УДК 519.2

Ребрик М.–ст. гр. ОВ-208
Технічний коледж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя

ПАРАДОКСИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Науковий керівник Фігурська Л. В.

Ще в 1812 році відомий французький математик П. Лаплас писав: *«Цікаво те, що науці, яка почалась з розгляду азартних ігор, судилося стати одним з найважливіших об'єктів людського знання».* Ч. Пірс писав: *«В жодній іншій галузі математики дослідник не помиляється так легко, як в теорії ймовірностей».* Доказом цього є наявність у теорії ймовірностей значної кількості цікавих парадоксів, які відіграли важливу роль, ставши поштовхом подальшого розвитку даної науки.

Мета статті - висвітлити деякі парадокси теорії ймовірностей, зупинившись в основному на історично перших та фундаментальних парадоксах.

Парадокс де Мере. З цим парадоксом часто ідентифікують момент зародження теорії ймовірностей як науки. При чотирьох підкиданнях одного грального кубика ймовірність того, що як мінімум один раз випаде 1, більша 0,5. В той же час при 24 підкиданнях двох кубиків ймовірність того, що як мінімум один раз випадуть дві 1 одночасно, менша 0,5. Це здається дивним, оскільки шанси отримати одну 1 в шість раз більші, ніж шанси випадання двох 1, а 24 якраз в 6 раз більше 4. ***Пояснення:*** При k підкиданнях одного кубика шукана ймовірність дорівнює $1\text{-}(5/6)^k$, що менше 0,5 при k=3 і більше 0,5 при k=4. Друга шукана ймовірність дорівнює $1\text{-}(35/36)^k$, що менше 0,5 при k=24 і більше 0,5, починаючи з k=25. Отже, «критичне значення» для одного кубика дорівнює 4, а для двох – 25.

Парадокс розподілу ставки. Двоє рівносильних гравців грають у гру. Той, хто першим виграє 6 партій, отримає весь приз. Гра зупинилась в той момент, коли перший гравець виграв 5 партій, а другий - 3. Як справедливо розподілити приз? Зауважимо, що насправді ця проблема не є парадоксом, але безуспішні спроби багатьох відомих вчених розв'язати її та суперечливі відповіді створили їй імідж парадоксу. Згідно одного з розв'язань, приз слід розподілити у відношенні 5:3 (за кількістю виграних партій). Тарталья запропонував ділити приз у відношенні 2:1 (оскільки перший гравець виграв на 2 партії більше, що складає третину від необхідних для перемоги 6 партій, то перший гравець повинен отримати третину призу, а частину, що залишилась слід розділити навпіл). Насправді ж справедливим є розподіл у відношенні 7:1. ***Пояснення:*** Справедливим буде розподіл, пропорційний шансам (ймовірностям) гравців виграти приз. Для визначення невідомих ймовірностей можна скористатись ідеєю Ферма, який запропонував продовжити гру трьома фіктивними партіями (навіть якщо якісь із них виявляться зайвими, тобто перший гравець виграє приз раніше). Таке продовження робить всі 2^3=8 наслідків рівноймовірними. Оскільки тільки в одному з 8 випадків другий гравець отримає приз, а в усіх інших перемагає перший гравець, то справедливим є розподіл у відношенні 7:1.

Парадокс незалежності Бернштейна. Розглянемо експеримент з підкидання двох монет. Нехай подія A – «на першій монеті герб», подія B – «на другій монеті герб» і подія C – «на одній і тільки на одній монеті випав герб». Тоді будь-які дві події незалежні, але будь-які дві з них однозначно визначають третю. ***Пояснення:*** A і B незалежні, оскільки результат першого підкидання не залежить від результату другого. З іншого боку, A і C незалежні (аналогічно B і C), хоча на перший погляд можуть здаватись залежними. Їх незалежність випливає з рівностей: $P(AC)=P(A)P(C)=1/4$ і $P(BC)=P(B)P(C)=1/4$. В той же час правильним є і те, що будь-які дві події визначають третю, оскільки $A=BC$, $B=AC$, $C=AB+AB$. Отже, *попарна незалежність подій не означає їх незалежності в сукупності*.

Парадокс роздачі подарунків (з книги *Ремона де Монмора*, опублікованій в Парижі в 1708 р.). Декілька чоловік вирішили зробити один одному подарунки таким чином. Кожен з них приносить подарунок. Подарунки складаються разом, змішуються і випадково розподіляються серед учасників. Парадоксально, але ймовірність того, що ніхто не отримає свій власний подарунок, менша 0,5 (крім випадку, коли учасників двоє, і ця ймовірність дорівнює 0,5). ***Пояснення:*** Обчислення показують, що $p_n = 1/2! - 1/3! + ... + (-1)^n / n!$. Якщо збирається щонайменше 6 чоловік, то $p_n \approx 1/e \approx 0{,}3679$. Ймовірність конкретного співпадання дорівнює $1/n$ і прямує до 0 при збільшенні n.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Гнеденко Б.В. *Очерк истории теории вероятностей / Б.В. Гнеденко*. –. М.: Наука, 1988. – 240с.
2. Секей Г. *Парадоксы теории вероятностей и математической статистики* / Г. Секей. – М.: Наука, 1989. - 240с.