УДК 517.9

Стасюк О.Б. - ст. гр. ЕТ-22

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Романюк Л.А.

Розглянемо неоднорідне рівняння

$$X_1(x_1,...,x_n,u)\frac{\partial u}{\partial x_1}+...+X_n(x_1,...,x_n,u)\frac{\partial u}{\partial x_n}=R(x_1,...,x_n,u)\,. \tag{1}$$

Розв'язок диференціального рівняння (1) шукаємо у вигляді

$$V(x_1,...,x_n,u)=0\,, \tag{2}$$

де $V(x_1,...,x_n,u)$ неперервно-диференційована функція по всім змінним і $\frac{\partial V(x_1,...,x_n,u)}{\partial u}\neq 0$ в околі точки $(x_1^{(0)},...,x_n^{(0)},u^{(0)})$.

Припустимо, що в (2) u залежить від $x_1,...,x_n$. Продиференціюємо (2) по x_k

$$\frac{\partial V}{\partial x_k}+\frac{\partial V}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x_k}=0\,,\quad k=1,2,\ldots,n.$$

Звідси

$$\frac{\partial u}{\partial x_k}=-\frac{\frac{\partial V}{\partial x_k}}{\frac{\partial V}{\partial u}}\,,\quad k=1,2,\ldots,n. \tag{3}$$

Підставивши (3) в (1), отримаємо

$$X_1(x_1,...,x_n,u)\frac{\partial V}{\partial x_1}+...+X_n(x_1,...,x_n,u)\frac{\partial V}{\partial x_n}+R(x_1,...,x_n,u)\frac{\partial V}{\partial u}=0. \tag{4}$$

Рівняння (4) – це вже однорідне рівняння.

Його розв'язуємо по відомій схемі:

а) складаємо систему звичайних диференціальних рівнянь в симетричній формі

$$\frac{dx_1}{X_1(x_1,...,x_n,u)}=...=\frac{dx_n}{X_n(x_1,...,x_n,u)}=\frac{du}{R(x_1,...,x_n,u)}\,; \tag{5}$$

б) знаходимо n незалежних інтегралів

$$\psi_1(x_1,...,x_n,u),...,\psi_n(x_1,...,x_n,u)\,; \tag{6}$$

в) записуємо загальний розв'язок

$$V=\Phi(\psi_1(x_1,...,x_n,u),...,\psi_n(x_1,...,x_n,u))=0\,. \tag{7}$$