

ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ ПРИ ЗГІНІ У ДВОХОПОРНІЙ СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНІЙ БАЛЦІ

Мета роботи: Визначити величини прогинів у двох перетинах балки та кути повороту опорних перетинів.

1. Теоретична частина

При дії зовнішніх сил, розташованих в одній з головних площин інерції поперечного перетинів балки, спостерігається викривлення осі в тій же площині. Таку деформацію називають плоским згином.

На рис. 1 зображена викривлена вісь балки, защемлена одним кінцем і навантажена на вільному кінці зосередженою силою.

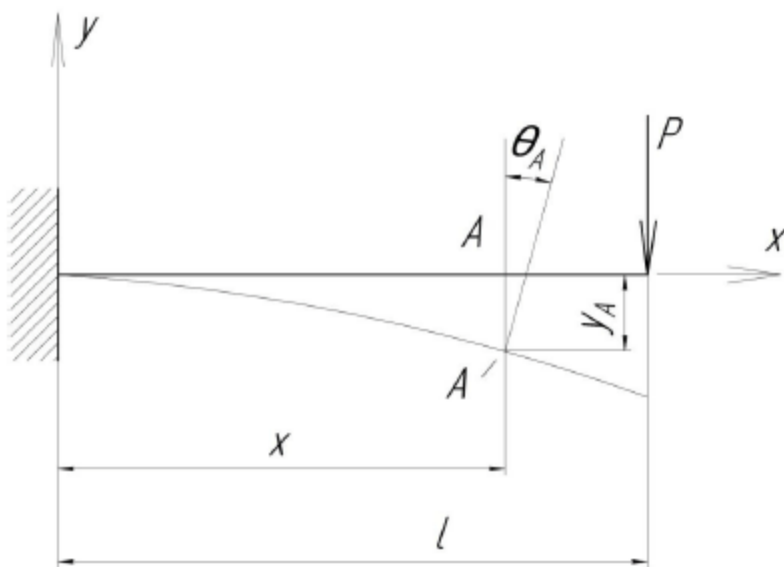


рис.1

Переміщення центра ваги перетині за напрямком, перпендикулярному до осі балки, називається прогином у даному перетині і позначається буквою

уа. Кут θ_A на який поперечний перетин повертається по відношенню до свого початкового положення, називається кутом повороту перетину.

Визначення переміщень при згині представляє практичний інтерес, оскільки елементи конструкцій і машин крім перевірки на міцність підлягають ще й перевірці на жорсткість, $y_{\max} \leq [y]$, $\theta_{\max} \leq [\theta]$.

У багатьох випадках за експлуатаційними міркуваннями максимальний прогин балки обмежується певною величиною - допустимим прогином $[y]$. Величина допустимого прогину залежить від призначення споруди чи машини. У машинобудуванні норма допустимого прогину коливається в досить широких межах:

$$[y] = \left(\frac{1}{1000} \div \frac{1}{300} \right) \cdot l.$$

Найбільші кути повороту опорних перерізів валів на роликових підшипниках не повинні перебільшувати:

$$[\theta] = 0,001 \text{ рад.}$$

В даній роботі теоретичне визначення переміщень проводимо методом початкових параметрів. Розрахункова схема установки показана на рис.2.

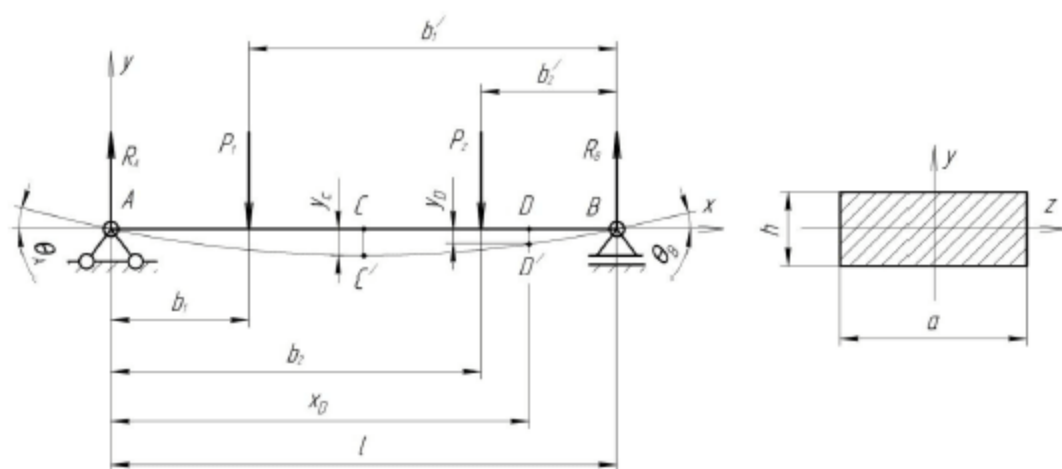


рис.2

Вибравши початок координат на лівій опорі А, запишемо загальні рівняння переміщень:

$$EI_z \theta(x) = EI_z \theta_0 + R_A \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(x-b_1)^2}{2} - P_2 \frac{(x-b_2)^2}{2}; \quad (1)$$

$$EI_z Y(x) = EI_z Y_0 + EI_z \theta_0 \cdot x + R_A \frac{x^3}{6} - P_1 \frac{(x-b_1)^3}{6} - P_2 \frac{(x-b_2)^3}{6}. \quad (2)$$

де $R_A = \frac{P_1 \cdot b_1' + P_2 \cdot b_2'}{l}$; $R_B = \frac{P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2}{l}$ - реакції опор А та В;

E - модуль пружності першого роду;

$I_z = \frac{ah^3}{12}$ - осьовий момент інерції поперечного перетину;

P_1, P_2 - сила ваги вантажів;

x - координата точки в якій визначаємо переміщення.

Для визначення початкових параметрів використовуємо наступні граничні умови:

$$y(x=0) = y_A = 0; \quad y(x=l) = y_B = 0.$$

Тоді:

$$y_0 = y_A = 0; \quad (3) \quad \theta_0 = \theta_A = \frac{K}{EI_z}, \quad (4)$$

$$\text{де } K = \frac{1}{6l} \left[P_1 (b_1')^3 + P_2 (b_2')^3 + R_A l^3 \right]. \quad (5)$$

Використовуємо початкові умови (3),(4) з урахуванням (5) запишемо загальні рівняння (1),(2) у вигляді:

$$EI_z \theta(x) = K + R_A \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(x-b_1)^2}{2} - P_2 \frac{(x-b_2)^2}{2}; \quad (6)$$

$$EI_z Y(x) = K \cdot x + R_A \frac{x^3}{6} - P_1 \frac{(x-b_1)^3}{6} - P_2 \frac{(x-b_2)^3}{6}. \quad (7)$$

Якщо при визначенні переміщень в круглих дужках отримуємо від'ємне число, то відповідні члени у вичисленні участі не приймають.

2. ОПИС УСТАНОВКИ

Установка (рис.3) складається із наступних частин: дослідного взірця 10, основи 1, встановленої на чотирьох регулюючих гвинтах - ніжках 2, рухомому 5 і нерухомому 12 стояках, двох індикаторних стояків 6, двох вантажних підвісів 9, набору вантажів 8.

Дослідний взірець виготовлений із сталюї стрічки поперечним перерізом 7X40 мм і встановлений на шарнірних опорах.

Нерухомий стояк прикріплений гвинтами до основи і оснащений шарнірно-нерухою опорою. Шарнірно-нерухома-опора складається з осі, встановленої на шарикових підшипниках та стержня для вимірювання кутів повороту опорного перетину взірця. Стержень 4 прикріплений до осі двома гвинтами і в нижній частині має підп'ятник в який впирається вимірювальний штир індикатора. Дослідний взірець встановлений у спеціальні вирізи в стояках 5 і 12.

Рухомий стояк має можливість переміщуватись по направляючій планці 7, прикріпленій до основи установки, що дозволяє регулювати довжину прольоту балки в межах від 700 до 1000 мм. При необхідності рухомий стояк може бути жорстко зафіксований у направляючій планці за допомогою стопора 3. Переміщення рухомого стояка регулюється по шкалі, прикріпленої до основи установки. Рухомий стояк оснащений шарнірно-рухою опорою, яка на відміну від опори нерухомого стояка має можливість здійснювати поступальний рух.

Навантаження досліджуваного зразка здійснюється з допомогою двох вантажних підвісок і набору вантажів. Навантаження прикладається зосереджено, при цьому виникає можливість змінити точки прикладання навантаження. Визначення віддалей від опор до точки прикладення навантажень здійснюємо за шкалою, нанесеної на взірець.

Вимірювання прогинів і кутів повороту опорних перерізів зразка проводимо з допомогою індикаторів які закріплені на стояках. Останні можуть здійснювати переміщення вздовж основи установки.

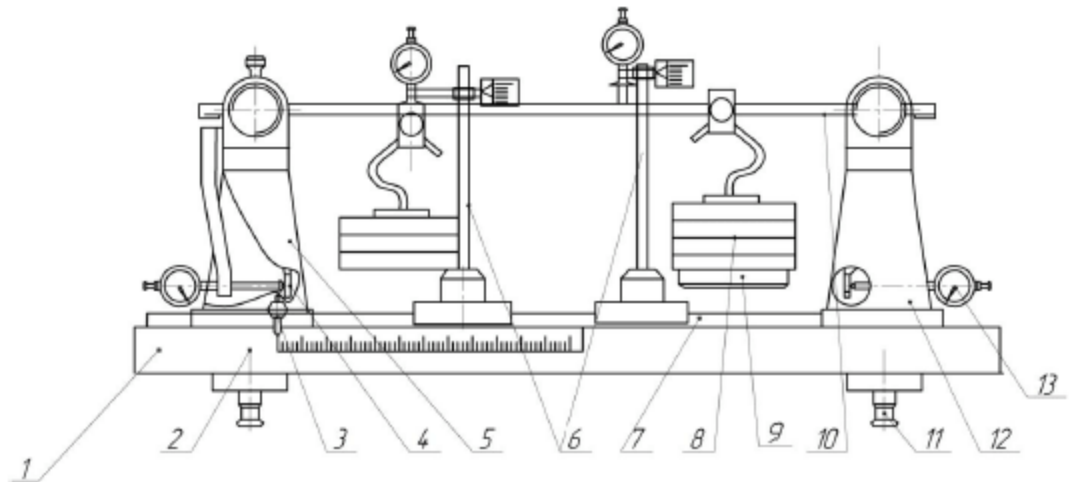


Рис.3

1. Основа.
2. Підп'ятник.
3. Стопор.
4. Стержень.
5. Стояк рухомий.
6. Стояк індикаторний.
7. Планка направляюча.
8. Набір вантажів.
9. Підвіс гирьовий.
10. Досліджувальний зразок.
11. Гвинт-ніжка.
12. Стояк нерухомий.
13. Індикатор годинникового типу.

3. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Згідно вказаної керівником схеми навантаження підготувати установку для виконання досліджу.
 2. Провести вимірювання поперечного перетину зрізця.
 4. Встановити стрілки всіх індикаторів на нуль.
 5. Визначити величину ступеня навантаження P_1 і P_2 . Провести з навантаженням балки.
- Найбільша величина навантаження не повинна перевищувати 59 Н/ 6 кг на один гирьовий підвіс.
6. Після навантаження зафіксувати лінійні переміщення балки в перетинах С та Д і переміщення балки в перерізі А та В за шкалами індикаторів.

7. Після закінчення дослідів балку розвантажити і порівняти покази індикаторів з початковими.

9. Визначити значення кутів повороту перетинів $\Delta\theta_{\text{осц}}$, $\Delta\theta_{\text{осц}} = \frac{\Delta\delta}{L}$,

де L - розрахункова довжина стержня, виміряна від осі зразка до осі циліндра, мм. $L=150\text{мм}$;

$\Delta\delta$ - покази відповідних індикаторів, мм;

10. Визначити теоретичні значення величини прогинів і кутів повороту перерізів при навантаженні, рівному P_1 і P_2 .

11. Визначити різницю між дослідними даними і теоретичними обчисленнями.

4. Теоретичне обчислення переміщень

Матеріал взірця сталь $E=2 \cdot 10^5$, МПа .

Розміри поперечного перерізу балки a, h : $a =$ мм, $h =$ мм.

Відстань між опорами балки l : $l =$ м.

Осьовий момент інерції перерізу $I_z = \frac{ah^3}{12}$: $I_z =$ м⁴.

Координати точки/ділянки x_A, x_B, x_C, x_D , м $x_A =$ м, $x_B =$ м,
 $x_C =$ м, $x_D =$ м.

Куту повороту перетинів A і B .

$$\theta_0 = \theta_{\text{теор}}^A = \frac{K}{EI_z},$$

де $K = \frac{1}{6l} [P_1(b_1')^3 + P_2(b_2')^3 + R_A l^3]$.

$$\theta_{\text{теор}}^B = \frac{1}{EI_z} \left[K + R_A \frac{x_B^2}{2} - P_1 \frac{(x_B - b_1)^2}{2} - P_2 \frac{(x_B - b_2)^2}{2} \right]$$

Прогини перетинів C і D :

$$y_{\text{теор}}^C = \frac{1}{EI_z} \left[Kx_C + R_A \frac{x_C^3}{6} - P_1 \frac{(x_C - b_1)^3}{6} - P_2 \frac{(x_C - b_2)^3}{6} \right],$$

$$y_{теор}^{\mathcal{L}} = \frac{1}{EI_z} \left[Kx_{\mathcal{L}} + R_A \frac{x_{\mathcal{L}}^3}{6} - P_1 \frac{(x_{\mathcal{L}} - b_1)^3}{6} - P_2 \frac{(x_{\mathcal{L}} - b_2)^3}{6} \right]$$

Протокол випробувань

	Р, Н	Значення переміщень							
		А		В		С		Д	
		Теор.	Досл.	Теор.	Досл.	Теор.	Досл.	Теор.	Досл.
		радіан		радіан		мм		мм	
P ₁									
P ₂									
Похибка, %		ΔA =		ΔB =		ΔC =		ΔD =	

$$\Delta\theta_{досл}^A = \frac{\Delta A}{L}, \text{ рад.}$$

$$\Delta\theta_{досл}^B = \frac{\Delta B}{L}, \text{ рад.}$$

Відносні похибки:

$$\Delta A = \frac{|\theta_{теор}^A - \theta_{досл}^A|}{\theta_{теор}^A} \cdot 100\% =$$

$$\Delta B = \frac{|\theta_{теор}^B - \theta_{досл}^B|}{\theta_{теор}^B} \cdot 100\% =$$

$$\Delta C = \frac{|y_{теор}^C - y_{досл}^C|}{\theta_{теор}^C} \cdot 100\% =$$

$$\Delta D = \frac{|y_{теор}^D - \theta_{досл}^D|}{\theta_{теор}^D} \cdot 100\% =$$

Питання для самоконтролю

1. У якому випадку виникає деформація плоского згину?
2. Які переміщення одержують поперечні перетини балок при прямому згині?
3. Напишіть наближене деформаційне рівняння зігнутої осі балки.
4. Яка диференціальна залежність між прогинами і кутами повороту перетинів балки?

5. Як потрібно вибрати початок координат при обчисленні перетинів методом початкових параметрів?
6. Запишіть вираз для прогинів і кутів повороту методом початкових параметрів.
7. Як визначають значення невідомих початкових параметрів?
8. Запишіть умови жорсткості при згині.
9. Який вигляд має розрахункова схема до даної роботи ?
10. Який порядок виконання роботи?

Література.

1. Беляєв Н.М. Сопротивлення матеріалов. "Наука", 1976, с. 276-294.
2. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление матеріалов, "Высшая школа"М., 1969, с.323-334.
3. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление матеріалов, "Высшая школа"К., 1973, с.264-289.