

539.3  
1.46



# ДИНАМІКА, МІЦНІСТЬ І НАДІЙНІСТЬ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН

# КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПА З ШАРОМ ІЗ ЗАЛИШКОВИМИ ДЕФОРМАЦІЯМИ, ЩО ЗУМОВЛЕНІ ЗОСЕРЕДЖЕНИМ НАГРІВОМ ПРИ ЗВАРЮВАННІ

Шелестовський Б.Г., Габрусєв Г.В.

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**Abstract.** Formular for determination of the contact tensiles in the ball, in the which absolutely smooth ring die is forced, are obtained. The ball is soldered with the rigid base and the residual stress field is available caused by the localised heating under welding. Numerical analysis of the task is carried out. It is shown that the die geometry as well as residual stresses in the fall influence sufficiently on the value and characteristic feature of the contact tensiles distribution.

Визначення міцності елементів конструкцій при їх контактній взаємодії знаходить широке застосування в машинобудуванні, промисловості та інших галузях промисловості. Вплив температурних полів на характер контактної взаємодії досліджувалось в багатьох працях, зокрема в [1]. Для зварних конструкцій актуальними є дослідження впливу залишкових зварювальних напружень на величину і характер розподілу напружень контактної взаємодії їх елементів з твердими жорсткими або пружними масивними тілами (штампами, бандажами) [2].

Нехай в ізотропний шар товщиною  $h$ , який віднесений до циліндричної системи координат  $r, \varphi, z$ , який спаяний з жорсткою основою, втискується поступально (без повороту) абсолютно гладкий кільцевий штамп силою  $P$  (рис. 3.1). Гладкість означає, що на поверхні контакту дотичні напруження дорівнюють нулю; відсутність повороту свідчить, що зусилля, які прикладені до штампа, зводяться до рівнодійної, спрямованої вздовж осі штампа. В області контакту штамп обмежений поверхнею обертання, яка складається з трьох частин: плоскої поверхні для  $r_1 \leq r \leq r_2$  та параболоїдів з вершинами в точках  $r_1, r_2$ .

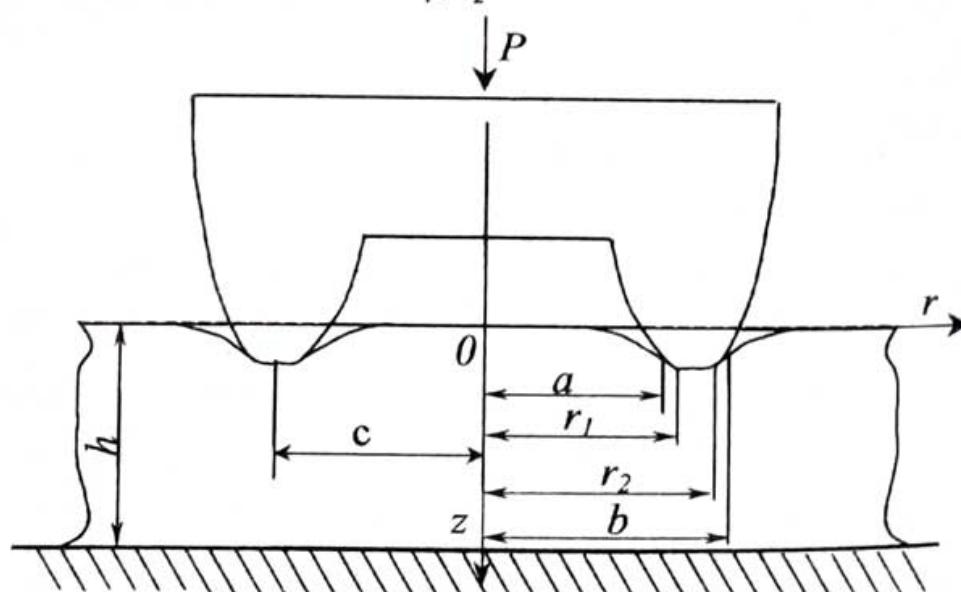


Рис. 1. Схема взаємодії кільцевого штампа з шаром.

В циліндричній системі координат з початком на верхній площині шару функцію  $W(r)$ , яка описує вертикальні переміщення точок області контакту шару із штампом, можна записати так:

$$W(r) = \begin{cases} W(a) + \frac{1}{2R_1} [(r_i - a)^2 - (r_i - r)^2], & a \leq r < r_i; \\ W(a) + \frac{1}{2R_1} (r_i - a)^2, & r_i \leq r \leq c; \\ W(b) + \frac{1}{2R_2} (r_2 - b)^2, & c < r \leq r_2; \\ W(b) + \frac{1}{2R_2} [(r_2 - b)^2 - (r_2 - r)^2], & r_2 < r < b, \end{cases} \quad (1)$$

тут  $c = \frac{r_1 + r_2}{2}$ ,  $R_1$  та  $R_2$  - радіуси кривини параболоїдів.

На верхній поверхні шару відбувається зосереджений нагрів при зварюванні і в шарі виникло поле залишкових деформацій, яке на основі експериментальних даних можна описати виразами [3]:

$$\varepsilon_{rr}^0 = -\varepsilon_0(1 - \omega p^2 r^2) \exp(-p^2 r^2) f(z), \quad \varepsilon_{\theta\theta}^0 = -\varepsilon_0(1 + \omega p^2 r^2) \exp(-p^2 r^2) f(z).$$

$$\varepsilon_{zz}^0 = -(\varepsilon_{rr}^0 + \varepsilon_{\theta\theta}^0), \quad \varepsilon_{r\theta}^0 = \varepsilon_{rz}^0 = \varepsilon_{z\theta}^0, \quad f(z) = C_0 + \sum_{n=1}^{N_1} C_n \cos \frac{\pi n z}{h}.$$

Диференціальні рівняння рівноваги тіла із залишковими деформаціями в осесиметричному випадку записуються у вигляді:

$$\mu \nabla^2 u_r + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial r} - \mu \frac{u_r}{r^2} + 2\mu \left[ \frac{\partial \varepsilon_{rr}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} (\varepsilon_{rr}^0 - \varepsilon_{\phi\phi}^0) \right] = 0,$$

$$\mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} - 2\mu \frac{\partial}{\partial z} (\varepsilon_{rr}^0 + \varepsilon_{\phi\phi}^0) = 0.$$

Частинний розв'язок рівнянь рівноваги будеться за допомогою двох ключових функцій  $\varphi$  та  $\psi$  які задовольняють рівняння Пуасона

$$\nabla^2 \varphi = F(r, z), \quad \nabla^2 \psi = F(r, z) - 2(\omega^0(r, z) - \varepsilon_{zz}^0), \quad (2)$$

$$\omega^0(r, z) = \varepsilon_{rr}^0 + \int_r^1 (\varepsilon_{rr}^0 - \varepsilon_{\theta\theta}^0) dr,$$

а функція  $F(r, z)$  задовольняє рівняння

$$(\lambda + 2\mu) \nabla^2 F = 2\mu \nabla^2 \omega^0 + 2(\lambda + \mu) \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega^0 - \varepsilon_{zz}^0). \quad (3)$$

Розв'язавши рівняння (2), (3) знайдемо функції  $F$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ :

$$F(r, z) = -m_1(1 + \omega - \omega p^2 r^2) \exp(-p^2 r^2) \cdot f(z) -$$

$$-\frac{m_2 \pi^2}{2p^2} \sum_{n=1}^{N_1} n^2 C_n \cos \frac{\pi n z}{h} \int_0^\infty \frac{\alpha}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left( 3 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) J_0(\alpha r) d\alpha,$$

$$\varphi(r, z) = \frac{m_1}{2p^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} \left( 1 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) J_0(\alpha r) d\alpha +$$

$$+\frac{h^2}{2p^2} \sum_{n=1}^{N_1} C_n \cos \frac{\pi n z}{h} \int_0^\infty \frac{\alpha}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left[ m_1 \left( 1 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{m_2 \pi^2 n^2}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left( 3 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) \right] \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) J_0(\alpha r) d\alpha,$$

$$\begin{aligned}\psi(r, z) &= \varphi(r, z) + \psi_1(r, z), \\ \psi_1(r, z) &= -\frac{1}{p^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} \left( 3 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) \cdot J_0(\alpha r) d\alpha - \\ &- \frac{h^2}{p^2} \sum_{n=1}^{N_1} C_n \cos \frac{\pi n z}{h} \int_0^\infty \frac{\alpha}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left( 3 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} \right) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) \cdot J_0(\alpha r) d\alpha.\end{aligned}$$

Компоненти напруженого стану  $\bar{\sigma}_{ij}$ , що відповідають частинному розв'язку рівнянь рівноваги визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{zz}}{G\varepsilon_0} &= m_2 \left\{ \left[ 2(\nu - 2 - \nu \omega + \omega \nu p^2 r^2) \right] \exp(-p^2 r^2) \cdot f(z) + \right. \\ &+ \frac{\pi^2}{p^2} \sum_{n=1}^{N_1} n^2 C_n \cos \frac{\pi n z}{h} \int_0^\infty \frac{\alpha}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left[ \nu \Phi_2(\alpha) + 5 - 4\nu + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} - \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\pi^2 n^2}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \Phi_2(\alpha) \right] \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) \cdot J_0(\alpha r) d\alpha \right\}; \\ \frac{\bar{\sigma}_{rz}}{G\varepsilon_0} &= \frac{m_2 h \pi}{p^2} \sum_{n=1}^\infty n C_n \sin \frac{\pi n z}{h} \int_0^\infty \frac{\alpha^2}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left[ \nu - 2 - \nu \frac{\omega \alpha^2}{4p^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi^2 n^2}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \Phi_2(\alpha) \right] \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) \cdot J_1(\alpha r) d\alpha; \\ \Phi_1(\alpha) &= 1 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2}, \quad \Phi_2(\alpha) = 3 + \frac{\omega \alpha^2}{4p^2}, \quad m_1 = \frac{1-2\nu}{1-\nu}, \quad m_2 = \frac{1}{1-\nu}.\end{aligned}$$

Формули для визначення напружень у шарі запишемо так:

$$\sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + \bar{\bar{\sigma}}_{ij},$$

де складові  $\bar{\bar{\sigma}}_{ij}$  виражаються функцією Лява  $L$ , яку у випадку осьової симетрії зручно представити через інтеграл Ганкеля

$$L = \int_0^\infty \alpha^{-2} \{ A(\alpha) sh \alpha z + B(\alpha) ch \alpha z + \alpha z [C(\alpha) sh \alpha z + D(\alpha) ch \alpha z] \} J_0(\alpha z) d\alpha.$$

Задовільняючи граничні умови  $\sigma_{rz} = 0$  при  $z = 0$ ,  $u_z = 0$  при  $z = h$  та  $u_r = 0$  при  $z = h$ , одержимо систему трьох алгебраїчних рівнянь відносно функцій  $A(\alpha)$ ,  $B(\alpha)$ ,  $C(\alpha)$ ,  $D(\alpha)$

$$\begin{cases} 2\nu C + B = 0, \\ [2(1-2\nu)C - B - \alpha h D] ch \alpha h + [2(1-2\nu)D - A - \alpha h C] sh \alpha h = 0, \\ [A + D + \alpha h C] ch \alpha h + [B + C + \alpha h D] sh \alpha h = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Виразимо  $A(\alpha)$ ,  $B(\alpha)$ ,  $D(\alpha)$  через  $C(\alpha)$  із співвідношень (4)

$$A(\alpha) = \frac{8(1-\nu)^2 + 2\nu(3-4\nu)sh^2 \alpha h}{(3-4\nu)ch \alpha h \cdot sh \alpha h - \alpha h} C(\alpha), \quad B(\alpha) = -2\nu C(\alpha),$$

$$D(\alpha) = \frac{2(\nu-1)+(4\nu-3)sh^2 \alpha h}{(3-4\nu)ch \alpha h \cdot sh \alpha h - \alpha h} C(\alpha).$$

Задовільняючи граничні умови  $\sigma_{zz} = 0$  при  $z = 0$ ,  $0 \leq r \leq a$ ,  $r > b$  та  $u_z = w(r)$  при  $a \leq r \leq b$  приходимо до інтегральних рівнянь задачі

$$\int_0^{\infty} C(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha = \frac{m_1}{2} W(r), \quad a \leq r \leq b, \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} \alpha \left[ -\frac{2G}{1-2\nu} \frac{C(\alpha)}{\Delta^*(\alpha)} + 2G(f_1(\alpha) + f_2(\alpha)) \right] J_0(\alpha r) d\alpha = 0, \quad 0 \leq r \leq a, \quad r \geq b, \quad (6)$$

$$f_1(\alpha) = \frac{m_2}{2} \left( \frac{\nu-2}{p^2} - \frac{\nu\omega\alpha^2}{4p^4} \right) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p^2}\right) \cdot \left( C_0 + \sum_{n=1}^{N_1} C_n \cdot n^2 \right),$$

$$f_2(\alpha) = \frac{m_2}{2} \frac{\pi^2}{p^2} \sum_{n=1}^{N_1} C_n n^2 \left\{ \frac{1}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \left[ \left( \nu - \frac{\pi^2 n^2}{\alpha^2 h^2 + \pi^2 n^2} \right) \Phi_2(\alpha) + 5 - 4\nu + \frac{\omega\alpha^2}{4p^2} \right] \right\} \cdot e^{-\frac{\alpha^2}{4p^2}},$$

$$\Delta^*(\alpha) = \frac{(4\nu-3)ch\alpha h \cdot sh\alpha h + \alpha h}{22\nu - 12\nu^2 - 10 + (4\nu-3)sh^2\alpha h}.$$

Рівняння (6) запишемо у вигляді

$$\int_0^{\infty} \alpha \left\{ -\frac{2G}{1-2\nu} \cdot \frac{C(\alpha)}{\Delta^*(\alpha)} + 2G\varepsilon_0^*(f_1(\alpha) + f_2(\alpha)) \right\} J_0(\alpha r) d\alpha = X(r)[u(r-a) - u(r-b)], \quad (7)$$

$$0 \leq r < \infty$$

де  $u(x)$  - одинична функція Хевісайда.

Застосуємо до співвідношення (7) теорему обернення інтегрального перетворення Ганкеля

$$-\frac{2G}{1-2\nu} \cdot \frac{C(\alpha)}{\Delta^*(\alpha)} + 2G\varepsilon_0^*(f_1(\alpha) + f_2(\alpha)) = \int_a^b r X(r) J_0(\alpha r) dr = \Psi(\alpha). \quad (8)$$

Візьмемо функцію  $X(r)$  у вигляді:

$$X(r) = \sum_{n=1}^N a_n \left[ J_0\left(\frac{r}{a} \gamma_n\right) \cdot N_0(\gamma_n) - J_0(\gamma_n) \cdot N_0\left(\frac{r}{a} \gamma_n\right) \right], \quad (9)$$

де  $\gamma_n$  - додатні корені рівняння,  $a_n$  - невідомі поки що коефіцієнти,

$$J_0\left(\frac{b}{a} z\right) \cdot N_0(z) - J_0(z) \cdot N_0\left(\frac{b}{a} z\right) = 0,$$

$N_0(x)$  - функція Неймана.

Відзначимо, що функція  $X(r)$  визначає шукані контактні напруження під штампом.

Обчислимо інтеграл (8), враховуючи вираз (9) для функції  $X(r)$

$$\Psi(\alpha) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{\alpha^2 - \left(\frac{\gamma_n}{a}\right)^2} \left\{ \frac{2}{\pi} J_0(a\alpha) - J_0(b\alpha) R(\gamma_n) \right\}, \quad (10)$$

$$R(\gamma_n) = \frac{b}{a} \gamma_n \left[ N_0(\gamma_n) J_1\left(\frac{b}{a} \gamma_n\right) - J_0(\gamma_n) N_1\left(\frac{b}{a} \gamma_n\right) \right].$$

З (8) знайдемо

$$C(\alpha) = -\frac{1-2\nu}{2G} \Delta^*(\alpha) \Psi(\alpha) + (1-2\nu) \Delta^*(\alpha) \varepsilon_0^*(f_1(\alpha) + f_2(\alpha)). \quad (11)$$

Підставимо (11) в (5), одержимо вираз для  $W(r)$  через функцію  $\Psi(\alpha)$

$$W(r) = \frac{2}{m_1} \int_0^\infty \left[ -\frac{1-2\nu}{2G} \Delta^*(\alpha) \Psi(\alpha) + (1-2\nu) \varepsilon_0^* \Delta^*(\alpha) f_1(\alpha) \right] J_0(\alpha r) d\alpha, \quad a \leq r \leq b, \quad (12)$$

З врахуванням (12) та (10), співвідношення (1), після переходу до безрозмірних величин  $\rho = \frac{r}{b}$ ,  $\varepsilon = \frac{a}{b}$ ,  $\alpha = \frac{\beta}{b}$ ,  $S_1 = b^2 p^2$ ,  $c_1 = \frac{c}{b}$ ,  $k_2 \beta = \alpha h$ ,  $k_2 = \frac{h}{b}$ , набуває вигляду:

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_0^\infty \frac{\Delta^*(\beta)}{\beta^2 - \frac{\gamma_n^2}{\varepsilon^2}} \left[ \frac{2}{\pi} J_0(\varepsilon \beta) - J_0(\beta) R_n(\gamma_n) \right] \begin{cases} J_0(\rho \beta) - J_0(\varepsilon \beta) \\ J_0(\rho \beta) - J_0(\beta) \end{cases} d\beta =$$

$$= -\frac{Gb}{1-\nu} \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2R_1} \left[ (x_1 - \varepsilon)^2 - (x_1 - \rho)^2 \right], & \varepsilon \leq \rho < x_1; \\ \frac{1}{2R_1} (x_1 - a)^2, & x_1 \leq \rho \leq c_1; \\ \frac{1}{2R_2} (1 - x_2)^2, & c_1 < \rho \leq x_2; \\ \frac{1}{2R_2} \left[ (1 - x_2)^2 - (x_2 - \rho)^2 \right], & x_2 < \rho < 1. \end{array} \right\} +$$

$$+ \frac{G\varepsilon_0^* m_2}{S_1} \int_0^\infty \Delta^*(\beta) \left\{ \left( \nu - 2 - \frac{\nu \omega \beta^2}{4S_1} \right) + \pi^2 k^2 \sum_{n=1}^{N_1} c_n n^2 \left\{ \frac{1}{k^2 \beta^2 + \pi^2 n^2} \times \right. \right.$$

$$\times \left[ \left( \nu - \frac{\pi^2 n^2}{k^2 \beta^2 + \pi^2 n^2} \right) \cdot \left( 3 + \frac{\omega \beta^2}{4S_1^2} \right) + 5 - 4\nu + \frac{\omega \beta^2}{4S_1^2} \right] \left. \right\} \cdot e^{-\frac{\beta^2}{4S_1}} \begin{cases} J_0(\rho \beta) - J_0(\varepsilon \beta) \\ J_0(\rho \beta) - J_0(\beta) \end{cases} d\beta$$

і є основною рівністю для визначення невідомих коефіцієнтів  $a_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ).

Для побудови розв'язку задачі покладемо

$$a_n = -\frac{Gb}{(1-\nu)2R_1} y_n^{(1)} - \frac{Gb}{(1-\nu)2R_2} y_n^{(2)} + \frac{\varepsilon_0^* G}{(1-\nu)} y_n^{(3)} \quad (14)$$

та використаємо метод суперпозиції для розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Будемо вимагати виконання рівності (13) в точках

$$\rho_1 = \varepsilon + \Delta\rho, \quad \rho_2 = \varepsilon + 2\Delta\rho, \dots, \quad \rho_{n-1} = \varepsilon + (n-1)\Delta\rho, \quad \rho_N = 1, \quad \Delta\rho = \frac{1-\varepsilon}{N}.$$

Отже, системи лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення  $y_n^{(i)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) набудуть вигляду

$$\sum_{n=1}^N \alpha_{jn}^* \cdot y_n^{(i)} = F_i^*(\rho_j), \quad (j = \overline{1, N}) \quad (i = 1, 2, 3),$$

де

$$\alpha_{jn}^* = \int_0^\infty \Delta^*(\beta) \frac{\varepsilon^2}{\beta^2 \varepsilon^2 - \gamma_n^2} \left[ \frac{2}{\pi} J_0(\varepsilon \beta) - J_0(\beta) R_n(\gamma_n) \right] \begin{cases} J_0(\rho_j \beta) - J_0(\varepsilon \beta) \\ J_0(\rho_j \beta) - J_0(\beta) \end{cases} d\beta,$$

$$F_1^*(\rho_j) = \begin{cases} (x_1 - \varepsilon)^2 - (x_1 - \rho_j)^2, & \varepsilon \leq \rho_j < x_1, \\ (x_1 - \varepsilon)^2, & x_1 \leq \rho_j < c_1, \\ 0, & c_1 < \rho_j \leq 1; \end{cases}$$

$$F_2^*(\rho_j) = \begin{cases} 0, & \varepsilon \leq \rho_j < c_1, \\ (1 - x_2)^2, & c_1 < \rho_j \leq x_2, \\ (1 - x_2)^2 - (\rho_j - x_2)^2, & x_2 < \rho_j \leq 1; \end{cases}$$

$$F_3^*(\rho_j) = \frac{1}{S_1} \int_0^\infty \Delta^*(\beta) \left\{ \nu - 2 - \frac{\nu \omega \beta^2}{4S_1} + \pi^2 k_2^2 \sum_{n=1}^N C_n \cdot n^2 \frac{1}{k_2^2 \beta^2 + \pi^2 n^2} [5 - \nu + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 1 - \frac{\pi^2 n^2}{k_2^2 \beta^2 + \pi^2 n^2} \right) \cdot \frac{\omega \beta^2}{4S_1} \right] \right\} e^{-\frac{\beta^2}{4S_1^2}} \left\{ \begin{array}{l} J_0(\rho_j \beta) - J_0(\varepsilon \beta) \\ J_0(\rho_j \beta) - J_0(\beta) \end{array} \right\} d\beta.$$

Враховуючи (14), формулу для обчислення контактних напружень під штампом запишемо так:

$$\sigma_z(\rho, 0) = -\frac{G}{1-\nu} \cdot z_1 \sum_{n=1}^N y_n^{(1)} \chi(\rho, \gamma_n) - \frac{G}{1-\nu} \cdot z_2 \sum_{n=1}^N y_n^{(2)} \chi(\rho, \gamma_n) + \frac{G \varepsilon_0^*}{1-\nu} \sum_{n=1}^N y_n^{(3)} \chi(\rho, \gamma_n), \quad (15)$$

тут

$$z_1 = \frac{b}{2R_1}, \quad z_2 = \frac{b}{2R_2}, \quad \chi(\rho, \gamma_n) = J_0\left(\frac{P}{\varepsilon} \gamma_n\right) N_0(\gamma_n) - J_0(\gamma_n) N_0\left(\frac{P}{\varepsilon} \gamma_n\right).$$

Вимагаючи виконання умови рівноваги штампа та умови рівності вертикальних переміщень точок області контакту при  $r = r_1$  та  $r = r_2$

$$2\pi \int_a^b \rho \sigma_z(\rho, 0) d\rho = -P, \quad W(r_1) = W(r_2)$$

одержимо систему двох рівнянь відносно  $z_1$  та  $z_2$ , розв'язавши яку одержимо:

$$z_1 = -\frac{P}{2\pi b} z_1^{(p)} + \frac{\varepsilon_0 G}{1-\nu} z_1^{(c)}, \quad z_2 = -\frac{P}{2\pi b^2} z_2^{(p)} + \frac{\varepsilon_0 G}{1-\nu} z_2^{(c)}. \quad (16)$$

Підставляючи (16) в (15), знайдемо  $\sigma_z(\rho, 0) = \sigma_z^{(p)}(\rho) + \sigma_z^{(c)}(\rho)$ , де

$$\sigma_z^{(p)}(\rho) = -\frac{P}{2\pi b^2} \left[ z_1^{(p)} \sum_{n=1}^N y_n^{(1)} \chi(\rho, \gamma_n) + z_2^{(p)} \sum_{n=1}^N y_n^{(2)} \chi(\rho, \gamma_n) \right],$$

$$\sigma_z^{(c)}(\rho) = -\varepsilon_0 \left[ z_1^{(c)} \sum_{n=1}^N y_n^{(1)} \chi(\rho, \gamma_n) + z_2^{(c)} \sum_{n=1}^N y_n^{(2)} \chi(\rho, \gamma_n) - \sum_{n=1}^N y_n^{(3)} \chi(\rho, \gamma_n) \right].$$

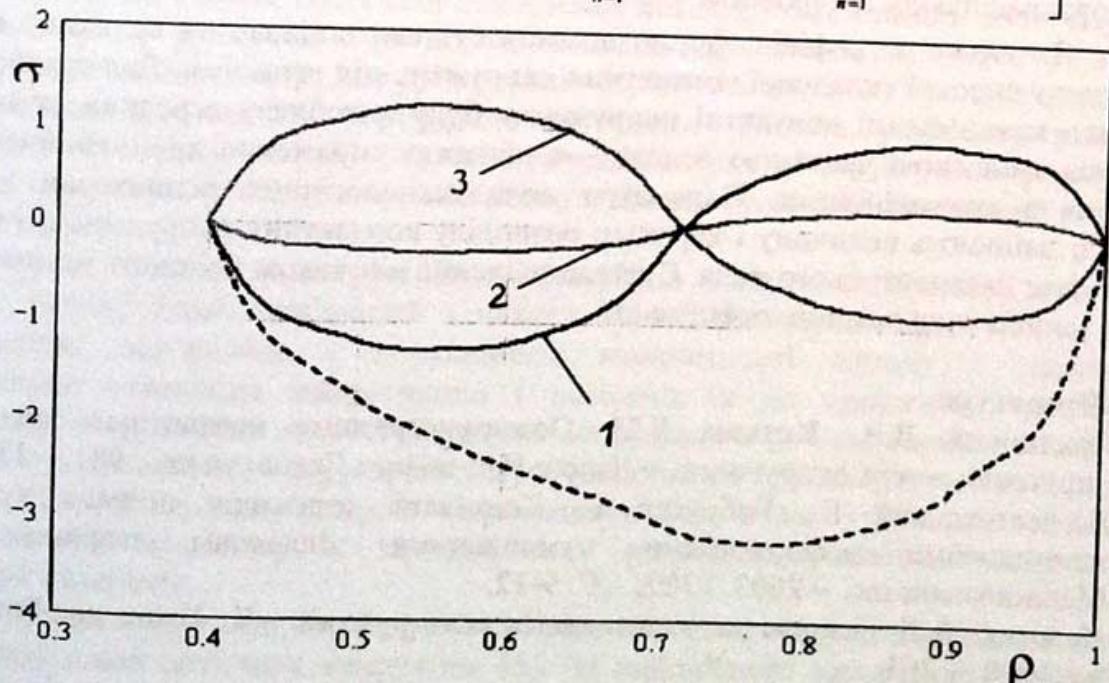


Рис. 2. Розподіл складових напружень під штампом для значень параметрів

$$x_1 = x_2 = 0.7, \quad \varepsilon = 0.4, \quad S_1 = 0.4, \quad k_2 = 2, \quad \nu = 0.3, \quad \omega = \frac{2}{3};$$

$$1 - c_0 = 1, \quad c_1 = 0; \quad 2 - c_0 = 1; \quad c_1 = 0.4, \quad 3 - c_0 = 1, \quad c_1 = 1$$

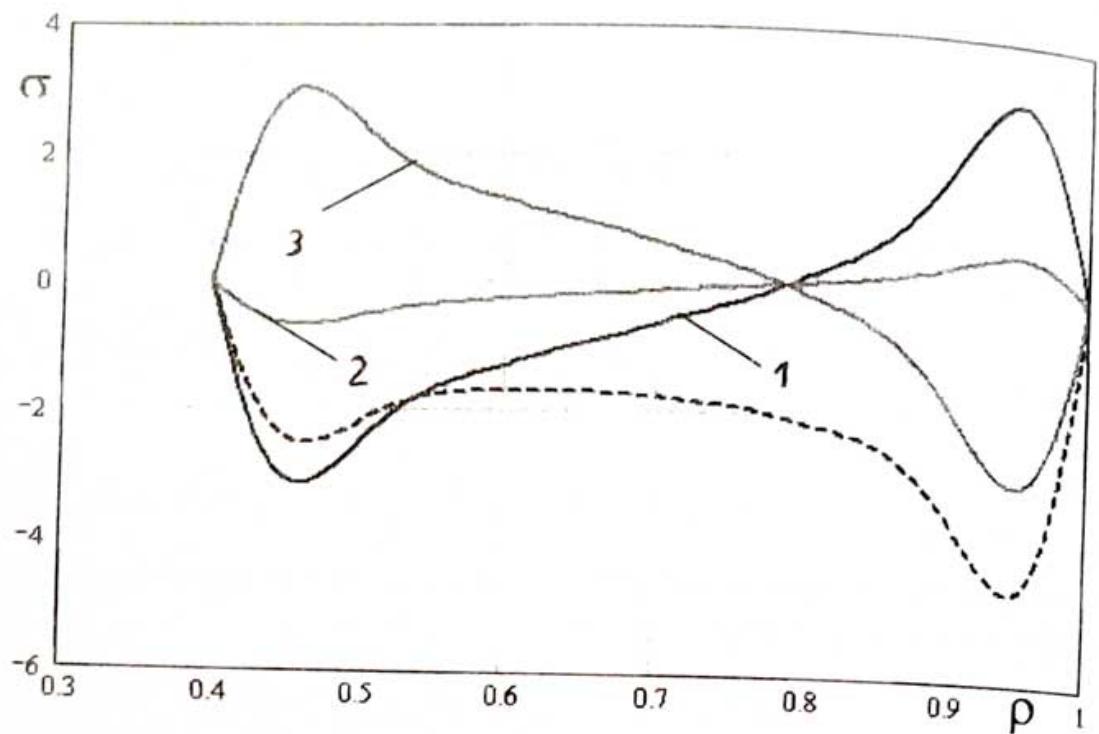


Рис. 3. Розподіл складових напружень під штампом для значень параметрів

$$x_1 = 0.5, x_2 = 0.9, \epsilon = 0.4, S_1 = 0.4, k_2 = 2, \nu = 0.3, \omega = \frac{2}{3};$$

1 -  $c_0 = 1, c_1 = 0$ ; 2 -  $c_0 = 1, c_1 = 0.4$ , 3 -  $c_0 = 1, c_1 = 1$ .

Розглянуто приклад розв'язування систем  $N$  лінійних алгебраїчних рівнянь з  $N$  невідомими  $x_n^{(i)}$ . Числовий аналіз виконано для  $N = 20$ . На рисунках 2-3 подано результати розподілу безрозмірних складових  $\sigma_{zz}^P$  - пунктирна крива і  $\sigma_{zz}^*$  - криві 1, 2, 3 вздовж радіальної координати  $\rho$ .

Як видно з графіків, форма штампа суттєво впливає на величину і характер розподілу силової складової контактних напружень під штампом. Для парабоїdalного штампа максимальні контактні напруження будуть поблизу середини штампа, а для штампа з плоскою частиною основи – в областях спряження прямолінійного участка штампа з криволінійним. Параметри поля технологічних залишкових деформацій значно змінюють величину і характер розподілу контактних напружень які виникають внаслідок наявності цього поля. Суттєве значення має також змінність по товщині шару поля залишкових зварних деформацій.

### Література

- Грилицький Д.В., Кизьма Я.М. Осесимметричные контактные задачи теории упругости и термоупругости. – Львов: Изд-во при Львов. ун-те, 1981. – 135с.
- Шелестовський Б., Габрусєв Г. Контактна взаємодія штампа з шаром із залишковими деформаціями, зумовленими кільцевим зварним швом // Машинознавство. – 2003. - №2. – С. 9-12.
- Недосека А.Я. Основы расчета сварных конструкций. – К.: Выща школа. Головное изд-во, 1998. – 263с.