк, д.ф.-м.н., проф. В.П. Шевченко; академік НАН Вірменії, д.ф.-м.н., проф. В.С. Саркісян; академіки Російської АН д.т.н., проф. Ю.І. Няшин, д.т.н., проф. І.І. Федик; чл.-кореспонденти НАН України д.т.н., проф. О.Є. Андрейків, проф. Я.Й. Бурак, д.т.н., проф. В.С. Гудрамович, д.ф.-м.н., проф. Б.Й. Пташник, д.ф.-м.н., проф. Л.П. Хорошун, д.ф.-м.н., проф. М.О. Шульга;; проф. В.В. Божидарник, д.ф.-м.н., проф. В.В. Лобода, д.ф.-м.н., проф. д.т.н., проф. В.В. Мелешко, д.ф.-м.н., ст.н.с. В.В. Михаськів, д.ф.-м.н., проф. М.М. Николишин, проф. д.ф.-м.н., проф. В.А. Осадчук, д.ф.-м.н., проф. В.Г. Попов, д.ф.-м.н., проф. М.П. Саврук, д.ф.-м.н., ст.н.с. Є.Я. Чапля, д.ф.-м.н., проф. В.Ф. Чекурін, к.ф.-м.н., ст.н.с. В.О. Пелих.

Ухвалено до друку

Вченого радою Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстрігача НАН України

© Інститут прикладних проблем механіки
і математики ім. Я. С. Підстрігача НАН України

National Academy of Sciences of Ukraine

Національна академія наук України

Pidstrygach Institute for Applied Problems
of Mechanics and Mathematics

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Подстрігача

Mathematical problems of mechanics of non-homogeneous structures

Математические проблемы механики неоднородных структур

Volume 1

Том 1

L'viv 2006
Львов 2006

**ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ В ЗАДАЧІ ПРО ТИСК
КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПУ НА ШАР ІЗ ЗАЛИШКОВИМИ
ДЕФОРМАЦІЯМИ**

Борис Шелестовський, Григорій Габрусєв

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

Осьесиметричні задачі про взаємодію жорстких штампів з заокругленими кутами із пружними середовищами, як правило, зводяться до задач математичної фізики, в яких параметри області визначення функції-розв'язку є наперед невідомими. Метою даної роботи є запропонувати підхід до їх визначення.

Нехай в ізотропний шар, що лежить на основі з вирізом, силою P втискується жорсткий, гладкий штамп, що є тілом обертання фігури обмеженої двома вітками півпарабол, спряжених в своїх вершинах із відрізком прямої, перпендикулярним осі обертання [1]. В точці O граничної площини шару, в результаті зварювання, відбувається зосереджений нагрів, що зумовлює поле залишкових деформацій. Потрібно визначити контактні напруження під штампом.

Використовуючи відомі експериментальні дані, нами знайдено вирази для компонентів напруженого стану та вертикальних переміщень точок шару, проведено зведення задачі до системи інтегральних рівнянь та представлення шуканих функцій через поліноми за функціями Бесселя [1]. Для відшукання коефіцієнтів поліномів та визначення контактних напружень одержано систему алгебраїчних рівнянь. Також отримано вирази для знаходження радіусів кривини півпарабол, якими обмежений штамп, через згадані вище коефіцієнти:

$$\frac{b}{2R_1} = \frac{P(1-\nu)}{\pi a^2 G} z_1^{(1)} + \dot{\epsilon}_0 z_1^{(2)}, \quad \frac{b}{2R_2} = \frac{P(1-\nu)}{\pi a^2 G} z_2^{(1)} + \dot{\epsilon}_0 z_2^{(2)},$$

де коефіцієнти $z_i^{(j)}$ залежать від величини параметрів a та b .

Для відшукання параметрів a та b , що відповідають заданим геометричним параметрам R_1 та R_2 , а також P та $\dot{\epsilon}_0$, ми будуємо у просторі $(OabR)$ поверхні $R = R_1(a, b)$ і $R = R_2(a, b)$ та шукаємо ліній рівня $R = R_1$ і $R = R_2$ відповідно. Координати точки перетину цих кривих на площині (Oab) і будуть значеннями шуканих параметрів.

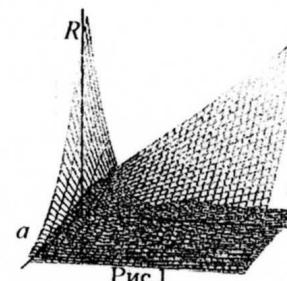


Рис.1

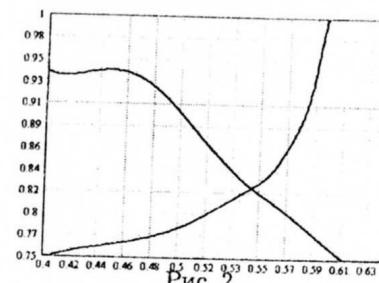


Рис. 2.

Проілюструємо описаний алгоритм числовим прикладом.

Поверхні $R_1(a, b)$ та $R_2(a, b)$ будуємо використовуючи кубічну сплайн-інтерполяцію у середовищі MathCAD. У якості вузлів ми вибрали 36 точок, таких, що $a \in [0.4, 0.65]$ та $b \in [0.75, 1]$ (рис.1). Далі будуємо ліній рівня при $R_1 = 18$ та $R_2 = 12$ відповідно та

шукаємо точку їх перетину у системі координат (Oab) : $a = 0.5476$, $b = 0.8235$ (рис.2). Якщо ж за отриманими a та b підрахувати значення R_1 та R_2 то отримаємо 17.82 та 12.09 відповідно, тобто відносна похибка становить близько 1%. Отже дану методику можна використовувати для розв'язання контактних задач із штампом із наперед заданою конфігурацією.

1. Шелестовський Б., Габрусєв Г. Контактна задача про тиск кільцевого штампа на шар, що лежить на основі з вирізом із врахуванням залишкових деформацій // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій – Львів: Каменяр, 2005. Вип. 6. – С. 223 – 233.

DETERMINATION OF CONTACT AREA IN PROBLEMS ON PRESSURE OF CIRCULAR STAMP ON LAYER WITH RESIDUAL STRAIN

A computer-geometric method of solving the problem on identification of the contact area parameters under interrelation of the parabolic solid rotating bodies with the elastic surroundings is proposed.

