

УДК 519.632

**І. Баран**

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ДВОШАРОВОГО ЦИЛІНДРА З ТОНКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ**

Реальні технічні об'єкти є складними структурами, складові частини яких контактують між собою через тонкі включення (прошарки) з відмінними від основної конструкції фізико-механічними властивостями. Для врахування впливу таких довільно орієнтованих тонких включень використовуються неоднорідні умови спряження неідеального контакту. Визначення температурних полів, що виникають в зоні контакту при експлуатації таких об'єктів та пристроїв сучасної техніки, необхідне для забезпечення надійної їх роботи. Враховуючи складність об'єктів та режимів зовнішнього впливу, якісне дослідження можливе лише за допомогою засобів сучасного математичного моделювання. Необхідно проаналізувати фізичні особливості досліджуваного об'єкту, виконати постановку і аналіз математичної моделі, розробити обчислювальні алгоритми її розв'язання, створити програмне забезпечення, провести обчислювальні експерименти на ЕОМ, якісно відобразити та представити одержувані результати [1].

В роботі розглядається задача знаходження стаціонарного температурного поля в порожнистому циліндрі, що складається з двох циліндрів з різних матеріалів, з'єднаних між собою тонким включенням. На границі контакту конструкції із зовнішнім середовищем задаються різні варіанти крайових умов: для першого випадку – крайова умова I роду, для другого – крайові умови I і II роду, для третього – крайові умови I і III роду. На тонкому включенні наявне внутрішнє джерело тепла, з врахуванням якого задаються неоднорідні умови спряження неідеального теплового контакту.

Формулюється крайова задача, що зводиться до деякої варіаційної задачі, для розв'язування якої використовується дискретизація розглядуваної області на основі методу скінчених елементів (МСЕ). Необхідно відзначити, що у побудований функціонал енергії увійшли параметри як крайових умов II та III роду, так і параметри умов спряження неідеального контакту. Врахування неоднорідної крайової умови I роду відбувається на етапі побудови матриці МСЕ шляхом її переформування. Врахування умов спряження неідеального контакту при дискретизації відбувається шляхом подвійної нумерації точок, які належать включенню, тобто по різні сторони від включення точки з однаковими координатами мають різні номери. З використанням класів кусково-поліноміальних розривних функцій МСЕ побудовані високоточні алгоритми дискретизації розглядуваних задач.

Із використанням розробленого програмного забезпечення, в основі якого лежать отримані алгоритми, розв'язано модельні приклади. Проведені обчислювальні експерименти показали, що для всіх трьох випадків еліптичної задачі використання для апроксимації кусково-лінійних та кусково-квадратичних функцій МСЕ для однакової кількості вузлів розбиття дає розв'язки однакового порядку точності. Отримані результати дають змогу побудувати температурне поле у кожній вузловій точці розглядуваного об'єкта.

1. Дейнека В.С., Сергиенко И.В. Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наукова думка, 2001. – 606 с.