

УДК 517.9

Гундерчук В.– ст. гр. ЕТ-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА ПОБУДОВИ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ ДЕФОРМІВНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА

Науковий керівник: канд. фіз.-мат. наук, Габрусев Г. В.

В процесі розв'язання багатьох крайових задач математичної фізики виникає необхідність побудови деякої функції $\phi(\eta)$, що є відрізком узагальненого ряду Фур'є

$$\phi(\eta) = \sum_{n=1}^N a_n L_n(\gamma_n, \eta), \quad (1)$$

де γ_n – відомі коефіцієнти, $L_n(\eta)$ – відома функція, а невідомі коефіцієнти a_n – повинні задовольняти рівність виду:

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_0^{\infty} \eta \Phi(\gamma_n, \eta) J_0(\rho \eta) d\eta = f(\rho), \quad a \leq \rho \leq b, \quad (2)$$

де $\Phi_n(\gamma_n, \eta)$ та $f(\rho)$ – відомі функції, $J_0(x)$ – функція Бесселя 1-го роду.

У більшості випадків для цього використовують метод колокацій. Спершу вибирають N довільних точок ρ_i із відрізка $[a, b]$ і вимагають виконання (2) у кожній із цих точок. В результаті одержується система N лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих a_n . Проте такий підхід має досить суттєвий недолік. При збільшенні числа N точність побудованого таким чином наближення (1) зростає, але лише до певного значення N_0 , після чого починає різко зменшуватись. Таким чином, при розв'язанні прикладних задач виникає необхідність попереднього визначення такого «найточнішого» N_0 .

Проте існує дещо інший підхід. Помножимо ліву та праву частини співвідношення (2) на $\rho J_0(\gamma_q \rho)$, $q = \overline{1, n}$, та проінтегруємо по ρ від a до b , матимемо:

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_0^{\infty} \eta \Phi(\gamma_n, \eta) I_q^{(1)}(\gamma_q, \eta) d\eta = I_q^{(2)}(\gamma_q, \eta), \quad (3)$$

$$I_q^{(1)}(\gamma_q, \eta) = \int_a^b \rho J_0(\gamma_q \rho) J_0(\rho \eta) d\rho, \quad I_q^{(2)}(\gamma_q, \eta) = \int_a^b \rho J_0(\gamma_q \rho) f(\rho) d\rho. \quad (4)$$

Після обчислення інтегралів (4), із співвідношення (3) одержується система N лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих a_n . Особливістю одержаної системи є те, що збільшення кількості її рівнянь приводить до збільшення точності наближення (1). Це дозволяє будувати розв'язки прикладних задач із довільною, наперед заданою точністю.

Література

1. Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функций. М.: «Наука», 1971.
2. Габрусев Г.В. Побудова наближених розв'язків рівняння Фредгольма першого роду в деяких контактних задачах теорії пружності / Григорій Габрусев // Вісник Львівського національного університету імені Івана Франка. Серія механіко-математична. – 2007. – Вип. 67 – С. 59-65.