НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА ЛІТЕРАТУРА

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний
технічний університет імені
Івана Пулюя

**Кафедра
автоматизації технологічних
процесів та виробництв**

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Методичні вказівки до виконання курсової роботи

**Тернопіль
2010**

Методичні вказівки розроблено у відповідності з навчальною програмою курсу "Теорія автоматичного керування".

Укладачі: доц., к.т.н. Мовчан Л.Т., к.т.н. Мовчан С.Л.

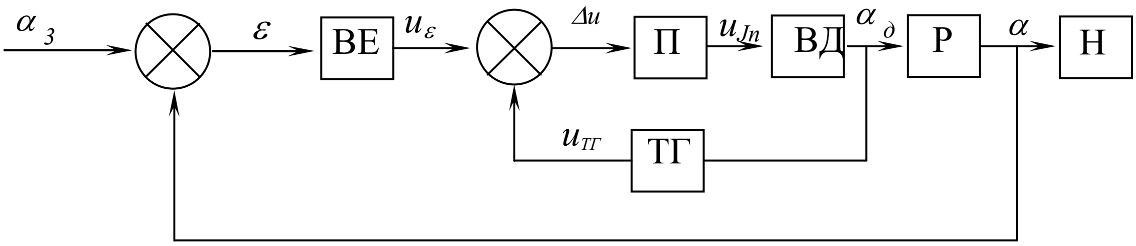
Рецензент: доц., к.т.н. Проць Я.І.

Розглянуто й затверджено на засіданні кафедри автоматизації технологічних процесів та виробництв (протокол №2 від 02.09.2009р.)

Схвалено й рекомендовано до друку вченою радою факультету комп'ютерних технологій Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (протокол № 1 від 17 вересня 2009 р.)

Завдання на курсову роботу

Провести аналіз стійкості і якості електромеханічної слідкуючої системи, функціональна схема якої має вигляд



ВЕ – вимірний елемент; П – підсилювач; ВД – виконавчий двигун; Р – редуктор; ТГ – тахогенератор; Н – навантаження; $\alpha_з$ – кут повороту задаючого вала; α – кут відпрацювання; ε – кут розузгодження; u_ε – напруга ВЕ; u_{Jn} – напруга на виході підсилювача; $u_{ТГ}$ – напруга тахогенератора; $\alpha_д$ – кут повороту вала двигуна.

Вихідні дані для розрахунку – в таблиці 1.

При виконанні курсової роботи необхідно:

1. Описати роботу досліджуваної схеми.
2. Скласти лінеаризоване диференціальне рівняння двофазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором, визначити його передавальні функції за управляючою і збурюючою діях, визначити параметри і побудувати структурну схему.
3. Записати лінеаризовані рівняння інших елементів системи і визначити їх передавальні функції.
4. Скласти структурну схему системи.
5. Визначити передавальну функцію розімкненої системи, передавальну функцію замкненої системи відносно керованої величини за задаючою й збурюючою діях та передавальну функцію замкненої системи відносно помилки (сигналу розузгодження) за задаючою дією.
6. Визначити АФЧХ замкненої системи за керуючим сигналом.
7. Визначити граничне значення коефіцієнта передавання тахогенератора $k_{тгр}$.
8. Визначити стійкість системи з допомогою критеріїв Гурвіца, Михайлова і Найквіста, коли коефіцієнт тахогенератора дорівнює 5 $k_{тгр}$.
9. Визначити перехідну функцію, побудувати графік перехідної характеристики і за ним визначити показники якості системи.
10. Визначити область стійкості систем у площині одного параметра та у площині двох параметрів.
11. Визначити коефіцієнт підсилення системи, який мінімізує квадратичну інтегральну оцінку I_2.

Таблиця 1. Вихідні дані для розрахунку

№ варі-анта	Вимі-рюючий елемент k_1, В/р	Підсилювач		Електродвигун			Редуктор		Навантаження		Швид-кість слідку-вання
		K_2	T_2, с	$c_е$, $Вс/рад$	$c_м$, $Вс/рад$	$J_{дв}$, кГ $м^2$	i	η ккд	$J_н$, кГ $м^2$	$M_Н$, Нм	ω_0, рад / с
1	50	120	0.002	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.04	0.02	0.2
2	50	140	0.003	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.05	0.03	0.2
3	50	160	0.004	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.06	0.04	0.2
4	50	180	0.005	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.07	0.05	0.2
5	50	200	0.006	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.08	0.06	0.2
6	50	220	0.007	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.09	0.07	0.2
7	50	240	0.008	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.10	0.08	0.2
8	50	260	0.009	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.11	0.09	0.2
9	50	280	0.010	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.12	0.10	0.2
10	50	300	0.011	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.13	0.11	0.2
11	50	320	0.012	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.14	0.12	0.2
12	50	340	0.013	0.020	0.005	2x10e-5	550	0.9	0.15	0.13	0.2
13	75	360	0.014	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.16	0.14	0.2
14	75	380	0.015	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.17	0.15	0.2
15	75	400	0.016	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.18	0.16	0.2
16	75	420	0.017	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.19	0.17	0.2
17	75	440	0.018	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.20	0.18	0.2
18	75	460	0.019	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.21	0.19	0.2
19	75	480	0.020	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.22	0.20	0.2
20	75	500	0.021	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.23	0.21	0.2
21	75	520	0.022	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.24	0.22	0.2
22	75	540	0.023	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.25	0.23	0.2
23	75	560	0.024	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.26	0.24	0.2
24	75	580	0.025	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.27	0.25	0.2
25	75	600	0.026	0.025	0.006	3x10e-5	650	0.9	0.28	0.26	0.2
26	90	100	0.027	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.03	0.01	0.2
27	90	120	0.028	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.04	0.02	0.2
28	90	140	0.029	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.05	0.03	0.2
29	90	160	0.030	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.06	0.04	0.2
30	90	180	0.031	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.07	0.05	0.2
31	90	200	0.032	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.08	0.06	0.2
32	90	220	0.033	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.09	0.07	0.2
33	90	240	0.034	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.10	0.08	0.2
34	90	260	0.035	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.11	0.09	0.2
35	90	280	0.036	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.12	0.10	0.2
36	90	300	0.037	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.13	0.11	0.2
37	90	320	0.038	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.14	0.12	0.2
38	90	340	0.039	0.030	0.007	4x10e-5	750	0.95	0.15	0.13	0.2
39	90	360	0.040	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.16	0.14	0.2
40	90	380	0.041	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.17	0.15	0.2
41	90	400	0.042	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.18	0.16	0.2
42	90	420	0.043	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.19	0.17	0.2
43	90	440	0.044	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.20	0.18	0.2
44	90	460	0.045	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.21	0.19	0.2
45	90	480	0.046	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.22	0.20	0.2
46	90	500	0.047	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.23	0.21	0.2
47	90	520	0.048	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.24	0.22	0.2
48	90	540	0.049	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.25	0.23	0.2
49	90	560	0.050	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.26	0.24	0.2
50	90	580	0.051	0.035	0.008	5x10e-5	850	0.95	0.27	0.25	0.2

Вказівки до виконання роботи

Опис роботи схеми. Якщо задаюча вісь слідкуючої системи повернена на кут $\alpha_з$, то в давачі кута розузгодження виникає напруга розузгодження u_ε, яка надходить на вхід підсилювача. Підсилений сигнал діє на виконавчий двигун (ВД), який через редуктор буде переміщувати навантаження й регулюючий орган давача до того часу, доки напруга розузгодження не буде дорівнювати нулю. В цьому випадку кут α буде дорівнювати $\alpha_з$ з урахуванням усталеної помилки. Для покращення динамічних властивостей системи використовують тахогенератор, напруга якого пропорційна частоті обертів двигуна.

Аналіз роботи слідкуючої системи проводять за рівняннями і параметрами елементів або за передавальними функціями. Диференціальні рівняння елементів складають на основі фізичних законів.

Складаючи рівняння асинхронного двигуна, необхідно враховувати, що перехідні процеси в обмотці керування проходять швидше, ніж перехідні процеси, які характеризують зміну частоти обертів ротора. У зв'язку з цим диференціальне рівняння асинхронного двигуна в основному визначають на основі другого закону Н'ютона для обертового руху:

$$J_{пр}\frac{d\omega_{дв}}{d_t} = M_{об}(t) - M_{НП}(t), \qquad M_{НП}(t) = M_H(t)/i\eta ,$$

де $J_{пр}$ – момент інерції всіх обертових мас, приведений до вала двигуна,

$$J_{пр} = J_{дв} + \frac{J_н}{\eta i^2};$$

$\omega_{дв}$ – частота обертів вала двигуна (кутова частота);

$M_{об}(t)$ – обертовий момент;

$M_{НП}(t)$ – момент навантаження, приведений до вала двигуна;

$J_{дв}$ – момент інерції двигуна;

$J_н$ – момент інерції навантаження;

i – передавальне число редуктора;

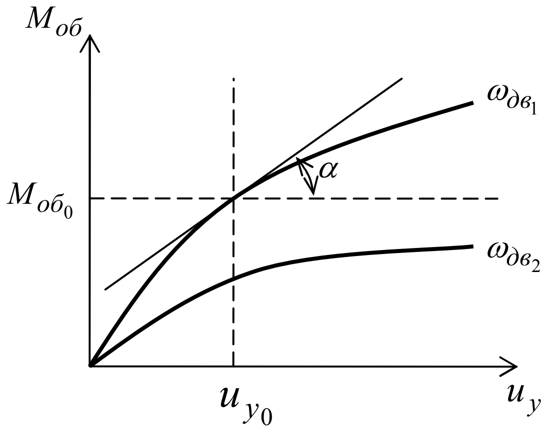
η – к.к.д. редуктора;

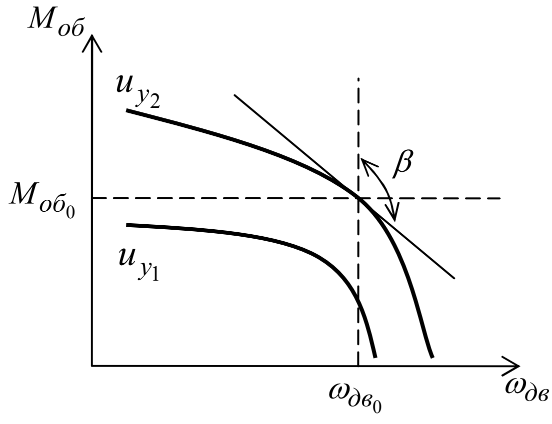
$M_H(t)$ – момент навантаження.

Обертовий момент створюється обертовим магнітним полем і в загальному вигляді аналітичний вираз для нього буде досить складним. Можна записати, що він є функцією напруги, прикладеної до обмотки керування $u_у$, і частоти обертів двигуна $\omega_{дв}$, тобто $M_{об} = M_{об}(u_у, \omega_{дв})$.

Експериментальним шляхом отримано залежності

$M_{об} = f_1(u_у)$ і $M_{об} = f_2(\omega_{дв})$ при $\omega_{дв} = const$ і $u_у = const$ відповідно.





Для усталеного режиму

$$J_{пр}\frac{d\omega_{дв0}}{dt} = M_{об}(u_{у0}, \omega_{дв0}) - M_{НП0}.$$

Під дією малих збурень змінні двигуна відхиляються від усталеного режиму на малі величини $\Delta\omega_{дв}$, $\Delta u_у$ і рівняння двигуна записуємо у вигляді

$$J_{пр}\frac{d(\omega_{дв0} + \Delta\omega_{дв})}{dt} = M_{об}(u_{у0} + \Delta u_у, \omega_{дв0} + \Delta\omega_{дв}) - (M_{НП0} + \Delta M_{НП}).$$

Нелінійність для обертового моменту можна розкласти в ряд Тейлора і, нехтуючи членом другого і вищого порядку, можна записати

$$M_{об} = M_{об}(u_{у0}, \omega_{дв0}) + \left(\frac{\partial M_{об}}{\partial u_у}\right)_{\substack{u_у = u_{у0} \\ \omega_{дв} = \omega_{дв0}}} \Delta u_у + \left(\frac{\partial M_{об}}{\partial \omega_{дв}}\right)_{\substack{\omega_{дв} = \omega_{дв0} \\ u_у = u_{у0}}} \Delta\omega_{дв}$$

Часткові похідні моменту визначені на рисунку як тангенси кута нахилу дотичних, проведених до відповідних кривих:

$$\left(\frac{\partial M_{об}}{\partial u_у}\right)_{\substack{u_у = u_{у0} \\ \omega_{дв} = \omega_{дв0}}} = tg\alpha = c_и, \qquad \left(\frac{\partial M_{об}}{\partial \omega_{дв}}\right)_{\substack{\omega_{дв} = \omega_{дв0} \\ u_у = u_{у0}}} = tg\beta = -c_е \cdot c_и,$$

де $c_е$ і $c_и$ визначаємо через параметри двигуна.

Віднімаючи від рівняння для двигуна вираз усталеного режиму, отримуємо лінеаризоване рівняння

$$J_{np}\frac{d\Delta\omega_{\partial в}}{dt}=c_u\Delta u_y-c_u c_e\Delta\omega_{\partial в}-\Delta M_{НП}.$$

Розділивши всі члени рівняння на $c_e \cdot c_u$, отримаємо

$$\frac{J_{np}}{c_u c_e}\frac{d\Delta\omega_{\partial в}}{dt}+\Delta\omega_{\partial в}=\frac{1}{c_e}\Delta u_y-\frac{1}{c_u c_e}\Delta M_{НП}.$$

Введемо позначення

$$\frac{J_{np}}{c_u c_e}=T_{\partial в};\quad \frac{1}{c_e}=K_{\partial в};\quad \frac{1}{c_u c_e}=K_f$$

і отримаємо лінеаризоване диференціальне рівняння асинхронного двигуна

$$T_{\partial в}\frac{d\Delta\omega_{\partial в}}{dt}+\Delta\omega_{\partial в}=K_{\partial}\Delta u_y-K_f\Delta M_{НП}.$$

Якщо вихідною величиною двигуна вважати кут повороту $\Delta\alpha_{\partial в}$, то, враховуючи, що $\Delta\omega_{\partial в}=\frac{d\Delta\alpha_{\partial в}}{dt}$, отримаємо

$$T_{\partial в}\frac{d^2\Delta\alpha_{\partial в}}{dt^2}+\frac{d\Delta\alpha_{\partial в}}{dt}=K_{\partial в}\Delta u_y-K_f\Delta M_{НП}$$

або

$$(T_{\partial в}p+1)p\alpha_{\partial в}=K_{\partial в}u_y-K_f M_{НП},$$

де $p\equiv\frac{d}{dt}$.

Використовуючи перетворення Лапласа, отримаємо рівняння

$$(T_{\partial в}s+1)s\alpha_{\partial в}=K_{\partial в}u_y(s)-K_f M_{НП}(s).$$

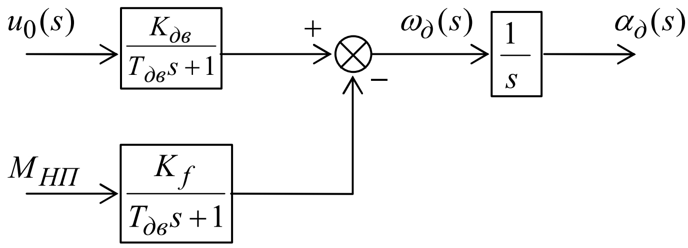
З цих рівнянь отримаємо передавальні функції двигуна за керуванням і збуренням в операторній формі

$$W_1(p)=\frac{\alpha_{\partial в}(p)}{u_y(p)}=\frac{K_{\partial в}}{(T_{\partial в}p+1)p},\qquad W_2(p)=\frac{\alpha_{\partial в}(p)}{M_{НП}(p)}=-\frac{K_f}{(T_{\partial в}p+1)p}$$

та у формі перетворення Лапласа:

$$W_1(s)=\frac{\alpha_{\partial в}(s)}{u_y(s)}=\frac{K_{\partial в}}{(T_{\partial в}s+1)s},\qquad W_2(s)=\frac{\alpha_{\partial в}(s)}{M_{НП}(s)}=-\frac{K_f}{(T_{\partial в}s+1)s}.$$

Знаючи передавальні функції, можна побудувати структурну схему двигуна



Рівняння та передавальні функції інших елементів системи можна представити у вигляді:

– для датчика кута узгодження

$u_\alpha = k_1\varepsilon$, $W(p) = k_1$,

де u_α – вихідна напруга, k_1 – коефіцієнт передавання, ε – кут розузгодження або помилка системи;

– для підсилювача

$$T_2\frac{du_n}{dt} + u_n = k_2 u_н, \qquad W(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1},$$

де T_2 – постійна часу підсилювача, k_2 – коефіцієнт підсилення;

– для редуктора

$$\alpha_0 = \frac{1}{\eta i}\alpha_д = \frac{1}{\eta i}\int \omega_д dt = k_p \int \omega_д dt,$$

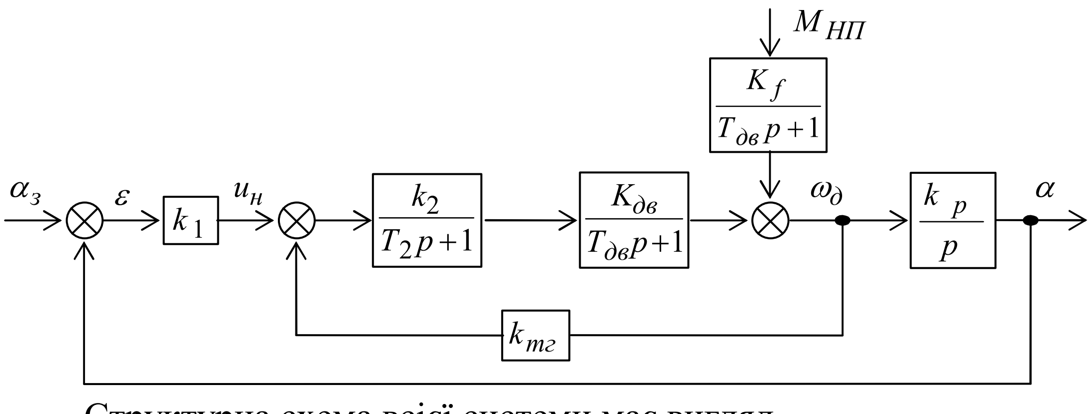
$$\alpha_0 = \frac{1}{\eta i}\frac{\omega_д}{p} = \frac{k_p}{p}\omega_д, \qquad W(p) = \frac{k_p}{p},$$

де k_p – коефіцієнт передавання редуктора;

– для тахогенератора

$u_{тг} = k_{тг}\cdot\omega_д$, $W(p) = k_{тг}$,

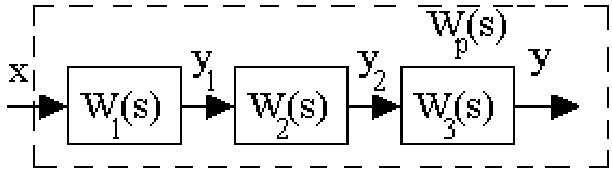
де $k_{тг}$ – коефіцієнт передавання тахогенератора.



Структурна схема всієї системи має вигляд

Для визначення передавальних функцій системи необхідно здійснити ряд еквівалентних перетворень, користуючись такими правилами:

1. Низка послідовно з'єднаних ланок перетворюється в еквівалентну ланку з передавальною функцією, що дорівнює добутку передавальних функцій окремих ланок



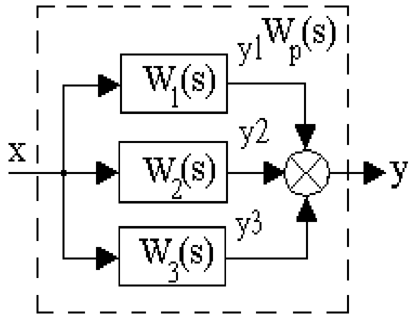
Вихідна величина

$Y(s)=W_3(s)Y_2(s)= \ldots =W_1(s)W_2(s)W_3(s)X(s)$.

Результуюча передавальна функція

$W_p(s) = W_1(s)W_2(s)W_3(s)$, або $W_p(s) = \prod\limits_{i=1}^{n} W_i(s)$.

2. Паралельне з’єднання ланок – таке з’єднання, при якому на вхід кожної ланки подається один і той самий сигнал, а вихідні сигнали додаються:



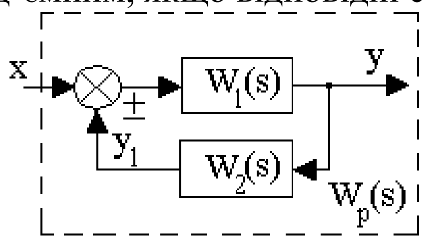
Вихідна величина

$Y(s) = W_1(s)X(s) + W_2(s)X(s) + W_3(s)X(s)$.

Результуюча передавальна функція

$W_p(s) = W_1(s) + W_2(s) + W_3(s)$ або $W_p(s) = \sum\limits_{i=1}^{n} W_i(s)$.

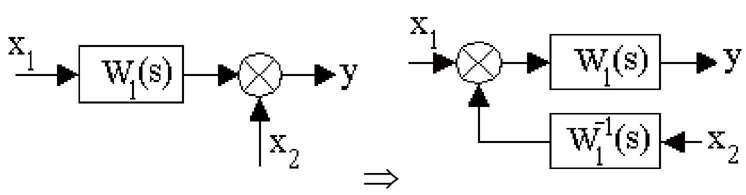
3. Зворотний зв’язок – характеризується тим, що вихідний сигнал ланки подається на її вхід. Може бути додатним, якщо сигнал y_1 і вхідний сигнал x додаються, або від’ємним, якщо відповідні сигнали віднімаються:



Передавальна функція зворотного зв’язку має вигляд

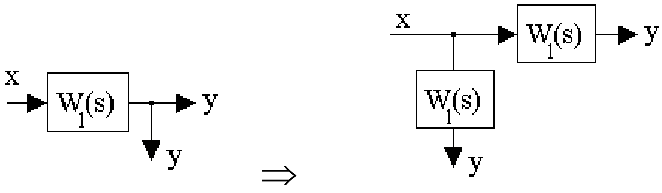
$W_p(s) = \dfrac{W_1(s)}{1 \pm W_2(s)W_1(s)}$, де знак «+» відповідає від’ємному, а «-» – додатному зворотному зв’язку.

4. Перенесення суматора



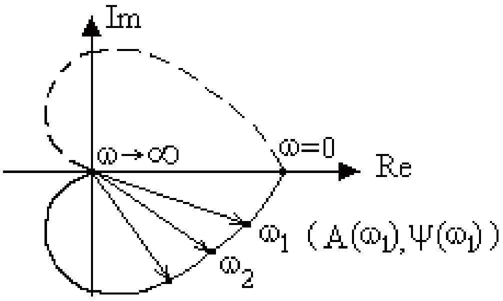
$y = x_1W_1(s)+x_2$ $\qquad$ $y = [x_1+x_2W_1^{-1}(s)]\ W_1(s) = x_1W_1(s)+x_2$

5. Перенесення вузла:



Амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) пов’язує між собою амплітуду і фазу вихідного сигналу з частотою вхідного сигналу. Для її побудови необхідно знайти вираз для частотної передавальної функції W(jω). Далі, для кожної частоти ω (при зміні від нуля до нескінченності) на комплексній площині визначаємо точки, отримані точки з’єднуємо. АФЧХ можна будувати як в декартових координатах (U, V), так і в полярних (A, φ)

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi}.$$



Критерій стійкості Гурвіца

З коефіцієнтів характеристичного рівняння

$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n$ складаємо головний визначник Гурвіца

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & ... \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & ... \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & ... \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ ... & ... & ... & ... & a_n \end{vmatrix}.$$

Викреслюючи в головному визначнику Гурвіца, як показано пунктиром, діагональні мінори, отримуємо визначники Гурвіца нижчого порядку:

$$\Delta_1 = a_1; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_0 & a_3 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} ...$$

Критерій стійкості Гурвіца формулюється так: для того, щоб система автоматичного керування була стійкою, необхідно і достатньо, щоб усі визначники Гурвіца мали знаки, однакові зі знаком першого коефіцієнта характеристичного рівняння a_0, тобто при $a_0>0$ були додатними.

Приклад 1. Визначити умови стійкості системи автоматичного керування, характеристичне рівняння якої має вигляд

$D(p)= T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k.$

Позначимо

$a_0 = T_1 T_2 ;\ a_1 = (T_1 + T_2);\ a_2 = 1;\ a_3 = k.$

Головний визначник Гурвіца

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}.$$

Визначимо умови стійкості системи:

$\Delta_1 = a_1$, звідки $(T_1 + T_2) > 0$;

$\Delta_2 = a_1 \times a_2 - a_0 \times a_3$, звідки $(T_1 + T_2) - kT_1T_2 > 0$;

$\Delta_3 = a_1 \times a_2 \times a_3 - a_0 \times a_3^2 = a_3(a_1 \times a_2 - a_0 \times a_3)$, звідки $a_3 >0$, тобто $k > 0$.

Знаходження граничного значення коефіцієнта передавання тахогенератора зводиться до визначення такого значення вказаного параметра, при якому система автоматичного керування знаходиться на межі стійкості. Для розв’язання задачі рекомендується використати алгебраїчний критерій Гурвіца, згідно з яким система знаходиться на межі стійкості тоді, коли один або кілька визначників, отриманих із головного визначника Гурвіца, дорівнюють нулю.

Приклад 2. Знайти граничні значення параметра k для системи, описаної в прикладі 1.

З виразів для умов стійкості можна отримати умову знаходження системи на межі стійкості. Це є вирази

$k =0$ і $(T_1 + T_2) - kT_1T_2 = 0$,

звідки $k_{граничне}= T_1T_2/(T_1+T_2)$.

Критерій стійкості Михайлова базується на дослідженні властивостей годографа характеристичного вектора (годограф Михайлова)

$D(j\omega) = U_D(\omega) + jV_D(\omega) = D(\omega)e^{j\psi(\omega)}$,

де $U_D(\omega)$ і $V_D(\omega)$ – відповідно дійсна й уявна частини характеристичного вектора, а $D(\omega)$ та $\psi(\omega)$ – його модуль і аргумент. Згідно із критерієм для стійкості лінійної системи n-го порядку необхідно і достатньо, щоб годограф Михайлова починався на дійсній додатній півосі, огинав проти годинникової стрілки початок координат і проходив послідовно n квадрантів, де n – порядок характеристичного рівняння системи.

Приклад 3. Дослідимо на стійкість систему, розглянуту в попередніх прикладах, характеристичне рівняння якої має вигляд

$D(p)= T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k.$

Знайдемо годограф характеристичного вектора

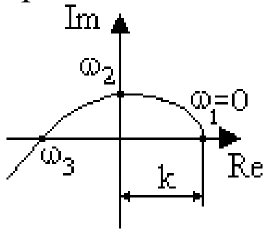
$D(j\omega) = T_1 T_2 (j\omega)^3 + (T_1 + T_2)(j\omega)^2 + j\omega + ,.$

звідки

$U_D(\omega)=Re\, D(j\omega) = X(\omega) = k - (T_1 + T_2)\,\omega^2;$

$V_D(\omega)=Im\, D(j\omega) = Y(\omega) = \omega - T_1 T_2\, \omega^3 .$

Для того, щоб система 3-го порядку була стійкою, годограф Михайлова повинен послідовно проходити 3 квадранти:



<u>Перехідну характеристику системи</u> будуємо згідно з виразом для перехідної функції

$h(t) = L^{-1}\left\{\dfrac{W(s)}{s}\right\}$, де W(s) – передавальна функція системи у формі зображення Лапласа.

Тобто, перехідна функція є зворотним зображенням передавальної функції, поділеної на s.

Оригінал перехідної функції можна визначити як суму лишків в особливих точках.

Для випадку, коли всі корені характеристичного рівняння Q(s)=0 різні,

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{R(s_i)}{Q'(s_i)} e^{s_i t},$$

коли знаменник функції $H(s)$ має один нульовий корінь,

$$h(t) = \frac{R(0)}{Q(0)} + \sum_{i=t}^{n} \frac{R(s_i)}{s_i Q'(s_i)} e^{s_i t},$$

у загальному випадку

$$h(t) = \sum_{i=1}^{l} \frac{1}{(n_i - 1)!} \lim_{s \to s_i} \frac{d^{n_i - 1}}{ds^{n_i - 1}} \left[H(s)(s - s_i)^{n_i} e^{st} \right],$$

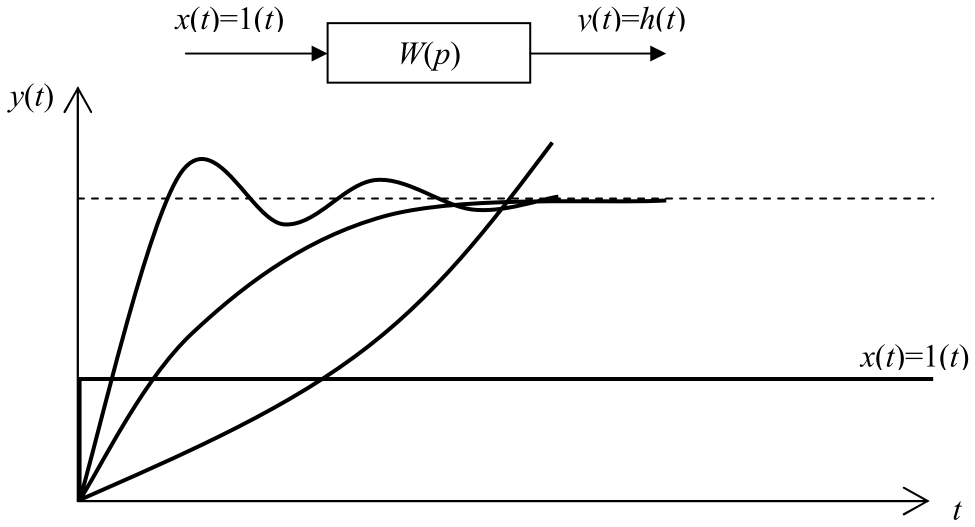


Рис. 1

де $R(s)$ – поліном чисельника $H(s)$; $Q^{'}(s)$ – похідна від полінома знаменника $H(s)$; s_i – полюси функції $H(s)$, тобто корені характеристичного рівняння $Q(s)=0$; l – кількість різних коренів; n_i – кількість однакових коренів.

Результати обчислень перехідної функції представимо у вигляді графіка, побудованого в координатах *(h, t)*.

Вплив параметрів системи на її стійкість досліджуємо із допомогою методу D-розбиття.

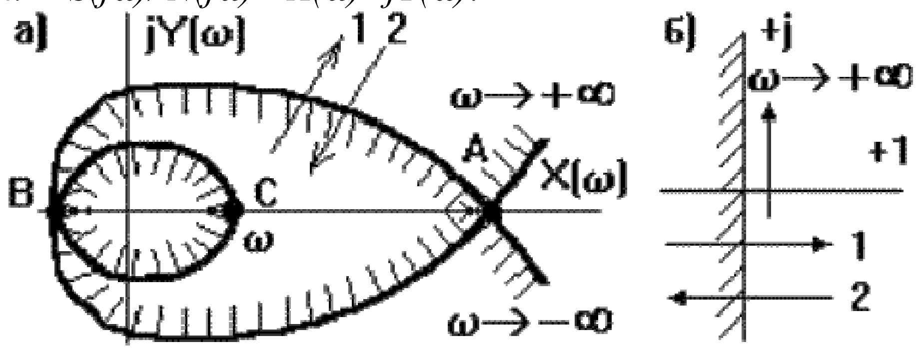
Нехай необхідно визначити вплив на стійкість системи, наприклад, коефіцієнта підсилення k. Для цього необхідно характеристичне рівняння системи привести до вигляду

$D(p)=S(p)+kN(p)$, де $S(p)$ містить члени характеристичного рівняння, що не залежать від k, а $N(p)$ – члени характеристичного рівняння, що містять k в якості множника. Тоді границю D-розбивання будемо визначати із виразу

$D(j\omega)=S(j\omega)+kN(j\omega)=0$,

звідки

$k=- S(j\omega)/ N(j\omega)= X(\omega)+jY(\omega)$.



Змінюючи ω від $-\infty$ до $+\infty$, обчислюємо значення $X(\omega)$ та $Y(\omega)$ і по них будуємо точки границі D-розбиття.

Зазвичай будують тільки половину кривої для ω від 0 до $+\infty$, а іншу половину добудовують симетрично відносно уявної осі.

Якщо в площині коренів рухатися уздовж уявної осі від $-\infty$ до $+\infty$ і штрихувати її зліва (рис. а), то це буде відповідати руху вздовж лінії D-розбиття при зміні ω від -∞ до +∞ і штрихуванню її також зліва. Переходу кореня в площині коренів із заштрихованої півплощини в нештриховану вздовж стрілки 1 відповідає аналогічний перехід через границю D-розбиття вздовж стрілки 1, і навпаки. Якщо перетинається область з подвійною штриховкою (точки А, В, С), то в площині коренів уявну вісь перетинає пара комплексно-спряжених коренів.

Претендентом на область стійкості буде та область, на границях якої штриховка напрямлена в середину. Необхідно взяти будь-яку точку з такої області і при певному значенні параметра k перевірити систему на стійкість будь-яким методом.

Особливістю є те, що як k-дійсне число, тобто Y(ω)=0, то нас цікавить не вся область стійкості, а лише відрізок дійсної осі в цій області, тобто k= X(ω).

Квадратичні інтегральні оцінки визначаємо за формулою

$$I_2=\int_0^\infty x^2(t)dt \qquad або \quad I_2=\int_0^\infty \varepsilon(t)^2\,dt,$$

де x(t) – відхилення керованої величини від нового усталеного значення, яке вона буде мати після закінчення перехідного процесу, а ε(t) - помилка регулювання системи.

Розроблені формули розрахунку інтеграла I_2 у функції коефіцієнтів b_0, ...b_n і $a_0, ..., a_n$ - зображення по Лапласу відхилення керованої величини X(s) або помилки регулювання системи E(s).

Якщо
$$X(s)=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+...+b_{m-1}s+b_m}{a_os^n+a_1s^{n-1}+...+a_{n-1}s+a_n},$$

то при n=1,
$$I_2=\frac{b_0^2}{2a_0a_1},$$

n=2,
$$I_2=\frac{(b_1^2a_0-b_0^2a_2)}{2a_0a_1a_2},$$

n=3,
$$I_2=\frac{b_0^2a_3a_2+(b_1^2-2b_0b_2)a_3a_0+b_2^2a_1a_0}{2a_0a_3(a_1a_2-a_0a_3)},$$

n=4,
$$I_2=\frac{b_0^2k_1+a_4a_3a_0k_2+a_4a_1a_0k_3+b_3^2k_4}{2a_4a_0(-a_4a_1^2-a_3^2a_0+a_1a_2a_3)},$$

де
$$k_1=-a_4^2a_1+a_4a_3a_2, \qquad k_2=b_1^2-2b_1^2-2b_2b_0,$$
$$k_3=b_2^2-2b_3b_1, \qquad k_4=-a_3a_0^2+a_2a_1a_0,$$

n=5,
$$I_2=\frac{1}{2\Delta_5}\left[b_0^2m_0+(b_1^2-b_2b_0)m_1+(b_2^2-2b_3b_1+2b_4b_0)m_2+(b_3^2-2b_4b_2)m_3+b_4^2m_4\right],$$

де
$$m_0=\frac{1}{a_0}(a_2m_1+a_4m_2), \qquad m_3=\frac{1}{a_5}(a_3m_2+a_1m_1),$$

$$m_1 = -a_5 a_2 + a_4 a_3, \qquad m_4 = \frac{1}{a_5}(a_3 m_3 - a_1 m_2),$$

$$m_2 = -a_5 a_0 + a_4 a_1, \qquad \Delta_5 = a_5(a_4 m_4 - a_2 m_3 + a_0 m_2).$$

Рекомендована література

1. Попович М.Г. Теорія автоматичного керування: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / М.Г. Попович, О.В. Ковальчук. – К.: Либідь, 1997.– 544с.
2. Воронов А.А. Теория автоматического управления. /А.А.Воронов. – М.:Высшая школа, 1986. – 367 с. − (2-е изд., ч.1. Теория линейных систем автоматического управления).
3. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления. / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов.– М.: Физматгиз, 1975. – 768 с. – (3-е изд., испр.).
4. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. / Е.И. Юревич – Л.: Энергия, 1975. – 416 с.
5. Теория автоматического управления и элементы автоматики: [методические указания, контрольные задания и задание на курсовую работу] /А.А.Гураков, В.Н.Ляшенко, А.М.Фаль, А.Г.Шевелев. – Киев: КМУГА, 1997. – 36 с.