

НАУКОВІ НОТАТКИ

**Міжвузівський збірник
(за галузями знань «Технічні науки»)**

**Випуск 51
(липень-вересень)
2015**

Луцьк 2015

РЕДАКЦІЙНА РАДА

Пустюльга С.І., декан МБФ, Луцький НТУ, д.т.н., професор; Рудь В.Д., зав. кафедри, Луцький НТУ, д.т.н., професор; Савчук П.П., ректор, Луцький НТУ, д.т.н., професор; Шваб'юк В.І., Луцький НТУ, д.т.н., професор; Заболотний О.В., проректор, Луцький НТУ, к.т.н., доцент.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Рудь В.Д., д.т.н., професор, Луцький НТУ (відповідальний редактор); Пустюльга С.І., д.т.н., професор, Луцький НТУ (заступник відповідального редактора); Заболотний О.В., к.т.н., доц., Луцький НТУ (заступник відповідального редактора); Сав'юк І.В., асистент, Луцький НТУ (відповідальний секретар); Бобир М.І., д.т.н., професор, НТУ України "КПІ"; Гевко Б.М., д.т.н., професор, Тернопільський НТУ; Дядюра К.О., д.т.н., професор, Сумський державний університет; Жигуц Ю.Ю., д.т.н., професор, ДВНЗ Ужгородський національний університет; Кіндрачук М.В., д.т.н., професор, Національний Авіаційний університет; Лотиш В.В., к.т.н., доц., Луцький НТУ; Майстренко А.Л., д.т.н., член-кореспондент НАН України, Інститут надтвердих матеріалів; Максимович В.М., д.ф.-м.н., професор, Луцький НТУ; Пальчевський Б.О., д.т.н., професор, Луцький НТУ; Петраков Ю.В., д.т.н., професор, НТУ України "КПІ"; Петровський В.Я., д.т.н., професор, інститут проблем матеріалознавства НАН України; Повстяной О.Ю., к.т.н., доц., Луцький НТУ; Савчук П.П., д.т.н., професор, Луцький НТУ; Струтинський В.Б., д.т.н., професор, НТУ України "КПІ"; Студеняк І.П., д.т.н., професор, Ужгородський національний університет; Шваб'юк В.І., д.т.н., професор, Луцький НТУ; Штерн М.Б., д.т.н., професор, Інститут проблем матеріалознавства НАН України; Ярошевич М.П., д.т.н., професор, Луцький НТУ; Allison Macmillan, професор, доктор PhD, Глїндворський університет (Уельс, Великобританія); Драган О.В., к.т.н., доцент, Брестський державний технічний університет; Патер Збігнев, д.т.н., професор, Люблінська політехніка (Польща); Гевко Петросян, д.т.н., професор, Вірменський державний університет; Дімітер Ставнев, д.т.н., професор, Технічний університет м. Варні (Болгарія); Дешка Маркова, д.т.н., професор, Технічний університет м. Габрово (Болгарія)

Рекомендовано до друку Вченою радою Луцького національного технічного університету, протокол № 3 від 29.10.2015 р.

Свідоцтво Міністерства юстиції України про державну реєстрацію:

Серія КВ №15901-4373ПР від 13.11.2009 р.

Включено до Переліку наукових фахових видань України наказ МОН України № 528 від 12.05.2015 року та в наукометричну базу РИНЦ.

ISSN: 978-617-672-039-3

© Луцький національний технічний університет, 2015 р.

ЗМІСТ

Зміст	4
Акімов О. Оптимізація співвідношення складових композиції, яка складається з фенолформальдегідної смоли та епоксидного олігомеру.....	8
Андрущак І.Є. Технологія розробки та впровадження клінічної експертної системи методом індукції дерева рішень.....	13
Банніков В.О. Вплив конструктивних параметрів 3-и колісного екіпажа на стійкість його прямолінійного руху.....	18
Борц Б.В., Даниленко Н.І., Пархоменко А.А. Ієрархія хвильових процесів при твердофазному з'єднанні металевих матеріалів.....	24
Волинець В.І., Романюк М.В. Дослідження ефективності використання електричної енергії на підприємствах вугільної галузі.....	29
Григор'єва Н.С. Особливості моделювання автоматизованого виробництва.....	36
Григор'єва Н.С. Технології автоматизованого виробництва.....	41
Григор'єва Н.С. Формування складальних модулів за конструкційно технологічними ознаками.....	46
Гуменюк Р.В. Оцінка міцності склеєних з'єднань на основі суміші базальтвоволокно-епоксидна смола ЕДП.....	52
Гуцу О.С., Бурчення А.В., Лисаковський В.В., Ільницька Г.Д. Особливості перекристалізації графіта в алмаз при вирощуванні монокристалів алмаза методом температурного градієнта....	55
Денисюк В.Ю., Лук'янчук Ю.А., Лапченко Ю.С. Експериментальні дослідження й аналіз геометричної структури поверхонь деталей роликотішлипників під час переривчастого шліфування.....	59
Зайцева Л.В., Зайцев Р.В., Горкунов Б.М., Хрипунов Г.С., Тюпа І.В. Ємнісні перетворювачі на основі тонкоплівкової структури ІТО/поліімід/ Al_2O_3	66
Замора Я.П. Вплив атомного та магнітного впорядкування на коефіцієнт дифузії та розчинність водню у феромагнітних сплавах.....	71
Зінько Р.В., Серкіз О.Р., Кутраков О.П., Андюш М.Д. Використання мобільних роботів в надзвичайних ситуаціях.....	76
Зубовецька Н.Т., Редько Р.Г., Марчук І.В. Аналіз використання багатотішових верстатів з чпу на прикладі IP-500.....	81
Ісмаїлова Н.П. Метод проектування спряжених квазігвинтових поверхонь, що виключають інтерференцію.....	86
Колпаков А.С., Гогаєв К.О., Калуцький Г.Я. Одержання біметалевих стрічок і смуг з металевих порошків методом асиметричної прокатки.....	91
Кузнєцов Ю. Дослідження адгезійної міцність і зносостійкості покриттів отриманих з а допомогою комбінованих методів.....	95
Лаврінченко В.І., Ільницька Г.Д., Шатохін В.В., Іщенко О.В., Гайдай С.В., Пасічний О.О., Смоквина В.В., Дєвицький О.А., Зайцева І.М. Вплив фізико-механічних характеристик композиційного інструментального матеріалу на зносостійкість шліфувального інструменту..	99
Малець В.М., Кашицький В.П., Савчук П.П., Боярська І.В. Дослідження властивостей та мікроструктури епоксикомпозитних покриттів наповнених дисперсним порошком заліза.....	104
Марчук О.В., Мельничук Х.О., Гулай Л.Д., Шемет В.Я. Фазові рівноваги у системі NiS – La_2S_3 – SnS_2 за температури 770 К.....	110
Олексеюк І.Д., Смітюх О.В., Марчук О.В., Гулай Л.Д. Фазові рівноваги у системі SrS_2 – Y_2S_3 – La_2S_3 за температури 770 К.....	114
Олійник Н.О. Особливості дезінтеграції алмазографітового матеріалу при переробці тонковкраплених продуктів синтезу.....	119
Павлюк В.І. Моделювання процесу крену легкового автомобіля малого класу в умовах неусталеного криволінійного руху.....	124
Падалко А.М., Падалко Н.Й., Музика Л.П. Методика формування навчально-пізнавальної активності майбутніх програмістів.....	130
Панчук В.Г., Мельник В.О., Мотрук М.В. Автоматизація досліджень природного зносу робочої поверхні фільтри керамічного преса.....	134

Полінкевич Р.М., Зубовецька Н.Т., Четвержук Т.І. Сучасний рівень автоматизації проектування та критерії розрахунку шпindelів металорізальних верстатів.....	138
Полярус О.М. Вплив домішок дибориду хрому в інтерметалід NiAl на триботехнічні властивості газотермічних покриттів при високотемпературних випробуваннях.....	143
Савуляк В.І., Янченко О.Б., Філіпченко А.В. Вплив швидкості охолодження виливка на структуру чавуну з дрібнозернистим компактним графітом.....	149
Севостьянов І.В. Розробка спеціального обладнання для спалювання відходів харчових виробництв.....	154
Силивонюк А.В. Дослідження динаміки розбігу вібраційних машин з двома дебалансними збудниками, що само синхронізуються.....	160
Сиротюк А.М. Оцінювання характеристик роботоздатності трубних сталей із урахуванням впливу корозивного чинника експлуатаційних середовищ.....	166
Смирнов І.В., Долгов М.А., Черний А.В., Фурман В.К., Селіверстов І.А. Модифікування плазмово-напиленних покриттів застосуванням плакованих та нанодисперсних порошків.....	176
Стельмах І.С., Герасимчук Г.А., Барановський В.М. Перспективи використання методу плазмового зварювання для відновлення культиваторних лап.....	182
Степанченко О.М. Кінематичні граничні умови в задачах розчинення сольових пластів.....	186
Сторожук І.М., Паньків В.Р. Розробка конструктивно-технологічної схеми удосконаленої гичкозбиральної машини.....	191
Тацій Р.М., Власій О.О., Остапович Є.В. Концепція квазіпохідних як засіб дослідження дискретно-неперервних математичних моделей.....	196
Тимофієв Ю.В., Шелковий О.М., Клочко О.О. Залежність експлуатаційних характеристик крупномодульних зубчастих коліс від макрошорсткості їх поверхонь.....	208
Човнюк Ю.В., Герасимчук Г.А., Гуменюк Ю.О. Аналіз нелінійних коливань маятникового антивібратора з біфілярним підвісом маятника.....	214
Чумало Г.В. Дослідження можливостей застосування економно легованих нікелем аустенітних сталей.....	220
Силивонюк А.В. Дослідження динаміки вібраційних машин з плоским коливанням несучого тіла в пакеті simulink/matlab.....	225
Габрусєва І.Ю. Контактна задача для параболічного штампа та попередньо напруженого півпростору.....	231
Сяський А.О., Кот В.В., Шинкарчук Н.В. Згин кусково-однорідної ізотропної пластинки з розімкненим міжфазним ребром жорсткості.....	237
Силивонюк А.В. Застосування SOLIDWORKS MOTION при вивченні дисципліни теорія механізмів машин.....	243

CONTENTS

<i>Contents</i>	4
<i>Akimov O.</i> Components optimization of the composition consisting of phenol-formaldehyde resin and epoxy oligomer.....	8
<i>Andrushchak I.Ye.</i> Clinical development expert system by induction of decision trees.....	13
<i>Bannikov V.A.</i> Influence of design data 3-wheel crew on the sustainability of its rectilinear motion..	18
<i>Borts B. V., Danilenko N. I., Parkhomenko A. A.</i> Wave hierarchy process in connection solid metallic materials.....	24
<i>Volynets V., Romaniuk M.</i> Research of efficiency of the use of electric power on the enterprises of coal industry.....	29
<i>Grigoryeva N.</i> Peculiarity modeling of automated production.....	36
<i>Grigoryeva N.</i> Technologies of automated production.....	41
<i>Grigoryeva N.</i> formation of assembly modules according to construction and technological characteristics.....	46
<i>Humenyuk R.V.</i> Assessment of strength glued joints on a mixture of basalt fiber epoxy resin EDP.....	52
<i>Hutsu O. S., Burchenya A.V., Lysakovskiy, V.V., Initskaya G. D.</i> Features of recrystallization of graphite into diamond during the growth of single crystals of diamond by the temperature gradient method.....	55
<i>Denysiuk V.Y., Lukyanchuk Y.A., Lapchenko Y.S.</i> Experimental research handanalysis is the geometry structures of surfacesroller-bearings details during grinding.....	59
<i>Zaitseva L.V., Zaitsev, R.V., Gorkunov B.M., Khrypunov G.S., Tiupa I.V.</i> Capacitive converters based on ITO/polyimide/AL ₂ O ₃	66
<i>Zamora Y.P.</i> Atomic and magnetic ordering effect on diffusion coefficient and hydrogen solubility in ferromagnetic alloys.....	71
<i>Zinko R., Serkiz O., Kutrakov O., Andjush M.</i> The use of mobile robots in extraordinary situations.....	76
<i>Subovetska N., Redko R., Marchuk I.</i> Analysis of multi-cnc for example, the IP-500.....	81
<i>Ismailova N.</i> Parametric definition of conjugated kvazivinyl surfaces' characteristics, including interference.....	86
<i>Kolpakov A., Gogaev K., Kalutsky G.</i> Obtaining bimetalic films and stripes from metallic powders by asymmetrical rolling.....	91
<i>Kuznetsov Yu.</i> Investigation of adhesion strength and wear resistance of coatings being obtained with combined method.....	95
<i>Lavrinenko V.I., Ilytskyaya G.D., Shatochin V.V., Ishchenko A.V., Gayday S.V., Pasichny A.A., Smokvyna V.V., Devytskyy O.A., Zaytseva I.M.</i> Effect of physical and mechanical properties of composite tool material on durability polishing tools.....	99
<i>Malets V., Kashytskyi V., Savchuk P., Boiarska I.</i> Investigation of properties and microstructure epoxy composition coatings filled with disperse iron powder.....	104
<i>Marchuk O.V., Melnychuk Kh.O., Gulay L.D., Shemet V.Ya.</i> Phase equilibria in the NiS – La ₂ S ₃ – SnS ₂ systems at temperatures 770 K.....	110
<i>Olekseyuk I.D., Smityuh O.V., Marchuk O.V., Gulay L.D.</i> phase equilibria in the SnS ₂ – Y ₂ S ₃ – La ₂ S ₃ systems at temperatures 770 K.....	114
<i>Oliinyk N.</i> Features disintegration of material diamond-graphite at the processing finely disseminated products.....	119
<i>Pavlyuk V.</i> The modeling of the rollsmall car class in conditions of unsteady curvilinear motion.....	124
<i>Padalko A.M., Padalko N.I., Music L.P.</i> Methodology of teaching and cognitive activity of future programmers.....	130
<i>Panczuk V.G., Melnik V.A., Motruk M.V.</i> Automation research work wear protection ceramic surface dies press.....	134
<i>Polinkevich R., Zubovetska N., Chetverzhuk T.</i> Modern level of computer-aided design and criteria of calculation of spindle of metal-cutting machine tools.....	138

Poliarus O. Influence of chromium diboride additives into nial intermetallics on tribological properties of gas thermal spray coatings at high temperature friction.....	143
Savulyak V.I., Yanchenko A.B., Filipchenko A.V. Casting effct of cooling rate on the structure of fine-grained cast iron with compacted graphite.....	149
Sevostyanov I.V. Elaboration of the special equipment for burning of a food manufactures waste.....	154
Sylyvonyuk A.V. Research of acceleration dynamic of vibration machine with two self-synchronisation unbalanced vibroexciters.....	160
Syrotyuk A. M. Workability characteristics evaluation of pipeline steels with taking into account of corrosion factor effect of operating environments.....	166
Smirnov I.V., Dolgov N.A., Chorniy A.V., Furman V.K., Seliverstov I.A. Modification of plasma-spayed coating using by application of claded and nanosized powders.....	176
Stelmakh I., Gerasimstuk G., Baranovsky V. Prospects of the use of method of plasma welding for proceeding in paws of cultivator.....	182
Stepanchenko O.M. Kinematic boundary conditions in problems of salt layers dissolution.....	186
Storozhuk I., Pankiv V. development schemes structural and technological improvements hychkozbyralnoyi machines.....	191
Ttasij R., Vlasij O. Ostapovich E. Kvaziderivatives conception as a means of researching discrete-continuous mathematical models.....	196
Timofeev Y., Shelkovoy A., Klochko A. The dependence of the operational characteristics coarse-grained gear wheels from macro roughness of their surfaces.....	208
Chovnyuk YU., Herasymchuk H., Humenyuk YU. An analysis of nonlinear vibrations of the pendulum antivibrator is with bifilar suspension of pendulum.....	214
Chumalo H.V. Study of possibilities of nickel economically alloyed austenitic steels use.....	220
Sylyvonyuk A.V. Research of dynamics of vibration machine with a flat oscillation of supporting body in the simulink package, matlab environment.....	225
Habrusieva I.Y. Contact problem for parabolic punch and preliminary stressed semi-space.....	231
Syasky A.O., Kot V.V., Shynkarchuk N.V. Bending of homogenous and lump isotropic plate with disconnected interphase stiffening rib.....	237
Sylyvonyuk A.V. SOLIDWORKS MOTION applycation at the study of course theory of machines mechanisms.....	243

УДК 539.3

І.Ю. Габрусєва**Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО ШТАМПА ТА ПОПЕРЕДНЬО
НАПРУЖЕНОГО ПІВПРОСТОРУ**

Наведено розв'язок осесиметричної контактної задачі про тиск параболічного штампа на пружний ізотропний півпростір з урахуванням залишкових деформацій. Побудовано функції розподілу контактних напружень для граничної площини. Проаналізовано вплив параметрів поля залишкових деформацій на розподіл контактних напружень.

Ключові слова: контактні напруження, залишкові деформації, параболічний штамп, ізотропний півпростір.

Рис. 2. Форм. 23. Літ. 4.

И.Ю. Габрусєва**КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ШТАМПА И
ПОЛУПРОСТРАНСТВА С НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ**

Приведено решение осесимметричной контактной задачи о давлении параболического штампа на упругое изотропное полупространство с учетом остаточных деформаций. Построены функции распределения контактных напряжений для предельной плоскости. Проанализировано влияние параметров поля остаточных деформаций на распределение контактных напряжений.

Ключевые слова: контактные напряжения, остаточные деформации, параболический штамп, изотропное полупространство.

I.Y. Habrusieva**CONTACT PROBLEM FOR PARABOLIC PUNCH AND PRELIMINARY STRESSED SEMI-SPACE**

Calculating the strength of structural elements and mechanisms is one of the most important stages in the process of their design. As it is known [1], residual deformation is almost always available in the structural elements and machine parts. The nature of their appearance can be very different: irreversible deformation (plasticity, creep), structural changes in the material, changes of the aggregate state in some areas, mechanical, chemical and technological processes, etc. Resultant stress can cause fracture and accelerate some phase transitions, corrosion in particular.

To improve the accuracy of calculations the residual must be taken into account, which directly affect the state of bodies. Taking into account all the factors that affect the interaction of the body is one of the key problems to determine the stability, reliability and other characteristics. Therefore, consideration of residual stress in the study of contact interaction of elastic bodies is an important task.

Research problems investigations of the contact interaction of the preliminary stressed bodies in our country and abroad had appeared in the sufficient quantity only by the end of the last century. First of all it is due to the fact that the linear elasticity theory does not consider the residual stresses in bodies. In general, strict proper statement of such problems requires the use of system of the nonlinear elasticity theory, however, for the sufficiently large values of the initial stresses its linearized version can be referred to.

In the article the solution of axisymmetric contact problem of pressure a parabolic punch for an elastic isotropic half-space, taking into account preliminary stresses is described. Besides distribution function of contact stresses and displacements for the plane boundary of semi-space was created.

The authors have shown influence of residual stress on the distribution of contact stresses under the punch.

Key words: contact stresses, residual deformations, parabolic punch, isotropic semi-space.

Вступ. Розрахунок міцності елементів конструкцій та механізмів є одним з найважливіших етапів у процесі їх проектування. Для визначення міцності та витривалості контактуючих тіл необхідним є обчислення контактних напружень деформацій. Щоб мінімізувати похибку, необхідно враховувати максимальну кількість чинників, що впливають на їх взаємодію. Урахування залишкових деформацій, які безпосередньо впливають на контактні напруження, є одним із ключових факторів.

Аналіз останніх досліджень. Питанням взаємодії жорстких штампів та пружних тіл із наявними залишковими деформаціями займалися багато вчених, зокрема й вітчизняних. Контактні задачі для тіл із початковими напруженнями при конкретній формі пружного потенціалу розглядали Артюнян Н. Х., Александров В. М., Сметаніна Б. І., Філіпова Л. М. та інші. У загальному випадку постановка таких задач вимагає залучення апарату нелінійної теорії пружності, проте при досить великих початкових деформаціях можна обмежитися і її лінеаризованим варіантом. Фундаментальні результати лінеаризованої теорії пружності були одержані українським вченим, академіком НАН України проф. О.М. Гузем. Подальшого розвитку теорія контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями отримала у працях його учнів: С.Ю.

Бабича, В.Б. Рудницького, П.П. Григоренка, В.М. Назаренка, Ю.П. Глухова, А.О. Рамського, М.М. Діхтярука, О.М. Панасюка та інших вітчизняних і зарубіжних вчених.

Але, незважаючи на безперервне збільшення кількості досліджень, присвячених контактній взаємодії тіл з попередньо напруженим станом, що пояснюється їх актуальністю як для розвитку фундаментальних досліджень з контактної взаємодії тіл, так і для застосування у різноманітних галузях промисловості, задачі про тиск параболічних та кільцево-параболічних штампів на попередньо напружений півпростір або шар досі не були розв'язані в рамках лінеаризованої теорії пружності для стисливих і нестисливих тіл у загальному вигляді при довільній структурі пружного потенціалу.

Метою запропонованої роботи є продемонструвати розроблену методу побудови розв'язків осесиметричних задач визначення напруженого стану в попередньо напруженому ізотропному півпросторі при контактній взаємодії із штампами складної конфігурації на прикладі параболічного штампа. Дослідити вплив залишкових деформацій на розподіл контактних напружень при контактній взаємодії штампа складної конфігурації з пружним півпростором.

Постановка задачі. Розглянемо осесиметричну задачу про тиск жорсткого параболічного штампа на попередньо напружений півпростір. Штамп утворено обертанням навколо спільної осі однієї вітки параболи, що з'єднана у вершині із відрізком прямої, перпендикулярної до осі обертання. Вісь параболи паралельна до осі обертання, що співпадає з лінією дії сили P . Штамп втискується у півпростір з постійною силою P поступально, без обертання і тертя. Виберемо циліндричну систему координат $(0, r, \phi, z)$ так, щоб координатна площина $(r, 0, \phi)$ співпадала з граничною площиною півпростору, а вісь Oz – із лінією дії сили P (Рис. 1).

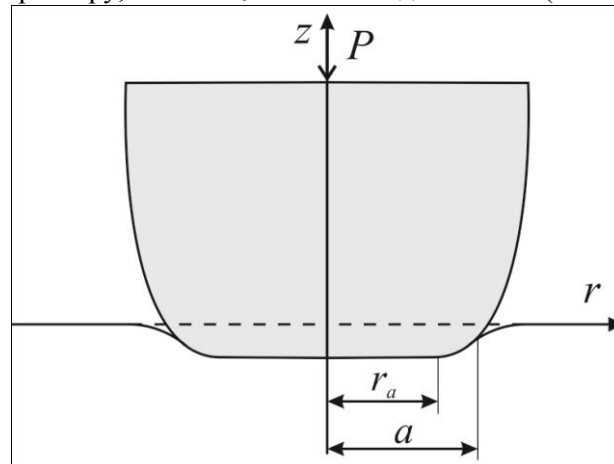


Рис. 1. Схема контактної взаємодії

Виходячи із формулювання задачі, можна описати функцію, обертанням графіка якої навколо осі Oz утворено штамп, у вигляді

$$W(r) = \begin{cases} 0, & 0 < r < r_a; \\ \frac{1}{2R}(r - r_a)^2, & r_a < r. \end{cases}$$

Будемо вважати залишкові напруження, що виникли у півпросторі, однорідними. Отже, згідно із [3], можна використати наступні вирази для компонентів тензора напружень (1) та вектора переміщень (2):

$$\sigma_{rz}(r, z) = \frac{c_{44}(1+m_1)}{\sqrt{n_1}} \int_0^{\infty} \alpha^3 \left\{ [A_1 + A_2(s_0 + \alpha z)] e^{\alpha z} + [B_1 + B_2(s_0 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \right\} J_0(\alpha r) d\alpha; \quad (1)$$

$$\sigma_{zz}(r, z) = c_{44}(1+m_1) l_1 \int_0^{\infty} \alpha^3 \left\{ [A_1 + A_2(s_0 + \alpha z)] e^{\alpha z} + [B_1 + B_2(s_0 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \right\} J_0(\alpha r) d\alpha;$$

$$\begin{aligned}
 & + [B_1 + B_2(s - \alpha z)] e^{-\alpha z} \} J_0(\alpha r) d\alpha . \\
 u_r(r, z) = & - \int_0^\infty \alpha^2 \{ [A_1 + A_2(1 + \alpha z)] e^{\alpha z} + [B_1 + B_2(1 + \alpha z)] e^{-\alpha z} \} J_1(\alpha r) d\alpha ; \\
 & (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_z(r, z) = & \frac{m_1}{\sqrt{n_1}} \int_0^\infty \alpha^2 \{ [A_1 + A_2(s_1 + \alpha z)] e^{\alpha z} + \\
 & + [B_1 + B_2(s_1 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \} J_0(\alpha r) d\alpha .
 \end{aligned}$$

У співвідношеннях (1) та (2) константи c_{44} , m_1 , n_1 , l_1 залежать від характеру пружного потенціалу та підбираються у кожному окремому випадку відповідно до [3].

На граничній площині півпростору при $z=0$, ввівши позначення $F_1 = A_1 + B_1$, $F_2 = A_2 + B_2$, будемо мати:

$$\sigma_{rz}(r, 0) = \frac{c_{44}(1+m_1)}{\sqrt{n_1}} \int_0^\infty \alpha^3 \{ F_1 + s_0 F_2 \} J_0(\alpha r) d\alpha ; \quad (3)$$

$$\sigma_{zz}(r, 0) = c_{44}(1+m_1) l_1 \int_0^\infty \alpha^3 \{ F_1 + s F_2 \} J_0(\alpha r) d\alpha ; \quad (4)$$

$$u_r(r, 0) = - \int_0^\infty \alpha^2 \{ F_1 + F_2 \} J_1(\alpha r) d\alpha ; \quad (5)$$

$$u_z(r, 0) = \frac{m_1}{\sqrt{n_1}} \int_0^\infty \alpha^2 \{ F_1 + s_1 F_2 \} J_0(\alpha r) d\alpha . \quad (6)$$

Граничні умови поставленої задачі матимуть вигляд:

$$\sigma_{rz}(r, 0) = 0, \quad 0 \leq r < \infty ; \quad (7)$$

$$\sigma_{zz}(r, 0) = 0, \quad a \leq r ; \quad (8)$$

$$u_z(r, 0) = \omega(r), \quad 0 \leq r \leq a . \quad (9)$$

Функція $\omega(r)$ описує переміщення точок граничної площини пружного півпростору у районі його контракту із жорстким штампом. А тому, виходячи із вигляду функції $W(r)$, можна записати:

$$\omega(r) = \begin{cases} \omega(a) - \frac{(a-r_a)^2}{2R}, & 0 < r \leq r_a ; \\ \omega(a) - \frac{1}{2R} [(a-r_a)^2 - (r-r_a)^2], & r_a < r \leq a. \end{cases} \quad (10)$$

Розв'язання задачі. Задовольнивши граничну умову (7), одержуємо співвідношення між невідомими функціями F_1 та F_2 :

$$F_1 = -s_0 F_2 . \quad (11)$$

Із врахуванням (11) вирази (4) та (6) набувають вигляду:

$$\sigma_{zz}(r, 0) = c_{44}(1+m_1)(s-s_0) l_1 \int_0^\infty \alpha^3 F_2 J_0(\alpha r) d\alpha ; \quad (12)$$

$$u_z(r, 0) = \frac{m_1(s_1-s_0)}{\sqrt{n_1}} \int_0^\infty \alpha^2 F_2 J_0(\alpha r) d\alpha . \quad (13)$$

Задовольнивши граничну умову (8), матимемо:

$$c_{44}(1+m_1)(s-s_0)l_1 \int_0^{\infty} \alpha^3 F_2 J_0(\alpha r) d\alpha = 0, \quad a \leq r. \quad (14)$$

Введемо невідому функцію $x(r)$, $0 \leq r \leq a$, за допомогою якої продовжимо співвідношення (14) на проміжок $0 \leq r < \infty$:

$$c_{44}(1+m_1)(s-s_0)l_1 \int_0^{\infty} \alpha^3 F_2 J_0(\alpha r) d\alpha = x(r)\eta(a-r), \quad 0 \leq r < \infty, \quad (15)$$

де $\eta(r)$ – одинична функція Гевісайда.

Функція $x(r)$ визначає розподіл контактних напружень під штампом. Врахувавши її неперервність, а також рівність нулю на границі області контакту (при $r = a$) представимо $x(r)$ у вигляді відрізка узагальненого ряду Фур'є за функціями $J_0\left(\frac{\lambda_n}{a}r\right)$, де λ_n , $n = \overline{1, N}$ – додатні корені рівняння функції Бесселя $J_0(\lambda_n) = 0$. Тобто у вигляді:

$$x(r) = \sum_{n=1}^N a_n J_0\left(\frac{\lambda_n}{a}r\right), \quad (16)$$

де a_n – невідомі поки коефіцієнти.

Застосувавши формулу обернення інтегрального перетворення Ганкеля до співвідношення (15), одержуємо вираз:

$$\alpha^2 F_2 = \frac{1}{c_{44}(1+m_1)(s-s_0)l_1} \sum_{n=1}^N a_n \int_0^a r J_0\left(\frac{\lambda_n}{a}r\right) J_0(\alpha r) dr, \quad 0 \leq \alpha < \infty. \quad (17)$$

Використавши співвідношення (13), (17) та граничну умову (9) матимемо:

$$k_1 \sum_{n=1}^N a_n \int_0^{\infty} \Psi_n(\alpha) [J_0(\alpha r) - J_0(\alpha a)] d\alpha = \omega^*(r), \quad 0 \leq r \leq a. \quad (18)$$

В останньому співвідношенні використані наступні позначення:

$$\omega^*(r) = \begin{cases} -\frac{1}{2R}(r_a - a)^2, & 0 \leq r < r_a; \\ \frac{1}{2R}[(r_a - r)^2 - (r_a - a)^2], & r_a \leq r < a; \end{cases} \quad (19)$$

$$k_1 = \frac{m_1(s_1 - s_0)}{c_{44}(1+m_1)(s-s_0)l_1 \sqrt{n_1}}, \quad \Psi_n(\alpha) = \int_0^a r J_0\left(\frac{\lambda_n}{a}r\right) J_0(\alpha r) dr.$$

Помноживши співвідношення (18) на $r J_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right)$, $q = \overline{1, N}$ та проінтегрувавши одержані вирази по r від 0 до a , отримаємо:

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_0^{\infty} \Psi_n(\alpha) [\Psi_q(\alpha) - K_q J_0(\alpha a)] d\alpha = \frac{w_q}{k_1}, \quad q = \overline{1, N}, \quad (20)$$

$$\text{де } K_q = \int_0^a r J_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right) dr, \quad w_q = \int_0^a r \omega^*(r) J_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right) dr.$$

$$\text{Введемо позначення } a_n = \frac{a_n^*}{2k_1 R}, \quad (21)$$

врахувавши яке із (20) одержуємо систему N лінійних алгебраїчних рівнянь відносно a_n^* .

Значення радіуса кривини R параболі, обертанням якої утворено штамп, знаходимо із умови рівноваги штамп

$$2\pi \int_0^a r \sigma_{zz}(r, 0) dr = -P. \quad (22)$$

Підставивши у (22) співвідношення (16) та (21) отримуємо остаточний вираз для радіуса кривини R , що відповідає заданій площадці контакту:

$$R = -\frac{\pi}{k_1 P} \sum_{n=1}^N a_n^* K_n \quad (23)$$

Враховавши (23), із використанням (21) та (16), одержуємо формулу для знаходження розподілу контактних напружень під штампом:

$$\sigma_{zz}(r, 0) = x(r) = -\frac{P}{2\pi} \frac{\sum_{n=1}^N a_n^* J_0\left(\frac{\lambda_n}{a} r\right)}{\sum_{n=1}^N a_n^* K_n}.$$

Також із співвідношень (13), (17), (19) та (23) можна отримати формулу для визначення вертикальних переміщень точок граничної площини півпростору

$$u_z(r, 0) = -\frac{k_1 P}{2\pi} \frac{\sum_{n=1}^N a_n^* \int_0^\infty \Psi_n(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha}{\sum_{n=1}^N a_n^* K_n}.$$

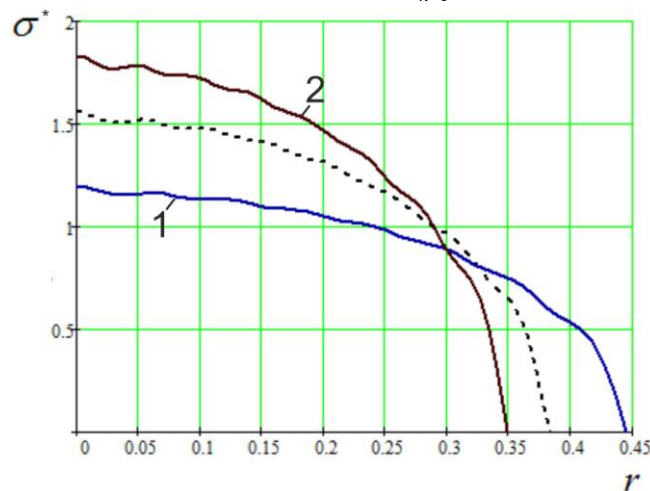


Рис. 2. Розподіл контактних напружень під штампом

На рисунку 2 побудовано графік безрозмірної величини σ^* , що описує вплив залишкових деформацій на розподіл контактних напружень під штампом. Пунктирна крива відповідає випадку відсутності у півпросторі залишкових деформацій, крива 1 – наявності розтягуючих, а 2 – наявності стискуючих залишкових деформацій. Аналіз отриманих результатів дає можливість стверджувати, що при виникненні у півпросторі розтягуючих деформацій площадка контакту збільшується, а контактні напруження є слабшими, ніж у випадку, коли залишкові деформації відсутні. А при появі стискуючих залишкових деформацій зростають контактні напруження та зменшується площадка контакту.

Висновки. Запропоновану методику можна застосовувати при розв’язанні широкого кола осесиметричних контактних задач для штампів складної конфігурації та попередньо напруженого півпростору або шару у випадках стисливих і нестисливих тіл в загальному вигляді при довільній структурі пружного потенціалу. Проведений числовий аналіз дає можливість стверджувати, що поява у тілі залишкових деформацій розтягу викликає звуження ділянки контакту та збільшення абсолютного значення контактних напружень. Виникнення деформацій стиску спричиняє розширення ділянки контакту та зменшення абсолютного значення контактних напружень. Достовірність зроблених висновків підтверджує їх узгодження із результатами, отриманими іншими авторами [2-4].

1. Гузь, А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями [Текст] / А.Н. Гузь – Киев : Наукова думка, 1983. – 296 с.
2. Бабич, С.Ю. Контактные задачи для упругих тел с начальными напряжениями применительно к жестким и упругим штампам [Текст] / С.Ю. Бабич, А.Н. Гузь, В.Б. Рудницкий // Прикл. механика. – 2004. – Т. 40, № 7. – С. 41–69.
3. Гузь, А.Н. Основы теории контактного взаимодействия упругих тел с начальными (окончательными) напряжениями [Текст] / А.Н. Гузь, В.Б. Рудницкий. – Хмельницкий, 2006. – 710 с.
4. Гузь, О. М. Контактна взаємодія тіл з початковими (залишковими) напруженнями [Текст] / О.М. Гузь, В.Б. Рудницький // Проблеми математичного моделювання сучасних технологій: Зб. наук. пр. за матеріалами міжнар. наук.-техн. конф. – 2004. – С. 5–35.

Стаття надійшла до редакції 07.10.2015.