

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра приладів
та контрольно - вимірювальних систем

Методичні вказівки до виконання
КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
з предмету „*Методи і засоби вимірювання механічних величин*”
3 курс VI – й семестр

Тернопіль 2012

Дубиняк Т.С. Методичні вказівки до виконання контрольних робіт з предмету
„Методи і засоби вимірювання механічних величин” 3 курс VI – й семестр.

У збірник входять: КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1 „Розрахунок різних типів шкал та показчиків”;

КОНТРОЛЬНА РОБОТА №2 „Топологічний аналіз механізму”;

КОНТРОЛЬНА РОБОТА №3 „Розрахунок на точність важільного мікрометра”;

Подані теоретичні відомості з курсу *„Методи і засоби вимірювання механічних величин”* та приведені приклади розв’язку контрольних робіт.

Розроблено у відповідності з навчальним планом спеціальності 7.090901 „Прилади точної механіки” та програми дисципліни „Методи і засоби вимірювання механічних величин”.

Рецензенти: ст. викл. Апостол Ю.О., ст. викл. Гнатюк О.Б.

Відповідальний за випуск доц. М.І. Паламар.

Розглянуто й затверджено на засіданні кафедри приладів та контрольно-вимірювальних систем. Протокол № 1 від 12.09.2012р.

Розглянуто на засіданні методичної ради факультету контрольно-вимірювальних та радіокомп’ютерних систем.

Протокол № 1 від 12.09.2012р.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1

Розрахунок різних типів шкал та показчиків

Відліковим пристроєм називається сукупність деталей, призначених для зорового визначення вимірюваної (або вхідної) величини шляхом спостереження за положенням показчика відносно системи штрихів і цифр, розташованих на шкалі.

Виконавчий елемент приладу - пристрій, при зміні взаємного розташування рухомих частин якого змінюються вхідні і вихідні параметри приладу.

Основними деталями відлікових пристроїв є шкали і показчики.

Шкала - сукупність відміток (штрихів, цифр, букв), розташованих по прямій лінії або дузі кола і зображуючих ряд послідовних чисел, що відповідають значенням вимірюваної величини. Деталь, на яку нанесена шкала, називається циферблатом.

Показчиком називається стрілка, індекс з штрихом або світлова пляма, які займають визначене положення відносно шкали і відмічають ділення шкали, що відповідає значенню вимірюваної величини,

Носієм шкали називають лінію, перпендикулярно до якої наносять штрихи, відмітки шкали, що відповідають визначеним значенням вимірюваної величини.

Ділянка шкали, обмежена двома сусідніми штрихами називається діленням шкали, а відстань між осями сусідніх штрихів - довжиною ділення (b), або інтервалом шкали.

Ціною ділення (c) називається число одиниць вимірюваної величини, що відповідає, одному діленню шкали.

Ціною оберту ($\alpha_{ш}$) шкали називають число одиниць вимірюваної величини, що відповідає повному оберту шкали. Відношення довжини ділення шкали до ціни ділення називають масштабом шкали.

$$k = \frac{b}{c}$$

Відмітки шкали з цифровими і нецифровими штрихами утворюють градуювання шкали.

Границі вимірювання вимірюваної величини, що відтворюються відмітками, називають межами шкали (X_{\max} і X_{\min} - верхня і нижня межі шкали).

Кут шкали ($\alpha_{\text{ш}}$) - кут, що відповідає довжині дуги носія шкали між першою і останньою відмітками. Якщо ділення шкали, що мають рівну ціну, мають однакову довжину, то шкала називається рівномірною (лінійною), при не виконанні цієї умови шкала називається не рівномірною (функціональною).

Коефіцієнт нерівномірності

$$k_H = \frac{b_{\max}}{b_{\min}}. \quad (1.1)$$

При $k_H \leq 1,3$ шкала є рівномірною, $k_H > 1,3$ - нерівномірною.

Параметри нерівномірних шкал при $k_H = 1$ зв'язані наступними залежностями: число ділень шкали

$$N_{\text{ш}} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{c}, \quad (1.2)$$

довжина шкали

$$L = N_{\text{ш}} \cdot b, \quad (1.3)$$

діаметр колової або дугової шкали

$$D_{\text{ш}} = 360^\circ \cdot \frac{L_{\text{ш}}}{\pi \cdot \alpha_{\text{ш}}}. \quad (1.4)$$

Характеристикою шкали називається залежність між кутом відхилення α покажчика рухомої системи приладу і значенням величини x , що вимірюється, приладом, тобто $\alpha = f(x)$ (рисунок 1.1).

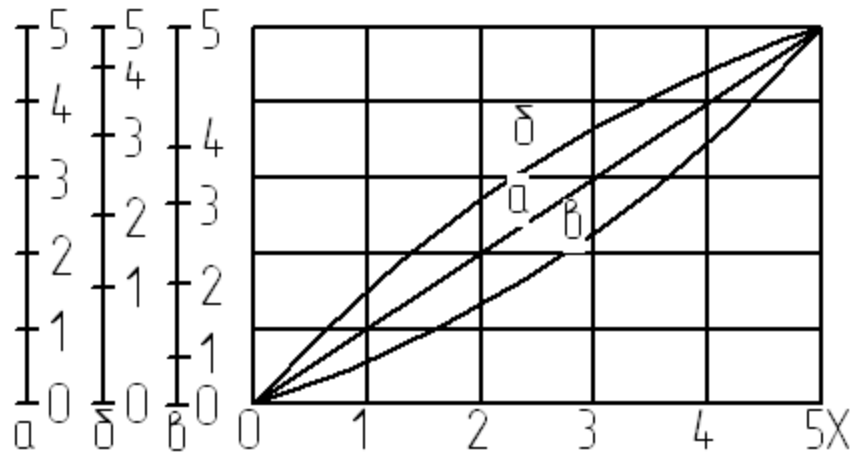


Рисунок 1.1-Чутливістю приладу називається похідна від характеристики шкали

$$S = \frac{d\alpha}{dx}. \quad (1.5)$$

Характер шкали можна визначити по величині і знаку другої похідної від рівняння шкали:

$$\alpha = f(x) \quad (1.6)$$

Якщо, $\frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$ то характеристика шкали лінійна, чутливість приладу постійна по всій шкалі, шкала приладу¹ рівномірна (пряма а на рисунку 1.1).

Якщо, $\frac{d^2\alpha}{dx^2} < 0$ то характеристика шкали нелінійна, чутливість приладу із збільшенням кута α зменшується, шкала нерівномірна, має поділки, що зменшуються до кінця шкали (крива б на рисунку 1.1).

Якщо, $\frac{d^2\alpha}{dx^2} > 0$ то характеристика шкали нелінійна, чутливість приладу із збільшенням кута α збільшується, шкала нерівномірна, має ділення, що збільшується до кінця шкали (крива в на рисунку 1.1).

2. Класифікація шкал

За формою циферблату шкали розрізняють:

- плоскі;
- циліндричні;

- конічні;
- сферичні.

За характером освітлення:

- цифри, стрілка відмітки покриті речовиною, що світиться в темряві;
- з зовнішнім джерелом освітлювання.

За рухомістю циферблату;

- з рухомим циферблатом;
- з нерухомим циферблатом.

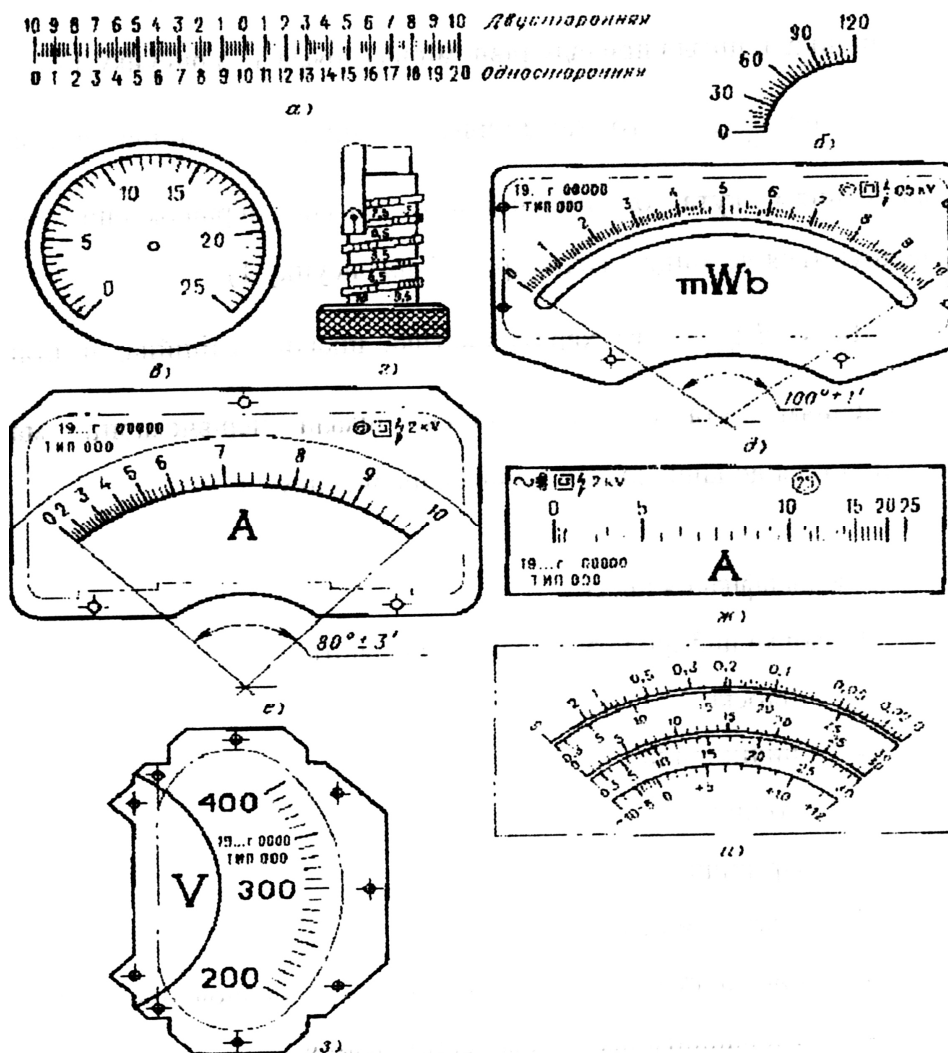


Рисунок 1.2 - Види шкал

За характером нанесення відміток:

- рівномірні (рисунок 1.2, д):
- не рівномірні:
- зростаючі (рисунок 1.2, ж),

- западаючі;
- комбіновані.

За числом строчок:

- однострочні (рисунок 1.2, ж);
- багатострочні (рисунок 1.2, и).

За формою:

- прямолінійні (рисунок 1.2, а);
- дугові (рисунок 1.2, б);
- кругові (рисунок 1.2, в);
- гвинтові;
- спіральні (рисунок 1.2, г);

За розміщенням нульової відмітки:

- односторонні (рисунок 1.2, ж);
- двохсторонні;
- безнулеві (рисунок 1.2, з).

За методом виготовлення циферблата:

- стандартні, що виготовляються наперед для всіх приладів даного типу по попередньому градуюванню;
- індивідуальні, що виготовляються спеціально для кожного екземпляра приладу і градуюються після складання і регулювання.

3. За кількістю шкал відлікові пристрої можна поділити на

- одно шкальні;
- багато шкальні.

4. Штрихи на шкали можуть бути нанесені методами:

- фотохімічні;
- офсетного друку;
- гравіровки з послідуочим фарбуванням.

5. Ціну поділки відліку по шкалі вибирають з ряду:

- 1,25, 10 (10^n) - для рівномірних шкал;
- 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10 (10^n) - для багатогранних шкал.

6. Діаметр шкали вибирається з ряду 35, 50, 65, 80, 100, 120, 150, 200, 250, 300... мм.
7. Інтервал ділення в і товщину штрихів вибирають б залежності від умов використання відлікового пристрою (лабораторні прилади, цехові, бортові, польові стаціонарні, переносні, і т. д.).
8. Висота цифр і букв вибирається з ряду 3, 4, 5, 6, 8, 10 (10^n) (мм); ширина повинна складати $2/3$ висоти, товщина $1/8... 1/7$ висоти.
9. Для нанесення цифр використовують прогресії:
 - добрі 0, 1, 2, 3... або 0, 10, 20, 30... або 1, 5, 10, 15...;
 - задовільні 0, 2, 4, 6... або 0, 20, 40, 60...;
 - незручні 0, 3, 6, 9, 12... або 1, 30, 60, 90, 120...
10. За величиною допустимої похибки прилади з відліковими пристроями у вигляді шкал поділяються на класи точності в залежності від умов експлуатації: 0.005, 0.02, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 4.0, 6.0.
11. Класифікація покажчиків відлікових пристроїв у вигляді стрілок:
 - ножевидного типу (рисунок 1.3, в);
 - списовидного типу (рисунок 1.3, б);
 - стержневого типу (рисунок 1.3, а);
 - комбіновані (рисунок 1.3, г).

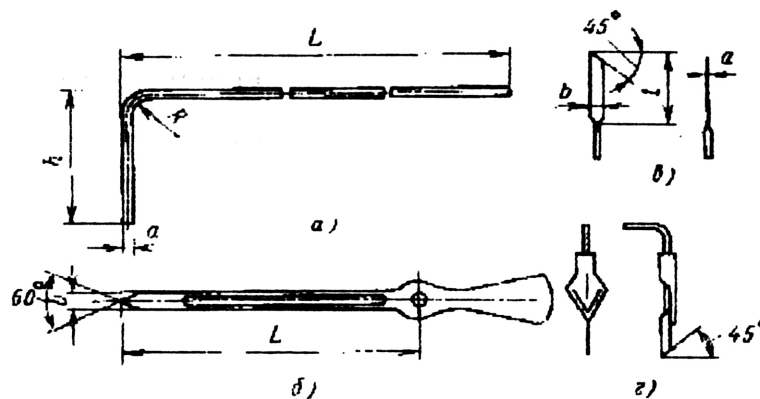


Рисунок 1.3 - Види стрілок.

У вигляді світлової плями (рисунок 1.4).

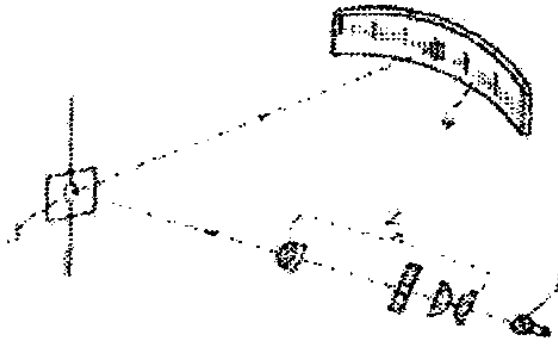


Рисунок 1.4 - Світловий показчик

12. Вибір відлікового пристрою, форму і розміри його шкал вибирають, враховуючи:
- призначення, конструкцію і клас точності приладу;
 - потрібну довжину шкали, яка залежить від зміни вимірюваної величини, ціни поділки, довжини ділення шкали;
 - місця розташування шкали в приладі;
 - освітлення шкали.
13. Основними показникам оцінки відлікових пристроїв є похибка відліку і оперативність відліку. Похибка відліку залежить від абсолютної чи відносної величини похибки. Оперативність залежить від конструкції, розмірів, довжини ділення, розміщення, освітлення і окраски шкали.

Допустима відносна похибка приладу в %:

$$[\gamma] = \frac{\Delta X}{X_{\max} - X_{\min}} \cdot 100\%.$$

Розрахунок лінійного ноніуса

Шкала ноніуса має N поділок з довжиною b' , її довжина

$$L_n = N \cdot b' \quad (1.7)$$

Довжині L відповідає $(\gamma N - 1)$ поділок основної шкали з довжиною b :

$$L_n = N \cdot b' = (\gamma N - 1)b \quad (1.8)$$

звідки довжина ділення ноніуса

$$b' = \frac{(\gamma N - 1)b}{N} \quad (1.9)$$

Ціна ділення ноніусу визначаємо за формулою

$$c = \gamma b - b' = \lambda b - \frac{(\gamma N - 1)b}{N} = \frac{b}{N} \quad (1.10)$$

В рівняннях (1.2) і (1.3) коефіцієнт γ називають модулем ноніусу. Зі збільшенням модуля довжина ділень ноніусу зростає, що полегшує зняття відліку. Найбільше розповсюдження отримали ноніуси з модулем $\gamma = 1$. В цьому випадку приведені вище формули спрощуються:

$$L = N \cdot b' = (N - 1)b, \quad b' = \frac{(N - 1)b}{N}, \quad c = \frac{b}{N} \quad (1.11)$$

З рівнянь (1.2) і (1.3) випливає, що ціна ділення ноніусу не залежить від модуля.

Для лінійного ноніусу з ціною ділення 0,1 мм (рисунок 1.3,а) шкала ноніусу має 10 поділок, що приходяться на довжину 9 мм основної шкали. При лінійному ноніусі з ціною ділення 0,02 мм (рисунок 1.3,б) при довжині ділення основної шкали 0,5 мм шкала ноніусу має 25 поділок, що відповідають 24 діленням основної шкали або 12 мм.

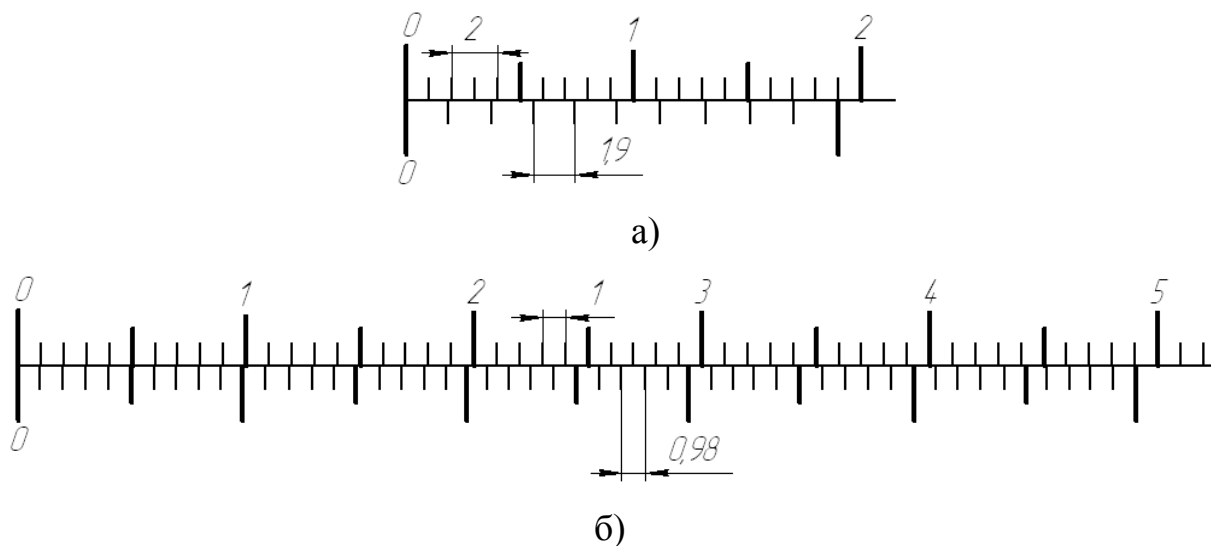


Рисунок 1.5 - Відлік по ноніусу з ціною ділення: а- 0,1 мм, б – 0,02 мм.

При виборі ціни ділення ноніусу слід враховувати, що:

- найбільш точні відліки виконуються по ноніусу з ціною ділення 0,1 мм, при цьому похибка відліку не перевищує 0,05, тобто половини ціни ділення;
- при знятті показів по ноніусу з ціною ділення – 0,05 мм значення похибки наближається до повної ціни ділення, тобто 0,05 мм;

в) використання при вимірюваннях ноніуса з ціною ділення 0,02 мм потребує високої кваліфікації спостерігача.

Без достатнього навичку похибка відліку, як правило, перевищує ціну ділення ноніусу. Використання лупи не підвищує точності відліку по ноніусу.

Розрахунок відлікових пристроїв

Вихідними даними для розрахунку і вибору типу відлікового пристрою є :

- границі зміни вимірюваної величини $X_{\max} - X_{\min}$;
- відповідний цим межам кут повороту α_{BE} валика виконавчого елемента (BE) приладу;
- призначення і клас точності приладу і відповідні їм допустимі значення похибок приладу $[\gamma]\%$ і $[\Delta X]$;
- довжина ділення шкали b , мм;
- орієнтований кут $\alpha_{ш}$, радіан, і діаметр шкали $D_{ш}$, мм.

Розрахунок дугової і кругової шкал

$c = 2 \cdot [\Delta X]$ - ціна поділки,

$N_{ш} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{c}$ - число ділень,

$L_{ш} = N_{ш} \cdot b$, мм - довжина шкали,

$D_{ш} = \frac{2L_{ш}}{\alpha_{ш}}$, мм - діаметр шкали.

Якщо $\alpha_{ш} = \alpha_{BE} \leq 2\pi$ то $D_{ш} \leq D_{ош}$ і слід використати дугову або колову шкалу, що безпосередньо з валиком виконавчого елемента. З ряду нормальних діаметрів шкал (35, 59, 65, 80, 100... мм) вибирають ближче більше значення для $D_{ш}$ і уточнюють

$$L_{ш} = \frac{D_{ш} \cdot \alpha_{ш}}{2} \text{ мм}$$

$$b = \frac{L_{ш}}{B_{ш}}, \text{ мм.}$$

Якщо при $\alpha_{ш} = \alpha_{BE} = 2\pi$ отримаємо $D_{ш} > D_{ош}$ то визначаємо розрахунковий

$$\alpha'_{ш} = \frac{2\pi D_{ш}}{D_{ош}} \text{ радіан.}$$

При $2\pi < \alpha_{ш} < 8\pi$ використовують спіральну або гвинтову шкалу з відліковим механізмом

При $\alpha'_{ш} > 8\pi$ використовують відділовий пристрій з двома шкалами (ШТВ і ШГВ) і відліковим механізмом.

Розрахунок спіральної шкали

Задається b_{min} кроком спіралі t , мм, числом витків спіралі k ($t=5...10$ мм, $k=1,5...4$).

Визначаємо $c = 2 \cdot [\Delta X]$, $N_{ш} = \frac{X_{max} - X_{min}}{H}$, розрахункова довжина нелінійного витка $L'_{min} = \frac{N \cdot b_{min}}{k}$, мм; $\alpha_{ш} = 2\pi k$, радіан;

Найменший і найбільший розрахункові радіуси спіралі $R_{min} \approx \frac{L'_{min}}{2 \cdot \pi}$, мм; $R_{max} = R_{min} + tk$, мм. (При необхідності можна задатися R_{min} і з умови $L'_{min} \approx \frac{N \cdot b_{min}}{k} = 2\pi R$ знайти $k = \frac{N \cdot b_{min}}{2\pi R_{min}}$). Радіуси-вектори точок спіралі можемо визначити для ряду послідовних значень α_j з рівняння спіралі Архімеда

$$R_j = R_{min} + \frac{t\alpha}{2\pi}.$$

Довжина ділень по мірі віддалення від центра шкали збільшується від b_{min} до b_{max} . При цьому центри дуг зміщуються послідовно вправо і вліво від центра диска шкали на $\frac{t}{4}$. Передаточне відношення відодікового механізму' від валика шкали до валика BE

$$i_{ш-BE} = \frac{\alpha_{ш}}{\alpha_{BE}} = k.$$

Розрахунок гвинтової шкали

$(2\pi < \alpha_{\text{ш}} < 8\pi)$. Задаємося; b , мм; t , мм; $D_{\text{ш}}$, мм.

Визначаємо $c = 2 \cdot [\Delta X]$; $N_{\text{ш}} = \frac{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}}{c}$.

З умови $L'_{\text{min}} = bN' = \frac{N \cdot b}{k} = \pi D_{\text{ш}}$ знаходять число витків $k = \frac{N \cdot b}{\pi D_{\text{ш}}}$ і $\alpha_{\text{ш}} = 2\pi k$.

(При необхідності задаємося k і визначаємо $D_{\text{ш}} = \frac{bN}{\pi k}$ мм).

Передаточне відношення відлікового механізму

$$i_{\text{ш-ВЕ}} = \frac{\alpha_{\text{ш}}}{\alpha_{\text{ВЕ}}} = k.$$

Розрахунок двох шкального відлікового пристрою

В такому пристрої ШГВ, як правило, безпосередньо з'єднують з валиком виконавчого елемента, а ШТВ виконує повний оберт при повороті ШГВ на одну поділку.

Визначають:

$$c = 2 \cdot [\Delta X]; N = \frac{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}}{C_{\text{ШТВ}}}; N = N_{\text{ШТВ}} \cdot N_{\text{ШГВ}}$$

Задаємося $N_{\text{ШТВ}} \geq N_{\text{ШГВ}}$ при цьому приймаємо $N_{\text{ШТВ}}$ рівним 10, 20, 50 або 100.

Знаходимо розрахункові

$$L_{\text{ШТВ}} = N_{\text{ШТВ}} \cdot b_{\text{ШТВ}}, \text{мм};$$
$$D_{\text{ШТВ}} = \frac{L_{\text{ШТВ}}}{\pi}.$$

Рекомендується приймати

$D_{\text{ШТВ}} = D_{\text{ШГВ}}$ з ряду нормальних діаметрів кругових шкал (35, 50, 65, 80, 100...). Потім уточнюють:

$$L_{\text{ШТВ}} = \pi \cdot D_{\text{ШТВ}}, \text{мм}; b_{\text{ШТВ}} = \frac{L_{\text{ШТВ}}}{N_{\text{ШТВ}}}, \text{мм}$$

$$L_{\text{ШГВ}} = \pi \cdot D_{\text{ШГВ}}, \text{мм}; b_{\text{ШГВ}} = \frac{L_{\text{ШГВ}}}{N_{\text{ШГВ}}}, \text{мм}$$

Якщо $\alpha_{\text{ШГВ}} < 2\pi$, то

$$L_{\text{ШТВ}} = \frac{D_{\text{ШТВ}} \cdot \alpha_{\text{ШГВ}}}{2}; b_{\text{ШТВ}} = \frac{L_{\text{ШГВ}}}{N_{\text{ШГВ}}}, \text{мм.}$$

При цьому $b_{\text{ШГВ}}$ і $b_{\text{ШТВ}}$ повинні бути не менше нормальних значень для даного типу приладу.

Передаточне відношення відлікового механізм від ШТВ до ШГВ

$$I_{\text{ШТВ-ШГВ}} = N_{\text{ШГВ}}.$$

КОНТРОЛЬНА РОБОТА №2

Топологічний аналіз механізму

Передує всім формам аналізу: кінематичному, статичному, динамічному, точносному.

Включає визначення числа ланок, числа і виду кінематичних пар, числа і порядку розташування кінематичних контурів. Головною задачею топологічного аналізу є визначення кінематичних контурів. При відсутності лишніх зв'язків для замкнутих систем число кінематичних контурів:

$$n = k - l + 1$$

де k - загальне число кінематичних ланок;

l - загальна кількість ланок.

Для однозначного виділення кінематичних контурів необхідно дотримуватись вимог:

- а) кожен контур повинен “обійти “ нерухому ланку через загальну кінематичну пару;
- б) будь-які два контури, що проходять через одну і ту ж пару, повинні проходити її в одному напрямку;
- в) число пар в кожному контурі повинно бути мінімальним при виконанні умов а, б.

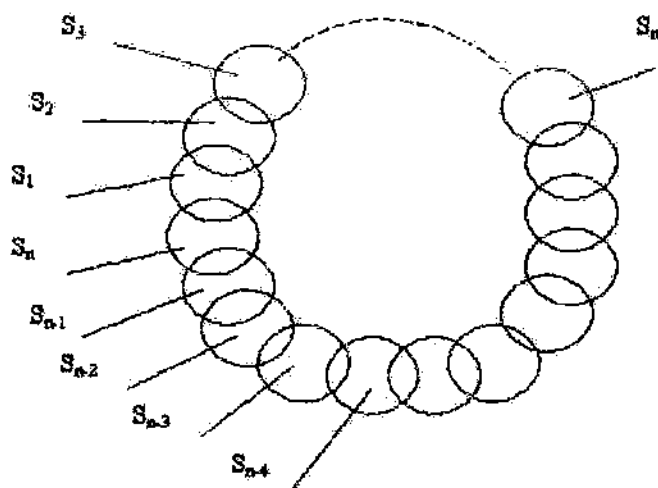


Рисунок 2.1 - Нехай в кожній системі координат задані радіус вектор \vec{r}_m ланки

m .

Координати точки в системі S_n ;

$$r_n = M_{n \cdot (n-1)} \cdot M_{(n-1)(n-2)} \cdot \dots \cdot M_{(m+1)m} \cdot r_m;$$

$$r_n = M_{n \cdot 2} \cdot M_{12} \cdot M_{23} \cdot \dots \cdot M_{(m-1)m} \cdot r_m$$

звідси

$$M_{n \cdot (n-1)} \cdot M_{(n-1)(n-2)} \cdot M_{(n-2)(n-3)} \cdot \dots \cdot M_{(m+1)} = M_{n \cdot 1} \cdot M_{12} \cdot \dots \cdot M_{(m-1)m}$$

де, M - матриці переходу від $n-1$ до n .

В загальному випадку перехід від прямокутних координат (x, y, z) до іншої ортогональної системи координат $(x_1; y_1; z_1)$ задається рівняннями:

$$x = a_{01} + a_{11}x_1 + a_{12}y_1 + a_{13}z_1;$$

$$y = a_{02} + a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + a_{23}z_1;$$

або в матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \\ a_{03} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

де, a_{01}, a_{02}, a_{03} - координати початку системи x_1, y_1, z_1 в вихідних координатних осях x, y, z .

Для того, щоб перетворити координати можна було проводити перемноженням матриць:

використовуючи однорідні координати:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \\ a_{03} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Матриці переходу:

поворот навколо осі z :

$$M = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & x_s \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & y_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

де, φ - кут повороту;

x_s, y_s - зміщення по осях x і y .

Поворот навколо осі x:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & y_s \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Поворот навколо осі y:

$$M = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & x_s \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Після перемноження матриць:

$$M_{n(n-1)} \cdot \dots \cdot M_{(m+1)m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$M_{n1} \cdot M_{12} \cdot M_{23} \cdot \dots \cdot M_{(m-1)m} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

Отримуємо 16 рівнянь. З них фактично тільки 2 - інформативні інші - контрольні.

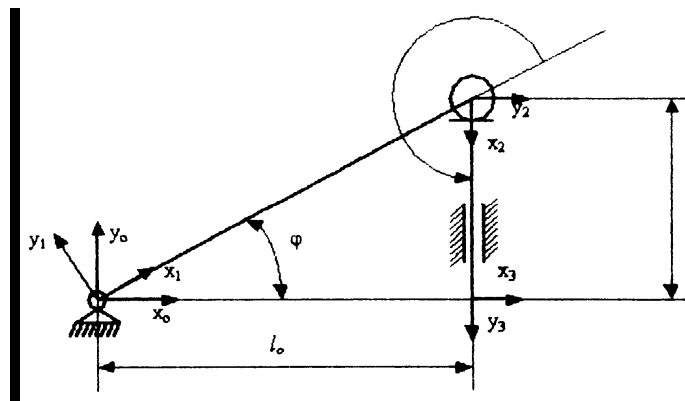


Рисунок 2.2

$$M_{10} \cdot M_{21} \cdot M_{32} = M_{30}$$

$$M_{10} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & r \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & 0 & S_{0\%} \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\theta = 180^\circ + (90^\circ - \quad);$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{S_{0\%}}{r}\right).$$

Приклад виконання задачі контрольної роботи №2

1.1 Проставляємо системи координат:

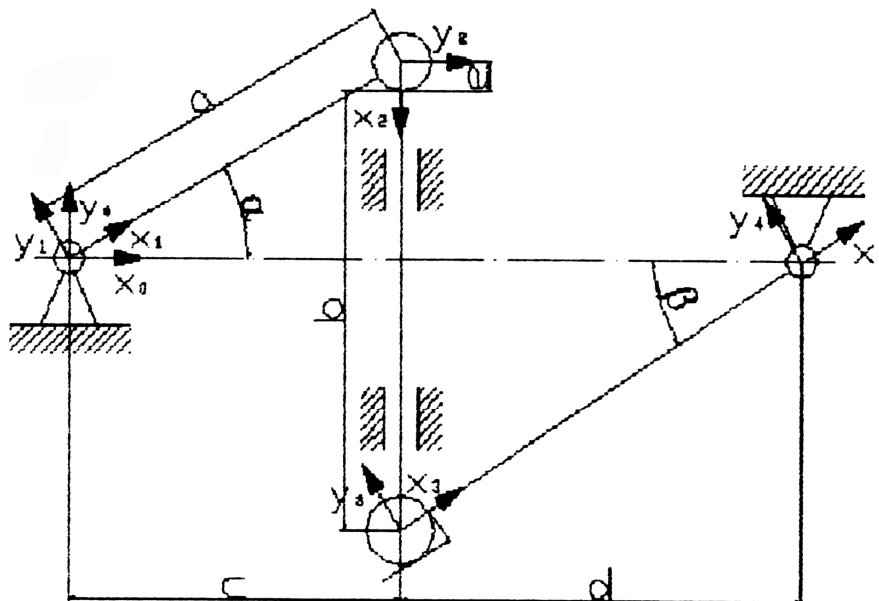


Рисунок 2.3 - Системи координат

1.2 Записуємо матричне рівняння:

$$M_{10} \cdot M_{21} \cdot M_{32} \cdot M_{43} = M_{40}$$

1.3 Складаємо матриці переходу:

$$M_{10} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \cos(180 + 90 - \alpha) & -\sin(180 + 90 - \alpha) & 0 & 0 \\ \sin(180 + 90 - \alpha) & \cos(180 + 90 - \alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} \cos(90 + \beta) & -\sin(90 + \beta) & 0 & b \\ \sin(90 + \beta) & \cos(90 + \beta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{43} = \begin{bmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & 0 & d \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{40} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & c + d \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.4 Розв'язуємо матричне рівняння використовуючи формули приведення:

$$\begin{aligned} M_{20} = M_{10} + M_{21} &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & a \\ -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha(-\sin \alpha) + (-\sin \alpha)(-\cos \alpha) & \cos \alpha \cos \alpha + (-\sin \alpha)(-\sin \alpha) & 0 & a \cos \alpha + a(-\sin \alpha) \\ \cos \alpha(-\sin \alpha) + \cos \alpha(-\cos \alpha) & \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha(-\sin \alpha) & 0 & a \sin \alpha + a \cos \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & 0 & a \cos \alpha \\ -\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos \alpha & 0 & a \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & a \cos \alpha \\ -1 & 0 & 0 & a \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M'_{30} = M_{20} \cdot M_{32} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & a \cos \alpha \\ -1 & 0 & 0 & a \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \beta & -\cos \beta & 0 & b \\ \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & a \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & -b + a \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$M'_{40} = M'_{30} \cdot M_{43} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & a \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & -b + a \sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{d}{\cos\beta} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & \frac{d}{\cos\beta} \cdot \cos\beta + a \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & \frac{d}{\cos\beta} \cdot \sin\beta - b + a \sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Отже отримуємо рівність $M'_{40} = M_{40}$

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & d + a \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & dtg\beta - b + a \sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & c + d \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Звідки маємо систему 16 рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\beta = \cos\beta; \quad (1) \\ -\sin\beta = -\sin\beta; \quad (2) \\ 0 = 0; \quad (3) \\ d + a \cos\alpha = c + d; \quad (4) \\ \sin\beta = \sin\beta;; \quad (5) \\ \cos\beta = \cos\beta; \quad (6) \\ 0 = 0; \quad (7) \\ dtg\beta - b + a \sin\alpha = 0; \quad (8) \\ 0 = 0; \quad (9) \\ 0 = 0; \quad (10) \\ 1 = 1; \quad (11) \\ 0 = 0; \quad (12) \\ 0 = 0; \quad (13) \\ 0 = 0; \quad (14) \\ 0 = 0; \quad (15) \\ 1 = 1 \quad (16) \end{array} \right.$$

Бачимо, що рівняння (1) - (3), (5) - (8), (9) - (16) є тотожними.

Рівняння (4) також є очевидною рівністю.

Отже, для подальшого розгляду можемо використати лише рівняння (8):

$$d \operatorname{tg} \beta - b + a \sin \alpha = 0$$

Знайдемо β як

$$\beta = f(a, b, c, d):$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{b - a \sin \alpha}{d} \quad (17)$$

Рівняння (17) і є шуканим розв'язком матричного рівняння. Очевидним є те, що рівняння (17) можемо отримати, використавши метод проекційного зв'язку.

1.5 Про табулюємо отриману залежність (17) і побудуємо графік (рисунок 2.5).

2. Проводимо параметричну оптимізацію.

2.1 Записуємо аналітичний вираз рівняння ідеальної функції перетворення. За ідеальну функцію приймаємо лінійну залежність. Будуємо графік ідеальної функції перетворення (рисунок 2.5).

Записуємо рівняння похибки схеми.

$$\Delta S_{\text{сх}} = S_{\text{вихг}} \cdot S_{\text{вихі}} = \operatorname{arctg} \frac{b - a \sin \alpha}{d} - K\alpha; \quad (18)$$

2.3 Проводимо параметричну оптимізацію з умови мінімізації похибки схеми (пошук таких значень довжин конструктивних елементів – параметрів (a, b, d) , при яких значення ΔS буде найменшим).

2.4 Табулюємо дійсну функцію перетворення

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{b - a \sin \alpha}{d} \right), \quad (19)$$

підставивши значення параметрів, отримані після оптимізації, і будуємо її графік (рисунок 2.6).

Бачимо, що дійсна функція перетворення наблизилась до лінійної ідеальної.

3. Записуємо аналітичний вираз рівняння кінематичної похибки.

$$\Delta S_{\text{кін}} = \frac{\partial \beta}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial \beta}{\partial b} \Delta b + \frac{\partial \beta}{\partial d} \Delta d. \quad (20)$$

Коефіцієнти впливу:

$$\frac{\partial\beta}{\partial a} = \frac{1}{1 + \left(\frac{b - a \cdot \sin \alpha}{d}\right)^2} \cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{d}\right), \quad (21)$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial b} = \frac{1}{1 + \left(\frac{b - a \cdot \sin \alpha}{d}\right)^2} \cdot \frac{1}{d}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial d} = \frac{1}{1 + \left(\frac{b - a \cdot \sin \alpha}{d}\right)^2} \cdot \left(-\frac{b - a \sin \alpha}{d^2}\right), \quad (23)$$

Величини похибок $\Delta a, \Delta b, \Delta d$ беремо як допуски на довжини ланок a, b, d по 7 квалітету.

$$\Delta a = 0,025\text{мм},$$

$$\Delta b = 0,025\text{мм},$$

$$\Delta d = 0,035\text{мм},$$

Табулюємо рівняння кінематичної похибки і будуємо графік (рисунок 2.7).

КОНТРОЛЬНА РОБОТА №3

Розрахунок на точність важільного мікрометра

Важільний мікрометр типу МР (рисунок 1) є механічним приладом, що широко використовується для вимірювання лінійних розмірів. Він складається з мікрометричного гвинта і відлікового пристрою 4, вбудованого в корпус 1. При вимірюванні деталі на мікрометричній головці 3 встановлюють покази, то дорівнюють номінальному розміру деталі. П'ятку 2 відводять вліво; між вимірювальними поверхнями п'ятки і мікрометричного гвинта вводять деталь і виконують вимірювання. Вимірювання можуть бути як абсолютні, якщо враховувати суму показів барабана і шкали, і відносними, якщо враховувати відхилення від номінала по шкалі відлікового пристрою 4.

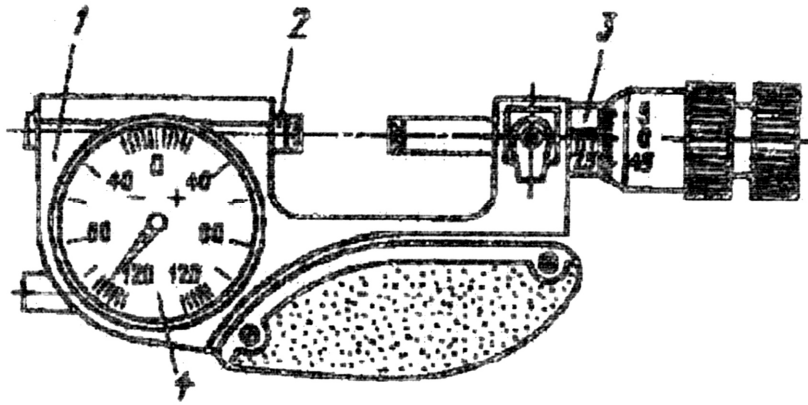


Рисунок 3.1 - Зовнішній вигляд важільного мікрометра

Механізм відліку (рисунок 2) складається з синусного механізму з довжиною важеля а, виконаного у вигляді вилки 3 з сталеву кулькою, який впирається в стінку паза рухомої п'ятки 2, і зубчатого сектора 4, встановленого на одній осі О з синусним важелем і входячим в зачеплення з центральним колесом 5. Довжину важеля 3 можна регулювати. Для створення вимірювального зусилля в механізмі передбачена пружина 1.

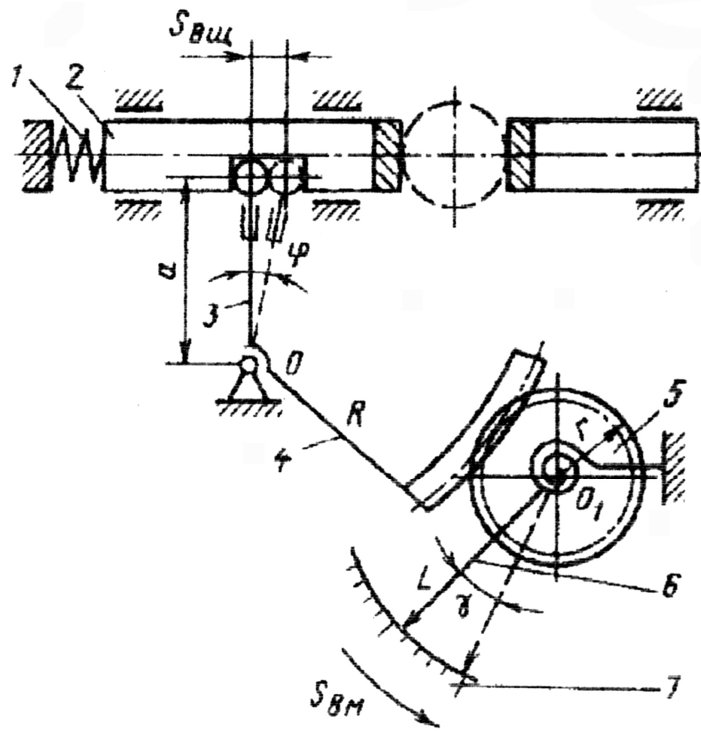


Рисунок 2 - Схема механізму відлікового пристрою важільного мікрометра

Похибка схеми мікрометра обумовлена використанням в ній синусного механізму, який має нелінійну функцію перетворення. Знайдемо функцію перетворення механізму важільного мікрометра.

Для синусного механізму:

$$\sin \varphi = \frac{S_{ВХ}}{a}, \quad (3.1)$$

звідки:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{S_{ВХ}}{a}\right), \quad (3.2)$$

Передаточне відношення від веденого механізму - стрілки приладу - до синусного:

$$u = \frac{R}{r}, \quad (3.3)$$

де R , r - радіуси основних кіл зубчатого сектора і колеса.

Кутова величина переміщення стрілки

$$\gamma = \varphi \cdot u, \quad (3.4)$$

Для знаходження переміщення кінця стрілки отримане значення необхідно помножити на довжину стрілки L , тобто

$$S_{\text{вих}} = \gamma \cdot L, \quad (3.5)$$

Функція перетворення буде мати вигляд;

$$S_{\text{вих}} = \arcsin\left(\frac{S_{\text{вх}}}{a}\right) \cdot \frac{R}{r} \cdot L, \quad (3.6)$$

Ідеальне переміщення кінця стрілки при рівномірній шкалі відлікового пристрою повинно бути пропорційне переміщенню п'ятки:

$$S_{\text{вих}_1} = k \cdot S_{\text{вх}}, \quad (3.7)$$

Похибка схеми:

$$\Delta S_{\text{сх}} = S_{\text{вих}_\text{Д}} - S_{\text{вих}_\text{і}} = \arcsin\left(\frac{S_{\text{вх}}}{a}\right) \cdot \frac{R}{r} \cdot L - k \cdot S_{\text{вх}}, \quad (3.8)$$

Величина k є фактично чутливістю механізму приладу. Її можна визначити як відношення одиничного переміщення по виходу (переміщення кінця стрілки на одну поділку) до викликаного його одиничного переміщення по входу (фактично на величину, що відповідає величині поділки):

$$k = \frac{b}{c}, \quad (3.9)$$

де, b - відстань між двома сусідніми штрихами по шкалі,
 c - ціна поділки.

В свою чергу:

$$b = \frac{L_{\text{ш}}}{n_{\text{ш}}}, \quad (3.10)$$

де, $L_{\text{ш}} = 2 \cdot \pi \cdot L$ - довжина шкали

$$n_{\text{ш}} = \frac{2 \cdot D}{c}, \quad (3.11)$$

де, $n_{\text{ш}}$ кількість поділок на шкалі

D - діапазон вимірювання.

Звідси:

$$b = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot c}{2D} = \frac{\pi \cdot L \cdot c}{D}, \quad (3.12)$$

а отже

$$k = \frac{\pi \cdot L \cdot c}{dc} = \frac{\pi \cdot l}{d}, \quad (3.13)$$

Розклавши в ряд $\arcsin(x) \approx x + \frac{x^3}{6}$, отримаємо:

$$\Delta S_{cx} = \left(\frac{S_{BX}}{a} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{S_{BX}}{a} \right)^3 \right) \cdot \frac{R}{r} \cdot L - \frac{\pi \cdot L}{D} \cdot S_{BX}, \quad (3.14)$$

Необхідно знайти максимум цієї функції $\Delta S_{cx_{max}}$, і точку максимуму S_0 .

Для синусного механізму (рисунок 3.3),

$$\Delta S_{cx} = \left(\arcsin \frac{S}{a} - k_s \cdot S \right) = \frac{1}{a \sqrt{1 - (S/a)^2}} - k_s, \quad (3.15)$$

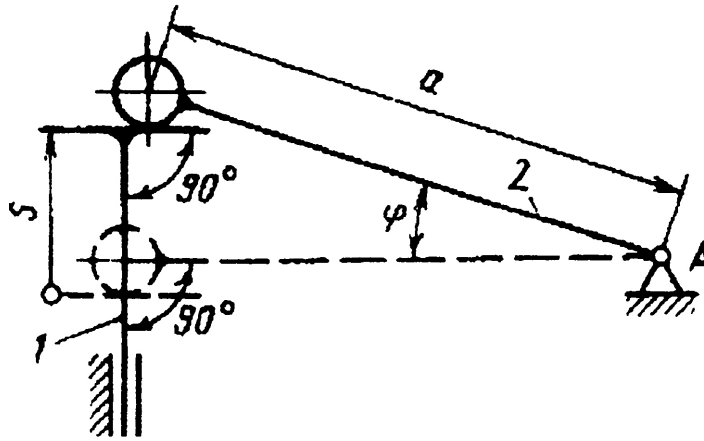


Рисунок 3.3 - Схема синусного механізму

Прирівнюємо $\Delta S'_{cx} = 0$, тобто

$$\frac{1}{a \sqrt{1 - (S/a)^2}} - k_s = 0, \quad (3.16)$$

Розв'язуємо рівняння (3.16) відносно S отримаємо:

$$S_0 = \pm a \sqrt{1 - \left(\frac{1}{k_s \cdot a} \right)^2}, \quad (3.17)$$

В точці S_0 похибка схеми синусного механізму буде приймати найбільше значення.

Для механізму важільного мікрометра

$$S_0 = \pm a \sqrt{1 - \left(\frac{1}{k_1 \cdot a} \right)^2}, \quad (3.18)$$

де $k_1 = \frac{k \cdot r}{R \cdot L} = \frac{b \cdot r}{C \cdot R \cdot L} = \frac{\pi \cdot L \cdot C \cdot r}{D \cdot C \cdot R \cdot L} = \frac{\pi \cdot r}{D \cdot R},$ (3.19)

$$\Delta S_{c_{x_{\max}}} = \arcsin\left(\frac{S_0}{a}\right) \cdot \frac{R}{r} \cdot L - \frac{\pi \cdot L}{D} \cdot S_0, \quad (3.20)$$

Приклад виконання задачі контрольної роботи

Спроектувати механізм важільного мікрометра, перетворюючого по лінійному закону переміщення вимірювального стержня в переміщення стрілки.

Вихідні дані:

Діапазон вимірювання..... $\pm 0,14$

Ціна поділки c , мм..... $0,002$

Довжини конструктивних елементів:

$$r=2 \text{ мм}, \quad R=63 \text{ мм}, \quad L=40 \text{ мм}$$

Границя основної допустимої похибки всієї шкали $[\Delta S]$, мм $\pm 0,002$

Розрахунок виконуємо по залежності (3.8), враховуючи, що коефіцієнт k у відповідності з формулою (3.9) рівний:

$$k = \frac{b}{c} = \frac{1}{0.002} = 500, \quad (\text{Для зручності прийmemo довжину ділення шкали}$$

$b=1$ мм).

Похибка схеми по виразу (3.8) залежить від змінної величини $S_{\text{вх}}$. Щоб отримати її розрахункове значення, необхідно знати місце максимуму цієї функції S_0 , яке визначаємо по (3.18):

$$S_0 = \pm 5.5 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{500 \cdot 2}{90 \cdot 60} \cdot 5.5} \right)^2} = \pm 0.74 \text{ мм.}$$

Так як величина S_0 , виходить за межі діапазону D , то проведемо розрахунок по краю діапазону: $\Delta S_{\text{вх max}} = \pm D = \pm 0.14$ мм

Для зручності прийmemo, що $\arcsin(x) \approx x$, тоді

$$\Delta S_{\text{вх max}} = \frac{0.14 \cdot 90}{5.5 \cdot 2} \cdot 60 - 500 \cdot 0.14 = -1.26 \text{ мм}$$

Знак “-” означає, то покази мікрометра по даній схемі будуть відставати від значень ідеальної функції перетворення. Отриманий результат показує, що похибка схеми в кінці шкали відлікового пристрою при вибраних конструктивних параметрах занадто висока, так як вона більше довжини ділення шкали. По характеристиці приладу видно, що навіть сумарна похибка, з врахуванням неточності виготовлення і зборки приладу не повинна перевищувати одну поділку шкали (що фактично відповідає величині $[\Delta S]$ по входу), тому необхідно зменшити ΔS_{cx} . Для цього обчислимо значення ΔS_{cx} при зміні одного з конструктивних параметрів, наприклад довжини важеля **a**. (В даному випадку він стоїть під \arcsin , а отже вносить похибку нелінійності у функцію перетворення). Задамося діапазоном зміни довжини важеля **a** в межах $4.5\text{мм} \leq a \leq 6.5\text{мм}$ і побудуємо графік залежності ΔS_{cx} від зміни **a** (рисунок 4).

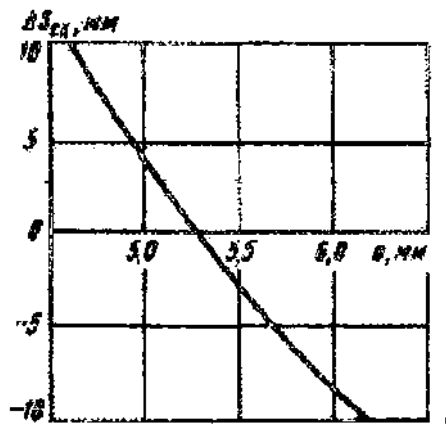


Рисунок 3.4 - Зміна похибки схеми важільного мікрометра в залежності від довжини синусного важеля.

Бачимо, що, наприклад, при $a = 5.4$ мм - ΔS_{cx} , становить всього 0,13 мм.

В зв'язку з цим, в конструкції мікрометра передбачено регулюючі елементи для довжини важеля **a**. Один з елементів регулюючого пристрою показано на рисунку 3.5.

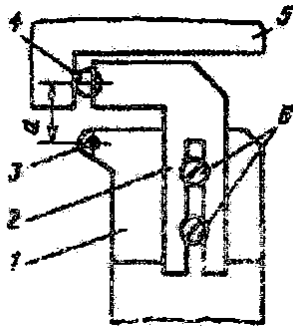


Рисунок 3.5 — Вузол регулювання довжини важеля, синусного механізму

- 1 - зубчатий сектор,
- 2 - регулювальна планка,
- 3 - вісь обертання сектора,
- 4 - опорна кулька,
- 5 - п'ятка мікрометра,
- 6 - регулюючі гвинти.

Перелік посилань

1. Иванов А.Г. "Измерительные приборы в машиностроении", Изд.стандартов, 1981 г.
2. Якушенков Ю.Г. "Высокоточные измерения углов", М.: Машиностроение, 1987 г.
3. Галшис В.А. и др."Координатные измерительные машины и их применение", М.: Машиностроение, 1988 г.
4. Городецкий Ю.Г. "Конструкции, расчет и эксплуатация измерительных инструментов и приборов", М.: Машиностроение. 1972 г.
5. Богуславский М.Г.: Цейтлин Я.М. "Приборы и методы точных измерений длин и углов", Изд.стандартов, 1976 г.
6. Коломийцев Ю.В. и др. "Оптические приборы для измерения дойн и углов" М. Машиностроение, 1968 г.
7. Конюхов Н.Е. "Оптоэлектронные контрольно-измерительные устройства", М.:МашиностроениеД985 г.
8. Ионак В.Ф. "Приборы кинематического контроля", М. Машиностроение, 1981 г.
9. Линейные и угловые измерения/Под ред. Г.Д. Бурдуна_ - М.: Издательство.

7. Завдання для контрольних робіт

Контрольна робота №1

Задача 1

Розрахувати шкалу ноніусу для наступних даних (таблиця 1.1), зробити ескіз.

Таблиця 1.1

№ варіанту за останньою цифрою	Ціна поділки s , мм	Модуль ноніуса u
1	0.1	1
2	0.1	2
3	0.1	5
4	0.05	1
5	0.05	2
6	0.05	5
7	0.02	1
8	0.02	2
9.0	0.02	5

Задача 2

Розрахувати шкалу відлікового пристрою приладу по наступних даних (таблиця 1.2), зробити ескіз.

Таблиця 1.2

№ варіанту за останньою цифрою залікової книжки	X_{\max}	X_{\min}	ΔX	Тип шкали
1	0	10	0.0125	Дугова
2	100	200	0.5	Лінійна
3	0	360	0.5	Кругова
4	0	2000	0.5	Спіральна
5	0	50	0.0005	Гвинтова
6	0	1	0.0005	Кругова
7	100	200	0.0025	Гвинтова
8	250	500	0.00125	Спіральна
9	-10	10	0.025	Лінійна
0	30	60	0.5	Дугова

Контрольна робота № 2

Для приведеної схеми механізму (додаток 2):

- 1) Зробити топологічний аналіз механізму. Визначити матричним методом аналітичний вираз залежності вихідної величини p від вхідної a :
 - поставити глобальну і локальну системи координат;
 - записати матричне рівняння;
 - записати матриці переходу;
 - розв'язати матричне рівняння.
- 2) Протабулювати отриману залежність і побудувати графік:
 - задатись початковими значеннями довжин конструктивних елементів;
 - задатись діапазоном зміни кута a .
- 3) Провести параметричну оптимізацію:
 - записати аналітичний вираз рівняння ідеальної функції перетворення;
 - записати рівняння похибки схеми;
 - задатись діапазонами зміни довжин конструктивних елементів;
 - провести параметричну оптимізацію з умови мінімізації похибки схеми;
 - протабулювати функцію перетворення для знайдених оптимальних довжин;
 - конструктивних елементів і побудувати графік;
- 4) Визначити аналітичний вираз рівняння кінематичної похибки, протабулювати його і побудувати графік в діапазоні зміни кута α .

Контрольна робота №3

Спроекувати механізм важільного мікрометра (рисунок 3.1), перетворюючого по лінійному закону переміщення вимірювального стержня в переміщення стрілки. Розрахувати найбільшу похибку відлікового пристрою і встановити раціональну точність виготовлення елементів механізму приладу.

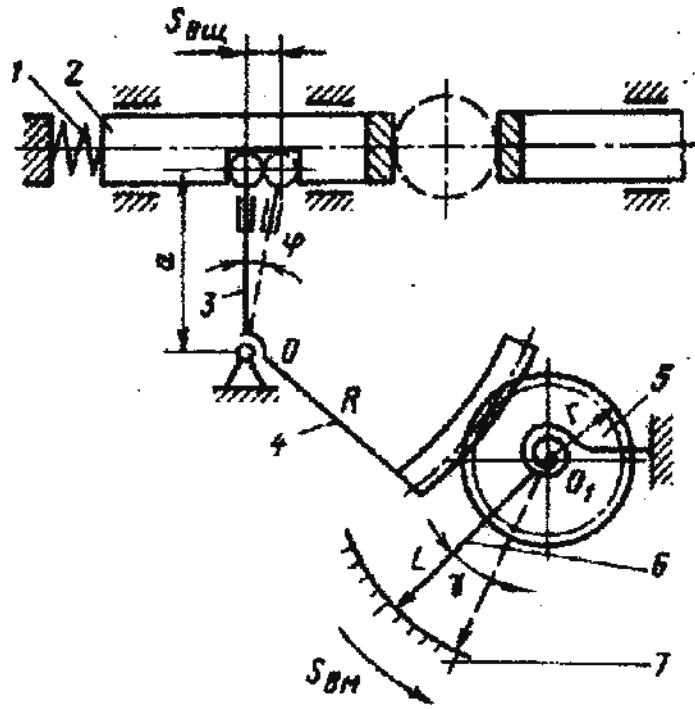


Рисунок 3.1- Схема механізму важільного мікрометра