

УДК 519.21

Микола Хвостівський, к.т.н., доцент

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСІВ ІЗ ЗМІННОЮ ФАЗОЮ

У роботі дано розвиток процесів із змінним періодом (циклом) через процеси із змінною фазою, яка породжує зміну періоду (циклічності). Розглянуто приклади впливу змінної фази на періодичну функцію.

Ключові слова: математична модель, процес, змінна фаза.

Mykola Hvostivskyu, Ph.D., Assoc. Prof.

MATHEMATICAL MODEL OF PROCESSES WITH VARIABLE PHASE

In this paper the development processes of variable period (cycle) processes through variable phase shift generating period (cyclong). Examples impact on variable phase periodic function.

Key words: mathematical model, process, variable phase.

Реальна жива чи не жива система з циклічним (періодичним) принципом роботи, яка генерує будь-які вихідні процеси $\xi(t)$, впродовж часу спостереження змінює свій стан з апіорно невідомим значенням тривалості циклу (періоду) T . Такі зміни у роботі системи є адекватними і пояснюються наявністю у її структурі складових одиниць із патологічними ознаками функціонування.

В математиці та техніці для опису таких систем в більшості випадків використовують функцію із змінним періодом у вигляді виразу [1-4]:

$$\xi(t) = \xi(t + T(t)), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (1)$$

де $T(t)$ – диференційована функція змінного періоду, та циклічну числову функцію у вигляді виразу [5,6]:

$$\xi(t) = \xi(t + T(t, n)), \quad t \in \mathbb{W}, n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

де $T(t, n)$ – функція ритму для n -циклів.

Подання моделей у вигляді виразів (1-2) стверджують те, що період як ядро циклічності (періодичності) процесу $\xi(t)$ є незалежно породженою змінною одиницею. Реальні процеси $\xi(t)$, які генерує циклічна система містять у ядрі циклічності (періодичності) динамічну складову ψ зміни сталої періодичності T , яка супроводжується за рахунок фазових зсувів φ процесу $\xi(t)$:

$$(\psi \rightarrow \text{циклічна система}) \rightarrow (\varphi = \text{var}) \rightarrow (T = \text{var}) \quad (3)$$

В часі зміна функції змінного періоду $T(t)$ або циклічної функції $T(t, n)$ породжується зміною фазових показників системи у вигляді фазової функції $\varphi(t)$:

$$\xi(t) = \xi(t + n \cdot T + \varphi(t)), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (4)$$

де n – номер періоду (циклу) функції $\xi(t)$;
 $\varphi(t)$ – функція змінної фази.
 Вираз (4) ілюстративно подано у вигляді рис.1.

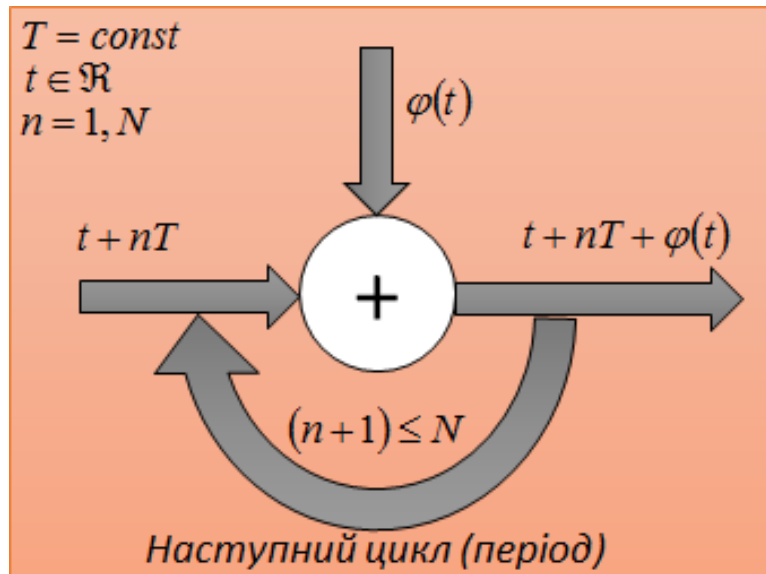


Рис.1. Процес формування аргументу процесу (функції) $\xi(\bullet)$ із змінною фазою

З виразу (4) випливає, що фазові показники функції $\varphi(t)$ залежать від показників випадкової функції $\psi(t)$ сталого періоду T впродовж усього інтервалу спостереження у вигляді виразів:

$$\varphi(t) = \varphi \cdot \psi(t) \text{ або } \varphi(t) = \varphi + \psi(t), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (5)$$

де φ – фаза процесу (функції) $\xi(t)$, $\varphi = \text{const}$.

Із урахування мультиплікативного та адитивного характеру впливу випадкової функції $\psi(t)$ на фазовий показник φ процесу $\xi(t)$ вираз (4) набуде вигляду:

$$\xi(t) = \xi(t + n \cdot T + \varphi + \psi(t)), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (6)$$

або

$$\xi(t) = \xi(t + n \cdot T + \varphi \cdot \psi(t)), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (7)$$

де $\psi(t)$ – випадкова функція, яка вносить у період випадковість за рахунок зміни фази φ в початковий момент часу.

На рис. 2 зображено приклади впливу зміни функції змінної фази $\varphi(t)$ на періодичну функцію синусоїди.

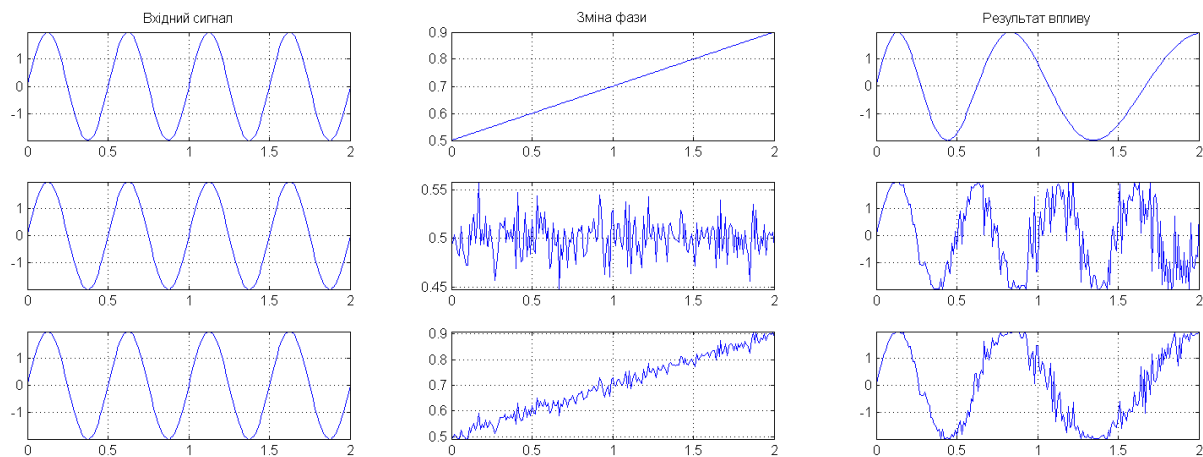


Рис.2. Результати впливу зміни фази на періодичну функцію синусоїди

Отже, процес нового класу із змінною фазою (4,6,7) дає змогу розробити нові ефективні методи щодо аналізу фазової структури процесів різної природи дослідження.

Література

1. Приймак, М.В. Сигнали зі змінним періодом та їх модель / М. В. Приймак, Я. П. Василенко, Л. П. Дмитроца // Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Інформатика, управління та обчислювальна техніка. - 2013. - Вип. 59. - С. 116-121
2. Приймак, М.В. Змінні періоди деяких періодичних функцій із змінним періодом. / Приймак М.В. // Матеріали одинадцятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. Тернопіль, вид. ТДТУ, 2007. – С. 71.
3. Василенко, Я. П., Дмитроца Л. П., Приймак М. В. Клас функцій із змінним періодом // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.– №1105. – Серія "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління". – 2014. – Випуск 24. – С. 21–32.
4. Приймак, М.В. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом / Приймак М.В., Боднарчук І.О., Лупенко С.А // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2005. – № 2. – С. 143-152
5. Лупенко, Сергій Анатолійович. Розвиток теорії моделювання та обробки циклічних сигналів в інформаційних системах : автореф. дис ... д-ра техн. наук: 01.05.02 / Сергій Анатолійович Лупенко . – Львів : Б.в., 2010 . – 40 с.
6. Лупенко, С.А. Лінійний циклічний випадковий процес як математична модель тестових коливних сигналів у інформаційних системах діагностики, аутентифікації та прогнозування / С.А. Лупенко, Н.С. Луцук, А.М. Лупенко, Н.Б. Стадник // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – 2014. – № 783 : Інформаційні системи та мережі. – С. 145–153.